

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

(повна назва)

Кафедра прикладної математики

(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Застосування методу Бройдена при комп'ютерному

моделюванні нестационарних режимів по ділянці

трубопроводу великого діаметру

(тема)

Виконав:

здобувач 2 року навчання, групи САУМ-23-1

Охріменко І.С.

(прізвище, ініціали)

Спеціальність

124 Системний аналіз

(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма

Системний аналіз і управління

(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Гусарова І.Г.

(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри ПМ

(підпис)

Сидоров М.В.

(прізвище, ініціали)

2025 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 124 Системний аналіз

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Системний аналіз і управління

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри ПМ _____

(підпис)

“ 25 ” листопада 2024 р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві Охріменко Ігорю Сергійовичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Застосування методу Бройдена при комп'ютерному моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру

затверджена наказом по університету від 22 листопада 2024 р. № 1228 Ст

2. Термін подання здобувачем роботи до екзаменаційної комісії 6 січня 2025 р.

3. Вихідні дані до роботи математична модель нестационарного режиму по ділянці трубопроводу великого діаметру

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1. Системний аналіз предметної області

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій _____

1. Актуальність теми роботи _____

2. Постановка задачі _____

3. Системний аналіз предметної області _____

4. Метод чисельного аналізу _____

5. Результати обчислювального експерименту _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	25 листопада – 1 грудня 2024 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	2 – 8 грудня 2024 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	9 – 22 грудня 2023 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	23 – 29 грудня 2024 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	30 грудня 2024 р. – 9 січня 2025 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	10 січня 2025 р.	виконано

Дата видачі завдання 25 листопада 2024 р.

Студент _____
(підпис)

Керівник роботи _____ проф. Гусарова І.Г.
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 78 с., 19 табл., 5 рис., 1 дод., 11 джерел.

МЕТОД БРОЙДЕНА, НЕСТАЦІОНАРНИЙ РЕЖИМ, ДІЛЯНКА ТРУБОПРОВОДУ ВЕЛИКОГО ДІАМЕТРУ, ЕФЕКТ ДЖОУЛЯ-ТОМСОНА.

Об'єкт дослідження – нестационарні режими течії газу по ДТВД.

Мета роботи – використання методу Бройдена для розв'язання систем нелінійних різницевих рівнянь при моделюванні перехідних режимів газового потоку по ДТВД.

Методи дослідження – методи системного аналізу, метод скінченних різниць, метод Бройдена.

В процесі виконання кваліфікаційної роботи було обрано ММ, що описує НР потоку газу по ДТВД з урахуванням ефекту Джоуля-Томсона. Для вирішення задачі моделювання було застосовано чисельний метод скінченних різниць з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки, та метод Бройдена для розв'язання нелінійних рівнянь. Програмно реалізована задача моделювання НР по ДТВД за допомогою математичного пакету Wolfram Mathematica 14.1.

Проведено ряд обчислювальних експериментів, що підтверджують можливість використання методу Бройдена при комп'ютерному моделюванні НР по ДТВД. Новизна даного підходу полягає у поєднанні методу Бройдена для вирішення нелінійних різницевих рівнянь з урахуванням ефекту Джоуля-Томсона при моделюванні НР, що забезпечує точність розрахунків для ДТВД.

Результати роботи можуть застосовуватись в системах прийняття рішень для управління газотранспортними системами, де використовуються трубопроводи великого діаметру, особливо під час виникнення аварійних ситуацій для якомога швидшого усунення негативних наслідків та їх мінімізації. Застосування запропонованого методу дозволить покращити стабільність газопостачання.

ABSTRACT

Introductory note: 78 pages, 19 tables, 5 figures, 1 appendix, 11 sources.

BROYDEN METHOD, NON-STATIONARY REGIME, LARGE-DIAMETER PIPELINE SECTION, JOULE-THOMSON EFFECT.

Object of research – non-stationary regime (NSR) of gas flow on a large diameter pipeline section (PSBD).

Purpose of work – to use the Broyden method for solving systems of nonlinear difference equations in modeling transient regimes of gas stream on a large diameter pipeline section.

Methods of research – methods of system analysis, finite difference method, Broyden's method.

In the process of performing the qualification work, the MM describing the NSR of the gas flow through the PSBD with regard to the Joule-Thomson effect was chosen. To solve the modeling problem, the numerical finite difference method was applied using a uniform finite difference grid, and the Broyden method for solving nonlinear equations. The task of modeling the NSR by PSBD was programmatically implemented using the mathematical package Wolfram Mathematica 14.1.

A number of computational experiments have been carried out to support the statement about the possibility of using the Broyden method in computer modeling of NSR by PSBD. The novelty of this approach lies in the combination of the Broyden method for solving nonlinear difference equations with the Joule-Thomson effect in modeling the NSR, which ensures the accuracy of calculations for the PSBD.

The results of the work can be used in decision-making systems for the management of gas transportation systems where large-diameter pipelines are used, especially in the event of emergencies for.

ЗМІСТ

	С.
Перелік скорочень, умовних познач, одиниць і термінів	8
Вступ	9
1 Системний аналіз предметної області та постановка задач дослідження	11
1.1 Системний аналіз задачі комп'ютерного моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру.....	11
1.1.1 Вербальна модель системи	11
1.1.2 Морфологічний опис системи	12
1.2 Змістовна та формальна постановка задачі	13
1.3 Постановка задач дослідження	15
2 Вибір та обґрунтування методу розв'язання	16
2.1 Математична модель стаціонарного режиму по ділянці трубопроводу великого діаметру	16
2.2 Математична модель нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру	19
2.3 Застосування методу Бройдена при комп'ютерному моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру	21
2.4 Алгоритм моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру зі застосуванням методу Бройдена	32
Висновки за розділом 2	33
3 Програмна реалізація	34
3.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica 14.1	34
3.2 Опис програми	34
Висновки за розділом 3	35

	7
4 Результати обчислювального експерименту та їх аналіз	36
Висновки за розділом 4	47
Висновки	48
Перелік джерел посилання	50
Додаток А Лістинг програми	52

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАК, ОДИНИЦЬ І ТЕРМІНІВ

ДТВД – ділянка трубопроводу великого діаметру;

ГТС – газотранспортна система;

ММ – математична модель;

НР – нестационарний режим.

ВСТУП

Актуальність теми. Транспортування газу через трубопроводи великого діаметру є головною складовою енергетичної інфраструктури, що забезпечує енергетичну стабільність цілих регіонів та країн. Тому дослідження нестационарних режимів течії газу є актуальним завданням, оскільки саме такі режими виникають при аварійних чи позаштатних ситуаціях, їх моделювання дозволяє уникнути можливих аварійних ситуацій, а у випадку коли такі ситуації настали мінімізувати збитки, а також забезпечувати ефективне управління транспортом газу. Сучасні методології моделювання засновані на чисельних методах. Одним із найефективніших методів розв'язання систем диференціальних рівнянь у частинних похідних є метод скінченних різниць, де на етапі розв'язання системи скінченно-різницевих рівнянь може бути застосований метод Бройдена, що дозволяє розв'язувати системи нелінійних рівнянь із високою ефективністю.

Метою кваліфікаційної роботи є використання методу Бройдена для розв'язання систем нелінійних рівнянь при моделюванні перехідних режимів газового потоку по ДТВД. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

- обрати математичну модель нестационарного режиму, яка враховує ефект Джоуля-Гомсона;
- застосувати метод скінченних різниць для розв'язання задачі моделювання та метод Бройдена для вирішення системи нелінійних рівнянь;
- розробити алгоритм моделювання нестационарного режиму з використанням методу Бройдена;
- реалізувати програму для визначення параметрів газового потоку по ДТВД;
- провести аналіз отриманих результатів і оцінити доцільність використання методу Бройдена.

Об'єктом дослідження є нестационарні режими течії газу по ДТВД.

Предметом дослідження є математична модель, що описує нестационар-

ний режим течії газу, та чисельний метод розв'язання її рівнянь.

Методи дослідження. У кваліфікаційній роботі використано методи системного аналізу для вибору математичної моделі, метод скінченних різниць для чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, а також метод Бройдена для розв'язання нелінійних рівнянь. Програмну реалізацію виконано в середовищі Wolfram Mathematica.

Публікації. Результати, отримані у кваліфікаційній роботі, було представлено на IV міжнародній науково-теоретичній конференції «Modern tools and methods of scientific investigations» (Antwerp, Belgium, October 25, 2024) [1].

1 СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1 Системний аналіз задачі комп'ютерного моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру

1.1.1 Вербальна модель системи

Об'єкт аналізу – «Нестационарні неізотермічні режими течії газу по ДТВД».

Предмет аналізу – «Вивчення можливості застосування методу Бройдена для побудованої математичної моделі».

Точка зору: дослідник.

Ціль: вибір математичної моделі, розв'язання задачі методом скінченних різниць з застосуванням методу Бройдена, врахування параметрів газового потоку із заданою точністю.

Призначення системи: визначення поведінки потоку газу для уникнення екстрених ситуацій.

Початковою обирається система «Моделювання нестационарних режимів по ДТВД», яка є цілеспрямованою системою. Метою цієї системи є визначення з отриманих математичних моделей найефективнішої для ділянок трубопроводу великого діаметру.

На вхід система отримує загальну систему рівнянь, доповнену початковими і крайовими умовами. Після обробки вхідних даних системи на вихід отримується найефективніша математична модель для ділянок трубопроводу великого діаметру.

Механізмами в системі є дослідник, що керує та аналізує роботу системи та програмний продукт, який відстежує якість дослідження.

Для управління системою застосовуються метод скінченних різниць та метод Бройдена.

1.1.2 Морфологічний опис системи

Зовнішнє середовище визначається сукупністю всіх зовнішніх об'єктів системи, що впливають на систему, а також на об'єкти, властивості яких змінюються через поведінку системи.

Зовнішнє середовище системи зображено на рис 1.1.

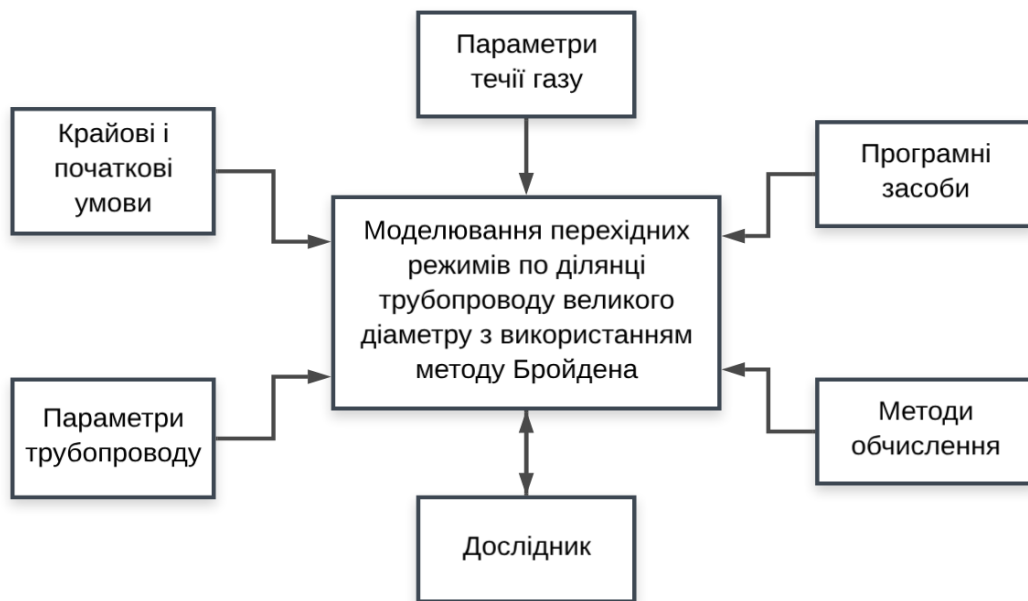


Рисунок 1.1 – Схема зовнішнього середовища системи

Користуючись лише вхідними та вихідними даними та ігноруючи внутрішню логіку, використаємо підхід «чорний ящик» (рис. 1.2).



