УДК 621.376.54

В. Г. ВОРОНОВ, С. Р. ПЕРЕПЕЛКИН, Н. Р. ПОПОВ, И. Н. ПОПОВ

# ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНЫЙ МОДУЛЯТОР КАК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ВЗАИМНО-ОБРАТНЫХ ФУНКЦИЙ

Процесс преобразования непрерывного сигнала $U_1(t)$ в широтно-импульсный сигнал $U_2(t)$ в однополярном широтно-импульсном модуляторе (ШИМ) показан на рис. 1. Полагаем, что статическая

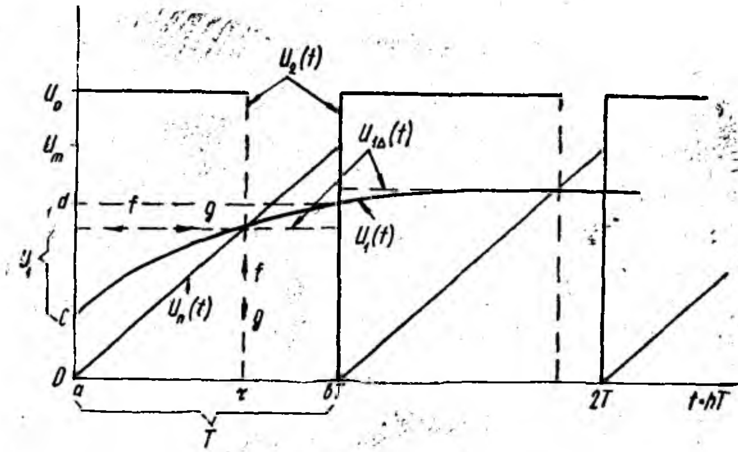



Рис. 1

характеристика компаратора ШИМ является идеальной релейной однополярной; $U_п(t)$ — периодическое опорное однополярное напряжение треугольной формы с амплитудой $U_m$; область значений $U_1(t)$ по всей ее области определения $t \in ]-\infty; \infty[$ не выходит за пределы отрезка $[0; U_m]$. При этих условиях в ШИМ осуществляется односторонняя однополярная широтно-импульсная модуляция. Покажем, что $U_2(t)$ — обратная функция $U_1(t)$, а также условия обратимости $U_1(t)$.

Бесконечная область определения функции $U_1(t)$ с помощью $U_п(t)$ квантуется по времени на бесконечное множество конечных областей определения $T$. На рис. 1 в каждом интервале квантования по времени $T$ непрерывная функция $U_1 = f(t)$ представлена областью определения $D(f) = T$ и множеством значений $E(f) = V_1$. Области $T$, $V_1$ есть отрезки [а,.в], $[c, d]$ соответственно. Если трактовать функцию как отображение множества $T$ на множество $V_1$, то значение $U_1 = f(t)$ называют образом точки $t$, а $t$ — прообразом точки $U_1$ при отображении $f$. Отображение $f$ показано стрелками, идущими «вверх — налево». Если функция $U_1 = f(t)$ задает инъективное отображение, это эквивалентно тому, что образ

$U_1 \in V_1$ имеет единственный прообраз $t \in T$, а геометрически тому, что любая горизонтальная прямая может пересекать график $U_1(t)$ только в одной точке. Такое свойство присуще монотонным функциям (возрастающим и убывающим). С помощью функции $U_1 = f(t)$, обладающей этим свойством, можно построить новую функцию $t = g(U_1)$, у которой область определения—множество значений исходной функции $\mathrm{P}(g) = V_1 = E(f)$; каждому $U_1 \in V_1$ функция $g$ ставит в соответствие его прообраз при отображении $f$. Функция $t = g(U_1)$ называется обратной к функции $U_1 = f(t)$. Отображение $g$ изображено стрелками, идущими «направо — вниз». Очевидно, функция $U_1 = f(t)$, в свою очередь, обратна к $t = g(U_1)$, и можно говорить о паре взаимно обратных функций

$$\mathrm{P}(f) = \mathrm{E}(g);\ \mathrm{E}(f) = \mathrm{P}(g);$$

$$U_1 = f(t) \leftrightarrow t = g(U_1).$$

Чтобы найти выражение для обратной непрерывной функции, надо решить уравнение $U_1 = f(t)$ относительно $t$, используя только решения, принадлежащие множеству $T$. В ШИМ осуществляется дискретизация непрерывных функций $U_1 = f(t)$, поэтому на каждом $T$ вместо выражений функций (отображения непрерывных множеств) определяются их дискретные выборки $U_1^* = U_1(\tau_n)$, преобразуемые в дискретные пропорциональные значения обратных функций

