

621.396.106)
P15

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ им. М. К. ЯНГЕЛЯ

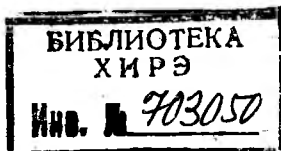
РАДИОТЕХНИКА

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

2000

Основан в 1965 г.

ВЫПУСК 84



ХНУРЕ Radyotekhnika



703050

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКС
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»

1988

В сборнике изложены решения некоторых задач электродинамики и результаты исследования взаимодействия электронных потоков с электромагнитными волнами в приборах СВЧ. Рассмотрены вопросы формирования, обработки, оценки спектров различных сигналов. Показаны особенности аппаратуры, применяемой в радиоакустике, и отражения радиоволн от метеоров.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1988 г.

Для преподавателей, научных работников и специалистов.

Редакционная коллегия: д-р техн. наук проф. *А. И. Терещенко* (отв. ред.), канд. техн. наук доц. *В. Д. Кукуш* (зам. отв. ред.), канд. техн. наук доц. *Ж. Ф. Пащенко* (отв. секр.), д-р техн. наук проф. *Ю. И. Волощук*, д-р техн. наук проф. *Б. Л. Кащеев*, д-р физ.-мат. наук проф. *В. М. Кузьмичев*, канд. техн. наук доц. *Е. М. Кулешов*, д-р техн. наук проф. *Н. Д. Колпаков*, д-р физ.-мат. наук проф. *О. А. Третьяков*, д-р физ.-мат. наук проф. *Н. А. Хижняк*, д-р техн. наук проф. *А. Г. Шейн*, д-р техн. наук проф. *Я. С. Шифрин*, д-р физ.-мат. наук акад. АН УССР *В. П. Шестопалов*

Ответственный за выпуск: канд. техн. наук доц. *Ж. Ф. Пащенко*

Адрес редакционной коллегии: 310726 Харьков, просп. Ленина, 14, институт радиоэлектроники, тел. 40-94-84

Редакция научно-технической литературы
Зав. редакцией *Л. А. Гаврилова*

В. И. ХОЛОДОВ, канд. физ.-мат. наук, Н. А. ХИЖНЯК, д-р физ.-мат. наук

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ПРОДОЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ В ПРИБЛИЖЕНИИ ЗАДАННОГО ПОЛЯ

Эффективность преобразования кинетической энергии электронного потока в энергию высокочастотных колебаний в устройстве клистронного типа существенно зависит от группирователя пучка. Аналогичная задача возникает и в теории линейных ускорителей. Группирователь пучка определяет эффективность захвата частиц в процессе ускорения.

В физике СВЧ и ускорительной физике обычно используется однозоровый группирователь клистронного типа. Более высокие результаты можно получить, применив однозоровые группирователи с модулирующим напряжением, содержащим кроме основной частоты ряд ее гармоник. Поэтому исследуем модуляцию электронного пучка системой модулирующих зазоров, через которые проходит электронный пучок. С учетом сил объемного заряда в самосогласованной постановке рассмотрим группирующие свойства цепочки резонаторов, запитываемых СВЧ-сигналом постоянной частоты, но разнесенных на определенное расстояние с заданным фазовым сдвигом между полями.

Поле цепочки резонаторов представим как

$$\psi(t, z) = E_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v_\Phi} z + \Phi_0\right),$$

где ω — частота модулирующего напряжения; U_Φ — фазовая скорость волны; Φ_0 — начальная фаза модулирующего напряжения. Тогда уравнение движения частиц в лагранжевых переменных с учетом действия сил объемного заряда в безразмерных переменных примет вид [1]

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \omega_0^2 x = \varepsilon \cos(\nu\tau - x + \Phi_0). \quad (1)$$

Здесь ε — параметр взаимодействия, $\varepsilon = eE_0/(m\omega v_\Phi)$; ν — безразмерная частота модулирующей силы, $\nu = 1 - v_0/v_\Phi$; Φ_0 — начальная фаза внешней силы, $\Phi_0 = \phi_0 + (v_0/v_\Phi)\tau$; τ_0 — начальное безразмерное время, $\tau_0 = \omega t_0$; v_0 — скорость невозмущенного потока частиц; ω_0 — параметр пространственного заряда, $\omega_0 = \omega_p/\omega$. Для реальных величин, входящих в выражение параметра взаимодействия, $\varepsilon < 0,1$, если ускоряющее поле $E_0 < 643$ кВ/м, замедление электромагнитной волны $v_{cp}/c = 0,2$ и $\lambda = 10$ см. Величина x связана с функцией деформации частиц пучка по закону

$$x = \frac{v_0}{v_\Phi} \tilde{\xi} = \frac{v_0}{v_\Phi} \left[\int_{\tau_0}^{\tau} v(\tau, \tau_0) d\tau - (\tau - \tau_0) \right], \quad (2)$$

где $v(\tau, \tau_0)$ — безразмерная полная лагранжева скорость частиц пучка, влетающих в пространство дрейфа в момент $\tau = \tau_0$.

Уравнение (1) следует проинтегрировать при начальных условиях

$$x = 0; \quad \frac{dx}{d\tau} = \tilde{V}_1(\tau_0), \quad \tau = \tau_0. \quad (3)$$

Аналогичная задача решалась для случая, когда пространственный заряд мал [2]. Уравнение движения в указанной работе совпадает с уравнением (1), когда $\omega_0 = 0$. В этом случае уравнение движения аналогично уравнению математического маятника и удаётся аналитическими методами исследовать движение частиц. Если пространственный заряд не мал, данный метод не применим для изучения уравнения движения (1).

Уравнение (1) является дифференциальным уравнением второго порядка с малой нелинейностью, поэтому оно решается методом усреднения [3]. Используя известный из теории чисел факт, что значение (p/q) ν при соответствующем выборе чисел p, q достаточно близко к ω_0 , полагаем, что

$\omega_0^2 = \left(\frac{p}{q} \nu\right)^2 - \varepsilon \Delta$, где $\varepsilon \Delta$ — расстройка между квадратом собственной и внешней частот. Тогда исходное уравнение (1) запишется так:

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} + \left(\frac{p}{q} \nu\right)^2 x = \varepsilon \{ \cos[\nu\tau - x + \Phi_0] + \Delta x \}, \quad (4)$$

т. е. расстройку $\varepsilon \Delta$ из-за малости относим к возмущающейся силе. Приводя уравнение (4) к стандартному виду и проводя усреднение по явно содержащемуся в нем времени τ , получаем дифференциальные уравнения для амплитуды и фазы функции деформации:

$$\frac{d\bar{U}}{d\tau} = \begin{cases} 0 & (p \neq 1); \\ \frac{eq}{2\nu} [J_{(q+1)}(\bar{U}) + J_{(q-1)}(\bar{U})] \cos[q\bar{\theta} + \Phi_0] & (p = 1); \end{cases} \quad (5)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{d\tau} = \begin{cases} \frac{eq}{2\nu p} \Delta (p \neq 1); \\ \frac{eq}{2\nu} \Delta + \frac{eq}{2\nu} \frac{1}{\bar{U}} [J_{(q+1)}(\bar{U}) - J_{(q-1)}(\bar{U})] \sin[q\bar{\theta} + \Phi_0] & (p = 1); \end{cases} \quad (6)$$

где $x = \bar{U} \sin(\nu\tau - \bar{\theta})$. Как видно из (5), при $\omega_0 \approx \frac{p}{q} \nu$, $p \neq 1$ из усредненных уравнений первого приближения следует

$$\bar{U} = \bar{U}_0, \quad \bar{\theta} = \left(\frac{eq}{2\nu p} \Delta\right) \tau + \bar{\theta}_0, \quad (7)$$

т. е. решение, которое получается из (4) с нулевой нелинейной правой частью. Значит, необходимо построить улучшенное первое приближение. Следовательно, когда частота внешней периодической силы кратна какой-либо из гармоник собственной частоты системы ω_0 , действие возмущающей силы не сказывается на решении, построенном с учетом лишь членов первого порядка малости по ε .

Если же $\nu = q\omega_0$ и $\rho = 1$, т. е. рассматриваем резонанс на обер-тоне собственной частоты, или демультимпликативный резонанс, амплитуда и фаза функции деформации определяются системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{U}}{d\tau} &= \frac{eq^2}{\nu} \frac{1}{\bar{U}} J_q(\bar{U}) \cos \bar{\vartheta}; \\ \frac{d\bar{\vartheta}}{d\tau} &= \frac{eq^2}{2\nu} - \frac{eq^2}{\nu} \frac{1}{\bar{U}} \frac{dJ_q(\bar{U})}{d\bar{U}} \sin \bar{\vartheta}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\bar{\vartheta} = q\bar{\theta} + \Phi_0$; $J_q(\bar{U})$ — функция Бесселя q -го порядка. Система уравнений, подобная (8), получена при рассмотрении нелинейной теории параметрического возбуждения волн плотности заряда в промодулированном по плотности и скорости пучке [4]. Рассмотрение ограничивалось случаем бесконечно широкого и однородного по сечению пучка и малой глубины модуляции. Воспользовавшись предложенным в работе [4] методом решения системы (8) с произвольным значением амплитуды \bar{U} , получим первый интеграл системы (8):

$$-\frac{\Delta}{4} \bar{U}^2 + J_q(\bar{U}^2) \sin \bar{\vartheta} = \text{const} = -\frac{\Delta}{4} \bar{U}_0^2 + J_q(\bar{U}_0^2) \sin \bar{\vartheta}_0. \quad (9)$$

Здесь $\bar{U}_0, \bar{\vartheta}_0$ — амплитуда и фаза функции деформации, определяемые начальными условиями (3).

Находим из (9) $\cos \bar{\vartheta}$, подставляем его значение в первое уравнение (8). Интегрируя по τ , имеем

$$x - x_0 = \int_{\bar{\eta}}^{\bar{\eta}_1} \frac{d\bar{\eta}}{\sqrt{\Phi(\bar{\eta}, \bar{\eta}_0, \bar{\vartheta}_0)}}, \quad (10)$$

где $\Phi(\bar{\eta}, \bar{\eta}_0, \bar{\vartheta}_0) = J_q^2(\sqrt{\bar{\eta}}) - \left\{ \frac{\Delta}{4} (\bar{\eta} - \bar{\eta}_0) + J_q(\sqrt{\bar{\eta}_0}) \sin \bar{\vartheta}_0 \right\}^2$; $x = \frac{2eq^2}{\nu} \tau$, $\bar{\eta} = \bar{U}^2$, $\bar{\eta}_0 = \bar{U}_0^2$. Из (10) видно, что $\bar{\eta}$ является периодической функцией, изменяющейся в интервале между значениями $\bar{\eta}_{\text{мин}}$ и $\bar{\eta}_{\text{макс}}$ ($\bar{\eta}_{\text{мин}}$, $\bar{\eta}_{\text{макс}}$ — два наименьших корня уравнения $\Phi(\bar{\eta}, \bar{\eta}_0, \bar{\vartheta}_0) = 0$, между которым $\Phi > 0$).

Как следует из рис. 1, не для всякого q и $\bar{\eta}_0$ существует решение уравнения (10). Чем больше q , тем большее значение должна иметь начальная амплитуда $\bar{\eta}_0$, чтобы возбуждались колебания на частоте $\nu \approx q\omega_0$.

Рассмотрим главный резонанс $\nu \approx \omega_0$ ($q = 1$). Из рис. 1 видно, что $\bar{\eta}_{\text{мин}} < \bar{\eta}_0$, поэтому если $\bar{\eta}_0 \ll 1$, из упрощенного уравнения можно определить $J_1(\sqrt{\bar{\eta}_{\text{макс}}}) = \left| \frac{\Delta}{4} \right| \bar{\eta}_{\text{макс}}$. Как видно из рис. 2, чем меньше $\frac{\Delta}{4}$, тем больше $\bar{\eta}_{\text{макс}}$, что определяет зону неустойчивости. Здесь

1 — $J_0(\sqrt{V\bar{\eta}})$, 2 — $J_1(\sqrt{V\bar{\eta}})$, 3 — $\left\{ \frac{\Delta}{4} (\bar{\eta} - \bar{\eta}_0) + J_1(\sqrt{V\bar{\eta}_0}) \sin \bar{\theta}_0 \right\}^2$. Следовательно, так как $\omega_0^2 = v^2 - \epsilon\Delta$, то чем меньше Δ , тем точнее выполняется равенство $\omega_0 = v$. Поэтому, чем меньше плотность пучка ω_0 , тем более точно должно выполняться равенство между скоростью пучка v_0 и фазовой скоростью v_Φ медленной электромагнитной волны для возникновения неустойчивости в системе электронный пучок — медленная электромагнитная волна ($v_0/v_\Phi = 1 - \omega_0$).

Если $\Delta > 1$, амплитуда $\bar{\eta}_{\max}$ остается малой для любого значения времени τ и в выражении для $\Phi(\bar{\eta}, \bar{\eta}_0, \bar{\theta}_0)$ функция Бесселя раскладывается в ряд

$$J_1(x) \approx \frac{1}{2}x - \frac{1}{16}x^3 + \dots$$

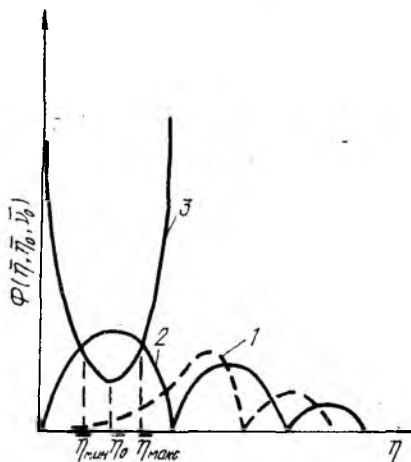


Рис. 1

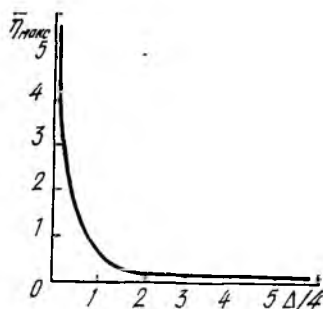


Рис. 2

Тогда (12) примет вид

$$x - x_0 = \frac{1}{\Delta} \int_{y_0}^y \frac{dy}{\sqrt{B - y^2}} = \frac{1}{\Delta} \left\{ \arcsin \frac{y}{2\sqrt{1 - 4\gamma\Delta - 4\gamma^2}} - \arcsin \times \right. \\ \left. \times \frac{y_0}{2\sqrt{1 - 4\gamma\Delta - 4\gamma^2}} \right\},$$

где $y = (1 + \Delta^2)\bar{\eta} - 2(1 - 2\gamma\Delta)$; $\gamma = \bar{\eta}_0 - \frac{4J_1(\sqrt{V\bar{\eta}_0}) \sin \bar{\theta}_0}{\Delta}$.

Окончательно получаем следующие выражения для амплитуды и фазы функции деформации:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_0 \left\{ 1 - \frac{2}{\Delta} \frac{J_1(\bar{U}_0)}{\bar{U}_0^2} \sin(\bar{\theta}_0 + \Phi_0) - \frac{1}{\Delta \bar{U}} \times \right. \\ \times \sqrt{1 - \left[\frac{2J_1(\bar{U}_0)}{\bar{U}_0} \sin(\bar{\theta}_0 + \Phi_0) \right]^2} \sin \left[\frac{2\epsilon\Delta}{v} (\tau - \tau_0) \right] + \\ \left. + \frac{2}{\Delta} \frac{J_1(\bar{U}_0)}{\bar{U}_0^2} \sin(\bar{\theta}_0 + \Phi_0) \cos \left[\frac{2\epsilon\Delta}{v} (\tau - \tau_0) \right] \right\}; \quad (11)$$

$$\bar{\theta} = \arcsin \left\{ \frac{\frac{1}{2} \bar{U}_0 \sqrt{1 - \left[\frac{2J_1(\bar{U}_0)}{\bar{U}_0} \sin(\bar{\theta}_0 + \Phi_0) \right]^2} \sin \left[\frac{2e\Delta}{v} (\tau - \tau_0) \right] + J_1(\bar{U}_0) \sin(\bar{\theta}_0 + \Phi_0) \cos \left[\frac{2e\Delta}{v} (\tau + \tau_0) \right]}{J_1(\bar{U})} \right\} - \Phi_0.$$

Исследования показали, что в системе электронный пучок — электромагнитная волна при модуляции цепочкой резонаторов, запитываемых одной частотой, но разнесенных на определенное расстояние, соотношения между плотностью пучка ω_0 , параметром несинхронности $v = 1 - v_0/v_\phi$ — и начальными значениями амплитуды и фазы функции деформации \bar{U}_0 , \bar{v}_0 определяют характер движения частиц в пучке. Первый случай (кривые на рис. 1 не пересекаются) соответствует режиму, когда $\Phi(\bar{\eta}, \bar{\eta}_0, \bar{\theta}_0) < 0$. Амплитуда и фаза функции $\bar{\zeta}$, определяющей смещение частиц пучка от их равновесного положения, имеют постоянные значения. Следовательно, скорость не изменяет знак, поэтому электроны монотонно сдвигаются по фазе относительно электромагнитной волны и не захватываются ею. Второй случай соответствует режиму, когда $\Phi(\bar{\eta}, \bar{\eta}_0, \bar{\theta}_0) > 0$. Тогда происходит модуляция амплитуды функции $\zeta(\tau, \zeta)$ с частотой, равной разности квадратов собственной частоты системы ω_0 и частоты внешней модулирующей силы v . Само движение частиц пучка определяется формулой

$$\bar{\zeta} = \frac{v_\phi}{v_0} x = \frac{v_\phi}{v_0} \bar{U} \sin \left(\frac{v}{q} \omega t - \bar{\theta} \right). \quad (12)$$

Таким образом, переменная скорость $\frac{d\bar{\zeta}}{d\tau}$ изменяет знак, что соответствует режиму, когда частицы захватываются волной.

