

ПОЛЕ СФОКУСИРОВАННОЙ В ЗОНУ ФРЕНЕЛЯ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ СО СЛУЧАЙНЫМИ ОШИБКАМИ ВОЗБУЖДЕНИЯ И МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ

1. Исходные соотношения

При фокусировке в зону Френеля в раскрыве антенны создается фазовое распределение, позволяющее на данном расстоянии и в данном направлении компенсировать квадратичные фазовые искажения, возникающие из-за того, что точка наблюдения находится не в дальней зоне. Комплексная амплитуда поля сфокусированной линейной эквидистантной антенной решеткой (АР), состоящей из M изотропных излучателей, имеющих случайные фазовые ошибки при возбуждении и местоположении элементов, определяется выражением:

$$E_{сф}(\psi_{сф}, \chi_{сф}) = \frac{1}{R} \sum_{m=1}^M A_m e^{j(\varphi_m + \psi_{сф} x_m - \chi_{сф} x_m^2)} = \frac{1}{R} f_{сф}(\psi_{сф}, \chi_{сф}), \quad (1)$$

где A_m и φ_m – амплитуда и фаза тока в m -м излучателе; $x_m = 2 z_m / L$ – относительная координата m -го излучателя; L – длина решетки; $\psi_{сф} = \frac{\pi L}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_\phi)$ – обобщенный угол;

$\chi_{сф} = \frac{\pi L^2}{4\lambda} \left(\frac{\cos^2 \theta}{R} - \frac{\cos^2 \theta_\phi}{R_\phi} \right) = \frac{\pi}{8} \left(\frac{\cos^2 \theta}{R_n} - \frac{\cos^2 \theta_\phi}{R_{\phi n}} \right)$ – параметр фокусировки; $R_{\phi n}$ – нормиро-

ванное фокусное расстояние $R_{\phi n} = \frac{R_\phi}{2L^2/\lambda} = \frac{\pi}{8\chi_\phi}$; R_n – нормированное расстояние до точки наблю-

дения; R_ϕ – расстояние до точки фокусировки; $f(\psi_{сф}, \chi_{сф})$ – комплексный множитель линейной сфокусированной в зоне Френеля АР.

Все дальнейшие выкладки ведутся с предположением, что случайные, независимые между собой величины φ_m и x_m подчиняются нормальным законам распределения со средними значениями

$\overline{\varphi_m} = \varphi_{0m} = 0$, $\overline{x_m} = 2 \overline{z_m} / L$ и постоянными дисперсиями $\sigma_{\varphi m}^2 = (\overline{\varphi_m} - \varphi_m)^2 = \alpha$,

$\sigma_{x m}^2 = (\overline{x_m} - x_m)^2 = (\Delta x_m)^2 = \sigma_x^2 = \sigma^2$; коэффициент корреляции фазовых ошибок $r_{\varphi mn}$ зависит только от разности координат излучателей ($x_m - x_n$). Примем $r_{\varphi mn}$ в гауссовой форме:

$$r_{\varphi mn} = e^{-\frac{(x_m - x_n)^2}{c^2}},$$

где $c = 2\rho/L$ – относительный радиус корреляции; ρ – радиус корреляции фазовых ошибок; случайные величины Δx_m (или x_m) распределены вдоль линии решетки.

Общее выражение для расчета средней интенсивности поля можно получить, усредняя квадрат (1), используя метод характеристических функций [1]. Запишем окончательно:

$$\begin{aligned} \overline{P(\psi_{сф}, \chi_{сф})} &= \frac{1}{R^2} e^{-\alpha} \left\{ \sum_m \sum_n A_m A_n V_{mn} \langle \Psi_{сф}, [X_{сф}] ; \langle \overline{X}, [\sigma] \rangle \rangle \times \right. \\ &\times e^{j[\psi_{сф}(\overline{x_m} - \overline{x_n}) - \chi_{сф}(\overline{x_m}^2 - \overline{x_n}^2)]} + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\alpha^l}{l!} \sum_m \sum_n A_m A_n V_{mn} \langle \Psi_{сф}, [X_{сф}] ; [C] \langle \overline{X}, [\sigma] \rangle \rangle \times \\ &\left. \times e^{-\frac{(\overline{x_m} - \overline{x_n})^2}{c^2}} e^{j[\psi_{сф}(\overline{x_m} - \overline{x_n}) - \chi_{сф}(\overline{x_m}^2 - \overline{x_n}^2)]} \right\}, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{где } V_{mn}(\langle \Psi_{c\phi}, [X_{c\phi}]; [C] \langle \bar{X}, [\sigma] \rangle = \\ = \frac{e^{-\frac{1}{2}(\langle \Psi_{c\phi} + 2j \langle \bar{X} ([C] + j[X_{c\phi}]) \rangle ([I] + 2[\sigma] ([C] + j[X_{c\phi}]))^{-1} [\sigma] (\Psi_{c\phi}) + 2j ([C] + j[X_{c\phi}]) \bar{X} \rangle)}}{\det^{1/2}([I] + 2[\sigma]([C] + j[X]))} ;$$