Рисунок 1.2 – Схема підходу «чорний ящик»

1.2 Змістовна та формальна постановка задачі

Транспортування газу за допомогою газотранспортної системи (ГТС) є найбільш економічно ефективним, тому вивчення різних режимів її роботи є актуальним завданням на сьогодні. Для того щоб змодельовати найбільш наближену до реальності систему потрібно враховувати велику кількість факторів що впливають на газовий потік: нештатні ситуації, зміни початкових та крайових умов, зовнішні чинники.

Існує дві категорії перехідних режимів при транспортуванні газу: швидкі, через нештатні ситуації в роботі трубопроводу та повільні, що виникають через стрибкоподібні зміни у об'ємах використання газу.

ГТС характеризується безперервністю газового потоку, неоднорідністю об'ємів споживання та розміщенням системних елементів на різній відстані.

При виникненні аварійних ситуацій в ГТС як найшвидше моделювання стану ДТВД є критичною для прийняття рішень щодо дій спрямованих на ліквідацію таких ситуацій. Аварії супроводжуються значними втратами. У таких випадках на перший план виходить проведення швидкого аналізу, що дає змогу визначити найбільш ефективні варіанти дій для зменшення втрат, мінімізації наслідків, зменшення ризиків для відновлення штатної роботи ДТВД, забезпечення безперервності подачі газу та правильного керування газовим потоком.

Сучасні методи моделювання дозволяють передбачити поведінку різних ДТВД забезпечуючи надійність роботи ГТС та критичної інфраструктури.

Для розрахунку нестационарних режимів що виникають при аварійних ситуаціях використовуються різні методи: метод характеристик, метод скінченних різниць та інші. Одним з них є метод скінченних різниць з використанням методу Бройдена для розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь, що виникають при чисельному інтегруванні диференціальних рівнянь [2, 3].

Змістовна постановка задачі. Розглядаємо ДТВД, у вигляді циліндричної труби відомої довжини незмінного діаметру з твердими стінками. На її краях відбувається різка зміна параметрів потоку газу, що може бути пов'язано з по-

заштатною ситуацією. Необхідно як найшвидше знайти параметри потоку газу впродовж ділянки на визначеному проміжку часу.

Формальна постановка задачі. Розглянемо ДТВД з довжиною \tilde{L} . Вважатимемо, що ділянку трубопроводу можна представити у вигляді відрізка, де початок відрізка – вхідний вузол, та кінець відрізка – вихідний вузол.

Тому що принаймні в одному з вузлів (вхідному або вихідному) виникає різка зміна крайових умов, тому режими газового потоку по ДТВД будуть нестационарними та неізотермічними.

У вхідному вузлі задаємо масову витрата газу або тиск та температуру газу, що надходить на ділянку, як функції часової змінної. У вихідному вузлі задаємо масову витрата газу або тиск, як функції часової змінної.

Отже крайові умови матимуть вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} G(0, t) = G_{\text{вх}}(t), \\ P(0, t) = P_{\text{вх}}(t), \\ T(0, t) = T_{\text{вх}}(t), \end{array} \right. \quad \left[\begin{array}{l} G(\tilde{L}, t) = G_{\text{вих}}(t), \\ P(\tilde{L}, t) = P_{\text{вих}}(t), \end{array} \right. \quad (1.1)$$

де $G(y, t)$ – масова витрата;

$P_{\text{вих}}(t)$, $G_{\text{вих}}(t)$, $T_{\text{вх}}(t)$, $G_{\text{вх}}(t)$, $P_{\text{вх}}(t)$ – задані функції.

Вважатимемо початковий розподіл газу заданим, тому також визначимо розподіл початкових параметрів для потоку газу:

$$\left\{ \begin{array}{l} P(y, 0) = P_0(y), \\ W(y, 0) = W_0(y), \\ T(y, 0) = T_0(y), \\ y \in (0, \tilde{L}), \end{array} \right. \quad (1.2)$$

де $W_0(y)$, $P_0(y)$, $T_0(y)$ – задані функції.

Для розрахунку нестандартного режиму потоку газу по ДТВД для почат-

кового розподілу параметрів потоку газу таких як: тиск, температура, витрата братимемо параметри потоку газу для стаціонарного режиму [4]. В аварійних та надзвичайних ситуаціях може бути складно спрогнозувати та відповідно керувати режимами транспортування газового потоку, тому маємо критерій міри нестационарності режиму транспортування газового потоку. Використовуючи даний критерій можливо визначити чи є режим нестационарним чи ні.

1.3 Постановка задач дослідження

Об'єктом дослідження є нестационарний режим течії газу в трубопроводі великого діаметру. Предметом дослідження є математична модель, що описує цей режим, та чисельний метод для розв'язання її рівнянь, який використовує метод Бройдена при розв'язанні системи нелінійних різницевих рівнянь.

Мета кваліфікаційної роботи є використання методу Бройдена для моделювання перехідних режимів газового потоку по ДТВД. Для досягнення цієї мети необхідно виконати наступні завдання:

- провести огляд і аналіз сучасного стану задачі «Комп'ютерне моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру»;
- обрати математичну модель нестационарного режиму по ДТВД;
- застосувати метод скінченних-різниць з неявною різницевою схемою для розв'язання задачі моделювання нестационарного режиму по ДТВД та застосувати метод Бройдена для розв'язання системи нелінійних різницевих рівнянь;
- розробити алгоритм моделювання нестационарного режиму по ділянці трубопроводу великого діаметру зі застосуванням методу Бройдена;
- розробити програму для визначення параметрів газового потоку по ДТВД за відомими крайовими та початковими умовами;
- провести аналіз отриманих результатів щодо доцільності використання методу Бройдена.

2 ВИБІР ТА ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ

2.1 Математична модель стаціонарного режиму по ділянці трубопроводу великого діаметру

Моделюючи стаціонарний режим по ДТВД врахуємо ефект Джоуля-Томсона.

По-перше розглянемо коефіцієнт Джоуля-Томсона

$$D_{jt} = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta T}{\Delta P} \right)_{Int} = \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_{Int},$$

котрий визначається границею відношення температурної зміни до змін у тиску газу в процесі, що відбувається при постійній кількості енергії, доступної для перетворення в теплоту.

Отримаємо коефіцієнт Джоуля-Томсона з термічного і калориметричного рівнянь стану:

$$D_{jt} = \frac{RT^2}{P \cdot C_p} \frac{\partial z}{\partial T}. \quad (2.1)$$

Для горизонтального газопроводу, запишемо формулу знаходження температури, в якій враховується ефект Джоуля-Томсона, де третій доданок відображає зменшення температури газового потоку при переміщенні

$$T_y = T_r + (T_n - T_r) \cdot e^{-\zeta y} - D_{jt} \frac{P_n^2 - P_y^2}{2\zeta y P_{cp}} \left(1 - e^{-\zeta y} \right),$$

де:

y – відстань від початкової точки ДТВД до точки з координатою y ,

що належить цій ділянці;

T_r – середнє значення температури ґрунту ділянки газопроводу на глибині залягання;

T_n – температура газу у початковій точці ДТВД;

D_{jt} – коефіцієнт Джоуля-Томсона;

P_n – початковий тиск ДТВД;

P_y – тиск газу в точці з координатою y ;

P_{cp} – середній тиск газу на заданій ДТВД $[0; y]$;

$$\zeta = \frac{\pi K_T D}{C_p G} \text{ – допоміжне значення.}$$

Для визначення середнього значення температури по ДТВД наведемо формулу:

$$T_{cp} = T_r + \frac{(T_n - T)(1 - e^{-\zeta \tilde{L}})}{\zeta \tilde{L}} - \frac{D_{jt}(P_n^2 - P_k^2)}{2\zeta \tilde{L} P_{cp}} \left(1 - \frac{1}{\zeta \tilde{L}} (1 - e^{-\zeta \tilde{L}}) \right),$$

де:

\tilde{L} – довжина ДТВД;

P_k – кінцевий тиск на ДТВД.

Для визначення формули обчислення коефіцієнта Джоуля-Томсона скористаємось рівнянням стану

$$P = \rho z g R T \quad (2.2)$$

та формулою для визначення коефіцієнту стисливості газу

$$z(P, T) = 1 - \left((P - 6) \left(0,345 \cdot 10^{-2} \cdot \Delta - 0,446 \cdot 10^{-3} \right) + 0,015 \right) \times \\ \times (1,3 - 0,014(T - 283,2)). \quad (2.3)$$

Для знаходження коефіцієнта Джоуля-Томсона виведемо формулу враховуючи формули (2.1), (2.2) та (2.3)

$$D_{jt}(P, T) = \frac{287 \cdot T^2}{4186,8 \cdot P \cdot \Delta \cdot C_p} \left((P - 6) \left(0,345 \cdot 10^{-2} \cdot \Delta - \right. \right. \\ \left. \left. - 0,446 \cdot 10^{-3} \right) + 0,015 \right) \cdot 0,014, \quad (2.4)$$

де Δ – відносна щільність газу по повітрю.

Далі розглянемо зручніший і простіший, ніж (2.4) варіант обчислення коефіцієнта Джоуля-Томсона, замість поточних значень температури і тиску, беремо їх середні значення зі стаціонарного режиму:

$$D_{jt} = D_{jt}(P_{cp}, T_{cp}).$$

Формула для розрахунку тиску не наводиться, вона звичайна. Існуюча стаціонарна математична модель для розрахунку стаціонарних режимів, обмежена на практиці у застосуванні, тому що не завжди режими діючих газопроводів можна вважати стаціонарними не отримуючи значних похибок в результатах.

Тому доцільно буде використовувати нестаціонарний неізотермічний режим транспорту газу, де початковим розподілом для розрахунку береться стаціонарний режим [4].

2.2 Математична модель нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру

В загальному нестационарний неізотермічний режим по ДТВД, це труба циліндричного перерізу з постійним діаметром, описується квазілінійною системою диференціальних рівнянь в частинних похідних, отриманого з випадку одновимірних загальних рівнянь газової динаміки Нав'є-Стокса, що доповнена початковими та крайовими умовами [5, 6]. Знехтуємо масообміном з навколишнім середовищем та теплофізичними властивостями середовища, вважатимемо стаціонарною природу режимів теплообміну з навколишнім середовищем.

Первісна система має наступний вигляд:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left[P + \rho V^2 \right] = -\rho \left[\frac{\tilde{\lambda} |V| V}{2D} + g \frac{dh}{dy} \right], \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} = 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho V \left(E + \frac{P}{\rho} \right) \right) = \frac{4K(T_r - T)}{D} - \rho V g \frac{dh}{dy}, \quad (2.7)$$

де:

$V(y, t)$ – швидкість газового потоку;

$\rho(y, t)$ – щільність газового потоку;

$T(y, t)$ – температура газового потоку;

$P(y, t)$ – тиск газового потоку;

y, t – просторова та часова координати;

$\tilde{\lambda}$ – коефіцієнт гідравлічного опору;

D – діаметр труби;

T_r – температура ґрунту;

K – коефіцієнт теплопередачі ґрунту від труби;

h – глибина залягання трубопроводу;

g – прискорення вільного падіння;

E – повна енергія одиниці маси [6].