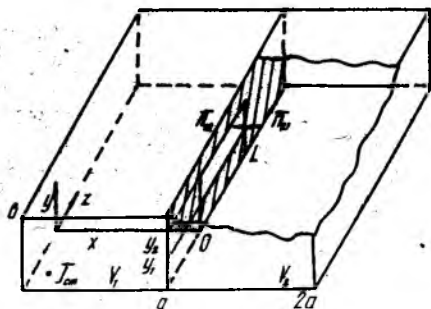
Список литературы: 1. Щербинин Г. П., Хижняк Н. А. О нелинейной стадии развития колебаний в волноводе медленных волн в присутствии электронного пучка // *Вопр. атом. науки и техники. Сер. физики высоких энергий и атомного ядра.* — 1978. — Вып. 1(13). — С. 70—72. 2. Ваврис Д. Н. Анализ движения электронов в резонансной ЛОВ // *Радиотехника и электроника.* — 1982. — 27, № 8. — 1576 — 1581. 3. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1963. — 410 с. 4. Шапиро В. Д. К нелинейной теории волн плотности заряда в пучках с переменными параметрами // *Изв. вузов. Радиофизика.* — 1964. — Т. 7. — С. 736—746.

Поступила в редколлегию 23.09.86.

В. Ю. ТИХОВСКИЙ, Ж. Ф. ПАЩЕНКО, канд. техн. наук,
В. К. ПИРОЖЕНКО, канд. техн. наук

АТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ ЩЕЛЕВЫХ МОСТОВ. СООБЩЕНИЕ 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЩЕЛЕВОГО H -МОСТА

Для построения моделирующих алгоритмов САПР широкого класса устройств СВЧ целесообразно использовать метод Галеркина, обладающий универсальностью и обеспечивающий достаточную точ-



ность получаемых результатов [1; 2]. В данной работе для САПР волноводных щелевых мостов предлагается математическая модель щелевого H -моста, основанная на использовании указанного метода.

Рассмотрим щелевой H -мост, представленный на рисунке. По волноводу V_1 могут распространяться волны любого типа. Из волновода V_1 в волновод V_2 энергия поступает через отверстие связи S , геометрические размеры которого произвольны. Условие непрерывности для касательных составляющих магнитных полей на границе раздела S запишутся так [3]:

$$[\vec{n}_{21} \vec{H}^{V_1} \{ \vec{E}_\tau \}] + [\vec{n}_{21} \vec{H}^{V_2} \{ \vec{E}_\tau \}] + [\vec{n}_{21} \vec{H}^{V_1} \{ \vec{j}_{ct}^V \}] = 0. \quad (1)$$

Величины $\vec{H}^{V_1} \{ \vec{E}_\tau \}$, $\vec{H}^{V_2} \{ \vec{E}_\tau \}$, $\vec{H}^{V_1} \{ \vec{j}_{ct}^V \}$ — магнитные поля на границе со стороны первой и второй областей, возбуждаемые касательным полем \vec{E}_τ на отверстии и сторонним током в первой области. Для решения интегрального уравнения (1) используем метод Галеркина, выбрав полную систему координатных функций \vec{e}_l :

$$\vec{E}_\tau = \sum_{l=1}^L e_l (\vec{e}_{l_n} + \vec{e}_{l_p}), \quad l = 1, 2, \dots, m, \dots, L. \quad (2)$$

Здесь e_l — не зависящие от координат постоянные множители, подлежащие определению. Подставив разложение (2) в (1), после некоторых преобразований получим систему алгебраических уравнений, которая в матричной записи имеет вид

$$\| Y_{ml}^{V_1} + Y_{ml}^{V_2} \| \| e_l \| = \| h_{m_{ct}}^{V_1} \|, \quad (3)$$

где $Y_{ml}^{V_N}$ — проводимости; $h_{m_{ct}}^{V_1}$ — задающие токи.

При вычислении проводимостей и задающих токов в (3) целесообразно выбрать последовательность координатных функций на основе решения мембранных уравнений для геометрической поверхности отверстия связи S

$$\nabla^2 \psi_{e, h} + \kappa_{e, h}^2 \psi_{e, h} = 0,$$

удовлетворяющих граничным условиям $\partial \psi_h / \partial n = 0$ и $\psi_e = 0$, где n — 2 — нормаль к границе поверхности; $\kappa_{e, h}$ — характеристические постоянные. Представляя отверстие с размерами $(y_2 - y_1) a_{св}$ прямоугольным волноводом бесконечно малой длины, получим

$$\psi_h = \sqrt{\frac{2 - \delta_{0m_{св}}}{a_{св}} \frac{2 - \delta_{0n_{св}}}{b_{св}}} \cos \frac{m_{св} \pi z}{a_{св}} \cos \frac{n_{св} \pi y}{b_{св}};$$

$$\psi_e = \frac{2}{\sqrt{a_{св} b_{св}}} \sin \frac{m_{св} \pi z}{a_{св}} \sin \frac{n_{св} \pi y}{b_{св}}; \quad b_{св} = y_2 - y_1; \quad a_{св} = L;$$

$$\kappa_{св} = \sqrt{(m_{св} \pi / a_{св})^2 + (n_{св} \pi / b_{св})^2}; \quad \delta_{0j_{св}} = \begin{cases} 1, & j = 0; \\ 0, & j \neq 0; \end{cases} \quad j_{св} = m_{св}, n_{св}.$$

Координатные функции на отверстии связи S определяются из выражений $\vec{\mathcal{E}}_{I_h} = [\nabla \psi_h \vec{n}]$, $\vec{\mathcal{E}}_{I_e} = \nabla \psi_e$ (4). Проводимости волноводов V_1, V_2 с отверстием в боковой поверхности найдем на основе решения волноводных уравнений, приведенных в работах [3; 4].

Фундаментальное решение волноводных уравнений для амплитуд единичных полей, возбуждаемых в волноводе полем \vec{E}_τ при $\vec{j}_{св} = 0$, записывается следующим образом. Для поперечного поля

$$I_{e, h} \{ \vec{E}_\tau \} = - \frac{Y_{e, h}}{2} \int_0^z F_{e, h}^-(z') l^{-K_{e, h}^{V, N}(z-z')} dz' -$$

$$- \frac{Y_{e, h}}{2} \int_z^{z_0} F_{e, h}^+(z') l^{-K_{e, h}^{V, N}(z+z')} dz'; \quad (5)$$

для продольного поля

$$I_{z, h} \{ \vec{E}_\tau \} = - \frac{\kappa_{e, h}}{i \omega \mu} U \{ \vec{E}_\tau \} - \frac{1}{i \omega \mu} f_{zh} \{ \vec{E}_\tau \}. \quad (6)$$

Здесь $Y_{e, h}$ — характеристические проводимости для данной волны, $Y_h = K_h^{V, N} / i \omega \mu$; $Y_e = i \omega \epsilon / K_e^{V, N}$. $K_{e, h}^{V, N}$ — постоянные распространения, $K_{e, h}^{V, N} = \sqrt{\kappa_{e, h}^2 - k^2 \epsilon_r^{V, N}}$. $F_{e, h}^\mp$ — магнитные коэффициенты возбуждения,

$$F_{e, h}^\mp = f_{e, h} + \delta_v \frac{\kappa_h f_{zh}}{K_h^{V, N}},$$

$$f_{e, h} = \oint_L [n \vec{E}_\tau] \vec{\mathcal{H}}_{e, h}^{V, N} dl; \quad f_{zh} = \oint_L [n \vec{E}_\tau] \vec{\mathcal{H}}_{zh}^{V, N} dl,$$

где L — контур поперечного сечения волновода; $\delta_\nu = 0$ при $\nu \neq h$, $\delta_\nu = 1$ при $\nu = h$.

Магнитное поле в волноводе, возбуждаемое аппроксимирующим полем на отверстии, определяется суммой единичных полей:

$$\vec{H}_l^{VN} \{ \vec{E}_l \} = \sum_{\nu=e, h} (I_\nu \vec{H}_\nu^{VN} + \delta_\nu I_{zh} \vec{H}_{zh}^{VN}).$$

Таким образом, для частичных проводимостей

$$Y_{ml}^{VN} = - \sum_\nu \left[\int_{S_m} I_{\nu l} \{ \vec{E}_l \} [n \vec{E}_m] \vec{H}_\nu^{VN} dS + \delta_\nu \int_{S_m} I_{zh l} \{ \vec{E}_l \} [n \vec{E}_m] \vec{H}_{zh}^{VN} ds \right]. \quad (7)$$

Подставив (4)–(6) и собственные функции волноводов \vec{H}_ν^{VN} в (7) и проинтегрировав по площади отверстия S , получим выражение для собственных и взаимных проводимостей:

$$Y_{ml}^{VN} = \sum_m \sum_n \left\{ \frac{\kappa}{2i\omega\mu \left[K_\nu^2 + \left(\frac{m_{cbj}\pi}{a_{cb}} \right)^2 \right]} \left\{ \left[2C_{2i}C_{2j} \frac{K_\nu^2}{\kappa} - 2C_{1i}C_{2j} \frac{m_{cbj}\pi}{a_{cb}} - 2C_{1j}C_{2i} \frac{m_{cbj}\pi}{a_{cb}} - 2\kappa C_{1i}C_{1j} \right] D_{ij} + \left(\frac{m_{cbj}\pi}{a_{cb}} C_{1j}C_{2i} - \frac{K_\nu^2 C_{2i}C_{2j}}{\kappa} \right) K_\nu G_{ij} + \left(C_{1i}C_{2j}K_\nu - \frac{\kappa}{K_\nu} C_{1i}C_{2j} \frac{m_{cbj}\pi}{a_{cb}} \right) \frac{m_{cbi}\pi}{a_{cb}} G_{ij} \right\} + \frac{i\omega\varepsilon}{2 \left(K_\nu^2 + \left(\frac{m_{cbj}\pi}{a_{cb}} \right)^2 \right)} \left\{ \frac{2C_{2i}C_{2j}}{\kappa} D_{ij} - G_{ij} \frac{K_\nu C_{2i}C_{2j}}{\kappa} \right\} + \frac{1}{i\omega\mu} C_{1i}C_{1j}D_{ij} \right\}. \quad (8)$$

В формуле (6) $C_1 = A_1 B_1 \cos \frac{m\pi(x-c)}{a}$; $c = 0$ для V_1 , $c = a$ для V_2 ;

$$A_k = A_{1e} + A_{1h} = \left(\frac{2 \frac{n_{cb}\pi}{b_{cb}}}{\sqrt{a_{cb} b_{cb} \kappa_{cb}}} + \sqrt{\frac{(2 - \delta_{0m_{cb}})(2 - \delta_{0n_{cb}}) m_{cb}\pi}{a_{cb} b_{cb} \kappa_{cb}^2}} \right) \times \sqrt{\frac{(2 - \delta_{0m})(2 - \delta_{0n})}{ab}};$$

$$B_k = \left[\begin{array}{l} \frac{(-1)^{n_{cb}} \sin \frac{n\pi y_2}{b} - \sin \frac{n\pi y_1}{b}}{(n_{cb}\pi/b_{cb})^2 - (n\pi/b)^2} \frac{n\pi}{b}, \text{ если } \frac{n_{cb}\pi}{b_{cb}} \neq \frac{n\pi}{b} \\ \frac{y_1 - y_2}{2} \cos \frac{n\pi y_1}{b} + \frac{\sin \frac{n\pi y_1}{b} - \sin \left[(y_2 + b_{cb}) \frac{n\pi}{b} \right]}{4n\pi/b}, \frac{n_{cb}\pi}{b_{cb}} = \frac{n\pi}{b} \\ -b_{cb}, \text{ если } n_{cb} = n = 0 \end{array} \right];$$

$$C_2 = A_2 B_2 \cos \frac{\pi(x-c)}{a}; \quad A_2 = A_{2h} + A_{2e} = \frac{n_{cb}\pi}{b_{cb}} \sqrt{\frac{(2-\delta_{om})(2-\delta_{on})}{ab\kappa^2}}$$

$$B_2 = \left| \begin{array}{l} \frac{[(-1)^{n_{cb}} \sin \frac{\pi y_2}{b} - \sin \frac{\pi y_1}{b}] \frac{n_{cb}\pi}{b_{cb}}}{(n_{cb}\pi/b_{cb})^2 - (\pi/b)^2}, \text{ если } \frac{n_{cb}\pi}{b_{cb}} \neq \frac{\pi}{b} \\ \frac{y_1 - y_2}{2} \cos \frac{\pi y_1}{b} - \frac{\sin \frac{\pi y_1}{b} - \sin \left[(y_2 + b_{cb}) \frac{\pi}{b} \right]}{4\pi/b}, \text{ если } \frac{n_{cb}\pi}{b_{cb}} = \frac{\pi}{b} \\ 0, \text{ если } n_{cb} = n = 0 \end{array} \right|;$$

$$D_{ij} = \left| \begin{array}{l} 0, \text{ если } m_{cbj} \neq m_{cb}, \\ a_{cb}/2, \text{ если } m_{cbj} = m_{cb} \end{array} \right|;$$

$$G_{ij} = \frac{\{1 + (-1)^{m_{cb_i} + m_{cb_j}} - e^{-K_v a_{cb}} [(-1)^{m_{cb_i}} + (-1)^{m_{cb_j}}]\}}{K_v^2 + (m_{cb_i} \pi / a_{cb})^2}.$$

Проводимость (8) представляет собой квадратную матрицу, характеризующую взаимодействие координатных функций на отверстии связи. При $i = j$ проводимости являются собственными (диагональные члены матрицы), при $i \neq j$ — взаимными, отражающими взаимодействие единичных полей на отверстии связи.

Из анализа (8) следует, что если волновые числа m_{cb_i} , m_{cb_j} и n_{cb_i} , n_{cb_j} , характеризующие вариации функций по длине отверстия (ось z) и по ширине (ось y), разной четности, взаимная проводимость Y_{mi} равна нулю, т. е. такие поля не взаимодействуют друг с другом.

Задающий ток вычисляется при металлизации отверстий связи и согласованных нагрузках. Полное магнитное поле в этом случае определяется суммой полей, распространяющихся в волноводе от сторонних источников:

$$\vec{H} \{j_{ct}\} = \sum_{w=1}^W [I_w^+ \vec{j}_{ct}] e^{-K_w z} \vec{\mathcal{H}}_w + \delta_{wh} I_{zw}^+ \{j_{ct}\} e^{-K_w z} \vec{\mathcal{H}}_{zw},$$

где W — общее число распространяющихся волн; $I_w^+ \{j_{ct}\}$ — не зависящие от текущих координат амплитуды полей w -й распространяющейся волны. Тогда выражение для задающих токов многомодового волновода с учетом (4) примет вид

$$h_{m_{ct}} = \sum_{w=1}^W I_w^+ \{j_{ct}\} \int_S [n \vec{e}_m] \vec{\mathcal{H}}_w^+ e^{-K_w z} dS = \sum_{w=1}^W I_w^+ \{j_{ct}\} [C_2 K_w - (\delta_v C_1 m_{cb} \pi \kappa_h) / K_h a_{cb}] (1 - e^{-K_w a_{cb}} (-1)^{m_{cb}}) / (K_w^2 + (m_{cb} \pi / a_{cb})^2). \quad (9)$$

Решение матричного уравнения (3) с учетом (8), (9) относительно коэффициентов e_i в разложении тангенциального поля на отверстии (2) позволяет перейти к заполнению матрицы рассеяния и расчету переходного затухания и направленности волноводного щелевого Н-моста.

