

**РЕКУРРЕНТНАЯ ПРОЦЕДУРА НАХОЖДЕНИЯ СТАТИСТИКИ
ФОТООТСЧЕТОВ АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННОГО
ГАУССОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ЛОРЕНЦЕВЫМ
СПЕКТРАЛЬНЫМ КОНТУРОМ**

Известные методы нахождения статистических характеристик фотоотсчетов гауссового оптического излучения с лоренцевым спектральным контуром линии относятся к случаю неизменной с течением времени средней интенсивности потока фотонов. Если оптическое излучение подвергнуто временной модуляции (сканирование), вероятность $P(m)$ зарегистрировать m фотоотсчетов за интервал наблюдения T будет отличаться от найденной, отражая тем самым закон модуляции $\varepsilon(t)$ [1]. Вероятность отсчетов записываем в виде

$$P(m) = -\frac{1}{2\pi i} \oint \frac{d\lambda}{(1-\lambda)^{m+1}} Q(\lambda), \quad (1)$$

где $Q(\lambda)$ — производящая функция фотоотсчетов,

$$Q(\lambda) = \left\langle \exp \left\{ -\lambda \int_0^T dt \varepsilon(t) |\alpha(t)|^2 \right\} \right\rangle, \quad (2)$$

$\langle \dots \rangle$ означает среднее по континууму случайного процесса $\alpha(t)$ -комплексной амплитуды гауссова оптического излучения в интервале $(0, T)$. Пусть $\alpha(t)$ — нормальный марковский процесс [2] с интенсивностью $\langle |\alpha(t)|^2 \rangle = \sigma_\alpha$. Согласно работе [3]

$$Q(\lambda) = \int d^2\alpha_0 \omega(\alpha_0) \int d^2\alpha \Psi(\alpha, t; \alpha_0, 0) |_{t=T}. \quad (3)$$

Здесь равновесная плотность $\omega(\alpha_0) = (\pi\sigma_\alpha)^{-1} \exp(-|\alpha_0|^2/\sigma_\alpha)$, а введенная Ψ — функция является решением уравнения (ν — ширина контура линии излучения)

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\nu \alpha \Psi) + 2\nu\sigma_\alpha \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha \partial \alpha^*} - \lambda \varepsilon(t) |\alpha|^2 \Psi \quad (4)$$

с начальным условием $\Psi(\alpha, 0; \alpha_0, 0) = \delta^{(2)}(\alpha - \alpha_0)$. Найти его аналитическое решение для произвольной функции $\varepsilon(t)$ невозможно. Чтобы получить количественные характеристики $P(x)$, рассмотрим приближенные определения математического ожидания (2). Заменим $\varepsilon(t)$ кусочно-ломаной функцией $E(t)$ такой, что $E(t_l) = \varepsilon(t_l)$, где $l = 1, \dots, L$, и $t_L = T$. Для достаточно большого числа L разбиений

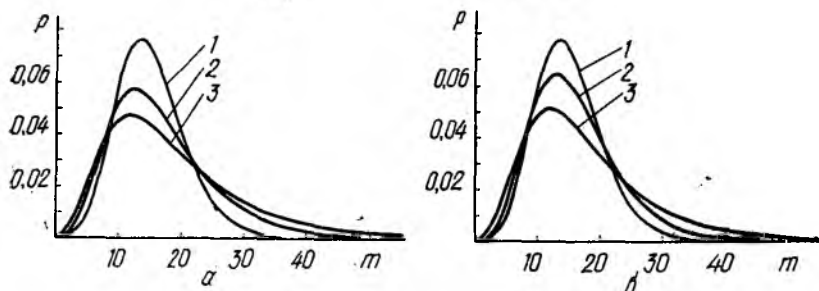
$$Q(\lambda) \simeq Q_L(\lambda) = \left\langle \exp \left\{ -\lambda \int_0^T dt E(t) |\alpha(t)|^2 \right\} \right\rangle. \quad (5)$$

Полагая $E(t)$ постоянной внутри каждого из подынтервалов (t_i, t_{i+1}) и равной $\varepsilon(t_i)$, приближаем соотношение (2) квадратурой $(L+1)$ -й кратности

$$Q_L(\lambda) = \int d^2\alpha_0 \omega(\alpha_0) \int d^2\alpha_1 \Psi(\alpha_1, t_1; \alpha_0, 0) \dots \int d^2\alpha_L \Psi(\alpha_L, t_L; \alpha_{L-1}, t_{L-1}). \quad (6)$$

Согласно работе [4] для Ψ -функции, отвечающей произвольному подынтервалу (t_{i-1}, t_i) , найдем

$$\Psi(\alpha_i, t_i; \alpha_{i-1}, t_{i-1}) = \frac{r_i q_i \exp(\Delta v_i)}{\pi v \sigma_\alpha (1 - q_i^2)} \exp\left\{ \frac{r_i - v}{2v\sigma_\alpha} (|\alpha_i|^2 - |\alpha_{i-1}|^2) - \frac{r_i}{v\sigma_\alpha} (1 - q_i^2)^{-1} |\alpha_i - q_i \alpha_{i-1}|^2 \right\}, \quad (7)$$