Для спрощення ММ даного нестационарного режиму, оскільки розглядаються труби великого діаметру врахуємо ефект Джоуля-Томсона в рівнянні (2.7), але так як швидкості потоку газу невеликі та розподілені рівномірно, знехтуємо кінетичною енергією. Доповнимо систему (2.5) – (2.7) рівнянням стану (2.2) в наступному вигляді

$$\frac{P}{\rho} = zgRT, \quad (2.8)$$

врахуємо, що питома масова витрата газу

$$W = \rho V. \quad (2.9)$$

Тоді для опису нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ДТВД отримаємо обрану математичну модель, яка враховує, що маємо ділянку трубопроводу великого діаметру, тобто враховує ефект Джоуля-Томсона [6]:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \tilde{B}(y, t, q) \frac{\partial q}{\partial y} = \tilde{\Phi}(y, t, q), \quad (2.10)$$

де:

$W(y, t)$, $P(y, t)$, $T(y, t)$ – питома масова витрата, тиск і температура газу;

$q(y, t) = (W(y, t), P(y, t), T(y, t))$ – деякий розв'язок рівняння (2.10);

C_p – питома теплоємність газу;

$$\tilde{B}(y, t, q) = \begin{bmatrix} 2\tilde{\alpha}T \frac{W}{P} S & 1 - \tilde{\alpha}T \frac{W^2}{P^2} S & 0 \\ \tilde{\alpha}TS & 0 & 0 \\ \tilde{\alpha} \frac{T^2}{P} S \left(\frac{T\tilde{\gamma}}{T - \tilde{\gamma}D_{jt}P} - 1 \right) & -\frac{\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}D_{jt}}{T - \tilde{\gamma}D_{jt}P} S \frac{T^2W}{P} & \frac{\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}}{T - \tilde{\gamma}D_{jt}P} S \frac{T^2W}{P} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\Phi}(y, t, q) = \begin{bmatrix} -\tilde{\beta}T \frac{W|W|}{P} S - \frac{g}{S\tilde{\alpha}} \frac{P}{T} \frac{dh}{dy} \\ 0 \\ -\frac{4K(\tilde{\gamma}-1)}{D} \frac{(T-T_r)T^2}{P(T-PD_{jt}\tilde{\gamma})} - \frac{g(\tilde{\gamma}-1)}{T-PD_{jt}\tilde{\gamma}} \frac{T^2W}{P} \frac{dh}{dy} \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\gamma} = C_p \frac{1}{C_p - zgR};$$

$$\tilde{\beta} = \frac{1}{2D} \tilde{\alpha}\tilde{\lambda};$$

$$\tilde{\alpha} = zg \frac{R}{S}.$$

Таким чином, математична модель нестационарних режимів по ДТВД це система (2.10) з крайовими умовами (1.1) та початковими умовами (1.2).

2.3 Застосування методу Бroyдена при комп'ютерному моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру

Для знаходження чисельного розв'язку системи (2.10) з початковим розподілом (1.2) і крайовими умовами (1.1) будемо шукати за допомогою рівномірної скінчено-різницевої сітки [6 – 11]. Розділимо відрізок $[0, \tilde{L}]$ на n частин довжиною Δ_y , отримуємо $n+1$ точку розбиття y_i , $i = \overline{0, n}$.

На рисунку 2.1 зображено шаблон апроксимації похідних в i -й проміжній точці.

На рис. 2.2, 2.3 зображені шаблони апроксимації похідних в нульовій та $(n + 1)$ -й точках розбиття.

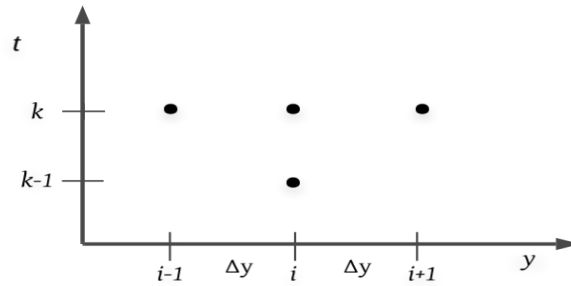


Рисунок 2.1 – Шаблон апроксимації похідних
в точці i

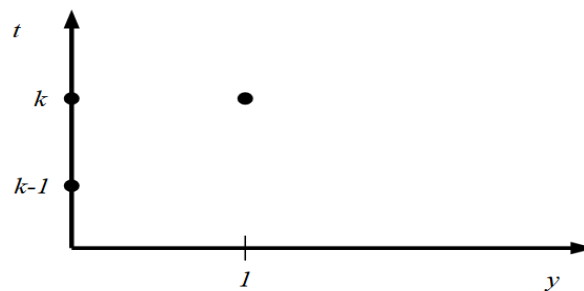


Рисунок 2.2 – Шаблон апроксимації похідних
в нульовій точці

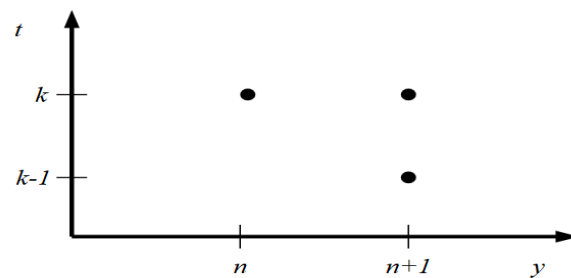


Рисунок 2.3 – Шаблон апроксимації похідних
в $(n + 1)$ -й точці

Замінюємо похідні в (2.10) за формулами:

$$\left. \frac{\partial q}{\partial t} \right|_i^k = \frac{q_i^k - q_i^{k-1}}{\tau}, \quad i = \overline{0, n}, \quad (2.11)$$

$$\left. \frac{\partial q}{\partial y} \right|_i^k = \begin{cases} \frac{q_1^k - q_0^k}{\Delta_y}, & i = 0, \\ \frac{q_{i+1}^k - q_{i-1}^k}{2\Delta_y}, & i = \overline{1, n-1}, \\ \frac{q_n^k - q_{n-1}^k}{\Delta_y}, & i = n. \end{cases} \quad (2.12)$$

Враховуючи формули (2.11) і (2.12) отримуємо систему різницьових рівнянь системи (2.10):

$$-\frac{\tilde{B}_0^k q_0^k}{\Delta_y} + \frac{q_0^k}{\tau} + \frac{\tilde{B}_0^k q_1^k}{\Delta_y} = \tilde{\Phi}_0^k + \frac{q_0^{k-1}}{\tau}, \quad i = 0, \quad (2.13)$$

$$-\frac{\tilde{B}_i^k q_{i-1}^k}{2\Delta_y} + \frac{q_i^k}{\tau} + \frac{\tilde{B}_i^k q_{i+1}^k}{2\Delta_y} = \tilde{\Phi}_i^k + \frac{q_i^{k-1}}{\tau}, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (2.14)$$

$$-\frac{\tilde{B}_n^k q_{n-1}^k}{\Delta_y} + \frac{q_n^k}{\tau} + \frac{\tilde{B}_n^k q_n^k}{\Delta_y} = \tilde{\Phi}_n^k + \frac{q_n^{k-1}}{\tau}, \quad i = n. \quad (2.15)$$

Для системи рівнянь (2.13) – (2.15) розв'язком буде вектор

$$q^k = (q_0^k, q_1^k, q_2^k, \dots, q_i^k, \dots, q_n^k) = (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_n^k, P_n^k, T_n^k).$$

Нелінійні системи слід вирішувати методом Бroyдена [1, 3]. На $(s+1)$ -й ітерації k -го часового шару маємо систему лінійних рівнянь, описану в роботі [3], яка в загальному вигляді має вид:

$$A^{k,s} \delta q^{k,s+1} = \psi^{k,s},$$

де:

$$A^{k,0} = \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial q^k} \right]_{q^{k,0}} ;$$

$$A^{k,s+1} = A^{k,s} + \frac{(\psi^{k,s+1} - \psi^{k,s} + A^{k,s} \cdot \delta q^{k,s+1})}{\|\delta q^{k,s+1}\|^2} \cdot \delta q^{k,s+1}, \quad s = 0, 1, 2, \dots;$$

$A^{k,s}$ – апроксимація матриці Якобі для кожної ітерації, окрім нульової;

$\delta q^{k,s+1}$ – вектор поправок на $(s + 1)$ -й ітерації;

$\psi^{k,s}$ – вектор нев'язок.

Крім апроксимації матриці Якобі необхідно підрахувати матрицю Якобі на 0-му кроці та вектор нев'язок на кожному кроці, також слід отримувати компоненти векторів поправок до невідомих з лінійної системи.

Вектори нев'язок в крайових точках 0 і n для k -го часового шару s -ї ітерації будуть мати вигляд:

$$\psi_0^{k,s} = \left(\frac{q_0^{k,s}}{\tau} - \frac{\tilde{B}_0^{k,s} q_0^{k,s}}{\Delta_y} \right) + \frac{\tilde{B}_0^{k,s} q_1^{k,s}}{\Delta_y} - \tilde{\Phi}_0^{k,s} - \frac{q_0^{k-1}}{\tau}, \quad (2.16)$$

$$\psi_n^{k,s} = \left(\frac{q_n^{k,s}}{\tau} + \frac{\tilde{B}_n^{k,s} q_n^{k,s}}{\Delta_y} \right) - \frac{\tilde{B}_n^{k,s} q_{n-1}^{k,s}}{\Delta_y} - \tilde{\Phi}_n^{k,s} - \frac{q_n^{k-1}}{\tau}. \quad (2.17)$$

Вектори нев'язок в i -й ($i = 1, \dots, n - 1$) точці отримуємо за формулою:

$$\psi_i^{k,s} = -\frac{\tilde{B}_i^{k,s} q_{i-1}^{k,s}}{2\Delta_y} + \frac{q_i^{k,s}}{\tau} + \frac{\tilde{B}_i^{k,s} q_{i+1}^{k,s}}{2\Delta_y} - \tilde{\Phi}_i^{k,s} - \frac{q_i^{k-1}}{\tau}. \quad (2.18)$$

Матриця Якобі $\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial q^k} \right]_{q^{k,s}}$, враховуючи співвідношення (2.16) – (2.18), буде мати вигляд:

де мати вигляд:

$$\left[\frac{\partial \psi^k}{\partial q^k} \right]_{q^{k,s}} = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial q_0^k} \right]_{q^{k,s}} & \frac{\tilde{B}_0^{k,s}}{\Delta_y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\tilde{B}_1^{k,s}}{2\Delta_y} & \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial q_1^k} \right]_{q^{k,s}} & \frac{\tilde{B}_1^{k,s}}{2\Delta_y} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{\tilde{B}_i^{k,s}}{2\Delta_y} & \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial q_i^k} \right]_{q^{k,s}} & \frac{\tilde{B}_i^{k,s}}{2\Delta_y} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{\tilde{B}_{n-2}^{k,s}}{2\Delta_y} & \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial q_{n-2}^k} \right]_{q^{k,s}} & \frac{\tilde{B}_{n-2}^{k,s}}{2\Delta_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\tilde{B}_{n-1}^{k,s}}{2\Delta_y} & \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial q_{n-1}^k} \right]_{q^{k,s}} & \frac{\tilde{B}_{n-1}^{k,s}}{2\Delta_y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\tilde{B}_n^{k,s}}{\Delta_y} & \left[\frac{\partial \psi^k}{\partial q_n^k} \right]_{q^{k,s}} \end{bmatrix}.$$

Покажемо, як знаходяться елементи матриці Якобі.