Решив уравнение (3), определим амплитуды распространяющихся волн, обусловленных полем \vec{E}_τ на отверстии связи:

$$\begin{aligned}
 U_w^+ \{\vec{E}_\tau\} &= -\frac{1}{2} e^{-K_w z} \sum_l^L e_l \int_0^{z_2} F_w^{0-}(z) e^{K_w z'} dz' = \\
 &= -\frac{1}{2} e^{-K_w z} \sum_l^L e_l \{ (e^{K_w z_2} (-1)^{m_{CB}} - 1) / (K_w^2 + \frac{m_{CB}^2 \pi^2}{a_{CB}^2})^2 \times \\
 &\quad \times [C_2 K_w - \delta_w C_1 \kappa_w m_{CB} \pi / K_w a_{CB}] \}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

С учетом (10) получим соотношения для элементов матрицы рассеяния — коэффициента отражения S_{11} и коэффициентов передачи S_{21} , S_{31} и S_{41} :

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= \frac{U_w^{V_1-} \{\vec{E}_\tau\} |_{z=0}}{U^+}; \quad S_{21} = \left| e^{-K_w a_{CB}} + \frac{U_w^{V_1+} \{\vec{E}_\tau\}}{U^+} \right|_{z=a_{CB}}; \\
 S_{31} &= \frac{U_w^{V_2-} \{\vec{E}_\tau\} |_{z=0}}{U^+}; \quad S_{41} = \left| \frac{U_w^{V_2+} \{\vec{E}_\tau\}}{U^+} \right|_{z=a_{CB}}, \quad (11)
 \end{aligned}$$

амплитуда волны, падающей от стороннего источника. При использовании в ферритовых вентилях, циркуляторах, коммутаторах наиболее широко применяются щелевые мосты, изготовленные из стандартных одномодовых прямоугольных волноводов. В таких случаях, рассчитывая мосты, следует ограничиться в приведенной выше математической модели падающей волной H_{10} . Тогда для вычисления задающих токов и амплитуд волн, распространяющихся в волноводе вне области связи, на отверстии необходимо учитывать волны типа $H_{m_{CB}0}$, не имеющие вариаций по оси y .

В этом случае выражения (9), (10) записываются так:

$$h_{CT}^{V_1} = \sqrt{\frac{2(2 - \delta_{0m_{CB}})}{a_{CB} b_{CB} ab}} \cdot \frac{b_{CB} m_{CB} \pi^2}{a_{CB} a K_{10}} \frac{1 - (-1)^{m_{CB}} e^{-K_{10} a_{CB}}}{K_{10}^2 + (m_{CB} \pi / a_{CB})^2}; \quad (12)$$

$$U_w^+ \{\vec{E}_\tau\} = -\frac{1}{2} e^{-K_{10} z} \sum_l^L e_l \left\{ \sqrt{\frac{2(2 - \delta_{0m_{CB}})}{a_{CB} b_{CB} ab}} \cdot \frac{b_{CB} m_{CB} \pi^2}{a_{CB} a K_{10}} \cdot \frac{(-1)^{m_{CB}} e^{K_{10} z_2} - 1}{K_{10}^2 + (m_{CB} \pi / a_{CB})^2} \right\}. \quad (13)$$

Если волноводы с отверстием в боковой стенке работают в схеме H — сочленений, которые не обладают направленными свойствами, распределение поля на отверстии может быть задано одной четной функцией. При проявлении направленности такой аппроксимации недостаточно. Следует учитывать как четные относительно центра функ-

ции, так и нечетные. Количество учитываемых высших типов волн в волноводах в области связи и функций на отверстиях при расчете проводимостей обусловлено необходимой степенью точности вычисления элементов матрицы рассеяния, переходного затухания, направленности и определяются решаемой практической задачей.

Список литературы: 1. *Автоматизированная система комплексного машинного проектирования изделий СВЧ электронной техники* / И. М. Блейвас, И. И. Голеницкий, С. А. Зайцев и др. // Электрон. техника. Серия 1. Электрон. СВЧ.— 1978.— Т. 1.— С 93—117. 2. *Автоматизированное проектирование устройств СВЧ* / В. В. Никольский, В. П. Орлов, В. Г. Феоктистов и др.; Под. ред. В. В. Никольского.— М.: Радио и связь, 1982.— 272 с. 3. *Машковцев Б. М., Цибизов К. Н., Емелин Б. Ф.* Теория волноводов.— М.: Наука, 1966.— 348 с. 4. Коган Н. Л., Машковцев Б. М., Цибизов К. Н. Сложные волноводные системы.— Л.: Судпромгиз, 1963.— 355 с.

Поступила в редколлегию 18.03.87.

УДК 621.385.6

Е. Н. ОДАРЕНКО, А. А. ШМАТЬКО, канд. физ.-мат. наук

КОНКУРЕНЦИЯ КОЛЕБАНИЙ ДВУХМОДОВОГО РЕЖИМА В ПРИБОРАХ ОРОТРОННОГО ТИПА

Нестационарные процессы в резонансных генераторах типа оротрон—ГДИ преимущественно исследовались в одномодовом одночастотном приближении. Однако существуют области изменения ускоряющего потенциала и тока пучка, в которых возможно возбуждение нескольких типов колебаний [1]. Это приводит к их конкуренции — явлению нелинейному и нестационарному. В некоторых случаях многочастотный режим улучшает энергообмен электронами и поля. Когда же на частотные свойства генератора накладываются жесткие ограничения, такие режимы генерации нежелательны: одновременное возбуждение нескольких типов колебаний нарушает монохроматичность сигнала и ухудшает качество спектра колебания. Исследование многомодовой генерации полезно для выработки методики подавления паразитных колебаний.

Изучим простейшее многомодовое взаимодействие в резонансных генераторах О-типа — одновременное возбуждение основного для выбранной электродинамической структуры и первого из высших типов колебаний. Исследуем процессы установления колебаний и их конкуренцию на различных стадиях переходного процесса в приближении кубической нелинейности для мягкого режима возбуждения.

Рассмотрим оротронный генератор, амплитудное распределение высокочастотного поля которого в области взаимодействия с плоским

электронным пучком описывается функциями Гаусса-Эрмита

$$f_n(\xi) = C_n H_n \left(\frac{\xi - 0,5}{w} \sqrt{2} \right) \exp \left[- \left(\frac{\xi - 0,5}{w} \right)^2 \right]; \quad (1)$$

$$C_n = \left[w \int_0^1 \left\{ H_n \left(\frac{\xi - 0,5}{w} \sqrt{2} \right) \exp \left[- \left(\frac{\xi - 0,5}{w} \right)^2 \right] \right\}^2 d\xi \right]^{-1/2},$$

где w — нормированный на длину пространства взаимодействия L радиус пятна поля в резонаторе; $w = w_0/L$; ξ — безразмерная координата, $\xi = y/L$, ($0 \leq \xi \leq 1$); $H_n(x)$ — полиномы Эрмита n -го порядка.

Уравнение движения электронов для слаботочных пучков в слабосигнальном приближении с учетом возбуждения дополнительного типа колебания имеет вид

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + q^2\theta = \frac{\Phi}{2} \left[\mathcal{F}_0 f_0(\xi) \cos \left(\Phi b \xi - \frac{\Omega}{2} \tau + \gamma_0 + \varphi \right) + \mathcal{F}_1 f_1(\xi) \cos \left(\Phi b \xi + \frac{\Omega}{2} \tau + \gamma_1 + \varphi \right) \right]. \quad (2)$$

Здесь $\theta = \omega t - \beta_e y - \varphi$; $\omega = (\omega_0 + \omega_1)/2$; ω_0, ω_1 — частоты возбуждаемых мод; $\Phi = \omega L / v_0$; $b = 1 - v_0 / v_\varphi$; v_0, v_φ — начальная скорость пучка и фазовая скорость синхронной с ним волны; $\mathcal{F}_0, \mathcal{F}_1, \gamma_0, \gamma_1$ — медленно меняющиеся в масштабе времени пролета электронов через резонатор амплитуды и фазы высокочастотных полей соответствующих типов колебаний; q — параметр пространственного заряда; $\tau = \omega_r t / 2Q$; φ — фаза влета электрона, $\varphi = \omega t_0$; Q — нагруженная добротность резонатора на частоте ω ; Ω — относительная расстройка частот, $\Omega = (\omega_1 - \omega_0) 2Q / \omega_r$.

Решение уравнения (2) при нулевых начальных условиях для θ и $\partial \theta / \partial \xi$, т. е. в случае немодулированного на входе в пространство взаимодействия ($\xi = 0$) электронного пучка, представим так:

$$\theta = \frac{\Phi}{2q} \int_0^\xi \left[\mathcal{F}_0 f_0(\xi') \cos \left(\varphi + \Phi b \xi' - \frac{\Omega}{2} \tau + \gamma_0 \right) + \mathcal{F}_1 f_1(\xi') \cos \left(\varphi + \Phi b \xi' + \frac{\Omega}{2} \tau + \gamma_1 \right) \right] \sin q(\xi - \xi') d\xi'.$$

Аналитическое выражение для фазового смещения электронов θ , движущихся в поле двух типов колебаний и в поле пространственного заряда, позволяет определить амплитуду высокочастотного тока пучка и найти закон установления амплитуды колебаний в генераторе.

Запишем уравнения возбуждения амплитуд $\mathcal{F}_0, \mathcal{F}_1$ колебаний соответствующего типа:

$$\frac{dF_0}{d\tau} + i \frac{\omega_{r0} - \omega_0}{\omega_r} 2Q F_0 = \frac{QG_0}{2Q_0} \int_0^1 f_0(\xi) i \omega e^{i(\Phi b \xi - \frac{\Omega}{2} \tau)} d\xi; \quad (4)$$

$$\frac{dF_1}{d\tau} + i \frac{\omega_{10} - \omega_1}{\omega_r'} 2QF_1 = \frac{QG_1}{2Q_1} \int_0^1 f_1(\xi) i_{\omega} e^{i(\Phi b \xi + \frac{\pi}{2}\tau)} d\xi; \quad (5)$$

$$i_{\omega} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp i(\theta + \varphi) d\varphi. \quad (6)$$

Здесь $F_j = \mathcal{F}_j \exp(-i\gamma_j)$, $j = 0, 1$; $\omega_{rj} = \omega_r' - i\omega_{rj}''$. G_j — параметр эффективности взаимодействия, $G_j = 2Q_j |I| L^2 / \omega_r' N_j U$; N_j — норма колебаний; I, U — сила тока и ускоряющий потенциал пучка.

Данная система уравнений самосогласованного процесса электронно-волнового взаимодействия допускает дальнейшее упрощение, поскольку разнос резонансных частот конкурирующих колебаний удовлетворяет условию $|\omega_1 - \omega_0| \gg \omega_0 / Q_0$. Это условие приводит к тому, что в приближении кубической нелинейности ($i_{\omega} \sim \mathcal{F}^3$) решение системы уравнений (4)–(6) не зависит от разности фаз между колебаниями за счет усреднения по периоду колебаний частоты Ω . В этом приближении из (4)–(6) получаем

$$\frac{d\mathcal{F}_0}{d\tau} = \frac{Q}{Q_0} [\alpha_0 - \beta_0 \mathcal{F}_0^2 - C_{01} \mathcal{F}_1^2] \mathcal{F}_0; \quad (7)$$

$$\frac{d\mathcal{F}_1}{d\tau} = \frac{Q}{Q_1} [\alpha_1 - \beta_1 \mathcal{F}_1^2 - C_{10} \mathcal{F}_0^2] \mathcal{F}_1. \quad (8)$$

Здесь $\alpha_j = G_j \Phi \operatorname{Re} J_j - 1$; $\beta_j = (\Phi^3 G_j / 128) \operatorname{Re} \int_0^1 f_j(\xi) I_j^2 I_j^* \exp i(\Phi b \xi + \frac{\pi}{2}) \times$
 $\times d\xi$; $C_{jk} = (\Phi^3 G_j / 64) \operatorname{Re} \int_0^1 f_j(\xi) I_j |I_k|^2 \exp i(\Phi b \xi + \frac{\pi}{2}) d\xi$; $J_j = \frac{1}{4} \int_0^1 f_j \times$
 $\times (\xi) I_j \exp i(\Phi b \xi + \frac{\pi}{2}) d\xi$; $I_j = \int_0^{\xi} f_j(\xi') [\sin q(\xi - \xi') / q] \exp(-i\Phi b \xi') \times$
 $\times d\xi'$; $j, k = 0, 1$.

На начальном этапе взаимодействия высокочастотный ток пучка i_{ω} является линейной функцией амплитуд возбуждаемых колебаний, что позволяет получить аналитические выражения для инкрементов нарастания амплитуды поля каждого из двух видов колебаний. На этой стадии процесса взаимодействия между модами не наблюдается: их амплитуды нарастают независимо друг от друга [2].

На рис. 1 представлены инкременты нарастания амплитуды колебаний при различных значениях параметров эффективности взаимодействия G_j ($G \sim I$). Известно, что с увеличением G_j происходит расширение интервала изменения ускоряющего напряжения, в котором наблюдается генерация. Как видно из рис. 1, возбуждение различных типов колебаний происходит при неодинаковых значениях рассинхронизма Φb . Кривые 1, 2 рассчитывались при $G_0 = 2G_{\text{мин}}$, $G_0 = 3G_{\text{мин}}$ соответственно ($G_{\text{мин}} \sim I_{\text{мин}}$ — минимальная сила пускового тока основной моды). Кривая 3 представляет собой решение уравне-

ния (7) в одномодовом приближении. Выбранные значения параметров: $\Phi = 100$; $q = 0,01$; $\omega = 0,25$; $Q_0 / Q_1 = 3/2$. Увеличение G_0 (G_1 в меньшей степени) сопровождается перекрытием в определенном интервале изменения рассинхронизма Φb зон генерации основного и первого высшего типов колебаний.

Исследуем вопросы конкуренции этих колебаний на основе решения системы уравнений (7), (8). В отличие от рассмотренных случаев

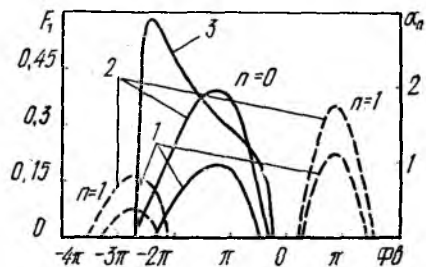


Рис. 1

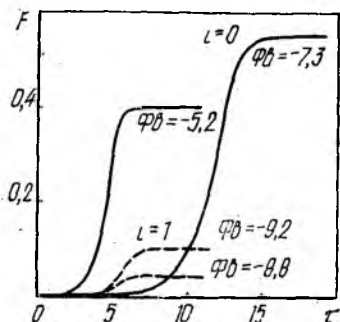


Рис. 2

взаимодействия мод с одинаковым распределением поля вдоль оси электронного пучка [3] в данной работе основное внимание уделено двухмодовой генерации с различными продольными индексами колебаний.

Результаты численного интегрирования системы уравнений (7), (8) представлены на рис. 2, 3, где показаны зависимости амплитуд мод от нормированного времени τ . Параметры при расчетах выбирались, как в линейной теории, причем $G_0 = 3G_{\text{мин}}$. На рис. 2 сплошными линиями обозначены переходные характеристики колебаний основного вида (структура поля гауссовская), штриховыми — высшего вида (структура поля описывается функцией Гаусса-Эрмита первого порядка).

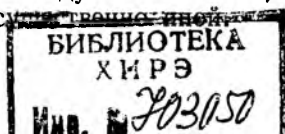
На рис. 3 даны характерные временные зависимости амплитуд F_0 и F_1 , определяющие картину конкуренции колебаний в области рассинхронизмов, соответствующей одновременному возбуждению двух мод. Практически во всей зоне двухмодового возбуждения в результате переходного процесса устанавливается режим генерации только основного типа колебаний. Исключение составляет исход конкуренции на границе области перекрытия зон генерации со стороны больших рассинхронизмов. Здесь высшая мода подавляет основную, но это происходит, когда ее инкремент на два порядка превосходит инкремент нарастания амплитуды основного типа колебаний. В этом случае возбуждение высшей моды считаем автономным. Таким образом, в

процессе взаимодействия двух одновременно возбужденных мод происходит подавление высшего типа колебаний основным, даже когда инкремент нарастания последнего меньше.

Поскольку при построении модели двухмодового возбуждения из параметров и характеристик двух типов колебаний существенно различались только огибающие полей $f_n(\xi)$ в резонаторе, естественно предположить, что в рамках этой модели для данного класса генераторов продольная структура мод оказывает значительное влияние на характер их взаимодействия. Здесь доминирует колебание, огибающая поля которого описывается функцией Гаусса-Эрмита нулевого порядка. Отметим специфические черты рассматриваемой конкуренции мод. Как видно из рис. 3 (кривые 2), при данном значении пространственного рассинхронизма инкремент нарастания амплитуды высшей моды значительно больше, чем основной моды, однако стационарное значение ее амплитуды более чем на порядок меньше амплитуды основного типа колебаний при таком же инкременте (рис. 1, кривые 3). Понятно, что модуляция электронного пучка полем высшей моды будет слабой и не окажет заметного влияния на переходный процесс основного типа колебаний. Таким образом, исход конкуренции в пользу основной моды в пределах зоны двухмодового возбуждения обусловлен главным образом тем, что даже при большем инкременте высший тип колебаний не достигает значительного превышения своей амплитуды над амплитудой основной моды. Когда же конкурируют колебания со сравнимыми энергетическими характеристиками, обычно устанавливается режим генерации моды с большим инкрементом нарастания амплитуды [2].