$$V_{mn}(\langle \Psi_{c\phi}, [X_{c\phi}]; \bar{X}, [\sigma] \rangle = V_{mn}(\langle \Psi_{c\phi}, [X_{c\phi}]; [C] \langle \bar{X}, [\sigma] \rangle |_{[C]=0} = \\ = \frac{e^{-\frac{1}{2}(\langle \Psi_{c\phi} + 2j \langle \bar{X} [X_{c\phi}] \rangle ([I] + 2j[\sigma] [X_{c\phi}])^{-1} [\sigma] (\Psi_{c\phi}) + 2j [X_{c\phi}] \bar{X} \rangle)}}{\det^{1/2}([I] + 2j[\sigma] [X])} ;$$

$\langle X = [x_m, x_n] \rangle, \langle \bar{X} = [\bar{x}_m, \bar{x}_n] \rangle$ – матрицы-строки; $[I]$ – единичная матрица;

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xmn}^2 \\ \sigma_{xnm}^2 & \sigma_x^2 \end{bmatrix} \text{ – корреляционная матрица; } \sigma_{xmn}^2 = \sigma_{xnm}^2 = \sigma_x^2 r_{xmn}; r_{xmn} \text{ – коэффициент}$$

корреляции ошибок размещения элементов; $X \rangle = \begin{bmatrix} x_m \\ x_n \end{bmatrix}, \bar{X} \rangle = \begin{bmatrix} \bar{x}_m \\ \bar{x}_n \end{bmatrix}$ – матрицы столбцы;

$$\langle \Psi_{c\phi} = [\psi_c, \dots, \psi_{c\phi}] \rangle, [X_{c\phi}] = \begin{bmatrix} \chi_{c\phi} & 0 \\ 0 & \chi_{c\phi} \end{bmatrix}, [C] = \frac{1}{c^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Прежде, чем приступить к анализу выражения (2), сделаем замечание о механизмах появления ошибок местоположения элементов.

Можно выделить два принципиально различных типа таких механизмов.

1. Одним из способов борьбы с дифракционными максимумами в разреженных АР является разрушение (или частичное разрушение) эквидистантности расположения элементов. Поэтому при разработке крупноапертурных разреженных решеток имеет смысл еще на этапе эскизного проектирования предусмотреть сдвигку элементов случайным образом для того, чтобы подавить дифракционные максимумы и расширить диапазон рабочих частот. При построении такой АР расположение элементов уже будет известно заранее. Назовем подобные случайные ошибки местоположения "контролируемыми". Средне-квадратичное отклонение таких ошибок может быть довольно большим (по-видимому, порядка 1-2 периодов решетки).

2. Случайные ошибки местоположения могут возникать уже при построении и эксплуатации АР. Они обусловлены неточностью установки элементов, деформациями решетки и т.п. Это "неконтролируемые" ошибки. Их дисперсии обычно малы.

При анализе характеристик поля несфокусированных АР безразлично какой из названных механизмов возникновения случайных ошибок имеет место. Для сфокусированных решеток в первом случае исходное выражение полностью совпадает с (1). Причем, поле в точке фокуса всегда будет аналогичным полю АР без ошибок местоположения. Формально выражение (1) совпадает с выражением для несфокусированной линейной АР. Поэтому при статистическом анализе сфокусированных АР с "контролируемыми" ошибками местоположения элементов можно использовать все основные соотношения для средних, флуктуационных и корреляционных характеристик поля, полученные для несфокусированной решетки.

Во втором случае фокусировка производится из расчета невозмущенной АР (т.е. в отсутствие ошибок местоположения: $x_m = \bar{x}_m$). Причем, исходное выражение для определения поля АР с учетом фазовых ошибок и ошибок местоположения элементов имеет вид:

$$E_{c\phi}(\psi_{c\phi}, \chi_{c\phi}) = \frac{1}{R M} \sum_{m=1}^M e^{j(\varphi_m + \psi_{c\phi} \bar{x}_m - \chi_{c\phi} \bar{x}_m^2 + \Delta x_m (\psi - 2\chi \bar{x}_m) - \chi (\Delta x_m)^2)} \quad (3)$$

и поле в точке фокуса уже зависит от параметров ошибок местоположения. Структура (3) также аналогична структуре (1). Однако экспонента в (1) зависит только от двух параметров – $\psi_{сф}$ и $\chi_{сф}$, а в (3) – от четырех: $\psi_{сф}$, $\chi_{сф}$, ψ и χ . Данное обстоятельство, безусловно, усложняет расчеты и увеличивает их объем. Но несмотря на это, исследования, приведенные в статье, основывались на выражении (3) в предположении, что решетка фазуруется в направлении нормали $\psi_{сф} = \psi$ и амплитудное возбуждение ее элементов постоянно ($A_m=1/M$).