Згідно (2.16) з урахуванням системи (2.10) вирази для координат вектору нев'язок $\psi_0^{k,s}$ мають наступний вигляд:

$$\psi_{0,1} = \frac{(W_0 - W_0^{k-1})}{\tau} + \frac{1}{\Delta_y} \left[2\tilde{\alpha}T_0S \frac{W_0(W_1 - W_0)}{P_0} + \left(1 - \frac{\tilde{\alpha}ST_0W_0^2}{P_0^2} \right) (P_1 - P_0) \right] +$$

$$\psi_{0,2} = \frac{(P_0 - P_0^{k-1})}{\tau} + \frac{\tilde{\alpha}T_0S(W_1 - W_0)}{\Delta_y};$$

$$\psi_{0,3} = \frac{1}{\Delta_y} \left[\frac{(D_{j_i} + 1)ST_0^2W_0\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}}{P_0(T_0 - D_{j_i}P_0\tilde{\gamma})} + \frac{ST_0^2W_0\tilde{\alpha} \left(\frac{T_0\tilde{\gamma}}{T_0 - D_{j_i}P_0\tilde{\gamma}} - 1 \right)}{P_0} \right] +$$

$$-\frac{1}{\Delta_y} \left[\frac{(D_{jt}P_1 + T_1)ST_0^2W_0\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}}{P_0(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})} + \frac{ST_0^2W_1\tilde{\alpha} \left(\frac{T_0\tilde{\gamma}}{T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma}} - 1 \right)}{P_0} \right] +$$

$$+ \frac{T_0 - T_0^{k-1}}{\tau} + \frac{4kT_0^2(T_0 - T_r)(\tilde{\gamma} - 1)}{DP_0(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})} + \frac{gT_0^2W_0(\tilde{\gamma} - 1)}{P_0(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})} \frac{dh}{dy}.$$

Складові матриці Якобі $\left[\frac{\partial \psi_0^k}{\partial q_0^k} \right]_{q^{k,s}}$ запишемо в наступному вигляді:

$$\frac{\partial \psi_{0,1}}{\partial W_0} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta_y} \left[\frac{2\tilde{\alpha}T_0S(W_1 - 2W_0)}{P_0} + (P_1 - P_0) \left(-2\tilde{\alpha}S \frac{W_0T_0}{P_0^2} \right) \right] + 2\tilde{\beta} \frac{ST_0|W_0|}{P_0} =$$

$$= \frac{1}{\tau} + 2\tilde{\alpha} \frac{T_0S}{P_0\Delta_y} \left[(W_1 - 2W_0) - \frac{(P_1 - P_0)W_0}{P_0} \right] + 2\tilde{\beta} \frac{ST_0|W_0|}{P_0},$$

$$\frac{\partial \psi_{0,1}}{\partial P_0} = \frac{1}{\Delta_y} \left[\frac{-2\tilde{\alpha}T_0S(W_1 - 2W_0)}{P_0^2} - \left(1 + \tilde{\alpha}ST_0 \frac{W_0^2(P_0 - 2P_1)}{P_0^3} \right) \right] -$$

$$-\tilde{\beta}ST_0 \frac{W_0|W_0|}{P_0^2} + \frac{g}{ST_0\tilde{\alpha}} \frac{dh}{dy},$$

$$\frac{\partial \psi_{0,1}}{\partial T_0} = \frac{1}{\Delta_y} \left[\frac{2\tilde{\alpha}W_0S(W_1 - W_0)}{P_0} + (P_1 - P_0) \left(-\tilde{\alpha} \frac{SW_0^2}{P_0^2} \right) \right] + \tilde{\beta} \frac{SW_0|W_0|}{P_0} =$$

$$= \tilde{\alpha} \frac{W_0S}{\Delta_y P_0} \left[2(W_1 - W_0) - \frac{(P_1 - P_0)W_0}{P_0} \right] + \tilde{\beta} \frac{SW_0|W_0|}{P_0} + \frac{gP_0}{\tilde{\alpha}ST_0^2} \frac{dh}{dy},$$

$$\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial W_0} = -\frac{T_0\tilde{\alpha}S}{\Delta_y},$$

$$\frac{\partial \psi_{0,2}}{\partial T_0} = \tilde{\alpha} \frac{S(W_1 - W_0)}{\Delta_y},$$

$$\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial W_0} = \frac{T_0^2(S\tilde{\alpha}(D_{jt}P_1\tilde{\gamma} + 2T_0\tilde{\gamma} - T_1\tilde{\gamma} - T_0)) - g(\tilde{\gamma} - 1)}{P_0(D_{jt}P_0\tilde{\gamma} - T_0)\Delta_y} \frac{dh}{dy},$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial P_0} = & T_0^2 \frac{DS\tilde{\alpha}(D_{jt}P_0(-2D_{jt}P_1W_0 + 2T_1W_0 + D_{jt}P_0W_1)\tilde{\gamma}^2 + T_0^2(W_1 - W_1\tilde{\gamma} + W_0(2\tilde{\gamma} - 1)))}{DP_0^2(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})^2\Delta_y} + \\
& \frac{+T_0\tilde{\gamma}(-T_1W_0 + D_{jt}(P_1W_0 + 2P_0(W_0 + W_1(\tilde{\gamma} - 1) - 2W_0\tilde{\gamma})))}{DP_0^2(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})^2\Delta_y} - \\
& - \frac{4k(T_0 - T_r)(\tilde{\gamma} - 1)(T_0 - 2D_{jt}P_0\tilde{\gamma})\Delta_y + DgW_0(\tilde{\gamma} - 1)(-T_0 + 2D_{jt}P_0\tilde{\gamma})\Delta_y}{DP_0^2(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})^2\Delta_y} \frac{dh}{dy}, \\
\frac{\partial \psi_{0,3}}{\partial T_0} = & \frac{4kT_0(\tilde{\gamma} - 1)(T_0^2 + 2D_{jt}T_r\tilde{\gamma} - T_0(T_r + 3D_{jt}P_0\tilde{\gamma}))\Delta_y\tau}{DP_0(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})^2\Delta_y\tau} + \\
& + \frac{D_{jt}^2P_0^3\tilde{\gamma}^2\Delta_y + ST_0^2\tilde{\alpha}((-D_{jt}P_1 + T_1)W_0\tilde{\gamma} + 2T_0(W_0 + W_1(\tilde{\gamma} - 1) - 2W_0\tilde{\gamma}))\tau}{P_0(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})^2\Delta_y\tau} - \\
& - \frac{2D_{jt}P_0^2T_0\tilde{\gamma}(\Delta_y + D_{jt}SW_1\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}\tau)}{P_0(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})^2\Delta_y\tau} + \\
& + \frac{T_0(2D_{jt}S(D_{jt}P_1 - T_1)W_0\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}^2\tau + T_0(\Delta_y + D_{jt}S\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}(-3W_0 + 4W_1 + 6W_0\tilde{\gamma} - 3W_1\tilde{\gamma})\tau))}{(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})^2\Delta_y\tau} + \\
& + \frac{gT_0W_0(\tilde{\gamma} - 1)(T_0 - 2D_{jt}P_0\tilde{\gamma})\Delta_y\tau}{P_0(T_0 - D_{jt}P_0\tilde{\gamma})^2\Delta_y\tau} \frac{dh}{dy}.
\end{aligned}$$

Для отримання координат векторів нев'язок $\psi_i^{k,s}$ для будь-якої внутрішньої точки враховуючи (3.7) застосуємо вирази у вигляді ($i = 1, \dots, n-1$):

$$\begin{aligned}
\psi_{i,1} = & \frac{(W_i - W_i^{k-1})}{\tau} + \frac{1}{2\Delta_y} \left[2\tilde{\alpha}T_iS \frac{W_i(W_{i+1} - W_{i-1})}{P_i} + \left(1 - \tilde{\alpha} \frac{T_iSW_i^2}{P_i^2} \right) \cdot \right. \\
& \left. \cdot (P_{i+1} - P_{i-1}) \right] + \tilde{\beta} \frac{T_iSW_i|W_i|}{P_i} + \frac{gP_i}{\tilde{\alpha}T_iS} \frac{dh}{dy}, \\
\psi_{i,2} = & \frac{(W_i - W_i^{k-1})}{\tau} + \frac{2\tilde{\alpha}T_iSW_i(W_{i+1} - W_{i-1})}{2\Delta_yP_i},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_{i,3} = & \frac{1}{2\Delta_y} \left[\frac{(D_{jt}P_{i-1} + ST_{i-1}T_i^2)W_i\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}}{P_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})} + \frac{ST_i^2W_{i-1}\tilde{\alpha}\left(\frac{T_i\tilde{\gamma}}{T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma}} - 1\right)}{P_i} \right] + \\ & - \frac{1}{2\Delta_y} \left[\frac{(D_{jt}P_{i+1} + ST_i^3)W_i\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}}{P_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})} + \frac{ST_i^2W_{i+1}\tilde{\alpha}\left(\frac{T_i\tilde{\gamma}}{T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma}} - 1\right)}{P_i} \right] + \\ & + \frac{T_i - T_i^{k-1}}{\tau} + \frac{4kT_i^2(T_i - T_r)(\tilde{\gamma} - 1)}{DP_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})} + \frac{gT_i^2W_i(\tilde{\gamma} - 1)}{P_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})} \frac{dh}{dy}. \end{aligned}$$

Для внутрішніх точок запишемо складові матриці Якобі $\left[\frac{\partial \psi_i^k}{\partial q_i^k} \right]_{q^k, s}$,

($i = 1, \dots, n-1$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{i,1}}{\partial W_i} = & \frac{1}{\tau} + \frac{1}{2\Delta_y} \left[\frac{2\tilde{\alpha}T_iS(W_{i+1} - W_{i-1})}{P_i} - \frac{2\tilde{\alpha}T_iSW_i(P_{i+1} - P_{i-1})}{P_i^2} \right] + \\ & + 2|W_i| \frac{T_iS}{P_i} = \frac{1}{\tau} + \frac{\tilde{\alpha}T_iS}{\Delta_y P_i} \left[W_{i+1} - W_{i-1} - \frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{P_i} W_i \right] + 2 \frac{T_iS}{P_i} |W_n|, \\ \frac{\partial \psi_{i,1}}{\partial P_i} = & \tilde{\alpha} \frac{T_iW_iS}{P_i^2} \left[(W_{i-1} - W_{i+1}) + (P_{i+1} - P_{i-1}) \frac{W_i}{P_i} \left(-2\tilde{\alpha} \frac{T_iW_iS}{P_i^2} \right) \right] - \\ & - \tilde{\beta} \frac{ST_i}{P_i^2} W_i |W_i| + \frac{g}{\tilde{\alpha}ST_i} \frac{dh}{dy}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{i,1}}{\partial T_i} = & \frac{1}{2\Delta_y} \left[2\tilde{\alpha} \frac{S}{P_i} W_i (W_{i+1} - W_{i-1}) + (P_{i+1} - P_{i-1}) \left(-\tilde{\alpha} \frac{SW_i^2}{P_i^2} \right) \right] + \tilde{\beta} \frac{SW_i|W_i|}{P_i} - \frac{gP_i}{S\tilde{\alpha}T_i^2} \frac{dh}{dy} = \\ = & \tilde{\alpha} \frac{SW_i}{2\Delta_y P_i} \frac{1}{\tau} + \tilde{\alpha} \frac{ST_i}{\Delta_y P_i} \left[2(W_{i+1} - W_{i-1}) - (P_{i+1} - P_{i-1}) \frac{W_i}{P_i} \right] + \tilde{\beta} \frac{SW_i|W_i|}{P_i} - \frac{gP_i}{S\tilde{\alpha}T_i^2} \frac{dh}{dy}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \psi_{i,2}}{\partial W_i} = 0,$$

$$\frac{\partial \psi_{i,2}}{\partial T_i} = \frac{\tilde{\alpha} S}{2\Delta_y} (W_{i+1} - W_{i-1}),$$

$$\frac{\partial \psi_{i,3}}{\partial W_i} = \frac{T_i^2 (S(D_{jt}(-P_i + P_{i+1}) + T_{i-1} - T_{i+1})\tilde{\gamma}\tilde{\alpha} - 2g(\tilde{\gamma}-1)\Delta_y) \frac{dh}{dy}}{2P_i(-T_i + D_{jt}P_i\tilde{\gamma})\Delta_y},$$

$$\frac{\partial \psi_{i,3}}{\partial P_i} = T_i^2 DS\tilde{\alpha}\tilde{\gamma} \frac{T_i^2 (W_{i-1} - W_{i+1})(\tilde{\gamma}-1) + T_i((T_{i-1} - T_{i+1})W_i)}{2DP_i^2 (T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} +$$

$$+ T_i^2 DS\tilde{\alpha}\tilde{\gamma} \frac{D_{jt}((-P_{i-1} + P_{i+1})W_i - 2P_i(W_{i-1} - W_{i+1}))(\tilde{\gamma}-1)}{2DP_i^2 (T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} +$$

$$+ T_i^2 \frac{D_{jt}P_i(2(-T_{i-1} + T_{i+1})W_i + D_{jt}(-P_iW_{i-1} + 2P_{i-1}W_i - 2P_{i+1}W_i + PW_{i+1}))\tilde{\gamma}^2}{2DP_i^2 (T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} -$$

$$- \frac{8k(T_i - T_r)(\tilde{\gamma}-1)(T_i - 2D_{jt}P_i\tilde{\gamma})\Delta_y}{2DP_i^2 (T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} +$$

$$+ \frac{gW_i(\tilde{\gamma}-1)(-T_i + 2D_{jt}P_i\tilde{\gamma})\Delta_y}{P_i^2 (T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} \frac{dh}{dy},$$

$$\frac{\partial \psi_{i,3}}{\partial T_i} = \frac{8kT_i(\tilde{\gamma}-1)(2T_i^2 + 2D_{jt}P_iT_r\tilde{\gamma} - T_1(T_r + 3D_{jt}P_i\tilde{\gamma}))\Delta_y\tau}{2DP_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} +$$

$$+ \frac{2D_{jt}^2P_i^3\tilde{\gamma}^2\Delta_y + ST_i^2\tilde{\alpha}(-2T_i(W_{i-1} - W_{i+1})(\tilde{\gamma}-1) + (D_{jt}(P_{i-1} - P_{i+1}) - T_{i-1} + T_{i+1})W_i\tilde{\gamma})\tau}{2P_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} +$$

$$+ \frac{2D_{jt}P_i^2T_i\tilde{\gamma}(-2\Delta_y D_{jt}S(W_{i-1} - W_{i+1})\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}\tau)}{2DP_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} +$$

$$+ P_iT_i \frac{2D_{jt}S(D_{jt}(-P_{i-1} + P_{i+1}) + T_{i-1} - T_{i+1})W_i\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}^2\tau}{2DP_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} +$$

$$+ P_iT_i \frac{T_i(2\Delta_y + D_{jt}S(W_{i-1} - W_{i+1})\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}(-4 + 3\tilde{\gamma})\tau)}{2DP_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} +$$

$$+ \frac{gT_iW_i(\tilde{\gamma}-1)(T_i - 2D_{jt}P_i\tilde{\gamma})}{P_i(T_i - D_{jt}P_i\tilde{\gamma})^2} \frac{dh}{dy}.$$