Описанный характер взаимодействия мод в данной электродинамической системе определяется соотношениями коэффициентов в уравнениях (7), (8). Известный критерий устойчивости одночастотных колебаний при решении подобных систем уравнений выполняется во всей области значений пространственного рассинхронизма, соответствующей двухмодовому возбуждению, т. е. $C_{01}C_{10} > \beta_0\beta_1$, ($C_{01} \cong C_{10}$), что позволяет определить связь колебаний в резонаторе как сильную и взаимную. Кроме того, значения коэффициентов в уравнениях (7), (8) таковы, что данная система не имеет стационарных решений в первом квадранте плоскости ($\mathcal{I}_0^2, \mathcal{I}_1^2$). Это свидетельствует о принципиальной невозможности устойчивой двухмодовой генерации, причем исход взаимодействия двух типов колебаний здесь не зависит от предыстории процесса [3]. Последнее указывает на отсутствие колебательного гистерезиса, что вполне закономерно, поскольку рассматривается мягкий режим возбуждения генератора.

Подобный характер конкуренции в генераторах типичен для сильной связи мод, которая обуславливается, с одной стороны, выбранным типом нелинейности, а с другой — тем, что оба типа колебаний получают энергию от одного источника (один электронный пучок). Представляет интерес исследование многомодовой генерации в системах с многократным пролетом электронного потока и в многоэлементных системах с изменяемой связью между колебаниями, где картина взаимодействия мод может быть существенно иной.



Как показали численные расчеты коэффициентов в уравнениях (7), (8), для каждой моды существуют определенные значения пространственного рассинхронизма, когда величины β_j ($j = 0, 1$) меняют знак. Если для основной моды это явление происходит за пределами зоны генерации и не оказывает влияния на характер протекающих процессов, то для высшего типа колебаний изменение знака β_1 наблюдается в области значений рассинхронизма, где инкремент нарастания его амплитуды положителен. Поэтому необходимо более подробно рассмотреть процессы, имеющие место в данной области значений Φb . Так как β_1 меняет знак за пределами зоны генерации основной моды, последним слагаемым в правой части уравнения (8) можно пренебречь.

В области значений независимых параметров системы, в которой $\beta_1 > 0$, происходит мягкое возбуждение колебаний в генераторе, что обусловлено выбранным типом нелинейности. Если $\beta_1 = 0$, колебательная характеристика системы вырождается в прямую. Переход к значениям $\beta_1 < 0$ сопровождается переходом к жесткому режиму возбуждения. Заметим, что в приборах данного типа такой переход от одного режима возбуждения к другому наблюдается и при решении исходной системы уравнений генератора в общем виде, причем соответствующее этому переходу увеличение Φb может привести к двухчастотной генерации [4]. Поскольку в данном случае характеристика нелинейности аппроксимирована полиномом третьей степени, в рамках данной модели можно исследовать лишь процессы, происходящие при значениях параметров системы, обеспечивающих неравенство $\beta_j > 0$. С увеличением параметра пространственного заряда q значение Φb , при котором $\beta_1 = 0$, изменяется в сторону больших рассинхронизмов, а в случае $q \cong \pi$ величина β_1 меняет знак за пределами зоны генерации высшей моды.

Проведенные исследования конкуренции продольных мод открытого резонатора при их возбуждении электронным пучком показали, что при мягком возбуждении наблюдается подавление высших мод основной. Другая ситуация возможна при жестком возбуждении колебаний одного из возможных видов. Такой режим может быть проанализирован на основе нестационарных уравнений возбуждения и нелинейных уравнений движения электронов.

Список литературы: 1. Воробьев Г. С., Цык А. И. Экспериментальное исследование гистерезисных явлений в ГДИ // Изв. вузов. Радиофизика.— 1982.— 25, № 9.— С. 1060—1066. 2. Пищик Л. А., Трубецков Д. И., Четвериков А. А. Нестационарные процессы в резонансных релятивистских генераторах типа О // Лекции по электрон. СВЧ.— Саратов, 1981.— Кн. 1.— С. 42—68. 3. Шестопалов В. П. Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники.— К.: Наук. думка, 1985.— Т. 2.— 256 с. 4. Соловьев А. Н., Цейтлин М. Б., Беляевский Б. А. Анализ условий возбуждения высших типов колебаний в ортроне на основе нелинейной многочастотной теории // Радиотехника и электрон.— 1985.— 30, № 1.— С. 106—110.

Поступила в редколлегию 01.09.86

Д. М. ВАВРИВ, канд. физ.-мат. наук, О. А. ТРЕТЬЯКОВ, д-р физ.-мат. наук

О ВОЗМОЖНОСТИ РАЗРАБОТКИ МАЛОШУМЯЩИХ УСИЛИТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ЭФФЕКТА ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В данном сообщении приведены результаты минимизации коэффициента шума усилителей на основе эффекта дифракционного излучения [1; 3]. Показано, что они перспективны при разработке малошумящих приемных устройств миллиметрового диапазона длин волн. Достаточно низкие уровни коэффициента шума $F_{ш}$ достигаются в двухрезонаторной схеме усилителя, в которой во входном и выходном каскадах используются открытые резонаторы, содержащие дифракционные решетки на одном из зеркал [2]. За основные источники шума приняты дробовый и тепловой шумы электронного пучка. Их спектральные плотности в минимуме потенциала вблизи катода определяются формулами Шоттки и Рекка [4]:

$$S_i = eI_0/2\pi; S_v = ekT_k(4 - \pi)/4\pi mI_0, \quad (1)$$

где I_0 , v_0 — средние значения силы тока и скорости частиц пучка на входе в пространство взаимодействия; e , m — заряд и масса электрона; k — постоянная Больцмана; T_k — температура катода.

Самосогласованная система уравнений, описывающая взаимодействие электронного пучка с полем в рассматриваемых приборах, приведена ранее [2]. На основе ее решения изучено преобразование начальных шумов пучка (1) в спектр выходных колебаний при прохождении усиливаемого регулярного сигнала. Найдено общее выражение для коэффициента шума двухрезонаторного усилителя в линейном режиме работы. Оно может быть приведено к виду [2]

$$F_{ш} = 1 + \frac{\pi G_1 P_0}{2kT} \left\{ \frac{S_i}{I_0^2} [(D_1' + AD_2')^2 + (D_1'' + AD_2'')^2] + \right. \\ \left. + \frac{S_v}{v_0^2} [(\Phi_{01}R_1' + A\Phi_{02}R_2')^2 + (\Phi_{01}R_1'' + A\Phi_{02}R_2'')^2] \right\} + \frac{\pi G_2 P_0 N_2 Q_1}{2kT \alpha_0 \alpha_{01} Q_2 K}. \quad (2)$$

Здесь K — максимальный в полосе частот коэффициент усиления регулярного сигнала; $T = 293$ К; $A = \sqrt{G_2/G_1 K \alpha_{02}^2}$; $N_2 = |D_2|^2 S_i/I_0^2 + |R_2|^2 S_v \Phi_{02}^2/v_0^2$. Штрихом и двумя штрихами обозначены действительная и мнимая части функций

$$R_j = (1/p_j) \int_0^1 f_j(\xi) \sin(\beta_p d\delta_j^1 + p_j \xi) \exp(i\Phi_{s_j} \xi) d\xi, \quad j = 1, 2;$$

$$D_j = \int_0^1 f_j(\xi) \cos(\beta_p d\delta_j^1 + p_j \xi) \exp(i\Phi_{s_j} \xi) d\xi, \quad j = 1, 2,$$

где δ_2^j — символ Кронекера; $\beta_p = \omega_p' / v_0$, $f_i(\xi)$ — распределение собственного типа колебаний в резонаторах; d — расстояние между входными сечениями резонаторов. Индексам 1, 2 соответствуют параметры входного и выходного резонаторов. При выводе выражения (2) предполагали, что начальные флюктуации пучка (1) некоррелированы и собственные частоты резонаторов совпадают.

Укажем основные факторы, приводящие к возбуждению шумовых колебаний на выходе рассматриваемых резонансных усилителей с распределенным взаимодействием. Во-первых, они возбуждаются вследствие начальных широкополосных флюктуаций (1), трансформирующихся вдоль пучка в выходной резонатор. Их вклад в коэффициент шума отражен последним слагаемым в формуле (2). Во-вторых, при начальной шумовой модуляции пучка в резонаторе возбуждаются случайные колебания. В результате обратного воздействия поля на пучок они приводят к возбуждению дополнительных узкополосных флюктуаций в пучке, распространяющихся в нем в виде волн пространственного заряда. В формуле (2) их влияние выражается слагаемыми в фигурных скобках. В силу регенеративного механизма взаимодействия пучка с полем [2] происходит существенное усиление флюктуаций пучка. Вклад таких слагаемых в значение $F_{ш}$ может оказаться определяющим, особенно при добротностях входного резонатора Q_1 , близких к добротности $Q_{пуск\ 1}$, при которой происходит возбуждение автоколебаний. Однако из выражения (2) следует, что если наложить ограничение на значение Q_1 , выбирая его равным $Q_1 = Q_{пуск\ 1} / 3$, а остальные параметры входного и выходного резонаторов задавать одинаковыми, то при расстоянии между центрами открытых резонаторов, равном нечетному числу половин плазменной длины волны*, выражение в фигурных скобках в (2) обращается в нуль. Физически это соответствует тому, что амплитуды волн плотности заряда, возбуждаемых в пучке в каждом из резонаторов под действием узкополосных шумовых колебаний, одинаковы, а фазы сдвинуты на 180° . В результате интерференции происходит взаимное подавление этих волн в выходном резонаторе и достигается минимальное значение $F_{ш}$.

В этих условиях коэффициент шума определяется только широкополосными флюктуациями пучка — последнее слагаемое в (2). Оно достигает минимального значения при соответствующем выборе расстояний от минимума потенциала до центра входного резонатора a_1 и размеров пятна поля в открытых резонаторах $R_{y1} = R_{y2} \equiv R_y$. Для основного типа колебаний с гауссовым распределением поля оптимальные значения R_y , a_1 устанавливаются из соотношений

$$\begin{aligned} \omega_p' / \omega &= \sqrt{\mu} \operatorname{th} |R_y \Phi_r \beta_p / 2| \text{ при } a_1 = (2n + 2) \lambda_p / 4; \\ \omega_p' / \omega &= \sqrt{\mu} \operatorname{cth} |R_y \Phi_r \beta_p / 2| \text{ при } a_1 = (2n + 1) \lambda_p / 4, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

* В анализируемых усилителях в отличие от клистронов при таком расстоянии между центрами резонаторов коэффициент усиления K может достигать достаточно больших значений [2].

где $\mu = kT_k(4 - \pi)/2m\nu_0^2$; $\Phi_r = \omega_r R_y(1 - \nu_0/\nu_\Phi)$; λ_p — плазменная длина волны.

Наконец, из (2) находим выражение для минимального коэффициента шума:

$$F_{ш, \text{мин}} = 1 + \frac{2}{3} \beta \frac{(1 - J_2) c}{J_2 T} \sqrt{\frac{T_k(4 - \pi) m}{2k}} = 1 + 3,7 \cdot 10^3 \beta (1 - J_2)/J_2, \quad (3)$$

где $\beta = \nu_0/c$, c — скорость света; $J_2 = Q_2/Q_{\text{пуск}2} < 1$; $T_k = 1100$ К. При этом коэффициент усиления $K = 3J_2/(1 - J_2)^2$.

Таким образом, минимальное значение $F_{ш}$ определяется ускоряющим напряжением пучка и «горячей» полосой пропускания выходного резонатора $\Delta\omega_2$, которая связана с $1 - J_2$ соотношением $\Delta\omega_2 = \omega_r(1 - J_2)/Q_2$. Здесь $\Delta\omega_2$ практически совпадает с рабочей полосой усилителя [2]. Согласно (3), уменьшая ν_0 и рабочую полосу усилителя, теоретически можно получить сколь угодно низкие значения $F_{ш}$ данных усилителей, что выгодно отличает их от других электронных приборов СВЧ. Например, в ЛБВ в рамках тех же исходных предпосылок об источниках шума (1) $F_{ш} \simeq 4$ [4]. Достижение малых значений $F_{ш}$ в усилителях на основе эффекта дифракционного излучения обусловлено спецификой электронно-волнового взаимодействия, а именно особенностями возбуждения в них волн плотности пространственного заряда и возможностью регулировать в широких пределах отношение $Q/Q_{\text{пуск}}$ в каждом из резонаторов [2]. На практике достаточно просто получить $F_{ш, \text{мин}}$, определяемое формулой (3). Например, при типичных для подобных приборов значениях $\omega_r/\omega = 0,01$ и $\beta = 0,1$ эти условия выполняются, если радиусы пятна поля в резонаторах примерно равняются центральной длине волны усиливаемого сигнала λ , расстояние от минимума потенциала до центра входного резонатора примерно $2,5\lambda$, а расстояние между центрами резонаторов — около 5λ . Это можно реализовать, применяя в качестве входного и выходного резонаторов колебательные системы генераторов дифракционного излучения.

Список литературы: 1. Вавриш Д. М., Третьяков О. А. Усилители на основе эффекта дифракционного излучения // Журн. техн. физики. — 1984. — 54, вып. 4. — С. 827 — 831. 2. Вавриш Д. М., Романцов Ю. А., Третьяков О. А. Теория двухкаскадного резонансного усилителя с распределенным взаимодействием О-типа // Электрон. техника. Сер. Электрон. СВЧ. — 1985. — Вып. 8. — С. 3 — 8. 3. Вавриш Д. М., Третьяков О. А. Теория резонансных усилителей с длительным взаимодействием // Изв. вузов. Радиофизика. — 1984. — 29, № 2. — С. 238 — 249; 1985. — 30, № 1. — С. 107 — 116. 4. Голубенцев А. Ф., Минкин Л. М. Шумы и флуктуации в электронных потоках. — Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1981. — Ч. 2. — 108 с.

Поступила в редколлегию 23.05.86.

ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ИСКАЖЕНИЯХ СИГНАЛОВ В СОЕДИНЕНИЯХ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ

Многолучевая интерференция, происходящая в зазорах соединений световодов в процессе многократных отражений от торцов, [1] является одной из причин искажений сигналов в волоконно-оптических системах передачи. При использовании полупроводниковых лазеров в качестве источника излучения возникают дополнительные искажения [2], вызванные изменением концентрации носителей, инжектируемых в активную область лазера, в результате изменения силы тока в соответствии с модуляцией сигнала. Это приводит к девиации эффективного значения коэффициента преломления среды резонатора, к появлению паразитной частотной модуляции, а в условиях многолучевой интерференции в зазорах соединений — высших гармонических составляющих в сигнале.

Ранее проведен анализ искажений сигналов для одномодового возбуждения при малых значениях отражающей способности торцов зазоров, характерных для соединений световодов между собой [2; 3]. В соединениях полупроводниковых лазеров и световодов, фотодиодов и световодов отражающая способность одного из торцов достигает значений примерно 0,4 и при многомодовом возбуждении зависит от модового распределения.

Рассмотрим искажения сигналов в соединениях для произвольного значения отражающей способности торцов при многомодовом возбуждении. Исходные предпосылки аналогичны принятым в работе [2]. Полагаем, что закон изменения длины волны излучения соответствует закону изменения модулирующего тока. Следовательно, если интенсивность излучения в соответствии с модуляцией определяется уравнением $J_{изл} = J_{ср} + \Delta J_m f(t)$ (1), то длина волны излучения $\lambda_{изл} = \lambda + \Delta\lambda f(t)$ (2), где $J_{ср}$, λ — средние значения интенсивности и длины волны; ΔJ_m , $\Delta\lambda_m$ — максимальные отклонения от средних значений; $f(t)$ — функция времени, определяемая модуляцией сигнала.