2. Распределение средней интенсивности поля

Анализ распределения средней интенсивности поля будем проводить для АР, имеющей некоррелированные ошибки возбуждения и местоположения элементов ($\epsilon = \epsilon_x = 0$). Выражение (2) для средней интенсивности поля сфокусированной АР примет вид:

$$\overline{P_{сф}}(\psi, \chi, \psi_{сф}, \chi_{сф}) = \frac{1}{R^2} \left\{ \frac{1}{M} - \frac{e^{-\alpha}}{M^2} \sum_{m=1}^M U_m(\psi, \chi; \bar{x}_m, \sigma)^2 + \frac{e^{-\alpha}}{M^2} \left| \sum_{m=1}^M U_m(\psi, \chi; \bar{x}_m, \sigma) e^{j(\psi_{сф} \bar{x}_m - \chi_{сф} \bar{x}_m^2)} \right| \right\}, \quad (4)$$

где

$$U_m(\psi, \chi; \bar{x}_m, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2j\chi\sigma}} \exp \left(\frac{\sigma^2(\psi - 2\chi\bar{x}_m)^2}{2(M-1)^2 \left(1 + \frac{j2\chi\sigma^2}{M-1} \right)} \right) \quad (5)$$

Смысл всех величин в этой формуле ясен.

Результаты расчета $\overline{P_{сф}}$ при $M=25$ представлены на рис. 1-3.

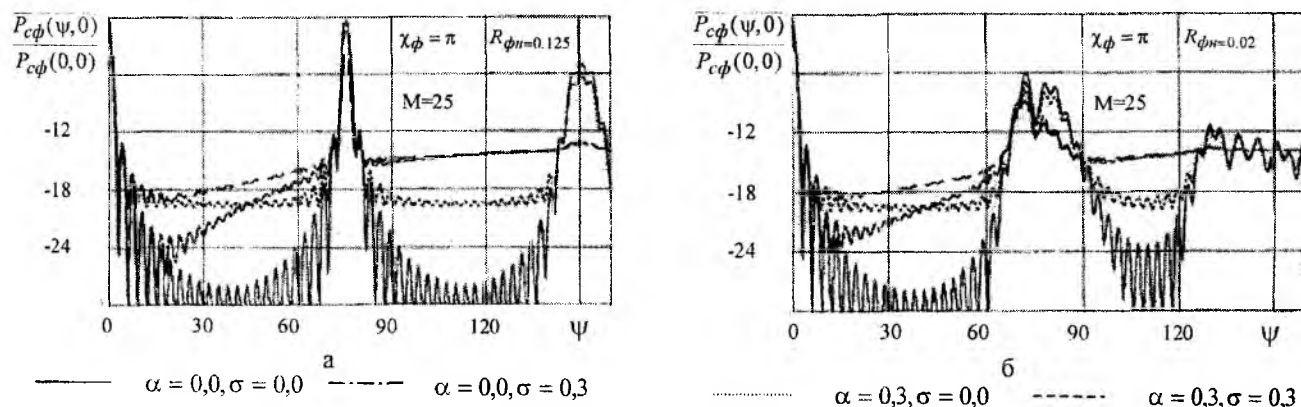


Рис. 1

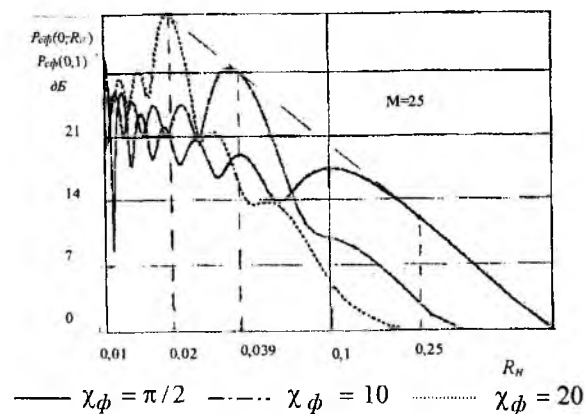


Рис. 2

Рис. 2

На рис. 1 показаны поперечные распределения средней интенсивности поля на расстоянии, равном фокусному, для двух значений $R_{\phi n}$, соответствующих ближней («глубокой») ($R_{\phi n}=0,02$) и дальней ($R_{\phi n}=0,125$) фокусировкам.