$$\tau_n(t) = K_\tau \sum_{n=0}^{\infty} U_1(nT - \tau_n),$$

где $U_1(\tau_n)$ — дискретные значения $U_1(t)$ в моменты $\tau_n$ на каждом $T$. Коэффициент пропорциональности $K_\tau = \mathrm{T}/U_m$ дискретного отображения множества $U_1^*$ на $T$ в обратной функции $\tau_n(t)$ является обратным коэффициенту пропорциональности $K_{\text{п}} = U_m/T$ дискретного отображения множества $T$ на множество $U_1$ непрерывной функции $U_1 = f(t)$, устанавливаемому в неизвестной $U_1 = f(t)$ с помощью известного опорного периодического напряжения $U_{\text{п}}(t) = K_{\text{п}} \sum_{n=0}^{\infty}(t - nT)$ путем их совместного решения (сравнения, измерения), $|U_1(t) — U_{\text{п}}(t)| = 0$, осуществляемому с помощью компаратора.

Запишем обратную функцию разрешенной относительно переменной напряжения:

$$U_2(t) = U_0 \sum_{n=0}^{\infty}[1(t - nT) - 1(t - \tau_n - nT)] =$$

$$= U_0 \sum_{n=0}^{\infty}[1(t - nT) - 1(t - K_\tau U_1(\tau_n) - nT)]. \qquad (1)$$

Поскольку на каждом интервале квантования $T$ входной непрерывный сигнал $U_1(t)$ линейно отражается одним дискретным значением длительности импульса $\tau_n$, то это, с одной стороны, соответствует приближению (интерполированию) его на каждом $T$ константами (полиномами нулевого порядка)

$$U_1(t) \approx U_{1\Delta}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} U_1(\tau_n)\,\delta_\Delta(t-nT)\,T,$$

где $\delta_\Delta(t) = 1/T$ — единичный прямоугольный импульс длительностью $T$ и амплитудой $1/T$; $U_{1\Delta}(t)$ — ступенчатая функция, интерполирующая $U_1(t)$ в соответствии с родом модуляции. Как известно, по точности приближения ШИМ делятся на модуляторы 1—5 рода. Рассматриваемые ШИМ относятся к модуляторам второго рода.

С другой стороны, процесс дискретизации в ШИМ можно отразить с помощью δ-функции Дирака:

$$U_1^*(t) = U_{1\Delta}(t)\,T\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-nT) = T\sum_{n=0}^{\infty}U_1(\tau_n)\,\delta(t-nT).$$

Здесь $\delta_T(t) = T\sum_{n=0}^{\infty}\delta(t-nT)$ — последовательность единичных дельта-функций.

Тогда выходной сигнал $U_2(t)$ ШИМ можно представить в виде дискретной интегральной свертки

$$U_2(t) = T\sum_{n=0}^{\infty}U_1(\tau_n)\,K_ш(t-nT). \quad (2)$$

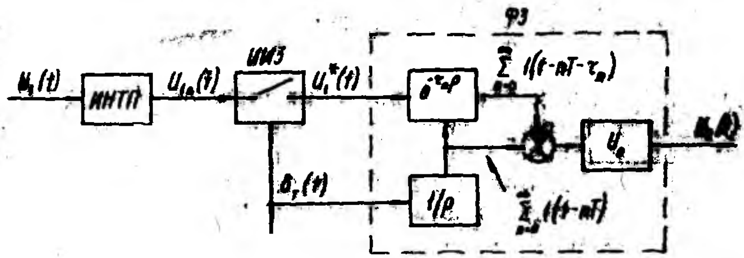



Рис. 2

На основании изложенного структурную схему ШИМ можно представить в виде последовательного соединения интерполирующего устройства (ИНТП), которое обычно не изображают, идеального импульсного звена ИИЗ (δ-ключа) и формирующего звена ФЗ (рис. 2).

Из равенства выражений (1), (2) следует, что весовая функция ФЗ ШИМ имеет вид

$$K_ш(t) = \frac{U_0}{TU(\tau_n)}\,[1(t) - 1(t-\tau_n)] = \frac{K_u}{\tau_n}\,[1(t) - 1(t-\tau_n)] =$$

$$= K_\tau\,\frac{U_0}{T\tau_n}\,[1(t) - 1(t-\tau_n)],$$

где $K_u = \frac{U_{2ср}}{U_1} = \frac{U_0}{U_m}$ — статический коэффициент преобразования по напряжению; $U_{2ср} = K_u U_1 = \frac{U_0}{U_m} U_1(\tau_n)$ — среднее значение $U_2(t)$; $K_u = K_\tau \frac{U_0}{T}$, $\frac{U_0}{T} = \mathrm{const}$ — масштабный коэффициент, устанавливающий отношение области значений обратной функции $U_2(t)$ к области значений обратной функции $\tau_n(t)$.