На рис. 1 показана многолучевая интерференция в зазоре некоторого обобщенного соединения, имеющегося в волоконно-оптических системах передачи. Здесь n_i — коэффициент преломления соответствующей среды, $i = 1, 2, 3$; h — ширина зазора; α — угол падения данной моды сигнала на входной торец зазора; γ — угол преломления на выходном торце. Коэффициент передачи зазора как отношение интенсивности прошедшего света к интенсивности падающего света в условиях многолучевой интерференции запишем в виде [4]

$$T = (1 + F \sin^2 \delta/2)^{-1} \quad (3); \quad F = 4R/(1 - R)^2. \quad (4)$$

Здесь δ — набег фаз, соответствующий двукратному прохождению сигнала в зазоре, $\delta = 4\pi n_2 h \cos \beta / \lambda$; λ — длина волны излучения; R — отражательная способность. Значение R связано с коэффициентами отражения от торцов, т. е. от границ сред с соответствующими значениями n_i . Обозначив через r_i эти коэффициенты ($R = -r_2 r_3$), получим

$$r_2 = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} \quad (5); \quad r_3 = \frac{n_2 \cos \beta - n_3 \cos \gamma}{n_2 \cos \beta + n_3 \cos \gamma}. \quad (6)$$

В соотношениях (5), (6)

$$\gamma = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_3} \sqrt{1 - \cos^2 \beta} \right); \quad \alpha = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \sqrt{1 - \cos^2 \beta} \right).$$

Так как распространение высших мод происходит под углом к оси линии передачи, не все лучи, вышедшие из излучающего торца или отраженные от него, попадут на приемный торец. Учитывая это, введем эффективное значение отражающей способности

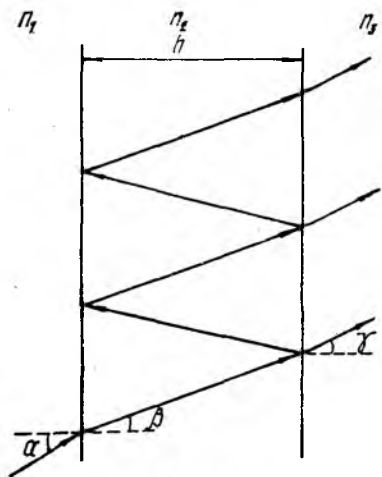


Рис. 1

$$R_{эф} = R \frac{a^2}{(a + h \operatorname{tg} \beta_{\max})^2}. \quad (7)$$

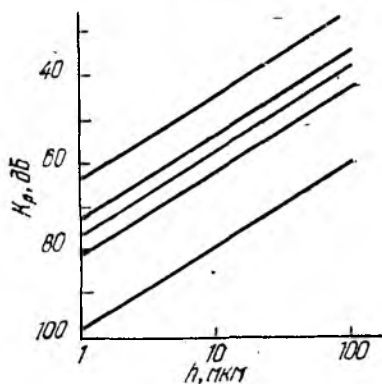


Рис. 2

Здесь a — радиус излучающего сечения; β_{\max} — максимальное значение угла преломления, определяемое числовой апертурой $\cos \beta_{\max} = \sqrt{1 - (NA/n_2)^2}$ (8). При изменении длины волны во времени коэффициент передачи также становится функцией времени $T = T_{\text{ср}} + \Delta T_m f(t)$ (9), где $T_{\text{ср}}$ — среднее значение; ΔT_m — максимальное отклонение от среднего значения. Интенсивность прошедшего зазор света в этом случае

$$J_{\text{прош}} = J_{\text{ср}} T_{\text{ср}} + (J_{\text{ср}} \Delta T_m + \Delta J_m T_{\text{ср}}) f(t) + \Delta J_m \Delta T_m (f(t))^2, \quad (10)$$

$J_{\text{ср}}$, ΔJ_m — коэффициенты ряда Фурье, $\Delta J_m = 4J_{\text{ср}}/\pi$. Квадратичный член свидетельствует о появлении высших гармоник модулирующего сигнала в оптическом излучении, прошедшем зазор.

Уравнение (10) позволяет вычислить относительные амплитуды гармоник. В частности, при 100 %-ной гармонической модуляции $f(t) = \cos \omega t$, а отношение амплитуд второй и первой гармоник $K_2 = 10 \lg [\Delta T_m / 2(T_{cp} + \Delta T_m)]^2$ (11). В случае 100 %-ной импульсной модуляции со скважностью, равной двум, $f(t) = \sum_p M_p \cos p \omega t$, где $p = 1, 3, 5, \dots$, $M_p = (-1)^{(3p+1)/2} / p$. Запишем отношение сумм амплитуд четных и нечетных гармоник:

$$\text{для } p \geq 3 \quad K_p = 10 \lg \left(\frac{4\Delta T_m \left(\frac{1}{2} \sum_p M_p^2 + 2 \sum_v \sum_l M_v M_l \right)^2}{\pi \Delta T_m + 4T_{cp} \sum_p M_p} \right); \quad (12)$$

$$\text{для } p = 1 \quad K_1 = 10 \lg (2\Delta T_m / \pi \Delta T_m + 4T_{cp})^2.$$

Для вычисления относительных амплитуд гармоник, найдем среднее значение коэффициента передачи зазора T_{cp} и максимальное отклонение от среднего значения ΔT_m . При многомодовой передаче сигналов в случае однородного модового распределения

$$T_{cp} = \frac{1}{\Delta \lambda} \frac{2}{\Delta (\cos \beta_{\max})} \int_{\lambda - \frac{\Delta \lambda}{2}}^{\lambda + \frac{\Delta \lambda}{2}} \int_{\cos \beta_{\max}}^1 \frac{d\lambda d \cos \beta}{1 + F \sin^2 \delta / 2}. \quad (13)$$

Переменные интегрирования в (13) независимы. Значение $\Delta (\cos \beta_{\max}) = 1 - \cos \beta_{\max}$ определяет пределы изменения косинуса угла преломления различных мод для сигнала данной длины волны.

Параметр ΔT_m получим как максимальное приращение функции, соответствующее приращению ее аргумента. Для данной моды сигнала с точностью до бесконечно малой

$$(\Delta T_m)_\beta = \left(\frac{F \sin \delta}{2(1 + F \sin^2 \delta / 2)^2} \right)_{\max} \delta \frac{\Delta \lambda}{\lambda}. \quad (14)$$

Усредняя по всем возможным значениям угла преломления мод, имеем

$$\Delta T_m = \frac{2}{\Delta \cos \beta_{\max}} \int_{\cos \beta_{\max}}^1 (\Delta T_m)_\beta d \cos \beta. \quad (15)$$

Расчет относительных амплитуд гармоник в соответствии с уравнениями (11) — (15) выполнялся численными методами на ЭВМ. Результаты расчета представлены на рис. 2, где кривые обозначены следующим образом: верхняя — $K_{1_{п-}}$, K_2 ; остальные в порядке следования $K_{5_{п-}}$, $K_{2'}$; $K_{2''}$; $K_{101\Omega}$. Символы при K_p определяют вид модуляции, цифровые индексы для импульсной модуляции — значение p . Кривая $K_{2'}$ построена для соединения. волокно — волокно при $n_1 = n_3 = 1,44$, $n_2 = 1$. Кривая $K_{2''}$ взята из работы [2] (одномодовое возбуждение). Остальные построены для соединения лазер — волокно при $n_1 = 3,6$, $n_2 = 1$, $n_3 = 1,44$. Для всех случаев длина волны излучения $\lambda = 0,86$ мкм; $\Delta \lambda / \lambda = 10^{-4}$, $a = 25$ мкм.

Приведенные данные подтверждают вывод о наличии гармонических искажений сигнала в соединениях волоконно-оптических систем передачи. Можно видеть, что амплитуды паразитных гармонических составляющих, возникающих в условиях многолучевой интерференции и девиации длины волны излучения лазера, при многомодовой передаче сигналов больше, чем при одномодовой.

Вместе с тем проведенный анализ не учитывает многообразия физических процессов, происходящих в соединениях волоконно-оптических систем передачи. Для их выяснения требуются дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования.

Список литературы: 1. *Wagner R. E., Sandahl C. R.* Interference effects in optical fiber connection // *Applied Optics*. — 1982. — 21, № 8. — P. 1381—1385. 2. *Kawahara H., Goto M.* Generation of harmonic distortion at fibre connectors // *Electron. Letters*. — 1981. — 17, № 18. — P. 626—627. 3. *Пикарников В. П., Скворцов Л. И., Смирнов В. М.* Гармонические искажения в соединителях оптических волокон при передаче цифровой информации // *Журн. техн. физики* — 1984. — 54, №1 — С. 107—109. 4. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 719 с.

Поступила в редколлегию 03.07.86

УДК 681.3.621

А. М. ЛУГАНСКИЙ, В. М. ПИСАРЕНКО, канд. техн. наук,
Г. И. ЧУРЮМОВ, канд. техн. наук

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМ ПО ЗАПРОСУ НА ЕСТЕСТВЕННОМ ЯЗЫКЕ В СИСТЕМЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ СВЧ-ПРИБОРОВ

Основные принципы построения системы машинного проектирования, ее возможная структура применительно к производству изделий электронной техники изложены в работах [1; 2]. Однако частные вопросы практической реализации отдельных функциональных составляющих создаваемой системы машинного проектирования здесь не уточнены. Нет информации об используемых лингвистических средствах взаимодействия человека с ЭВМ, составляющих основу функционирования автоматизированной системы и включающих возможные представления и обработку запросов в диалоговом режиме работы.

Кроме того, существующие системы машинного проектирования имеют, как правило, два уровня общения с системой. Нижний уровень — это уровень квалифицированных программистов, достаточно хорошо знакомых с системой, что позволяет им проводить расчеты, модернизировать, расширять и развивать информационное и математическое обеспечение системы. Верхний — это уровень непрограммирующих пользователей, которые эксплуатируют систему, практически не зная ее внутреннего содержания. Поскольку обычно система эксплуатируется именно данными пользователями, функции нижнего уровня

являются на практике недоступными. Ставится задача вывести эти функции на верхний уровень общения. Наиболее эффективный путь ее решения — построение естественно-языкового интерфейса, обеспечивающего диалог пользователь — ЭВМ.

Среди интеллектуальных систем общения, обладающих, как правило, развитыми естественно-языковыми возможностями, выделен класс систем, которые предназначены для использования в качестве интеллектуальных «посредников» между пользователями и библиотеками накопленных программных модулей, реализующих множество алгоритмов для широкого класса задач. Такое «посредничество» подразумевает выполнение системой следующих функций: распознавание входного запроса пользователя, выраженного на естественном языке (ЕЯ), и представление смысла входной фразы в терминах внутреннего языка; осуществление правильной формальной интерпретации внутреннего представления входного запроса с точки зрения имеющихся в системе знаний о конкретной предметной области; получение реакции системы на входной запрос в виде реализации того или иного вычислительного процесса.

Рассмотрим особенности реализации данных функций в системе подключения модулей расчета характеристик замедляющих систем. Проследим на примере процесс от восприятия входного (ЕЯ) запроса до получения искомого результата.

Представление входного запроса в терминах внутреннего R-языка. Термин «общение с ЭВМ на естественном языке», несмотря на большой опыт исследований в этой области, трактуется по-разному, что в значительной мере запутывает реальную ситуацию. Причина множественности толкований — отнесение некоторыми разработчиками к категории «общение на ограниченном естественном языке» входных языков, в состав которых входят отдельные элементы ЕЯ (словарный состав, некоторые синтаксические структуры) и элементы специализированных языков, например, язык УТОПИСТ в системе ПРИЗ [3].

Под запросом на ЕЯ понимаем естественно-языковое высказывание (ЕЯВ) без дополнительных соглашений если: $\forall x_i \in M \exists y_j \in L (x_i = y_j) \& (\neg \exists x_i \in M \forall S S_K (x_i, x_j) \forall x_j \in M (S S_K (x_i, x_j))) \& (\neg \exists Z_m \in K \forall S R_n (M, Z_m) \times \times (S R_n (M, Z_m)))$.

Здесь M — строка символов, содержащая ЕЯВ; x_i — последовательность символов от пробела до пробела; L — словарь взятых вне контекста словоформ; $S S_K (x_i, x_j)$ — K -я операция объединения x_i, x_j в синтагматическую пару; K — множество фактов системы о внешнем мире; $S R_n (M, Z_m)$ — n -я операция связывания фактов базы знаний со входным ЕЯВ.

Очевидно, отсутствие дополнительных соглашений не гарантирует полного удобства общения непрограммирующего пользователя и ЭВМ. Важно и наличие ограничений на входной запрос, т. е. на размеры той подобласти ЕЯ, в рамках которой ведется диалог с системой.

Общение с ЭВМ на ЕЯ в интервале времени без ограничений происходит, если $\forall M_t (t \in [\Delta t] \exists L_t (M_t = L_t))$, где $M_t (t \in [\Delta t])$ — ЕЯВ, поступившее в систему в момент времени t на временном отрезке Δt ;

L_i — ЕЯВ без дополнительных соглашений. Системы общения с ЭВМ на ЕЯ без ограничений не созданы. Поэтому актуальной является задача минимизации ограничений.

Система ДЕСТА [4], на базе которой построена система подключения модулей расчета характеристик замедляющих систем, обладает следующими ограничениями: воспринимаются одиночные либо в составе текста простые распространенные предложения без причастных и деепричастных оборотов, однородных членов, идиоматических конструкций, прямой речи.

Под представлением входного запроса в терминах внутреннего R -языка понимаем преобразование поверхностной структуры ЕЯВ в набор синтактико-семантических (ССО) и семантических отношений (СМНО). ССО имеет такой формат:

$$M: B, A, C(HE, T_l, D_l^1, D_l^2, E_l^1, E_l^2, X_l, HE, K_l) = \\ = (HE, T_r, D_r^1, D_r^2, E_r^1, E_r^2, X_r, HE, K_r),$$

где B, A, C — морфолого-синтаксическая информация терминальной словоформы T_r ; B — имя ССО, представленное вопросительным словом; A — местоимение; C — предлог; HE — частица; T — нормализованный вид словоформы; E^1, E^2 — первый и второй суффиксы словоформы; X — предметная переменная; K — квантор; M — метка ССО. Индексы l, r обозначают элементы левой и правой части ССО соответственно. Выделены семантические отношения «синоним», «противоположно», «часть целого», «элемент класса», «валентность», «условие», «результат», «алгоритм», «имя модуля».

Пример 1. Представим в терминах внутреннего R -языка два ЕЯВ:

- «Определите дисперсию гребенчатой замедляющей системы»
 $MN1$: что (сделайте) = определить;
 $M1$: что (определить) = дисперсия;
 $M2$: чего (дисперсия) = система;
 $M3$: какая (система) — гребенчатая;
 $M4$: какая (система) = замедляющая,
 $\Phi 1 = MN1 \ M1 \& \ M2 \& \ M3 \& \ M4$.
- «Дисперсия — это зависимость фазовой скорости от частоты»
 $MN2$: что = дисперсия;
 $MN3$: что = зависимость;
 $M5$: чего (зависимость) = скорость;
 $M6$: чего от (зависимость) = частота;
 $M7$: какая (скорость) = фазовая;
 $СЛС41 = MN3 \& \ M5 \& \ M6 \& \ M7$
 $S1$: синоним ($MN2$) = ($СЛС41$).

Интерпретация внутреннего представления входного запроса. Осуществление правильной формальной интерпретации внутреннего представления входного запроса с точки зрения имеющихся в базе знаний сведений о семантике модулей расчета характеристик различных замедляющих систем зависит от наличия сведений о модуле (комплексе модулей), выполняющем запрашиваемую функцию, и от полноты правил связывания входного ЕЯВ с содержимым базы знаний [5].

Первое достигается внесением программистом в базу знаний естественно-языкового описания (ЕЯО) семантики новых программных

модулей (комплексов программ). Например, для успешной интерпретации входного запроса пользователя «Определите дисперсию гребенчатой замедляющей системы» предварительно в базу знаний программистом помещается ЕЯО «Программа ZMDGRS рассчитывает дисперсионную характеристику гребенчатой замедляющей системы». Связывание приведенных параметров запроса и описания нельзя осуществить посредством отыскания вложения друг в друга соответствующих наборов синтактико-семантических отношений. Для этого используются процедуры логико-лингвистического вывода.

Логико-лингвистическим выводом (ЛЛВ) в системе ДЕСТА называем процесс непротиворечивых преобразований элементов синтактико-семантических отношений, словосочетаний, фактов, ситуаций или текстов, осуществляемых с помощью семантических отношений «синоним», «элемент класса» и «часть целого», до получения базовых представлений.

Представление считаем базовым, если выполняются такие правила:

$$1. \forall x_i \neg \exists SR_j (SR_j(x_i)).$$

$$2. \forall x_i \exists x_j ((\exists \overleftrightarrow{SR}_\mu \neg \exists x_K (x_K \neq x_j) ((\overleftrightarrow{SR}_\mu(x_j) = (x_j)) \& (\overleftrightarrow{SR}_\mu(x_i) = (x_K)))) \& (\exists \overleftrightarrow{SR}_v (\overleftrightarrow{SR}_v(x_j) = (x_i))))).$$

$$3. \forall x_i \exists x_j \exists x_K \exists \overleftrightarrow{SR}_\mu ((\overleftrightarrow{SR}_\mu(x_i) = (x_j)) \& (\overleftrightarrow{SR}_\mu(x_j) = (x_K)) \& (\overleftrightarrow{SR}_\mu(x_K) = (x_i))).$$

$$4. \forall x_i \exists SR_j = \text{алгоритм} \vee \exists SR_j = \text{модуль} (SR_j(x_i) \vee (SR_j(x_i))).$$

Здесь SR_j обозначает процедуру преобразования, представленную одним из семантических отношений; $\overleftrightarrow{SR}_\mu$ — процедура преобразования, реализующая симметрическое отношение, например «синоним»; $\overleftrightarrow{SR}_v$ — процедура преобразования, основанная на антисимметрических отношениях типа «элемент класса» или «часть целого».