На рис. 2 представлены продольные распределения интенсивности при различных $R_{\phi n}$ для АР без ошибок.

«Объемные» графики на рис. 3 особенно наглядно показывают пространственные распределения поля сфокусированной АР без ошибок (рис. 3, а) и с ошибками местоположения (рис. 3, б) при фокусном расстоянии $R_{\phi n}=0,033$.

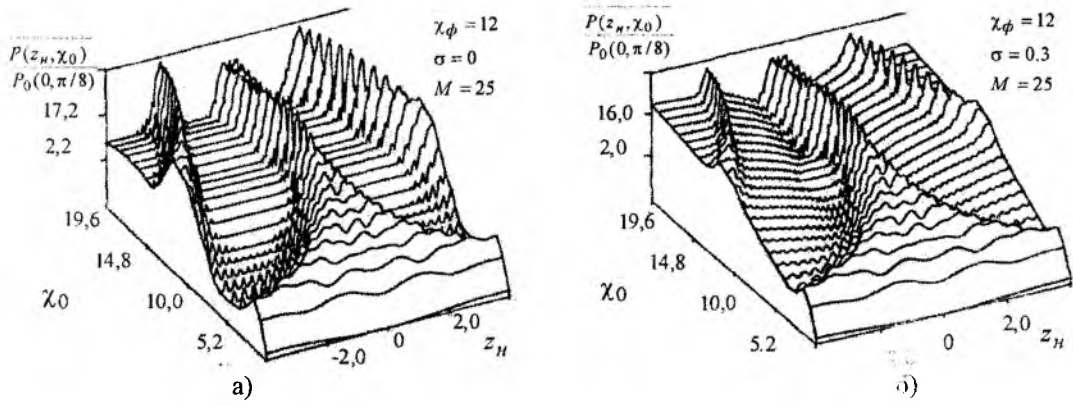


Рис. 3

Полученные зависимости позволяют сделать следующие выводы.

1. Распределение поля на фокальной сфере сфокусированной АР без случайных ошибок отличается от поперечного распределения поля несфокусированной АР в дальней зоне. Это происходит потому, что фазовый множитель χ_ϕ позволяет точно компенсировать квадратичные фазовые искажения только в точке фокуса. Увеличение $|\psi|$ при постоянном $\chi_0 = \chi_\phi$ ($R_n = R_{\phi n}$) вызывает увеличение и $\chi_{сф}$. Соотношение, связывающее ψ и $\chi_{сф}$ при произвольном χ_0 , можно легко получить из (2):

$$\chi_{сф} = \chi_0 - \chi_\phi - \frac{\chi_0 \psi^2}{(\pi L / \lambda)^2} = \chi_0 - \chi_\phi - \Delta\chi. \quad (6)$$

Если точка наблюдения движется по фокальной сфере, то $\chi_0 = \chi_\phi$ и (6) запишется:

$$\chi_{сф} = -\Delta\chi = -\frac{\chi_0 \psi^2}{(\pi L / \lambda)^2}. \quad (7)$$

Выражение (7) позволяет оценить сектор углов, в пределах которого распределение поля сфокусированной АР на фокальной сфере и несфокусированной решетки в дальней зоне практически идентичны ($|\Delta\chi|$ в этом секторе должно быть меньше $\pi/8$):

$$|\psi| < \frac{\pi L}{\lambda} \sqrt{\frac{\pi}{8 \chi_\phi}} = \frac{\pi L}{\lambda} \sqrt{R_{\phi n}}. \quad (8)$$

Из (8) видно, что чем "глубже" фокусировка, тем сектор углов меньше. Поэтому, заменив в (8) $R_{\phi n}$ на нормированное расстояние, соответствующее ближней границе зоны Френеля ($\frac{1}{4} \left(\frac{\lambda}{L}\right)^{2/3} \leq R_n \leq 1$) [2], получим соотношение, определяющее максимальный сектор углов $|\Delta\psi_{\max}|$, в котором можно пренебречь влиянием квадратичных фазовых искажений на распределение интенсивности поля вдоль фокальной сферы даже при изменении $R_{\phi n}$ в пределах всей зоны Френеля:

$$|\Delta\psi_{\max}| < \frac{\pi}{2} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^{2/3}. \quad (9)$$

Так, например, для решетки, распределение поля которой показано на рис. 3 ($L/\lambda=48$), $|\Delta\psi_{\max}|$ должно быть меньше 20,7.