Для отримання координат вектору нев'язок $\psi_n^{k,s}$ в точці n враховуючи (2.18) запишемо вирази у вигляді:

$$\begin{aligned} \psi_{n,1} &= \frac{W_n - W_n^{k-1}}{\tau} + \frac{1}{\Delta_y} \left[2\tilde{\alpha} \frac{T_n S W_n}{P_n} \cdot (W_n - W_{n-1}) + \left(1 - \frac{\tilde{\alpha} S T_n W_n^2}{P_n^2} \right) \cdot (P_n - P_{n-1}) \right] + \\ &\quad + S \frac{\tilde{\beta} T_n W_n |W_n|}{P_n} + \frac{g P_n}{\tilde{\alpha} S T_n} \frac{dh}{dy}, \\ \psi_{n,2} &= \frac{P_n - P_n^{k-1}}{\tau} + \frac{\tilde{\alpha} T_n S (W_n - W_{n-1})}{\Delta_y}, \\ \psi_{n,3} &= \frac{1}{\Delta_y} \left[\frac{(D_{jt} P_{n-1} + T_{n-1}) S T_n^2 W_n \tilde{\alpha} \tilde{\gamma}}{P_n (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})} + \frac{S T_n^2 W_{n-1} \tilde{\alpha} \left(\frac{T_n \tilde{\gamma}}{T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma}} - 1 \right)}{P_n} \right] + \\ &\quad - \frac{1}{\Delta_y} \left[\frac{(D_{jt} + 1) S T_n^2 W_n \tilde{\alpha} \tilde{\gamma}}{P_n (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})} + \frac{S T_n^2 W_n \tilde{\alpha} \left(\frac{T_n \tilde{\gamma}}{T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma}} - 1 \right)}{P_n} \right] + \\ &\quad + \frac{T_n - T_n^{k-1}}{\tau} + \frac{4k T_n^2 (T_n - T_r) (\tilde{\gamma} - 1)}{D P_n (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})} + \frac{g T_n^2 W_n (\tilde{\gamma} - 1)}{P_n (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})} \frac{dh}{dy}. \end{aligned}$$

Складові матриці Якобі $\left[\frac{\partial \psi_n^k}{\partial q_n^k} \right]_{q^{k,s}}$ для точки n виглядають так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{n,1}}{\partial W_n} &= \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\Delta_y} \left[2\tilde{\alpha} \frac{T_n S}{P_n} (2W_n - W_{n-1}) + (P_n - P_{n-1}) \left(-2\tilde{\alpha} \frac{T_n W_n S}{P_n^2} \right) \right] + 2\tilde{\beta} \frac{S T_n |W_n|}{P_n} = \\ &= \frac{1}{\tau} + 2\tilde{\alpha} \frac{T_n S}{P_n \Delta_y} \left[(2W_n - W_{n-1}) - (P_{n-1} - P_n) \frac{W_n}{P_n} \right] + 2\tilde{\beta} \frac{S T_n |W_n|}{P_n}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \psi_{n,1}}{\partial P_n} &= \frac{1}{\Delta_y} \left[-2\tilde{\alpha} \frac{T_n S W_n (W_n - W_{n-1})}{P_n^2} + \left(1 - \tilde{\alpha} \frac{S T_n W_n^2 (2P_n - P_{n-1})}{P_n^3} \right) \right] - \\
&\quad - \tilde{\beta} \frac{S T_n W_n |W_n|}{P_n^2} + \frac{g}{\tilde{\alpha} S T_n} \frac{dh}{dy}, \\
\frac{\partial \psi_{n,1}}{\partial T_n} &= \frac{1}{\Delta_y} \left[2\tilde{\alpha} \frac{W_n S}{P_n} (W_n - W_{n-1}) + (P_n - P_{n-1}) \left(-\tilde{\alpha} \frac{S W_n^2}{P_n^2} \right) \right] + \tilde{\beta} \frac{S W_n |W_n|}{P_n} = \\
&= \tilde{\alpha} \frac{W_n S}{\Delta_y P_n} \left[2(W_n - W_{n-1}) - \frac{(P_n - P_{n-1}) W_n}{P_n} \right] + \tilde{\beta} \frac{S W_n |W_n|}{P_n} + \frac{g P_n}{\tilde{\alpha} S T_n^2} \frac{dh}{dy} \\
\frac{\partial \psi_{n,2}}{\partial W_n} &= \tilde{\alpha} \frac{S T_n}{\Delta_y}, \\
\frac{\partial \psi_{n,2}}{\partial T_n} &= \tilde{\alpha} \frac{S (W_n - W_{n-1})}{\Delta_y}, \\
\frac{\partial \psi_{n,3}}{\partial W_n} &= \frac{T_n^2 (S \tilde{\alpha} (T_n + (-D_{jt} P_{n-1} + T_{n-1}) \tilde{\gamma} - 2T_n \tilde{\gamma}) - g (\tilde{\gamma} - 1) \Delta_y)}{P_n (-T_n + D_{jt} P_n \tilde{\gamma}) \Delta_y} \frac{dh}{dy}, \\
\frac{\partial \psi_{n,3}}{\partial P_n} &= T_n^2 S \tilde{\alpha} \frac{-D_{jt} P_n (D_{jt} P_n W_{n-1} - 2D_{jt} P_{n-1} W_n + 2T_{n-1} W_n) \tilde{\gamma}^2 + T_n^2 (W_n - W_{n-1} (\tilde{\gamma} - 1) - 2W_n \tilde{\gamma})}{P_n^2 (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})^2 \Delta_y} + \\
&\quad + T_n^2 S \tilde{\alpha} \frac{T_n \tilde{\gamma} (T_{n-1} W_n - D_{jt} (P_{n-1} W_n + 2P_n (W_n + W_{n-1} (\tilde{\gamma} - 1) - 2W_n \tilde{\gamma})))}{P_n^2 (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})^2 \Delta_y} - \\
&\quad - T_n^2 \frac{-4k (T_n - T_r) (\tilde{\gamma} - 1) (T_n - 2D_{jt} P_n \tilde{\gamma}) \Delta_y + g D W_n (\tilde{\gamma} - 1) (-T_n + 2D_{jt} P_n \tilde{\gamma}) \Delta_y}{D P_n^2 (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})^2 \Delta_y} \frac{dh}{dy}, \\
\frac{\partial \psi_{n,3}}{\partial T_n} &= \frac{4k T_n (\tilde{\gamma} - 1) (2T_n^2 + 2D_{jt} P_n T_r - T_n (T_r + 3D_{jt} P_n \tilde{\gamma})) \Delta_y \tau}{D P_n (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})^2 \Delta_y \tau} + \\
&\quad + \frac{D_{jt}^2 P_n^3 \tilde{\gamma}^2 \Delta_y + S T_n^2 \tilde{\alpha} ((D_{jt} P_{n-1} - T_{n-1}) W_n \tilde{\gamma} - 2T_n (W_n + W_{n-1} (\tilde{\gamma} - 1) - 2W_n \tilde{\gamma})) \tau}{P_n (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})^2 \Delta_y \tau} + \\
&\quad + \frac{2D_{jt} P_n^2 T_n \tilde{\gamma} (-\Delta_y + D_{jt} S W_{n-1} \tilde{\alpha} \tilde{\gamma} \tau)}{P_n (T_n - D_{jt} P_n \tilde{\gamma})^2 \Delta_y \tau} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + T_n \frac{2D_{jt}S(-D_{jt}P_{n-1} + T_{n-1})W_n\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}^2}{(T_n - D_{jt}P_n\tilde{\gamma})^2 \Delta_y} + \\
& + \frac{T_n^2(\Delta_y + D_{jt}S\tilde{\alpha}\tilde{\gamma}(-4W_{n-1} + 3W_n + 3W_{n-1}\tilde{\gamma} - 6W_n\tilde{\gamma})\tau)}{(T_n - D_{jt}P_n\tilde{\gamma})^2 \Delta_y \tau} + \\
& + \frac{T_n W_n (\tilde{\gamma} - 1)(T_n - 2D_{jt}P_n\tilde{\gamma})}{P_n (T_n - D_{jt}P_n\tilde{\gamma})^2} \frac{dh}{dy}.
\end{aligned}$$

У формулах вище, щоб визначити координати векторів нев'язок та складових матриці Якобі на 0-му кроці, були опущені індекси k, s , тобто індекси ітерації та часового шару.

2.4 Алгоритм моделювання нестационарних режимів по ділянці

трубопроводу великого діаметру із застосуванням методу Бroyдена

Алгоритм розрахунку режиму газового потоку по ДТВД для k -го часового шару має наступний вигляд.

Дія-1. Покладемо $s = 0$, задаємо $q^{k,0}$ (вектор параметрів початкових значень).

Дія-2. Обчислюємо матриці Якобі для нульової ітерації, або її апроксимації $A^{k,s}$ для n -ї ітерації.

Дія-3. Знаходимо вектори нев'язок $\psi^{k,s}$.

Дія-4. Вирахуємо нові значення невідомих змінних газового потоку на s -й ітерації:

$$q_i^{k,s+1} = q_i^{k,s} - \delta q_i^{k,s+1}, \quad i = \overline{0, n}.$$

Дія-5. Обчислюємо вектори поправок за допомогою розв'язання лінійної

системи алгебраїчних рівнянь.

Дія-6. Перевіряємо збіжність $\|\psi^{k,s}\| \leq \varepsilon$, де ε – це задана точність. У разі, якщо не вдалося досягнути заданої точності, то $s = s + 1$ і повертаємось до кроку алгоритму «Дія-2», якщо вдалось – розрахунок часового шару завершується.

Висновки за розділом 2

У цьому розділі було здійснено та обґрунтовано вибір математичної моделі для опису стаціонарних і нестаціонарних режимів транспортування газу ділянками трубопроводу великого діаметру.

Для математичної моделі стаціонарного режиму були розглянуті обмеження стаціонарних моделей які можуть призводити до значних похибок у результатах. Були опрацьовані формули для обчислення температури газу із урахуванням ефекту Джоуля-Томсона.

У свою чергу для математичної моделі нестаціонарного режиму було побудовано систему рівнянь у частинних похідних, що враховує ефект Джоуля-Томсона та інші фізичні характеристики потоку газу, а також наведено рівняння стану та моделі для врахування особливостей трубопроводів великого діаметру. Для розв'язання систем нелінійних різницевих рівнянь було запропоновано використовувати метод Бroyдена. Розроблено алгоритм який передбачає ітераційне наближення до точного розв'язку за допомогою ітеративного підходу.