Правило 1 говорит о том, что в качестве базового представления принимается любое x_i , к которому нельзя применить процедуру преобразования. Согласно правилу 2 в цепочке понятий, которые последовательно определены друг через друга, в качестве базовых берутся крайние справа. Если цепочка представлений, которые последовательно определены друг через друга, замкнута, то в соответствии с правилом 3 в качестве базового берется любое представление этой цепочки. Правило 4 связывает базовые представления с такими отношениями, как «алгоритм» и «модуль». Семантические отношения «алгоритм» и «модуль» отличаются друг от друга тем, что «модуль» связывает декларативное описание с программным модулем, разработанным и реализованным пользователем. Это отношение обусловлено понятием базовых процедурных знаний, а отношение «алгоритм» связывает декларативное описание с модулем, синтезированным самой системой.

Рассматриваемый ЛЛВ, приводящий к правильной интерпретации внутреннего представления входного запроса, ведется по семантическому отношению «синоним»:

S1: синоним (определить) = (рассчитать);

- S2: синоним (дисперсия) = (СЛСЧ1),
- СЛСЧ1: MN3 & M5 & M6 & M7
- MN3: что = (зависимость);
- M5: чего (зависимость) = (скорость);
- M6: чего, от (зависимость) = (частота);
- M7: какая (скорость) = (фазовая).

Наличие процедур ЛЛВ, позволяющее произвольно формулировать запрос и описание семантики модулей, а также возможность общения на ЕЯ без дополнительных соглашений и принципиальных ограничений значительно приближают решение задачи коррекции информационного и программного обеспечения на верхнем уровне общения — уровне непрограммирующих пользователей (либо программирующих, но незнакомых с особенностями системы).

Для организации вычислительного процесса и получения искомого результата определяют значения фактических параметров. С этой целью в каждый расчетный модуль встроен интерфейсный модуль, осуществляющий локальный диалог с пользователем.

Пример 2. Рассмотрим диалог пользователь — ЭВМ, используемый при расчете характеристик Т-образной гребенчатой замедляющей системы [6].

Система: Вам необходимо определить дисперсию гребенчатой замедляющей системы.

Пользователь: Да.

Система: Задайте период замедляющей системы?

Пользователь: $D = 10^{-2} \text{ м}$

Система: Определите ширину волновода?

Пользователь: $2d/D = 10$.

Система: Задайте высоту ламели замедляющей системы?

Пользователь: $(l_1 + l_2) / D = 4$.

Система: Задайте ширину щели резонатора?

Пользователь: $2d_1/D = 0.5$

Система: Определите высоту пространства взаимодействия?

Пользователь: $d / D = 0.5$

Ответы пользователя перекодируются из символьного вида в числовой. Система готова к реализации заложенного в программе алгоритма нахождения электродинамических характеристик Т-образной гребенчатой замедляющей системы.

Список литературы: 1. *Машинные методы проектирования электровакуумных приборов СВЧ — средство повышения эффективности разработок* / И. М. Блейзас, В. С. Лукошков, Ф. Ф. Михайлус и др. // *Электрон. техника. Сер. Электрон. СВЧ.* — 1970. — Вып. 4. — С. 74—97. 2. *Кац А. М., Радюк О. М., Тимченко Л. П.* Задачи создания системы машинного проектирования ЛВВО // Там же. — 1974. — Вып. 7. — С. 103—113. 3. *Система программирования ПРИЗ* / М. И. Кахро, М. А. Мяннисалу, Ю. П. Саан и др. / Программирование. — 1976. — № 1. — С. 21—28. 4. *Ловицкий В. А.* Диалоговая естественно-языковая система принятия решений: Учеб. пособие. — Х.: Б. И., 1981. — 43 с. 5. *Ловицкий В. А.* Режим в системе ДЕСТА // *Материалы 5-й школы-семинара «Интерактивные системы».* — Тбилиси, 1983. — С. 87. 6. *Головаш С. А., Жданов Н. Н., Писаренко В. М.* Исследование Т-образной гребенчатой замедляющей системы // *Радиотехника.* — 1982. — Вып. 62. — С. 29—34.

Поступила в редколлегию 21.04.86

В. В. ОБЧАРЕНКО, канд. техн. наук, В. И. АНТЮФЕЕВ, канд. техн. наук,
Н. П. МАКАРУЩЕНКО, канд. физ.-мат. наук

ОДНОМЕРНАЯ ОБОБЩЕННАЯ ВНУТРЕННЯЯ ЗАДАЧА ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Классическая внутренняя задача электродинамики — это задача о нахождении решений уравнения Максвелла в области $\Omega \subset R^3$, ограниченной идеально проводящей оболочкой S , с граничным условием $E_\tau = 0$ на S [1]. Величина E_τ — касательная к S составляющая электрического поля E . Указанные решения образуют подмножество множества решений более общей граничной задачи $\Pi_\nu = 0$ на S , где Π_ν — нормальная к S составляющая вектора Умова — Пойнтинга $\Pi = E \times H$, H — напряженность магнитного поля. Условие $\Pi_\nu|_S = 0$ означает, что энергия электромагнитного поля не выходит за пределы области Ω . Нелинейность граничного условия приводит к существенным отличиям решений рассматриваемой задачи от классических. Исследуем множество решений одномерной внутренней задачи электродинамики с граничным условием $\Pi_\nu|_S = 0$, которая названа авторами обобщенной. Такая постановка задачи имеет смысл: в среде с $\epsilon = \infty$ или $\mu = \infty$ существование и распространение электромагнитного поля невозможно, поэтому на границе раздела с такой средой приведенное условие должно выполняться.

Рассмотрим область, представляющую собой слой $\Omega = \{x, y, z \in R^3, 0 \leq x \leq d, -\infty < y, z < \infty\}$. Требуется найти гармонические решения уравнений Максвелла в слое Ω , зависящие от одной пространственной координаты x и удовлетворяющие граничному условию $\Pi_x(0, t) = 0, \Pi_x(d, t) = 0$ (1). Для гармонических электромагнитных полей уравнения Максвелла имеют вид

$$\operatorname{rot} \dot{H} = i\omega\epsilon_0\epsilon \dot{E} \quad (2); \quad \operatorname{rot} \dot{E} = -i\omega\mu_0\mu \dot{H} \quad (3);$$

$$\operatorname{div} \dot{E} = 0 \quad (4); \quad \operatorname{div} \dot{H} = 0 \quad (5).$$

Здесь \dot{E}, \dot{H} — комплексные векторные амплитуды электрического и магнитного полей $E(x, t), H(x, t)$.

Запишем систему (2), (3) в координатной форме:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 = 0, \quad -\frac{d\dot{H}_3}{dx} = i\omega\epsilon_0\epsilon \dot{E}_2, \quad \frac{d\dot{H}_2}{dx} = i\omega\epsilon_0\epsilon \dot{E}_3; \\ \dot{H}_1 = 0, \quad \frac{d\dot{E}_3}{dx} = i\omega\mu_0\mu \dot{H}_2, \quad \frac{d\dot{E}_2}{dx} = -i\omega\mu_0\mu \dot{H}_3. \end{aligned} \quad (6)$$

Так как $\dot{E}_1 = \dot{H}_1 = 0$, уравнения (4), (5) удовлетворяются при любых функциях $\dot{E}_2, \dot{E}_3, \dot{H}_2, \dot{H}_3$. Совокупность уравнений (6) распадается

на две независимые системы обыкновенных линейных однородных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dE_2}{dx} &= -i\omega\mu_0\mu\dot{H}_3; & \frac{dE_3}{dx} &= i\omega\mu_0\mu\dot{H}_2; \\ \frac{dH_3}{dx} &= -i\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{E}_2; & \frac{dH_2}{dx} &= i\omega\varepsilon_0\varepsilon\dot{E}_3. \end{aligned}$$

Запишем общее решение:

$$E_2(x) = W(-Ae^{ikx} + Be^{-ikx}) \quad (7); \quad H_3(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}; \quad (8)$$

$$E_3(x) = W(Ce^{ikx} - De^{-ikx}) \quad (9); \quad H_2(x) = Ce^{ikx} + De^{-ikx}. \quad (10)$$

Здесь $k = \omega\sqrt{\mu_0\mu\varepsilon_0\varepsilon}$ (11); $W = (\mu_0\mu)^{1/2}(\varepsilon_0\varepsilon)^{-1/2}$; A, B, C, D — произвольные комплексные числа; ε_0 — электрическая постоянная; μ_0 — магнитная постоянная; ε, μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды в области Ω .

Таким образом, множество решений уравнений Максвелла представляет собой четырехмерное комплексное векторное пространство F в бесконечномерном пространстве дифференцируемых электромагнитных полей в области Ω , изоморфное четырехмерному комплексному арифметическому пространству C^4 , т. е. $F \simeq C^4$.

Учет нелинейных граничных условий (1) приводит к появлению сплошной части спектра оператора Максвелла и расщеплению дискретной части на несколько конечномерных подпространств или подмножеств. Множество решений F распадается на девять подмножеств: $F_{EE}, F_{EH}, F_{EP}, F_{HE}, F_{HH}, F_{HP}, F_{PE}, F_{PH}, F_{PP}$ (12). В данных обозначениях использовано правило индексации, поясняемое на примере множества $F_{EH}: F_{EH} = \{(E, H) \in F \mid E(0, t) = 0, H(d, t) = 0\}$.

Поскольку вектор $\Pi(x, t)$ через комплексные амплитуды \dot{E}, \dot{H} выражается как [1]

$$\Pi(x, t) = \frac{1}{4} \{ \text{Re} [\dot{E}(x) \times \dot{H}(x) e^{i2\omega t}] + \text{Re} [\dot{E}(x) \times \dot{H}^*(x)] \},$$

то, учитывая (7) — (10), получаем

$$\begin{aligned} \Pi_x(x, t) &= \frac{W}{4} [-|A|^2 - |C|^2 + |B|^2 + |D|^2 - |A^2 + C^2| \cos 2(\omega t + \\ &+ p + kx) + |B^2 + D^2| \cos 2(\omega t + q - kx)], \end{aligned} \quad (13)$$

где $2p = \arg(A^2 + C^2)$, $2q = \arg(B^2 + D^2)$. Так как $\dot{E}_1 = 0$ и $\dot{H}_1 = 0$, вектор $\Pi = E \times H$ имеет лишь одну компоненту Π_x , поэтому граничное условие $\Pi_n|_S = \Pi_x|_S = 0$ заменим условием $\dot{\Pi}|_S = 0$. Таким образом, множество F_{PP} определяется условием $\Pi(0, t) = 0, \Pi(d, t) = 0$. Отсюда следует, что каждое множество совокупности (12) содержится в F_{PP} . Перейдем к описанию ограничений, которые накладывают различные граничные условия на константы A, B, C, D, k .

Запишем условие $\Pi(0, t) = 0$, $\Pi(d, t) = 0$, используя выражение (13):

$$\begin{aligned} & -|A|^2 - |C|^2 + |B|^2 + |D|^2 - |A^2 + C^2| \cos 2(\omega t + \rho) + \\ & \quad + |B^2 + D^2| \cos 2(\omega t + q) = 0; \\ & -|A|^2 - |C|^2 + |B|^2 + |D|^2 - |A^2 + C^2| \cos 2(\omega t + \rho + kd) + \\ & \quad + |B^2 + D^2| \cos 2(\omega t + q - kd). \end{aligned}$$

Отсюда следуют равенства

$$-|A|^2 - |C|^2 + |B|^2 + |D|^2 = 0; \quad (14)$$

$$-|A^2 + C^2| \cos 2\rho + |B^2 + D^2| \cos 2q = 0; \quad (15)$$

$$|A^2 + C^2| \sin 2\rho - |B^2 + D^2| \sin 2q = 0; \quad (16)$$

$$-|A^2 + C^2| \cos 2(\rho + kd) + |B^2 + D^2| \cos 2(q - kd) = 0; \quad (17)$$

$$|A^2 + C^2| \sin 2(\rho + kd) - |B^2 + D^2| \sin 2(q - kd) = 0. \quad (18)$$

Соотношения (15), (16) означают, что $A^2 + C^2 = B^2 + D^2$ (19). Используя (15), (16), из уравнений (17), (18) находим

$$\begin{aligned} |A^2 + C^2| \cos 2\rho \sin 2kd = 0, \quad |A^2 + C^2| \sin 2\rho \sin 2kd = 0 \\ \text{или } (A^2 + C^2) \sin 2kd = 0. \end{aligned}$$

Если $A^2 + C^2 = B^2 + D^2 \neq 0$, имеем дискретный спектр, описываемый равенствами $kd = \pi n/2$, $n \in Z$ (20), где Z — множество целых чисел. Если $A^2 + C^2 = B^2 + D^2 = 0$, получим сплошной спектр: k принимает любые вещественные значения.

Для гармонических полей $E = 0$ тогда и только тогда, когда $\dot{E} = 0$, поэтому, используя условие $\dot{E}(d) = 0$, согласно (7), (8) имеем $B = Ae^{i2kd}$, $D = Ce^{i2kd}$ (21). Подставляя выражения (21) в соотношение (19), для полей из множества $F_{\text{ПЕ}}$ находим соотношения (20). Электромагнитные поля из пространства $F_{\text{ПН}}$ характеризуются равенствами $B = -Ae^{i2kd}$, $D = -Ce^{i2kd}$, подставляя которые в тождество (19) выводим формулы (20).

Дискретные спектры, отвечающие пространствам F_{EE} , F_{EH} , F_{EP} , F_{HE} , F_{HN} , F_{HP} , а также соотношения между постоянными A, B, C, D приведены в таблице. Собственные частоты находим из формулы (11).

Все множества F_{ij} , кроме $F_{\text{ПП}}$, являются двумерными комплексными подпространствами, лежащими в четырехмерном комплексном подпространстве F . Множество $F_{\text{ПП}}$ — некомпактное трехмерное комплексное многообразие, лежащее в F . Из таблицы видно, что все дискретные спектры можно записать в виде $kd = 0,5\pi m$, где m — четные, нечетные или произвольные числа из множества целых чисел Z . Если m четное, имеют место равенства $F_{EE} = F_{EP} = F_{PE}$ (22), $F_{HH} = F_{HP} = F_{PH}$ (23). Если m нечетное, то $F_{EH} = F_{EP} = F_{PH}$ (24), $F_{HE} = F_{HP} = F_{PH}$ (25). Согласно данным таблицы пространства (22), (24) описываются соотношениями

$$\begin{aligned} \dot{E}_2(x) &= -2WAi \sin kx, & \dot{H}_3(x) &= 2A \cos kx; \\ \dot{E}_3(x) &= 2WC \sin kx, & \dot{H}_2(x) &= 2Ci \cos kx, \end{aligned} \quad (26)$$

но с различными k . Решения (22), (24) характеризуются соответственно четным и нечетным числом четвертей волн, укладывающихся на длине d . Аналогично пространства (23), (25) описываются формулами

$$\begin{aligned} \dot{E}_2(x) &= -2WA \cos kx, & \dot{H}_3(x) &= 2Ai \sin kx; \\ \dot{E}_3(x) &= 2WC \cos kx, & \dot{H}_2(x) &= 2Ci \sin kx, \end{aligned} \quad (27)$$

но с различными k . Решения (23), (25) также характеризуются четным и нечетным числом четвертей волн, которые укладываются на длине d . В силу произвольности констант A, C в формулах (26), (27) отрицательные k не рассматриваются.

Итак, для каждого натурального m имеем два собственных линейных подпространства, описываемых соотношениями (26), (27), и одно собственное многообразие M , характеризующее общими формулами (7) — (10), при условиях $|A|^2 + |C|^2 = |B|^2 + |D|^2$, $A^2 + C^2 = B^2 + D^2$, $B \neq \pm A$, $D \neq \pm C$. Решения из линейных подпространств удовлетворяют граничному условию $\Pi|_S = 0$ ввиду обращения в нуль поля E или H , а для многообразия M характерна коллинеарность векторов E, H .