Некомпенсированные фазовые искажения при $\chi_0 = \chi_\phi$ приводят к разрушению дифракционных максимумов и увеличению уровня дальних боковых лепестков. Очевидно, что дифракционный максимум (ДМ), направление которого совпадает с направлением оси решетки ($\psi_{zp} = \pi L / \lambda$), наиболее сильно разрушается (в данном направлении $\Delta\chi = -\chi_\phi$ (7)).

2. "Объемные" графики рис.3 показывают, что дифракционные максимумы появляются на расстояниях $R_n^{(n)}_{\text{дм}}$ (здесь n – номер ДМ), меньших $R_{\phi n}$. Большим номерам дифракционных максимумов

соответствуют меньшие нормированные расстояния (на рис.3 изображен только 1-й ДМ, и хорошо видно, что $R_n^{(1)}_{\text{дм}} < R_{\text{фн}}$). Зная, как определяются обобщенные углы $\psi_{\text{дм}}^{(n)}$, соответствующие направлениям дифракционных максимумов, расстояния $R_n^{(n)}_{\text{дм}}$ можно оценить, используя (6):

$$\chi_{0 \text{ дм}}^{(n)} = \frac{\chi \phi}{1 - \left(\frac{\lambda}{d} n\right)^2}; R_n^{(n)}_{\text{дм}} = R_{\text{фн}} \left[1 - \left(\frac{\lambda}{d} n\right)^2 \right]. \quad (10)$$

Так, для $R_{\text{фн}}=0,033$, $d/\lambda=2$, $R_n^{(1)}_{\text{дм}}=0,025$ ($\chi_{0 \text{ дм}}=16$), а второй ДМ. направление которого совпадает с направлением оси решетки, разрушен во всей зоне Френеля.

3. При рассмотрении рис. 2 видно, что максимум интенсивности поля расположен не в фокусе, а на некотором расстоянии $R_{\text{мн}}$, меньшем, чем $R_{\text{фн}}$. Это характерная особенность сфокусированных систем. Дело в том, что при уменьшении расстояния до точки наблюдения изменение интенсивности поля вызывают два противоположных фактора. С одной стороны, уменьшение интенсивности поля обусловлено квадратичными фазовыми искажениями. С другой стороны, известно, что в отсутствие фазовых искажений интенсивность поля увеличивается при уменьшении расстояния. Вблизи точки фокуса второй фактор оказывает большее влияние, чем первый. С увеличением "глубины" фокусировки максимум интенсивности "перемещается" в фокус.

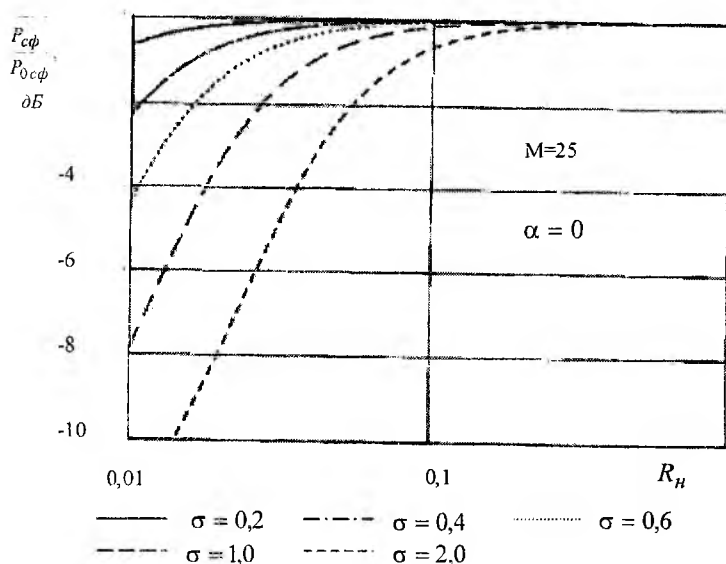


Рис. 4

4. Действие случайных ошибок на среднюю интенсивность поля сфокусированных и несфокусированных систем во многом сходно. Например, в поперечных сечениях ошибки местоположения оказывают большее влияние при больших ψ , а влияние фазовых ошибок в области боковых лепестков практически не зависит от угла наблюдения. Однако в отличие от дальней зоны, некоррелированные ошибки местоположения оказывают влияние на

$\bar{P}_{\text{сф}}$ и в точке фокуса (аналог

$\bar{P}_{\text{сф}}(0, \chi_{\text{сф}})$ для дальней зоны это

$\bar{P}(0, 0)$). Рис. 4 показывает, что влияние ошибок местоположения на

$\bar{P}_{\text{сф}}(0, 0)$ может быть значительно (при $R_{\text{фн}}=0,02$ и $\sigma=2$ уменьшение средней интенсивности составляет 8 дБ). При малых ошибках местоположения элементов ($\sigma < 0,2$) значение средней интенсивности поля в фокусе практически не отличается от средней интенсивности поля в той же точке сфо-

кусированной АР без ошибок местоположения (так, для $R_{\text{фн}}=0,02$ и $\sigma=2$ $\bar{P}_{\text{сф}}(0, 0)$ отличается от

$\bar{P}_{\text{сф}}(0, 0)_{\sigma=0}$ не больше, чем на 0,2 дБ).