где $\Delta_i = t_i - t_{i-1}$; $r_i = (v^2 + 2\lambda\varepsilon(t_i)v\sigma_\alpha)^{1/2}$; $q_i = \exp(-r_i\Delta_i)$. В силу гауссовости функций (7) и $\omega(\alpha_0)$ имеем $Q_L(\lambda) = \pi N_L S_L \exp(vT)$ (8). В этом случае N_L , S_L определяются как результат рекуррентных соотношений

$$N_i = N_{i-1} \frac{2S_{i-1}q_i r_i}{S_{i-1}(r_i - v + q_i^2 r_i + q_i^2 v) + 2v\sigma_\alpha(1 - q_i^2)}; \quad (8)$$

$$S_i = \frac{S_{i-1}(r_i - v + q_i^2 r_i + q_i^2 v) + 2v\sigma_\alpha(1 - q_i^2)}{S_{i-1}\lambda\varepsilon(t_i)(1 - q_i^2) + r_i + v + q_i^2 r_i - q_i^2 v} \quad (9)$$

при начальных условиях $N_0 = (\pi\sigma_\alpha)^{-1}$, $S_0 = \sigma_\alpha$.

Формулы (8), (9) вместе с (1) содержат решение поставленной задачи. На рисунке представлены расчетные зависимости вероятности $P(m)$ для двух функций временной модуляции $\varepsilon(t)$, выбранных так,

что $\int_0^T dt \varepsilon(t) = T$ и $\langle m \rangle = \sigma_\alpha T$. Исходные данные: $\sigma_\alpha = 1,0$; $T = 15$;

$v = 1,0$. Для позиции а $\varepsilon(t) = \mu T \exp(\mu t) / (\exp(\mu T) - 1)$. Здесь $1 - \mu = 0,05$; $2 - 0,5$; $3 - 1,0$. Для позиции б $\varepsilon(t) = (1 + \mu)(t/T)^\mu$. Соответственно $1 - \mu = 0$; $2 - 3,0$; $3 - 10,0$. Как видно из рисунка, неоднородность функции $\varepsilon(t)$ приводит к уменьшению номера канала, на который приходится $\text{таж } P(m)$, и к затягиванию «хвоста» распределения $P(m)$, которое тем сильнее, чем более отлична от константы функция $\varepsilon(t)$. Для воспроизведения результата (позиция б, кривая 1), полученного в работе [4], оказалось достаточным выбрать $L = 40$.

Список литературы: 1. *Bedard G.* Photon counting statistics of gaussian light // *Phys. Rev.*— 1966.— 151.— P. 1038—1039. 2. *Тихонов В. И., Миронов М. А.* Марковские процессы.— М.: Сов. радио, 1977.— 488 с. 3. *Кац М.* Вероятность и смежные вопросы в физике.— М.: Мир, 1965.— 406. с. 4. *Ласкин Н. В., Мазманишвили А. С.* Статистика отсчетов когерентного сигнала на фоне шума // *Укр. физ. журн.*— 1983.— Т. 28.— С. 1871—1873.

Поступила в редколлегию 15.04.86

УДК 621.391

И. Н. ПРЕСНЯКОВ, канд. техн. наук, *М. И. КОЧКИН*, канд. техн. наук,
С. С. СМОЛЬЯНИНОВ, канд. техн. наук, *В. А. БУТ*

НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ИОНОСФЕРЕ ПО СИГНАЛАМ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ

При исследовании ионосферы методом некогерентного рассеяния (НР) радиоволн принимаемый сигнал можно считать нормальным случайным процессом, полностью характеризующимся на интервале стационарности своей мощностью и автокорреляционной функцией (АКФ) или энергетическим спектром (ЭС) [1].

В связи с этим на существующих измерительных комплексах НР в качестве первичной обработки принимаемого сигнала производится измерение высотных профилей мощности АКФ или ЭС (первичная обработка). По этим данным оцениваются физические параметры ионосферы (вторичная обработка) путем сравнения по заданному критерию с теоретическими моделями.

Основной недостаток такой методики — неадекватность получаемых оценок и реальных значений ионосферных параметров в условиях динамичной ионосферы, что связано с использованием временного накопления для образования достаточной статистики НР сигнала с требуемой для оценки параметров точностью. Интервал накопления, определяемый в основном энергетическим потенциалом РЛС НР, в настоящее время составляет несколько минут. Это превышает характерное время эволюции состояния ионосферной плазмы, особенно в полярных широтах, в периоды геомагнитных бурь, солнечных вспышек, искусственных возмущений.

Для адекватного решения задачи оценивания динамических процессов в ионосфере по сигналам НР требуется существенное сокращение интервала накопления первичных характеристик наблюдаемых сигналов. Такая возможность в практике обработки НР сигналов имеется, поскольку период изменчивости динамических процессов в ионосфере почти всегда значительно превышает временной интервал выборки сигнала. Это позволяет сократить время накопления первичной обработки до интервала, на котором параметры динамики ионосферы можно считать постоянными. Однако существенным ограничением такого подхода является значительное уменьшение соотношения