Чаще всего в качестве доказательства о принципиальной нелинейности широтно-импульсной модуляции применяют метод, заимствованный из работы [1], заключающийся в следующем. Пусть на входе модулятора действует сигнал $U_1 = U_{11} + U_{12}$. При действии сигнала $U_{11}$ длительность импульса на выходе $\tau_1$, при действии $U_{12}$ — длительность $\tau_2$. При суммарном сигнале $U_1$ длительность $\tau = \tau_1 + \tau_2$.

Соответствующие напряжения на выходе ШИМ

$$U_{21}(t) = U_0 \sum_{n=0}^{\infty} [1(t - nT) - 1(t - \tau_1 - nT)],$$

$$U_{22}(t) = U_0 \sum_{n=0}^{\infty} [1(t - nT) - 1(t - \tau_2 - nT)],$$

$$U_2(t) = U_0 \sum_{n=0}^{\infty} [1(t - nT) - 1(t - \tau - nT)].$$

И далее говорят, что, так как при суммировании $U_{21}(t) + U_{22}(t) \neq \neq U_2(t)$ амплитуда результирующего сигнала $U_2(t)$ не изменилась прямопропорционально входному, следовательно, принцип суперпозиции не выполняется и ШИМ является нелинейным звеном, независимо от характера функциональной зависимости $\tau_n$ от $U_1$; поэтому и системы с ШИМ в целом при линейной непрерывной части нелинейны.

Ошибочность такого утверждения состоит в неверном выполнении операции суммирования широтно-импульсных сигналов (ШИС). Так как ШИС $U_2(t)$ является обратной функцией по отношению к непрерывному входному сигналу $U_1(t)$, то все операции (в том числе и линейные) должны выполняться либо в классе обратных функций (т. е. в классе ШИС), либо в классе прямых функций после выполнения предварительного преобразования широтно-импульсного сигнала в сигнал с амплитудным информационным параметром. Правила выполнения математических операций с широтно-импульсными сигналами изложены, например, в [2]. Таким образом, неправильно выполняемая операция над ШИС не может быть доказательством о неприменимости принципа суперпозиции в ШИМ и его принципиальной нелинейности. Как следует из математической модели, структурная схема рассматриваемого

ШИМ включает линейные операторы, поэтому такие ШИМ — линейные импульсные устройства [3].

Итак, если отображение $U_1=f(t)$, $U_1 \in U_m$ на каждом $T \in t$ не является инъективным, то обратной функции не существует, поскольку одному и тому же $U_1 \in U_m$ могут соответствовать различные значения $t$. Условием однозначности обратной функции служит монотонность исходной функции на каждом $T$. Значит, всякая непрерывная функция $U_1(t)$, имеющая область значений $E(f) \leqslant U_m$ и удовлетворяющая условиям Дирихле при выбранных интервалах $T$, имеет обратную функцию $U_2(t)$, т. е. может преобразовываться с помощью ШИМ в обратную дискретную функцию — широтно-импульсный сигнал.

**Список литературы:** 1. *Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н.* Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. К., 1970. 340 с. 2. *Карпов Р. Г., Карпов Н. Р.* Преобразование и математическая обработка широтно-импульсных сигналов. Л., 1977. 165 с. 3. *Перепелкин С. Р., Попов Н. Р.* К вопросу о линейности широтно-импульсных модуляторов и систем с ШИМ// Локальные автоматизированные системы автоматики. К., 1983. С. 54—59.

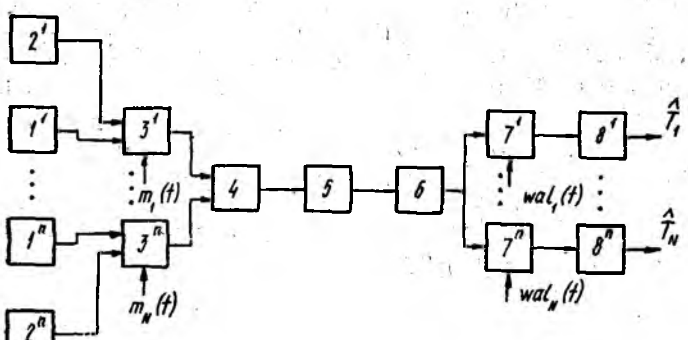
*Поступила в редколлегию 15.02.89*

УДК 621.391

*В. И. АНТЮФЕЕВ*, канд. техн. наук, В. Н. БЫКОВ, канд. техн. наук, *Ю. В. ОВСЯННИКОВ, А. С. СУЛТАНОВ*, канд. техн. наук

## ОЦЕНКА РЕАЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МНОГОКАНАЛЬНОГО РАДИОМЕТРА

Многоканальные матричные радиометры находят применение в системах, предназначенных для формирования радиометрических изображений. Для обеспечения требуемой высокой степени иден-




тичности коэффициентов передачи отдельных каналов такие радиометры могут строиться по схеме с линейным уплотнением сигналов. Это позволяет использовать общий для всех сигналов канал