3. Флуктуации интенсивности поля

Анализ данных характеристик будем проводить при тех же допущениях, что и средних характеристик. При этом дисперсия интенсивности поля описывается следующим выражением:

$$\begin{aligned}
\sigma_P(\psi_{сф}, \chi_{сф}) &= \overline{P^2(\psi_{сф}, \chi_{сф})} - \left[\overline{P(\psi_{сф}, \chi_{сф})} \right]^2 = \\
&= \overline{f(\psi_{сф}, \chi_{сф})^4} - \left(\overline{f(\psi_{сф}, \chi_{сф})^2} \right)^2 = \\
&= \frac{1}{M^4} \left[\overline{\left| \sum_m^M b_m \right|^4} - \left(\overline{\left| \sum_m^M b_m \right|^2} \right)^2 \right] = \frac{1}{M^4} \left[\overline{\left| \sum_m^{M-} b_m + \sum_m^{M-} b_m \right|^4} - \left(\overline{\left| \sum_m^{M-} b_m + \sum_m^{M-} b_m \right|^2} \right)^2 \right] = \\
&= \frac{1}{M^4} \left[\overline{\left| \sum_m^{M-} b_m \right|^4} - \left(\overline{\left| \sum_m^{M-} b_m \right|^2} \right)^2 \right] + \\
&+ 2 \left[\overline{\left| \sum_m^{M-} b_m \right|^2 \left(\sum_m^{M-} b_m^* \sum_m^{M-} b_m + \sum_m^{M-} b_m^* \right)} - \left(\overline{\sum_m^{M-} b_m^* \sum_m^{M-} b_m + \sum_m^{M-} b_m \sum_m^{M-} b_m^*} \right)^2 \right]
\end{aligned} \tag{11}$$

где $b_m = b_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) = e^{j[\varphi_m + \psi_{сф} \bar{x}_m - \chi_{сф} \bar{x}_m^2 + \Delta x_m (\psi_{сф} - 2\chi_{сф} \bar{x}_m) - \Delta x_m^2 \chi_{сф}]}$;

$$\bar{b}_m = \bar{b}_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) = e^{-\alpha/2} e^{j(\psi_{сф} \bar{x}_m - \chi_{сф} \bar{x}_m^2)} \int_{-\infty}^{\infty} w(\tilde{x}) e^{j[\tilde{x}(\psi_{сф} - 2\chi_{сф} \bar{x}_m) - \chi_{сф} \tilde{x}^2]} d\tilde{x}; \tag{12}$$

$\tilde{x}_m = \Delta x_m = x_m - \bar{x}_m$, $\tilde{b}_m = b_m - \bar{b}_m$ – центрированные случайные величины; $w(x)$ – функция плотности вероятности.

Вычисление интеграла, входящего в (12) приводит к комплексной величине. Это затрудняет дальнейшие преобразования. Однако, (12) можно упростить, если пренебречь квадратичным членом в показателе подынтегральной экспоненты. Это возможно при выполнении неравенства $\chi_{\text{макс}}(\Delta x_{\text{макс}})^2 < \pi/8$. Или учитывая то, что $\chi_{\text{макс}}$ определяется следующим соотношением

$$\chi_{\text{макс}} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2, \text{ запишем окончательное условие:}$$

$$\Delta x_{\text{макс}} < \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{L} \right)^{1/3} \text{ или } \sigma_{\text{макс}} < \frac{M-1}{2} \left(\frac{\lambda}{L} \right)^{1/3} \tag{13}$$

Неравенства (13) показывают, что квадратичным членом в (12) можно пренебречь практически для любых ошибок местоположения во всей зоне Френеля. Следовательно, (12) можно упростить [3]:

$$\begin{aligned}
\bar{b}_m &= e^{-\alpha/2} e^{j(\psi_{сф} \bar{x}_m - \chi_{сф} \bar{x}_m^2)} \int_{-\infty}^{\infty} w(\tilde{x}) e^{j\tilde{x}(\psi_{сф} - 2\chi_{сф} \bar{x}_m)} d\tilde{x} = \\
&= e^{-\alpha/2} E_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) U_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}; \sigma, \bar{x}_m),
\end{aligned} \tag{14}$$

где
$$E_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) = e^{j \left[\psi_{сф} \frac{2}{M-1} \left(m - \frac{M+1}{2} \right) - \chi_{сф} \left(\frac{2}{M-1} \left(m - \frac{M+1}{2} \right) \right)^2 \right]}, \tag{15}$$

а $U_m(\psi, \chi; \sigma, \bar{x}_m)$ определяется соотношением (5).