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica 14.1

Wolfram Mathematica — це сучасна система для обчислень, що містить засоби як для чисельних розрахунків так і для аналітичних перетворень. Також програма здатна працювати із звуком та графікою, будувати графіки функцій різної розмірності та працювати із геометричними фігурами. Вона дуже широко застосовується для моделювання та досліджень в наукових, інженерних та математичних сферах.

Mathematica підтримує функціональне, процедурне та об'єктно-орієнтоване програмування, забезпечуючи зручність роботи з циклічними та умовними структурами. Система забезпечує динамічний зв'язок між частинами документу, що дозволяє автоматизувати обчислювальні процеси та виконувати розрахунки з високою ефективністю та точністю.

Порівнявши різні математичні пакети, та програмні середовища для вирішення отриманої задачі було обрано Wolfram Mathematica версії 14.1. Даний програмний продукт виявився найбільш підходящим з точки зору проведення чисельного і теоретичного аналізу, а також для обчислення нестационарних неізотермічних режимів течії газу в трубопроводі великого діаметру.

3.2 Опис програми

Програму для розрахунку нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ДТВД реалізовано використовуючи програмний продукт Wolfram Mathematica версії 14.1.

На першому етапі потрібно визначити:

а) характеристики ДТВД, такі як внутрішній діаметр, довжина, коефіцієнт ефективності, еквівалентна жорсткість труб, товщина стінок трубопроводу;

б) характеристики газового потоку, такі як коефіцієнт теплопередачі від газу до ґрунту, відносна щільність газу до повітря, коефіцієнт стисливості газу, питома теплоємність;

в) решта параметрів: температура газу на початку ділянки, комерційна витрата газу, тиск, температура ґрунту на горизонті труби, початкове значення коефіцієнта Джоуля-Томсона.

На другому етапі задамо крайові умови для початкової і кінцевої ділянок трубопроводу та значення кількості точок розбиття ДТВД.

На третьому етапі здійснимо розрахунок стаціонарного та нестаціонарного режимів течії газу по ДТВД враховуючи ефект Джоуля-Томсона. Алгоритм розрахунків описано в розділі 2.3.

В результаті роботи програми отримуємо значення таких параметрів газового потоку: тиск, температура та масова витрата у точках розбиття ДТВД.

Висновки за розділом 3

У цьому розділі розглянуто програмну реалізацію моделювання нестаціонарних неізотермічних режимів транспортування газу по ДТВД. Метою є створення програмного забезпечення, що здатне ефективно обчислювати параметри газового потоку з урахуванням фізичних характеристик середовища та трубопроводу у разі різкої зміни крайових умов.

Програмна реалізація базується на використанні системи комп'ютерної алгебри Wolfram Mathematica версії 14.1. Цей програмний продукт був обраний завдяки його можливостям виконання чисельних та аналітичних розрахунків, автоматизації обчислювальних процесів, а також інтеграції графічних і геометричних засобів.

4 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Тема чисельного експерименту – «Застосування методу Бройдена при комп'ютерному моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру».

В даному експерименті розглядається задача відключення великого споживача від мережі.

Першим кроком задамо початкові дані що описують технічні характеристики: довжина досліджуваної ділянки $L = 64$ км, кількість точок розбиття $n = 8, 16, 32$, початковий тиск $P_0 = 72,3$ атм, початкова температура $T_0 = 38,5$ °C, початкова комерційна витрата $G_0 = 111,15$ млн.м³/доб, внутрішній діаметр труби $d = 1400$ мм, температура ґрунту на горизонті залягання труби $t_{gp} = 8$ °C.

Визначимо інтервал часового шару $\Delta x = 5$ хв та час дослідження $time = 11$ год, відповідно кількість часових шарів буде $k = 132$ час. шарів.

Задамо крайові умови:

$$\begin{cases} P(0, t) = 72,3 \text{ атм,} \\ T(0, t) = 38,5^\circ\text{C,} \end{cases}$$

$$G(L, t) = \begin{cases} 111,15 \text{ млн.м}^3/\text{доб, } 0 \leq t < 130 \text{ хв,} \\ 91,5 \text{ млн.м}^3/\text{доб, } 130 \leq t \leq 660 \text{ хв.} \end{cases}$$

Використовуючи створену програму проведемо розрахунок параметрів: комерційної витрати газу, тиску та температури нестационарного режиму течії газу, пов'язаного з відключенням великого споживача коли точки розбиття приймають значення $n = 8, 16, 32$.

Побудуємо таблиці комерційної витрати газу, тиску та температури, отриманих при різній кількості точок розбиття, розрахованих в точках ділянки

трубопроводу, які знаходяться на однаковій відстані від початку ділянки. Для $n = 8$ це точки: 0-а, 2-а, 4-а, 7-а, 8-а. Для $n = 16$ це точки: 0-а, 4-а, 8-а, 14-а, 16-а. Для $n = 32$ це точки: 0-а, 8-а, 16-а, 28-а, 32-а. Відключення великого споживача відбувається на 26-у часовому шарі (130 хвилина від початку розрахунку), що характеризується різкою зміною крайових умов.

Розрахуємо параметри для $n = 8, 16, 32$. Отримані значення наведені у таблицях 4.1 – 4.12. на різних часових шарах.

Таблиця 4.1 – Комерційна витрата газу G (млн.м³/добу) на 1-му та 25-му часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	1-й часовий шар			25-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	112.914904	112.746413	112.701825	111.162202	111.161038	111.16076
16	112.773025	112.69187	112.670761	111.161486	111.160362	111.160094
32	112.595834	112.561379	112.552676	111.159227	111.158276	111.158048
56	111.918574	111.797723	111.79813	111.15309	111.152545	111.152466
64	111.15	111.15	111.15	111.15	111.15	111.15

Таблиця 4.2 – Тиск газу P (атм) на 1-му та 25-му часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	1-й часовий шар			25-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	72.3	72.3	72.3	72.3	72.3	72.3
16	68.074708	68.074951	68.075015	68.198615	68.196480	68.195944
32	63.618474	63.619483	63.619761	63.876578	63.871715	63.870494
56	56.427635	56.418357	56.420105	56.886204	56.857604	56.854881
64	53.853846	53.865099	53.868316	54.356579	54.342957	54.339525

Таблиця 4.3 – Температура газу T ($^{\circ}C$) на 1-му та 25-му часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	1-й часовий шар			25-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	38.5	38.5	38.5	38.5	38.5	38.5
16	35.484579	35.484352	35.484304	35.566332	35.566977	35.566928
32	32.524601	32.525871	32.526243	32.67967	32.677175	32.676592
56	28.277561	28.271267	28.272669	28.378403	28.379157	28.376868
64	26.937899	26.937248	26.935831	26.954789	26.9427	26.939726

Таблиця 4.4 – Комерційна витрата газу G (млн.м³/добу) на 26-му та 27-му часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	26-й часовий шар			27-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	109.266322	109.400174	109.434989	106.342397	106.505417	106.547557
16	108.754615	108.895223	108.931802	105.58986	105.731211	105.767402
32	106.808448	106.979002	107.023717	103.053695	103.151107	103.175119
56	98.8078845	97.846922	97.8806903	95.254775	94.9331322	94.927957
64	91.15	91.15	91.15	91.15	91.15	91.15

Таблиця 4.5 – Тиск газу P (атм) на 26-му та 27-му часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	26-й часовий шар			27-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	72.3	72.3	72.3	72.3	72.3	72.3
16	68.341257	68.342367	68.342713	68.555514	68.562293	68.564112
32	64.262353	64.269971	64.272165	64.747441	64.766309	64.771297
56	58.357656	58.291448	58.30828	59.320048	59.276756	59.289462
64	56.4181	56.524467	56.553910	57.527462	57.587174	57.60089

Таблиця 4.6 – Температура газу T ($^{\circ}C$) на 26-му та 27-му часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	26-й часовий шар			27-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	38.5	38.5	38.5	38.5	38.5	38.5
16	35.714419	35.722095	35.723907	35.903664	35.918614	35.922168
32	33.133073	33.154383	33.160308	33.650384	33.689067	33.699435
56	30.254729	30.221602	30.243791	31.275438	31.3162	31.324708
64	29.753692	29.842255	29.857789	30.945216	30.942271	30.939148

Таблиця 4.7 – Комерційна витрата газу G (млн.м³/добу) на 28-му та 29-му часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	28-й часовий шар			29-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	103.35518	103.48143	103.513375	100.739666	100.82244	100.842907
16	102.617663	102.71647	102.741253	100.115729	100.1773	100.192489
32	100.277623	100.33026	100.343071	98.188588	98.220303	98.2281295
56	93.9727874	93.840946	93.8404199	93.263031	93.182673	93.1832353
64	91.15	91.15	91.15	91.15	91.15	91.15

Таблиця 4.8 – Тиск газу P (атм) на 28-му та 29-му часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	28-й часовий шар			29-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	72.3	72.3	72.3	72.3	72.3	72.3
16	68.767537	68.777399	68.779946	68.947693	68.957957	68.960549
32	65.184863	65.20697	65.212606	65.541374	65.562417	65.567692
56	60.021857	59.989453	59.999338	60.554739	60.529724	60.537842
64	58.291952	58.33467	58.344972	58.864881	58.899047	58.907429

Таблиця 4.9 – Температура газу T ($^{\circ}C$) на 28-му та 29-му часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	28-й часовий шар			29-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	38.5	38.5	38.5	38.5	38.5	38.5
16	36.046503	36.06106	36.064213	36.122108	36.130429	36.131898
32	34.04714	34.08702	34.097489	34.29604	34.326868	34.334692
56	31.893566	31.975257	31.975397	32.265028	32.364147	32.361122
64	31.583114	31.566112	31.567285	31.934619	31.927575	31.932218

Таблиця 4.10 – Комерційна витрата газу G (млн.м³/добу) на 80-у та 132-у часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

x	80-й часовий шар			132-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	91.149783	91.149954	91.1500013	91.1500005	91.15	91.15
16	91.149779	91.149953	91.1500005	91.1500005	91.15	91.15
32	91.149811	91.149958	91.1499992	91.1500005	91.15	91.15
56	91.149913	91.149985	91.1499994	91.1500001	91.15	91.15
64	91.15	91.15	91.15	91.15	91.15	91.15

Таблиця 4.11 – Тиск газу P (атм) на 80-у та 132-у часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

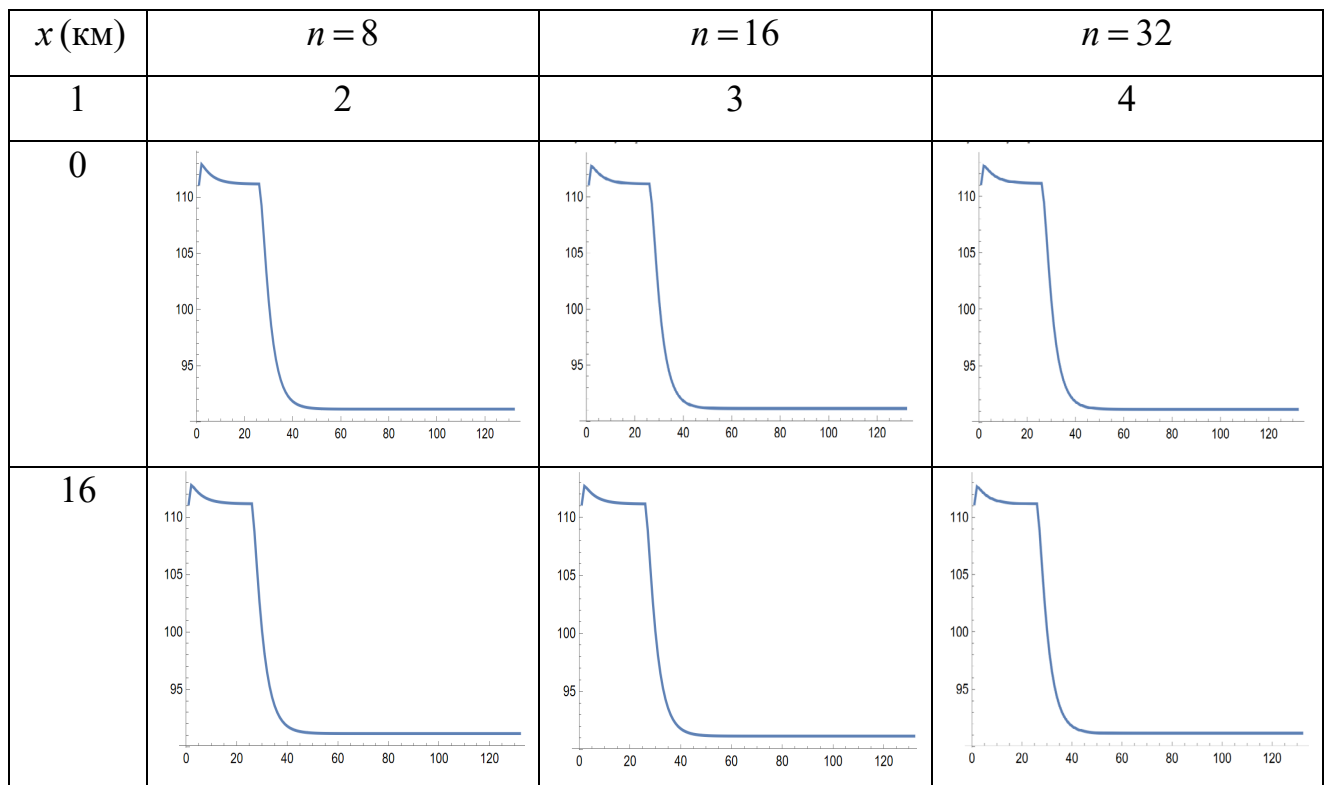
x	80-й часовий шар			132-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	72.3	72.3	72.3	72.3	72.3	72.3
16	69.567873	69.567175	69.567	69.56784	69.567167	69.566998
32	66.748441	66.746924	66.746544	66.74835	66.746903	66.746541
56	62.335268	62.324316	62.323556	62.335073	62.324265	62.323547
64	60.794596	60.790950	60.790038	60.794328	60.790888	60.790027