Решения из линейных подпространств — это хорошо известные многократно отражающиеся от параллельных стенок эллиптически поляризованные волны с ортогональными векторами E, H . В то же время решения из многообразия M обладают новыми свойствами, а именно, на границе области у них векторы E, H коллинеарны, а при отходе от границ угол между E и H не равен нулю и изменяется во времени. Например, если $B = C = 0$, $A = D = H_0$ и $m = 1$, имеем

$$\begin{aligned} \dot{E}_2(x) &= -WH_0 e^{i\pi x/2d}, & \dot{H}_2(x) &= H_2 e^{-i\pi x/2d}; \\ \dot{E}_3(x) &= -WH_0 e^{-i\pi x/2d}, & \dot{H}_3(x) &= H_0 e^{i\pi x/2d}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \dot{E}_2(0) &= -H_0 W, & \dot{H}_2(0) &= H_0, & \dot{E}_2(d) &= -H_0 W i, & \dot{H}_2(d) &= -H_0 i; \\ \dot{E}_3(0) &= -H_0 W, & \dot{H}_3(0) &= H_0, & \dot{E}_3(d) &= H_0 W i, & \dot{H}_3(d) &= H_0 i; \\ \dot{E}_2(d/2) &= -H_0 W e^{i\pi/4}, & \dot{H}_2(d/2) &= H_0 e^{-i\pi/4}; \\ \dot{E}_3(d/2) &= -H_0 W e^{-i\pi/4}, & \dot{H}_3(d/2) &= H_0 e^{i\pi/4}. \end{aligned}$$

| F_{ij} | B, D | kd |
|----------|--------------------------------------|------------------|
| F_{EE} | $B = A, D = C$ | πn |
| F_{EH} | $B = A, D = C$ | $0,5\pi + \pi n$ |
| F_{EP} | $B = A, D = C$ | $0,5\pi n$ |
| F_{HE} | $B = -A, D = -C$ | $0,5\pi + \pi n$ |
| F_{HH} | $B = -A, D = -C$ | πn |
| F_{HP} | $B = -A, D = -C$ | $0,5\pi n$ |
| F_{PE} | $B = (-1)^n A, D = (-1)^n C$ | $0,5\pi n$ |
| F_{PH} | $B = (-1)^{n+1} A, D = (-1)^{n+1} C$ | $0,5\pi n$ |
| F_{PP} | $ A ^2 + C ^2 = B ^2 + D ^2$ | $0,5\pi n$ |
| | $A^2 + C^2 = B^2 + D^2 \neq 0$ | Любое |
| | $A^2 + C^2 = B^2 + D^2 = 0$ | |

Следовательно,

$$E_2(d/2, t) = -H_0 W \cos(\omega t + \pi/4), \quad H_2(d/2, t) = H_0 \cos(\omega t - \pi/4);$$

$$E_3\left(\frac{d}{2}, t\right) = -H_0 W \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right), \quad H_3\left(\frac{d}{2}, t\right) = H_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right).$$

Эти формулы описывают круговую поляризацию векторов \mathbf{E} , \mathbf{H} с противоположным направлением их вращения.

Особого внимания заслуживает подмножество $M_0 \subset M$, определяемое равенствами $A^2 + C^2 = 0$, $B^2 + D^2 = 0$ (28). При этих условиях из формулы (13) следует, что функции подмножества M_0 обладают свойством $\Pi = 0, \forall x \in \Omega$, т.е. описывают электромагнитные поля с неподвижной энергией. Выясним их свойства. Из равенства (28) получаем $C = \pm iA$, $D = \pm iB$ (29). Следовательно, M_0 распадается на четыре подпространства. Рассмотрим случай $C = iA$, $D = -iB$. Заметим, что из (29) и (14) следуют равенства $|A| = |B| = |C| = |D|$ для четырех вариантов полей с неподвижной энергией. В первом варианте $A = ae^{i\alpha}$, $B = ae^{i\beta}$, $C = ae^{i(\alpha+\pi/2)}$, $D = ae^{i(\beta+\pi/2)}$ и согласно (7) — (10)

$$E_2(x, t) = 2Wa \sin\left(\omega t + \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(kx + \frac{\alpha-\beta}{2}\right);$$

$$H_3(x, t) = 2a \cos\left(\omega t + \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\alpha-\beta}{2}\right);$$

$$E_3(x, t) = 2Wa \cos\left(\omega t + \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(kx + \frac{\alpha-\beta}{2}\right);$$

$$H_2(x, t) = 2a \sin\left(\omega t + \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\alpha-\beta}{2}\right).$$

Из этих выражений следует, что при любом фиксированном $x \in \Omega$ векторы \mathbf{E} , \mathbf{H} синхронно вращаются по окружностям против часовой стрелки, оставаясь коллинеарными и направленными в противоположные стороны для $x \in [(2n\pi + \beta - \alpha) / 2k, \{(2n+1)\pi + \beta - \alpha\} / 2k]$ и в одну сторону при $x \in [\{(2n+1)\pi + \beta - \alpha\} / 2k, \{(n+1)2\pi + \beta - \alpha\} / 2k]$. Когда изменяется x , радиусы окружностей изменяются, однако плотность энергии $\forall x \in \Omega$ одна и та же:

$$\omega = \frac{\epsilon_0 \epsilon}{2} (\mathbf{E}, \mathbf{E}) + \frac{\mu_0 \mu}{2} (\mathbf{H}, \mathbf{H}) = 2\mu_0 \mu a^2.$$

Подпространство решений, выделяемое условиями $C = -iA$, $D = -iB$, отличается от рассмотренного противоположным направлением вращения векторов \mathbf{E} , \mathbf{H} .

При $C = -iA$, $D = -iB$ решение определяется выражениями

$$E_2(x, t) = 2Wa \sin\left(\omega t + \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(kx + \frac{\alpha-\beta}{2}\right);$$

$$E_3(x, t) = 2Wa \sin\left(\omega t + \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\alpha-\beta}{2}\right);$$

$$H_2(x, t) = 2a \cos\left(\omega t + \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(kx + \frac{\alpha-\beta}{2}\right);$$

$$H_3(x, t) = 2a \cos\left(\omega t + \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\alpha-\beta}{2}\right),$$

описываемыми стоячие волны с линейной поляризацией, плоскость поляризации которых с увеличением x поворачивается по направлению часовой стрелки, а коллинеарные векторы E, H сдвинуты по фазе на $\pi/2$. Решение из подпространства, выделяемого условиями $C = iA, D = -iB$, характеризуется обратным по отношению к рассмотренному случаю направлением вращения плоскости поляризации.

Решение обобщенной внутренней задачи показало, что нелинейность граничного условия приводит к появлению наряду с дискретной сплошной части спектра оператора Максвелла. Множество решений задачи представляет собой трехмерное комплексное многообразие $F_{пп}$, в котором выделяется восемь двумерных комплексных подпространств. Каждой собственной частоте дискретной части спектра соответствуют два из этих подпространств, собственным решениям из которых отвечают многократно отражающиеся от параллельных стенок области эллиптически поляризованные плоские волны с ортогональным направлением векторов E, H . Каждой собственной частоте сплошной части спектра отвечают четыре двумерных комплексных подпространства решений с неподвижной энергией. Решения из указанных подпространств характеризуются коллинеарностью векторов E, H в каждый момент времени. Дополнение в $F_{пп}$ к описанным выше подпространствам соответствует решениям с коллинеарными на границе области векторами E, H и отвечает дискретной части спектра.

Список литературы: 1. Никольский В. В. Теория электромагнитного поля.— М.: Высш. шк., 1964.— 384 с. 2. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики.— М.: Наука, 1967.— 460 с.

Поступила в редколлегию 15.07.86

УДК 621.396

Л. П. ЯЦУК, канд. физ.-мат. наук, Ю. М. ПЕНКИН

РАССЕЯНИЕ ВОЛНЫ H_{10} УЗКОЙ ЩЕЛЬЮ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ В ПРИСУТСТВИИ Г-ОБРАЗНОГО ПАССИВНОГО ВИБРАТОРА

В антенной практике все шире применяются вибраторно-щелевые элементы фазированных антенных решеток. Это обусловлено совмещением в одном раскрыве вибраторных и щелевых решеток, работающих на разных частотах, и необходимостью модификации щелевых излучателей. В любом случае для расчета вибраторно-щелевых систем необходимо учитывать электромагнитное взаимодействие их элементов.

Взаимная связь щелей и вибраторов, играющих на частоте излучения щели роль пассивных рассеивателей, еще недостаточно изучена. Особенно интересно исследование энергетических параметров

щели в присутствии Г-образного вибратора, являющегося составной частью вибратора на опорных металлических стойках над идеально проводящей плоскостью.

Рассмотрим узкую продольную щель в прямоугольном волноводе длиной L и шириной d , излучающую в ограниченное идеально проводящей плоскостью полупространство, и расположенный над этой плоскостью Г-образный рассеивающий вибратор радиуса ρ , имеющий с ней электрический контакт. Пусть h — высота вертикальной стойки вибратора, p — длина горизонтального плеча. Свяжем с волноводом и вибратором систему координат, как показано на рис. 1, а. Бесконечный волновод возбуждается волной типа H_{10} , распространя-

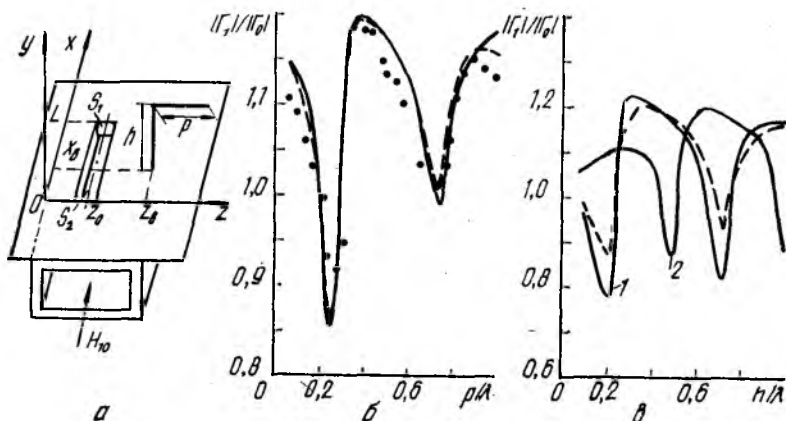


Рис. 1

ющейся вдоль оси x . Найдем энергетические параметры щели с учетом рассеяния ее поля излучения вибратором. Полагаем, что стенки волновода не бесконечно тонкие, а имеют конечную толщину. Поэтому полость щели рассматриваем как прямоугольный резонатор, по граням которого, обращенным к внутренней области волновода (S_1) и полупространства (S_2), распределены синусоидальные магнитные токи:

$$\vec{I}_{1(2)}^M = V_{1(2)} \frac{\vec{x}^0}{d} \sin \frac{\pi x}{L}, \quad (1)$$

где $V_{1(2)}$ — неизвестные комплексные амплитуды.

Использование аппроксимирующих функций (1) оправдано, когда величина L соизмерима с половиной длины волны λ возбуждающего поля. Распределение магнитных токов поперек щелей ввиду их узости ($d \ll L$) считаем постоянным.

Комплексные амплитудные коэффициенты $V_{1(2)}$ определяем из условий непрерывности тангенциальных составляющих магнитных полей на поверхностях S_1, S_2 . Интегродифференциальные уравнения, обусловленные указанными граничными условиями, путем процедуры

Галеркина сводим к системе линейных алгебраических уравнений с неизвестными коэффициентами $V_{1(2)}$:

$$\begin{aligned} V_2(Y^e + \Delta Y^e + Y_{22}^p) + V_1 Y_{12}^p &= 0; \\ V_2 Y_{21}^p + V_1(Y_{11}^p + Y^i) &= F. \end{aligned} \quad (2)$$

Учитываем, что магнитное поле, наведенное рассеивающим вибратором на щели, пропорционально амплитуде V_2 . Здесь Y^e , Y^i — внешняя и внутренняя проводимости щели, F — внутренняя магнитодвижущая сила, выражения для которых известны [1; 2]. Формулы для собственных Y_{11}^p , Y_{22}^p и взаимных Y_{12}^p , Y_{21}^p проводимостей щели в резонаторе приведены в работе [3]. Отметим, что $Y_{11}^p = Y_{22}^p$, а $Y_{12}^p = Y_{21}^p$, ΔY^e — поправка к внешней проводимости щели, обусловленная электромагнитным взаимодействием щели и рассеивающего вибратора:

$$\Delta Y^e = \frac{1}{4\pi} \int_0^L \sin \frac{\pi x}{L} \int_l I_b^\ominus(\omega') [\text{grad } G_{1(2)}(\vec{r}/\vec{r}') \cdot \vec{\omega}^0] d\omega' dx. \quad (3)$$

Здесь $G_{1(2)}(\vec{r}/\vec{r}')$ — функции Грина полупространства, удовлетворяющие на плоскости однородным граничным условиям Дирихле и Неймана (индексы 1, 2); ω' — текущая координата вдоль оси рассеивающего вибратора, геометрия которого определяется контуром l ; $I_b^\ominus(\omega')$ — функция распределения электрического тока, наведенного на вибраторе полем магнитного тока (1) с единичной амплитудой V_2 . Ввиду предполагаемой узости щели здесь и далее интеграл по ее площади заменен интегралом по ее длине. Поле излучения вибратора заменяется полем излучения эквивалентного тока, текущего вдоль его оси.

Таким образом, при расчете энергетических параметров щели с учетом влияния рассеивающего вибратора используем известные формулы [1], вводя в них поправку $\Delta Y^e(3)$ к внешней проводимости щели. Значение $I_b^\ominus(\omega')$, фигурирующее в выражении (3), находим путем решения интегродифференциальных уравнений, которые записываются из условия равенства нулю суммы тангенциальных составляющих электрических полей на вертикальном и горизонтальном участках вибратора:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Pi_y^\ominus}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z^\ominus}{\partial y \partial z} + k^2 \Pi_y^\ominus + E_{\text{ст}}^y &= 0; \\ \frac{\partial^2 \Pi_y^\ominus}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 \Pi_z^\ominus}{\partial z^2} + k^2 \Pi_z^\ominus + E_{\text{ст}}^z &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\vec{\Pi}^\ominus$ — электрический вектор Герца, $\vec{\Pi}^\ominus = (0, \Pi_y^\ominus, \Pi_z^\ominus)$; $\vec{E}_{\text{ст}}$ — стороннее поле на поверхности вибратора, обусловленное излучением щели, $\vec{E}_{\text{ст}} = (0, E_{\text{ст}}^y, E_{\text{ст}}^z)$, $k = 2\pi/\lambda$.

Решение системы уравнений (4) относительно неизвестного тока

$$I_{\text{в}}^{\ominus}(w') = \begin{cases} I_y^{\ominus}(y'), & 0 \leq w' \leq h; \\ I_z^{\ominus}(z'), & h \leq w' \leq h + p \end{cases}$$

получим методом Галеркина. Для этого величину $I_{\text{в}}^{\ominus}(w')$ аппроксимируем набором тригонометрических функций от обобщенной координаты w' , заданных на всей длине вибратора:

$$\vec{I}_{\text{в}}^{\ominus}(w') = \sum_{t=1}^T I_t^{\ominus} \vec{u}_t, \quad (5)$$

где $\vec{u}_t = \vec{w}^0 \cos(\pi w' (2t - 1)/(h + p)/2)$; t — числа натурального ряда; T — количество функций, учитываемых при аппроксимации; I_t^{\ominus} — комплексные амплитуды базисных функций. Координата w' связана с координатами x' , y' , z' следующим образом:

$$w' = \begin{cases} y', & \text{если } 0 \leq y' \leq h, \quad x' = x_{\text{в}}, \quad z' = z_{\text{в}}; \\ z' - z_{\text{в}} + h, & \text{если } z_{\text{в}} \leq z' \leq z_{\text{в}} + p, \quad y' = h, \quad x' = x_{\text{в}}. \end{cases}$$

Аппроксимация (5) обеспечивает непрерывность тока в точке изгиба вибратора и правильно описывает граничное поведение тока на его концах: равенство нулю на свободном конце вибратора и равенство нулю производной у основания, расположенного в точке с координатами $(x_{\text{в}}, z_{\text{в}})$. Сведение системы уравнений (4) к системе интегральных уравнений типа Халлена, как в [4,5], в этом смысле менее удобно.