С учетом выражений (14), (15) и (5) выражение (12) для определения дисперсии интенсивности поля преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
 M^4 \sigma_P^2(\psi_{сф}, \chi_{сф}) = & M^2 - M + e^{-2\alpha} \sum_m^M \left\{ 2U_m^2(\psi_{сф}, \chi_{сф}) [2 - M - 3e^{-\alpha} U_m^2(\psi_{сф}, \chi_{сф}) + \right. \\
 & + 2e^{-2\alpha} U_m^2(2\psi_{сф}, 2\chi_{сф})] - e^{-3\alpha} U_m^2(2\psi_{сф}, 2\chi_{сф}) \left. \right\} + e^{-2\alpha} \left\{ \left(\sum_m^M U_m^2(2\psi_{сф}, 2\chi_{сф}) \right)^2 + \right. \\
 & + \left. \sum_m^M [e^{-\alpha} U_m(2\psi_{сф}, 2\chi_{сф}) - U_m^2(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_m^2(\psi_{сф}, \chi_{сф})] \right\} + \\
 & + 2e^{-\alpha} \left[\sum_m^M U_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \sum_m^M U_m^3(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_m^*(\psi_{сф}, \chi_{сф}) + \right. \\
 & + \left. \sum_m^M U_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_m^*(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \sum_m^M U_m^3(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \right] - \\
 & - e^{-2\alpha} \left[\sum_m^M \sum_l^M U_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) U_l(\psi_{сф}, \chi_{сф}) U_l(2\psi_{сф}, 2\chi_{сф}) E_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_l^2(\psi_{сф}, \chi_{сф}) + \right. \\
 & + \left. e^{-2\alpha} \sum_m^M \sum_l^M U_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) U_l(\psi_{сф}, \chi_{сф}) U_l(2\psi_{сф}, 2\chi_{сф}) E_m^*(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_l(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \right] + \\
 & + \left[\sum_m^M U_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \right]^2 \left[M - 2 - e^{-\alpha} \sum_m^M U_m^2(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \right] + \\
 & + e^{-2\alpha} \left\{ \sum_m^M [e^{-\alpha} U_m(2\psi_{сф}, 2\chi_{сф}) - U_m^2(\psi_{сф}, \chi_{сф})] E_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \times \right. \\
 & \times \left(\sum_m^M U_m^2(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \right)^*{}^2 + \sum_m^M [e^{-\alpha} U_m(2\psi_{сф}, 2\chi_{сф}) - \\
 & - U_m^2(\psi_{сф}, \chi_{сф})] E_m^*(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \left. \left(\sum_m^M U_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) E_m(\psi_{сф}, \chi_{сф}) \right)^2 \right\} \quad (16)
 \end{aligned}$$

Результаты расчета по (16) представлены на рис. 5, 6.

Рис. 5 построен для изучения влияния ошибок местоположения на интенсивность поля сфокусированной АР в направлении дифракционных максимумов. На указанных рисунках показаны зависимости относительного СКО интенсивности поля АР ($M=25$) от σ ошибок местоположения для двух ДМ при различных фокусных расстояниях: $R_{фн}=\infty; 0,25; 0,125; 0,06; 0,02$ (следует заметить, что $R_{фн}=\infty$ соответствует несфокусированной АР). Рис. 5, а, б отображают зависимости σ_P / P при нормальном законе распределения ошибок местоположения, а рис. 5, в, г – при равномерном. В последнем случае под σ понимается величина полуинтервала Δ области значений случайной величины, деленного на полупериод АР, т.е. $\sigma=2\Delta/d$. Рисунки показывают, что уменьшение фокусного расстояния от ∞ до 0,02 при ошибках местоположения, распределенных по нормальному закону с $\sigma=0,2$, вызывает увеличение относительного СКО интенсивности в 1-м ДМ с -9,7 дБ до -2,5 дБ, а во втором – с -3,7 дБ примерно до -0,2 дБ, т.е. при "глубокой" фокусировке 2-й ДМ уже фактически разрушен при $\sigma=0,2$. Ошибки местоположения, распределенные по равномерному закону с тем же σ , оказывают немного меньшее влияние на флуктуации интенсивности по сравнению с ошибками, распределенными по нормальному закону: относительный СКО в 1-м ДМ при $R_{фн} \rightarrow \infty$ меньше -10 дБ, а при уменьше-