Таблиця 4.12 – Температура газу T ($^{\circ}C$) на 80-у та 132-у часових шарах при різних значеннях n на відстані x (км)

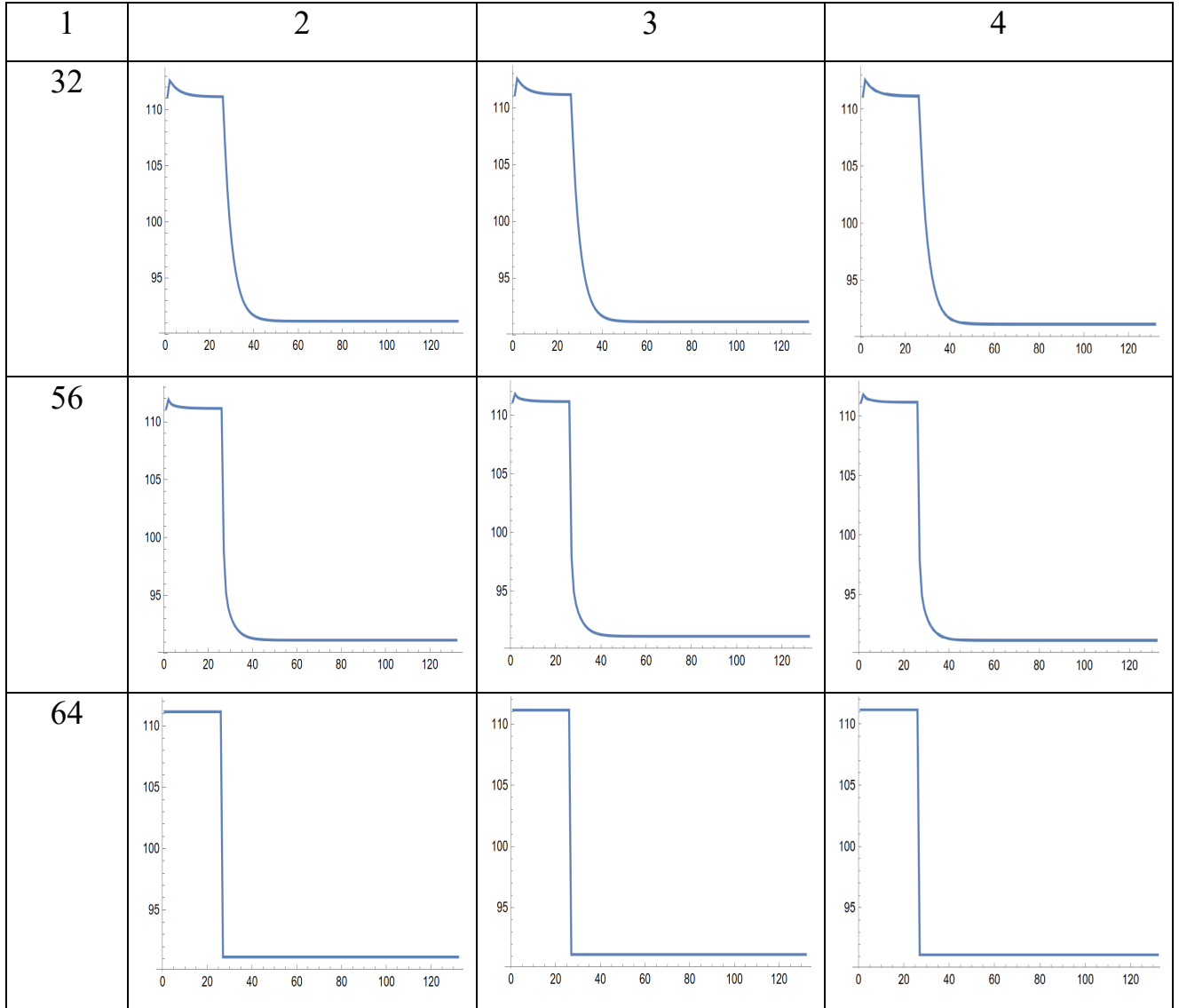
x	80-й часовий шар			132-й часовий шар		
	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
0	38.5	38.5	38.5	38.5	38.5	38.5
16	35.823787	35.824386	35.824519	35.825686	35.824843	35.824631
32	33.253331	33.255826	33.256256	33.258647	33.256945	33.25652
56	29.565843	29.580946	29.581732	29.573576	29.582937	29.582181
64	28.395819	28.398009	28.398777	28.403587	28.400094	28.399223

В таблицях 4.13 – 4.15 зображено графіки комерційної витрати газу, тиску та температури у точках розбиття, що відповідають однаковій відстані x (км) від початку досліджуваної ділянки.

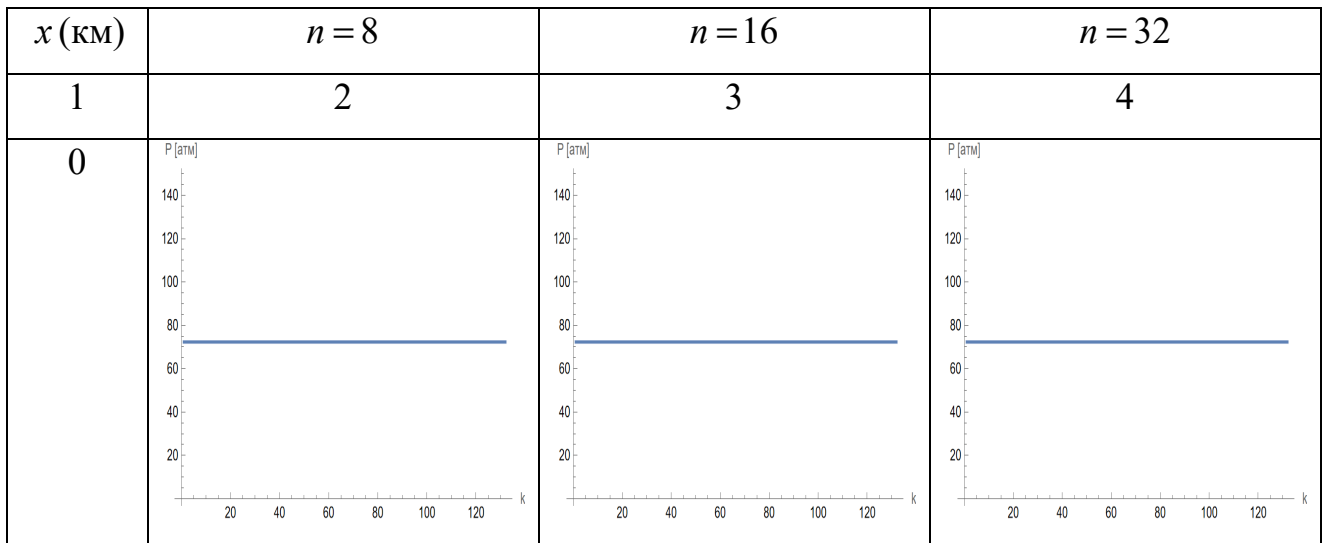
Таблиця 4.13 – Графіки комерційної витрати газу при n точках розбиття