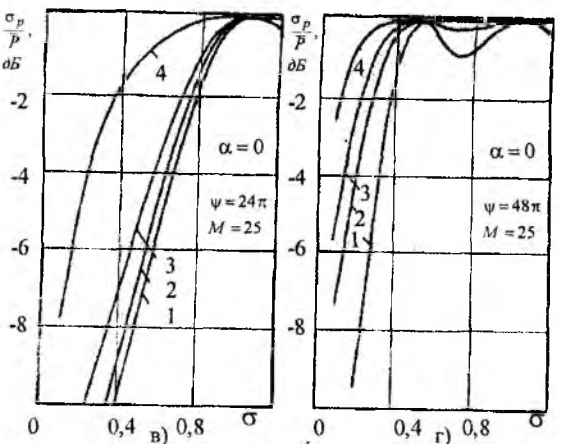
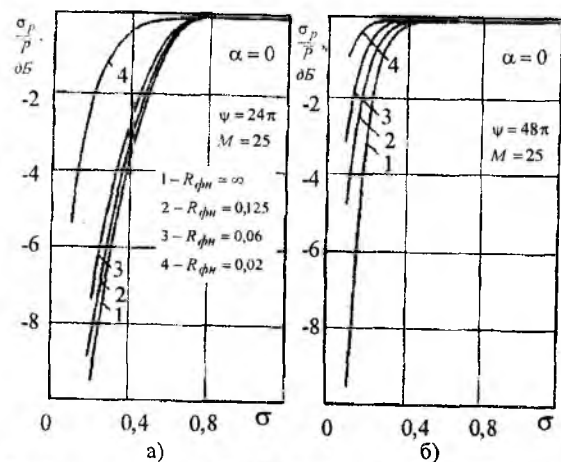


Рис. 5

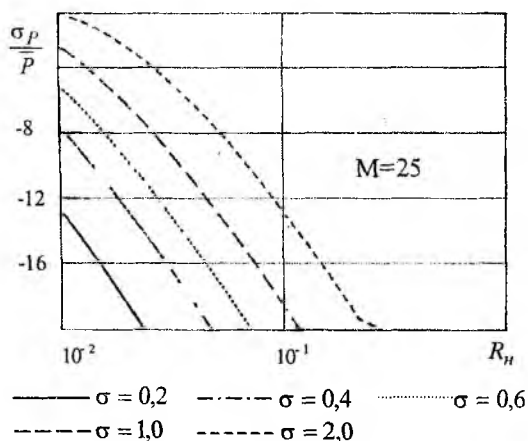


Рис. 6

нии R_n до 0,02 его значение увеличивается до -4,8 дБ; во 2-м ДМ такое же уменьшение фокусного расстояния вызывает увеличение σ_p/P с -9,6 дБ до -0,7 дБ.

Как уже отмечалось в предыдущем пункте, при фокусировке АР "неконтролируемые" ошибки местоположения приводят к тому, что интенсивность поля в фокусе начинает флуктуировать. Среднее значение интенсивности в этой точке уменьшается при увеличении глубины фокусировки (рис.4). Чтобы понять, как изменяется относительное СКО интенсивности в зависимости от фокусного расстояния, построен рис.6. Он показывает, что флуктуации интенсивности поля в фокусе при больших ошибках местоположения весьма малы даже при изменении фокусного расстояния в пределах всей зоны Френеля. Например, при фокусировке АР с $M=25$, $L/\lambda=48$ (рис.6) на расстоянии $R_{\phi_n}=0,02$ (это расстояние примерно соответствует ближней границе зоны Френеля для данной решетки) ошибки местоположения с СКО $\sigma=0,6$ приводят к тому, что отношение σ_p/P становится равным примерно -9,8 дБ, а уменьшение σ до 0,2 приводит к уменьшению относительного СКО интенсивности поля до -18 дБ. При увеличении количества элементов в решетке M влияние случайных ошибок на флуктуации интенсивности поля уменьшается.

В заключение, основываясь на проведенных исследованиях, сделаем следующий важный вывод.

При небольших дисперсиях ($\sigma < 0,4$) влияние "контролируемых" и "неконтролируемых" случайных ошибок местоположения на интенсивность решеток с M , не меньшим 25, практически одинаково. Это значит, что при таких ошибках расчеты характеристик сфокусированных АР можно производить, используя более простое выражение (1).

Список литературы: 1. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн.-М.: Сов. радио, 1970.-384с. 2. Сканирующие антенные системы СВЧ; Под ред. Хансена Р.-М.: Сов. радио,1966.-536с. 3. Галеев Э.Г. Статистические соотношения для ДН неэвклидистантных ФАР // Антенны.-М.: Радио и связь, 1988.-Вып.35.-С.3-14.