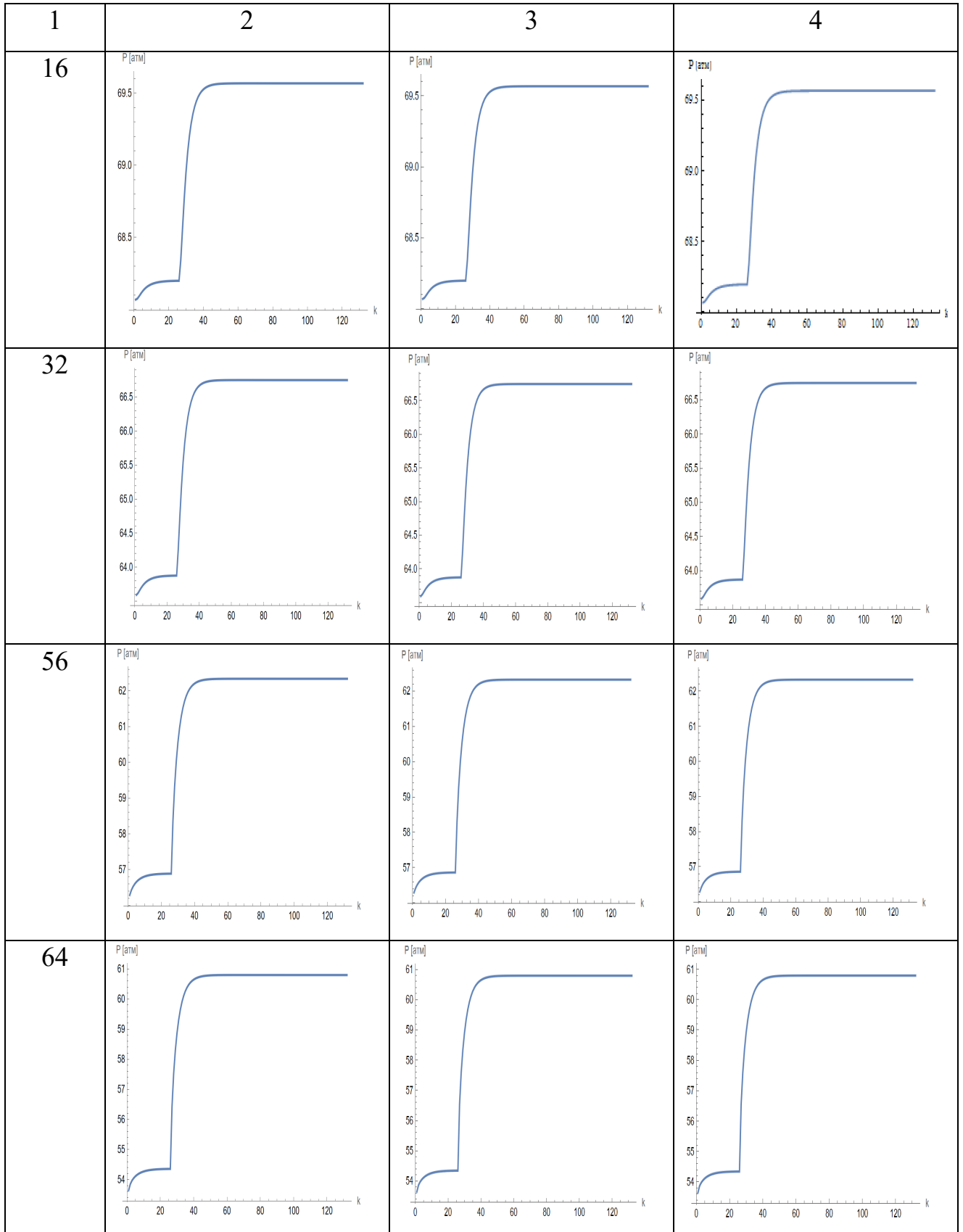
Кінець таблиці 4.13

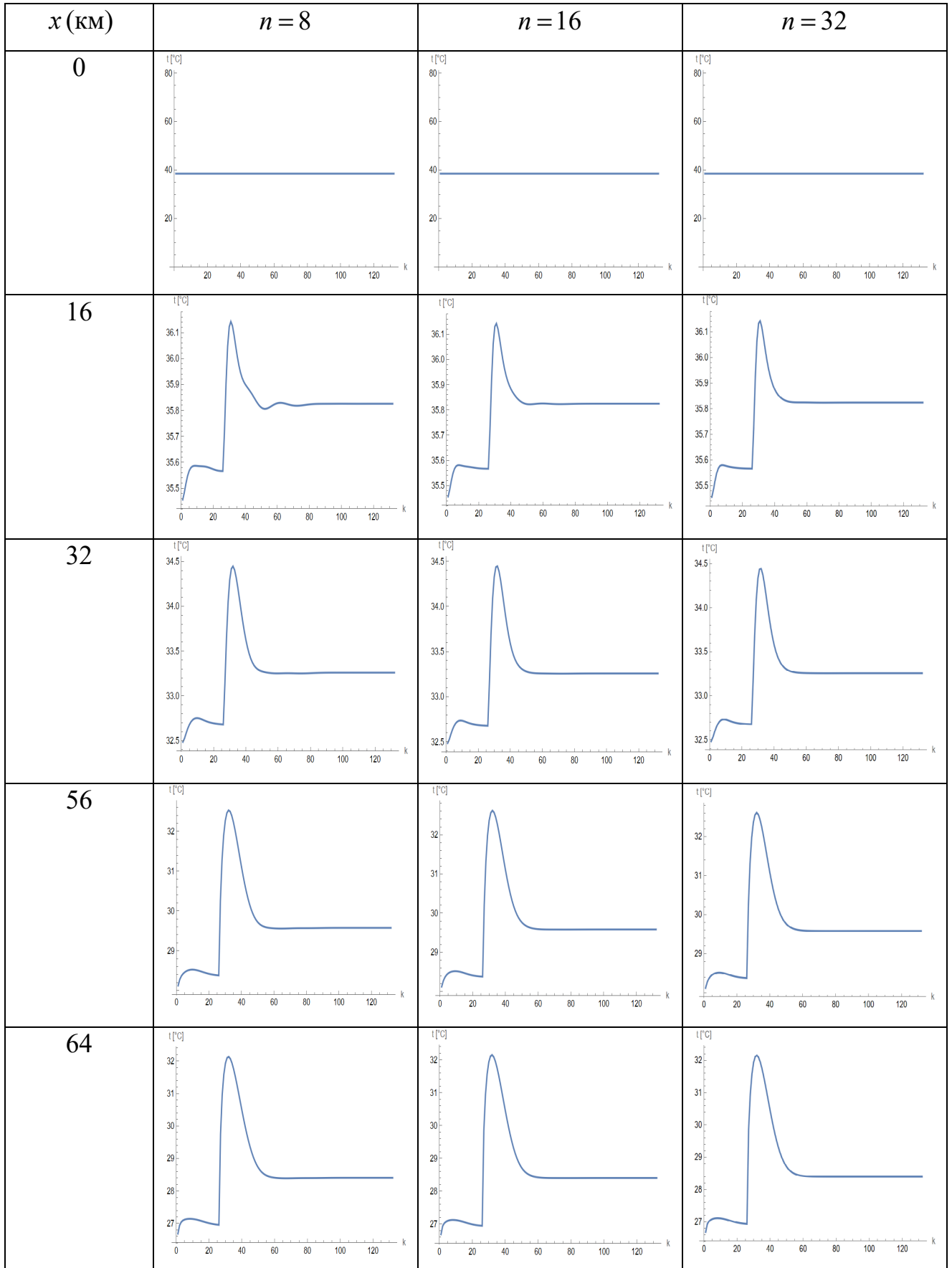


Таблиця 4.14 – Графіки тиску газу при n точках розбиття



Кінець таблиці 4.14



Таблиця 4.15 – Графіки температури газу при n точках розбиття

Таблиця 4.16 – Кількість ітерацій на відповідних часових шарах при $n = 8$ точок розбиття

номер часового шару	кількість ітерацій	номер часового шару	кількість ітерацій
1-6	3	29-32	5
7-25	2	33-36	4
26	6	37-47	3
27	7	48-59	2
28	6	60-132	1

Таблиця 4.17 – Кількість ітерацій на відповідних часових шарах при $n = 16$ точок розбиття

номер часового шару	кількість ітерацій	номер часового шару	кількість ітерацій
1-5	3	34-37	4
6-25	2	38-46	3
26	7	47-62	2
27	10	63-124	1
28-30	6	125-132	0
31-33	5		

Таблиця 4.18 – Кількість ітерацій на відповідних часових шарах при $n = 32$ точок розбиття

номер часового шару	кількість ітерацій	номер часового шару	кількість ітерацій
1-5	3	31-33	5
6-25	2	34-37	4
26	9	38-49	3
27	12	50-63	2

Кінець таблиці 4.18

номер часового шару	кількість ітерацій	номер часового шару	кількість ітерацій
28	8	64-113	1
29	7	114-132	0
30	6		

Таблиця 4.19 – Час виконання обчислень при різних n

	$n = 8$	$n = 16$	$n = 32$
час виконання (сек)	23.9945733	69.893377	241.4282139

Обчислювальний експеримент було виконано за допомогою процесора Intel Core i3-5010U. З даних, наведених у таблиці 4.19, можна зробити висновок, що час виконання обчислень збільшується пропорційно до збільшення точок розбиття. Причому порівнюючи отримані результати обчислень, наведених у таблицях 4.1–4.12, бачимо деяку незначну розбіжність у числових значеннях однак поведінка потоку газу залишається однаковою. Причому у кінцевій точці розбиття дані збігаються.

Порівнюючи результати обчислень, наведених у таблицях 4.1–4.12, можемо зробити висновок, що при збільшенні кількості точок розбиття точність розрахунків також збільшується, тому у випадках коли ключовим аспектом є швидкість отримання результату можна поступитись точністю і застосовувати меншу кількість точок розбиття і навпаки, коли важливішою є точність обчислень, варто збільшувати кількість точок розбиття, це дозволить отримати найбільш точні розрахунки. Для звичайної роботи рекомендується використовувати алгоритм з середнім значенням точок розбиття $n = 16$, що дозволить отримати точні результати обчислень за відносно не великий період часу.

Висновки за розділом 4

За результатами даного експерименту можна зробити висновок, що у випадках, коли час для отримання результату обчислень має критичне значення, потрібно обирати розрахунки з меншою кількістю точок розбиття поступаючи точністю обчислень і навпаки, коли потрібна велика точність розрахунків варто застосовувати більшу кількість точок розбиття, але враховувати, що робота програми займе значно більше часу.

У загальному випадку можна рекомендувати застосовувати середню кількість точок розбиття, що забезпечує прийнятну точність та відносно швидке отримання результатів.

Результати чисельних експериментів показали можливість та ефективність використання методу Бройдена при комп'ютерному моделюванні НР по ДТВД.

ВИСНОВКИ

У ході виконання кваліфікаційної роботи було виконано системний аналіз проблеми моделювання нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ділянці трубопроводу великого діаметру та визначено основні етапи дослідження. Використовуючи результати проведеного аналізу обрано математичну модель для трубопроводу великого діаметру з урахуванням ефекту Джоуля-Томсона.

Для розв'язання рівнянь отриманої моделі були використані чисельні методи, а саме метод скінченних різниць для систем диференціальних рівнянь та метод Бройдена для розв'язання нелінійних систем. Також було побудовано алгоритм чисельного розрахунку НР по ДТВД та створено програмне забезпечення, яке було протестоване на задачі моделювання поведінки системи при відключенні великого споживача. Використання методу Бройдена дозволяє підвищити точність моделювання та швидкість обчислень.

Отримані результати можуть застосовуватися для вдосконалення автоматизації роботи газотранспортних систем, зменшення аварійності, підвищення їх надійності та стабільності постачання газу споживачам. Розроблене програмне забезпечення може бути впроваджене для моделювання перехідних режимів на ДТВД, зокрема для оперативного реагування під час аварійних ситуацій, а також може бути інтегроване у системи прийняття рішень блоків програмного забезпечення для керування газопроводами великого діаметру.

Також результати роботи демонструють можливості застосування сучасних чисельних методів у поєднанні із методом Бройдена для розв'язання систем нелінійних рівнянь з високою точністю при моделюванні складних систем. Було проведено порівняльний аналіз часу виконання чисельних розрахунків в залежності від кількості точок розбиття досліджуваної ділянки, а також відповідно збільшення точності обчислень. Результати досліджень підтвердили ефективність і можливість використання методу Бройдена при моделюванні нестационарного режиму течії газу.

Продовження досліджень полягає у вдосконаленні математичної моделі для врахування додаткових більш складних фізичних процесів на ДТВД та порівнянні методу Бройдена з іншими методами розв'язання систем різницевих рівнянь, що підвищить точність прогнозування та підвищить ефективність експлуатації газопроводів великого діаметру.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Гусарова І. Г., Охріменко І. С. Застосування методу Бройдена при моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру. *Modern tools and methods of scientific investigations: collection of scientific papers «SCIENTIA» with Proceedings of the IV International Scientific and Theoretical Conference, October 25, 2024. Antwerp, Kingdom of Belgium : International Center of Scientific Research, 2024. P.129–131.*
2. Гусарова І. Г., Мелиневський Д. В. Чисельне моделювання перехідних режимів течії газу з використанням різних скінченно-різницевих сіток. *Системи обробки інформації*. 2017. № 2. С. 29–33.
3. Гусарова І. Г., Соловійов О. М. Застосування методу Бройдена при комп'ютерному моделюванні перехідних режимів течії газу. *Системи обробки інформації*. 2019. № 2. С. 33–39.
4. Гірін О. Г. Газова динаміка: навчальний посібник для студ. вищ. навч. закладів. Астропринт : Одеса, 2007. 208 с.
5. Гусарова І. Г., Губська А. Д. Моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру з урахуванням поправки Кориоліса. *Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології та системи» : тези доповідей (м. Харків, 9-10 квітня 2020 р.)*. Харків : ХНЕУ імені Семена Кузнеця, 2020. С. 4.
6. Husarova I. H., Tevyashev A. D. & Tevyasheva O. A. Mathematical modeling of non-stationary gas flow modes along a linear section of a gas transmission system. *Mathematical Modeling and Computing*. 2022. Vol. 9, No. 2. P. 416–430.
7. Zhang L. Simulation of the transient flow in a natural gas compression system using a high-order upwind scheme considering the real-gas behaviors. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. 2016. № 28. pp. 479-490.
8. Chen Z. Finite Elements Methods and Their Applications. Leipzig : Springer-Yerlag Berlin Heidelberg, 2005. 410 с.
9. Prytula N. Mathematical modelling of dynamic processes in gas transmis-

sion. *Econtechmod. An international quarterly journal*. 2015. Vol.4, №3. pp. 57–63.

10. Гусарова І. Г., Мелиневський Д. В. Чисельне моделювання перехідних режимів течії газу з використанням різних скінченно-різницевих сіток. *Системи обробки інформації*. 2017. № 2. С. 29-33.

11. Wang P., Yu B., Han D., Li J., Sun D., Xiang Y., Wang L. Adaptive implicit finite difference method for natural gas pipeline transient flow. *Oil Gas Sci. Technol.* 2018. No. 73. pp. 21-32.