Для решения системы уравнений (4) применяем процедуру Галеркина:

$$\int_I \vec{u}_t \vec{E}(\vec{I}_{\text{в}}^{\ominus}) d\omega + \int_I \vec{u}_t \vec{E}_{\text{ст}} d\omega = 0.$$

Распишем это соотношение подробно:

$$\begin{aligned} & - \int_0^h \frac{\partial(\cos ay)}{\partial y} \left(\frac{\partial \Pi_y^{\ominus}}{\partial y} + \frac{\partial \Pi_y^{\ominus}}{\partial z} \right) dy - \int_{z_{\text{в}}}^{z_{\text{в}}+p} \frac{\partial(\cos a(z - z_{\text{в}} + h))}{\partial z} \times \\ & \times \left(\frac{\partial \Pi_y^{\ominus}}{\partial y} + \frac{\partial \Pi_y^{\ominus}}{\partial z} \right) dz + k^2 \int_0^h \cos ay \Pi_y^{\ominus} dy + k^2 \int_{z_{\text{в}}}^{z_{\text{в}}+p} \cos a(z - z_{\text{в}} + h) \times \\ & \times \Pi_z^{\ominus} dz = - \int_0^h \cos ay E_{\text{ст}}^y dy - \int_{z_{\text{в}}}^{z_{\text{в}}+p} \cos a(z - z_{\text{в}} + h) E_{\text{ст}}^z dz, \quad (6) \end{aligned}$$

где $a = \frac{\pi}{2} (2\tau - 1)/(h + p)$; τ — числа натурального ряда, изменяющиеся от 1 до T . Подставляя в уравнение (6) выражение для токо-

вого распределения вдоль вибратора (5), получаем систему уравнений относительно неизвестных комплексных амплитуд I_t^{\ominus} :

$$\sum_{t=1}^T I_t^{\ominus} Z_{tt} = 4\pi i \omega \varepsilon \mathcal{E}_{\tau}. \quad (7)$$

Матричный элемент Z_{tt} в приближении линеаризованного ядра, используемого в решении задач для тонкопроволочных антенн, имеет вид

$$\begin{aligned} Z_{tt} = & \left(k^2 - \frac{\pi^2 (2t-1)^2}{4(h+p)^2} \right) \int_{z_B+p}^h f_{\tau}(y) \int_0^h f_t(y') G_2(x_B - \rho, y, z_B; x_B, y', z_B) \times \\ & \times dy' dy + \int_{z_B}^{z_B+p} \varphi_{\tau}(z) \int_{z_B}^{z_B+p} \varphi_t(z') G_1(x_B - \rho, h, z; x_B, h, z') dz' dz \Big\} + \\ & + \frac{\pi(2\tau-1)}{2(h+p)} \left\{ \int_0^h (\gamma_{\tau}(h) f_t(y') G_2(x_B - \rho, h, z_B; x_B, y', z_B) + \right. \quad (8) \\ & \left. + \gamma_{\tau}(y') f_t(h) G_1(x_B - \rho, h, z_B; x_B, y', z_B)) dy' + \right. \\ & + (-1)^{\tau+1} \int_{z_B}^{z_B+p} \varphi_t(z') G_1(x_B - \rho, h, z_B + p; x_B, h, z') dz' - \\ & - \int_{z_B}^{z_B+p} (\gamma_{\tau}(h) \varphi_t(z) + f_t(h) \psi_{\tau}(z)) G_1(x_B - \rho, h, z; x_B, h, z_B) dz \Big\} - \\ & - \frac{\pi^2(2\tau-1)(2t-1)}{4(h+p)^2} \int_0^h \int_{z_B}^{z_B+p} (\gamma_{\tau}(y) \psi_t(z) + \psi_{\tau}(z) \gamma_t(y)) G_1(x_B - \rho, y, z; \\ & x_B, h, z_B) dz dy. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} f_n(y) &= \cos \frac{\pi(2n-1)y}{2(h+p)}; & \varphi_n(z) &= \cos \frac{\pi(2n-1)(z-z_B+h)}{2(h+p)}; \\ \gamma_n(y) &= \sin \frac{\pi(2n-1)y}{2(h+p)}; & \psi_n(z) &= \sin \frac{\pi(2n-1)(z-z_B+h)}{2(h+p)}; \\ G_{1(2)} &= \exp(-ikR)/R(\mp) \exp(-ikR^*)/R^*; \\ R &= \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}; \\ R^* &= \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z-z')^2}; \end{aligned}$$

n — числа натурального ряда, а $\omega \varepsilon = k/120\pi$. Выражение для ЭДС в системе (7) записывается так:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\tau} = & \frac{\Delta}{2\pi} \int_0^h f_{\tau}(y) \int_0^L \sin \frac{\pi x'}{L} \frac{\exp(-ikR(y, z_B))}{R^2(y, z_B)} \left(ik + \frac{1}{R(y, z_B)} \right) dx' dy - \\ & - \frac{h}{2\pi} \int_{z_B}^{z_B+p} \varphi_{\tau}(z) \int_0^L \sin \frac{\pi x'}{L} \frac{\exp(-ikR(h, z))}{R^2(h, z)} \left(ik + \frac{1}{R(h, z)} \right) dx' dz, \quad (9) \end{aligned}$$

где $R(y, z) = \sqrt{(x_b - \rho - x')^2 + y^2 + (z - z_0 - d/2)^2}$, $\Delta = z_b - z_0 - d/2$.

Распределение электрического тока, полученное в результате численного решения системы (7), позволяет рассчитать добавку к внешней проводимости щели ΔY^e , определяемую соотношением (3). Выражение (8) для матричных элементов $Z_{\tau i}$ сохраняется и в случае Г-образного вибратора, плечо которого расположено параллельно щели. Выражения для ЭДС и ΔY^e здесь упрощаются, так как щель и горизонтальное плечо вибратора оказываются развязанными по поляризации. Число учитываемых базисных функций в аппроксимации (5) выбиралось на основании анализа численного эксперимента и сравнения расчетных и экспериментальных значений коэффициентов матрицы рассеяния щели в волноводе.

На рис. 1, б представлены зависимости отношения модулей коэффициентов отражения от щели в присутствии Г-образного вибратора (Γ_1) и без него (Γ_0) от изменения длины его горизонтального плеча, направленного параллельно щели. При этом $h = 16$ мм, $\rho = 0,1$ мм, $x_b = 8$ мм и $z_b = 12$ мм; геометрические параметры щели: $L = 16$ мм, $d = 1,5$ мм, $z_0 = 2,5$ мм; толщина стенки волновода $c = 1$ мм (z_0 — расстояние от оси щели до узкой стенки волновода). Расчеты выполнены для $\lambda = 32$ мм в случае прямоугольного волновода стандартного поперечного сечения 23×10 мм. Сплошной линией показаны результаты вычислений при использовании трех базисных функций в аппроксимации (5), пунктиром — шести гармоник, точками — экспериментальные данные.

Нетрудно убедиться в том, что для описания распределения электрического тока вдоль вибратора, общая длина которого не превышает $1,4\lambda$, достаточно учитывать три гармоники в аппроксимации (5). Амплитуды высших гармоник для Г-образных вибраторов указанной длины минимально на порядок меньше, чем амплитуды первых трех.

Предложенный алгоритм расчета взаимной связи щели в волноводе и Г-образного вибратора позволяет исследовать и электромагнитное взаимодействие щели с вертикальным вибратором над плоскостью, если величину p положить равной нулю. На рис. 1, в пунктирной кривой изображена зависимость $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$ от изменения высоты вертикального вибратора h , расположенного в точке с координатами $x_b = 8$ мм, $z_b = 11,25$ мм. Остальные параметры системы выбирались, как в предыдущем случае. Указанная кривая характеризуется наличием областей быстрого изменения коэффициента отражения вблизи значений $h/\lambda \approx 0,25; 0,75$, соответствующих резонансному возбуждению вибраторов.

Исследования показали, что Г-образный вибратор с горизонтальным плечом, параллельным щели, длиной $p = \lambda/2$ взаимодействует со щелью подобно вертикальному вибратору (рис. 1, в, кривая 1). Это объясняется наличием достаточно глубокого минимума токового распределения вдоль такого Г-образного вибратора в точке его изгиба, что приближенно соответствует граничному поведению тока на свободном конце вертикального вибратора. Для сравнения с кривой 2

показана зависимость $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$ для системы описанной геометрии при $p = \lambda/4$. Здесь области наиболее быстрого изменения $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$ располагаются в окрестностях значений $h/\lambda \approx 0,5; 1,0$. Из приведенных зависимостей следует, что области быстрого изменения коэффициента отражения от щели наблюдаются, когда длина вибратора кратна нечетному числу $\lambda/4$. Это соответствует его резонансному возбуждению.

Как следует из рис. 1, в, присутствие вибраторов различной электрической длины на фиксированном расстоянии от щели может увеличить и уменьшить коэффициент отражения от щели Γ_1 . Поэтому целесообразно исследовать взаимодействие в системе щель — вибратор

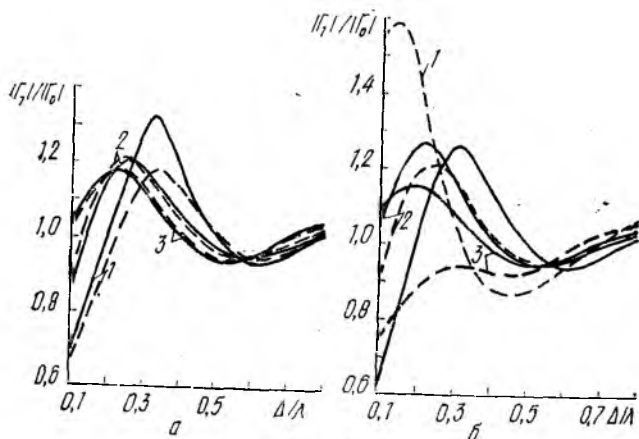


Рис. 2

от расстояния между ними. Зависимости $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$ от изменения расстояния Δ представлены на рис. 2, а. Они имеют осциллирующий с затуханием характер; если $\Delta \geq 1,5\lambda$, изменение коэффициента отражения не превышает 3 %.

Для вертикальных вибраторов различной высоты указанные зависимости нанесены сплошными линиями (1 — $h = \lambda/4$; 2 — $h = 3\lambda/8$; 3 — $h = \lambda/2$), для вибраторов Г-образной геометрии с горизонтальным плечом, параллельным щели, длиной $p = \lambda/2$ — пунктирными. Высоты стоек Г-образных вибраторов выбирались равными высотам вертикальных вибраторов. Другие параметры описаны выше. Как, видно сплошные и пунктирные кривые достаточно хорошо коррелируют между собой. Особо следует выделить случай $h = \lambda/4$, когда поведение двух кривых аналогично. Однако при $0,2 \leq \Delta/\lambda \leq 0,4$ Г-образный вибратор меньше изменяет коэффициент отражения от щели, чем вертикальный, так как энергия поля, принятая вертикальной стойкой вибратора, сильнее, чем при других h/λ , переизлучается его горизонтальным плечом и не попадает на щель, поскольку они развязаны по поляризации.

На рис. 2, б представлены зависимости $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$ от Δ для рассмотренных Г-образных вибраторов, когда их горизонтальные плечи рас-

положены перпендикулярно к оси щели. Сплошные линии соответствуют случаю $z_b > z_0$, пунктирные — $z_b < z_0$. Остальные геометрические размеры совпадают с прежними. Существенное различие в характере поведения сплошных и пунктирных кривых обусловлено неодинаковым положением горизонтального плеча вибратора относительно щели. Оно проявляется наиболее ощутимо, если горизонтальное плечо располагается непосредственно над щелью ($0 < \Delta/\lambda < 0,5$) и ослабляется по мере удаления от нее, когда основную роль во взаимодействии начинает играть вертикальная стойка.

Список литературы: 1. *Фельд Я. Н., Бененсон Л. С.* Антенно-фидерные устройства. — М.: Изд. Воен.-воздуш. инж. акад. им. Н. Е. Жуковского, 1959. — Ч. 2. — 551 с. 2. *Лященко В. А., Яцук Л. П., Булгаков А. А.* Распределение поля в волновооднощелевых излучателях // Вестн. Харьк. ун-та. Радиофизика и электроника. — 1976. — № 138, вып. 5. — С. 44 — 49. 3. *Яцук Л. П., Катрич В. А.* Учет конечной толщины стенки волновода при расчете параметров крестообразной щели // Вестн. Харьк. ун-та. Радиофизика и электроника. — 1975. — № 130, вып. 4. — С. 52 — 56. 4. *Расчет характеристик излучения вибраторных фазированных решеток с учетом влияния опорных стоек / А. И. Богомяков, В. В. Бодров, Г. Т. Марков, В. А. Старостенко // Сб. науч.-метод. статей по прикл. электродинамике. — 1980. — Вып. 4. — С. 164 — 207.*

Поступила в редколлегию 04.06.86

УДК 621.315

Г. В. ПИСЬМЕННЫЙ

АНАЛИЗ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ СЛОИСТЫХ ПОГЛОТИТЕЛЕЙ МЕТОДОМ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ

В работе [1] рассмотрены выражения, полученные с помощью метода ориентированных графов, используя которые можно рассчитать параметры слоистых сред и найти коэффициенты отражения, прозрачности и затухания электромагнитной волны (ЭМВ) в среде, состоящей из плоскопараллельных слоев. Минимальное количество слоев — один, максимальное — ограничивается объемом памяти и быстродействием конкретной ЭВМ. Рассчитывая параметры, задают характеристики каждого из слоев — его относительные диэлектрическую и магнитную проницаемости и толщину, частоту падающей ЭМВ, а также описывают полупространства, находящиеся перед поглотителем и за ним, указав диэлектрическую и магнитную проницаемости.

На этом основании разработана математическая модель слоистого радиопоглощающего материала (РПМ), с помощью которой исследовались его характеристики, в частности, зависимости коэффициента отражения от характера изменения поглощающих свойств в диэлектрическом слое РПМ по толщине.

Рассмотрим задачу об отражении нормально падающей плоской ЭМВ от многослойного поглощающего материала. На поглотитель,

основанием которого служит идеально проводящий материал, волна падает из свободного пространства 1 (рис. 1) с диэлектрической и магнитной проницаемостями, равными соответственно ϵ_0 , μ_0 . Исходя из положений электродинамики, для более эффективного поглощения СВЧ-излучения, т.е. для достижения максимально возможного коэффициента поглощения, лучше использовать материалы с высокими значениями мнимых частей комплексной диэлектрической и (или) магнитной проницаемостей.

При падении электромагнитной волны на РПМ наряду с процессами поглощения происходит отражение волны от границы раздела сред, что обусловлено различием волновых сопротивлений свободного пространства и радиопоглощающего материала. Чем больше различие, тем больше коэффициент отражения R [2]. В целях получения минимального коэффициента отражения необходимо добиться хорошего согласования РПМ со свободным пространством. При исключении из рассмотрения поглотителей, работа которых основана на интерференционных явлениях, потери в слоистом материале должны нарастать с каждым слоем. Причем диэлектрические слои должны хорошо экранировать металл и в то же время сами вносить минимальное рассогласование, зависящее от различия волновых сопротивлений на границах разделов сред.

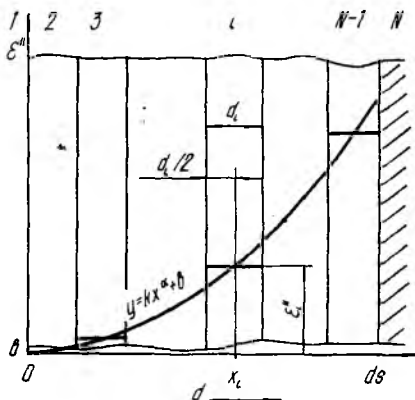


Рис. 1

Чтобы исключить влияние на коэффициент отражения действительной части комплексной относительной диэлектрической проницаемости ϵ' и исследовать его зависимость только от мнимой ϵ'' или от тангенса угла диэлектрических потерь $\text{tg}\delta$, значение ϵ' для каждого слоя было положено равным единице, т.е. значению действительной части относительной диэлектрической проницаемости первой среды.

Таким образом, коэффициент отражения падающей ЭМВ $R = F(\epsilon''_i; d_i)$ (1), где ϵ''_i — мнимая часть комплексной относительной диэлектрической проницаемости i -й среды, т.е. $(i-1)$ -й слой; d_i — толщина $(i-1)$ -го слоя; $i = 2 \div N-1$ — номер среды.

Даже при такой упрощенной постановке задачи, когда магнитная и действительная часть диэлектрической проницаемости являются константами для всех сред, уравнением (1) описывается гиперповерхность, зависящая от $2(N-2)$ параметров, где N — количество сред. Согласно оптимизации математической модели в этом случае уменьшается вероятность унимодальности целевой функции. Кроме того, множество элементов, образующих многомерное пространство поиска, гораздо мощнее одномерного пространства. Объем вычислений, необходимый для сужения интервала неопределенности в многомерном пространстве, есть степенная функция. Ее показатель равен

размерности пространства [3]. Поэтому естественно стремление уменьшить количество проектных параметров функции (1). Зная, что поглощение должно плавно увеличиваться с толщиной, минимально ухудшая согласование со свободным пространством, выбираем закон нарастания мнимой части комплексной относительной диэлектрической проницаемости от слоя к слою: $\varepsilon_i'' = kx_i^\alpha + b$ (2). Здесь k — угловой коэффициент; α — показатель степени; b — функция при нулевом аргументе; x_i — нормированное по суммарной толщине поглотителя (ds) расстояние от передней плоскости РПМ до середины $(i - 1)$ -го слоя, для которого определяется значение мнимой части диэлектрической проницаемости ε_i'' ,

$$x_2 = d_2/(2ds); \quad x_i = \left(\sum_{j=2}^{i-1} d_j + d_i/2 \right) / ds; \quad i = 3, 4, \dots, N - 1.$$

Учитывая, что с увеличением b ухудшается согласование на передней границе поглотителя, так как $\varepsilon_1'' = 0$, полагаем $b = 0$.

Второй шаг к уменьшению размерности пространства проектных параметров — условие равенства толщин всех слоев: $d_i = ds / (N - 2)$ (3), где ds — суммарная толщина поглотителя, состоящего из $(N - 2)$ слоев; N — количество сред.

Описанные меры привели к уменьшению количества проектных параметров от 2 ($N - 2$) до 3, причем размерность пространства поиска теперь не зависит от количества слоев в поглотителе. Это очень важный результат с точки зрения возможности оптимизации математической модели. Теперь уравнение (1) перепишем в виде $R = F(k, \alpha, ds)$ (4).

В процессе оптимизации большое значение имеют топологические свойства поверхности функции, поскольку от них зависит выбор наиболее эффективного алгоритма [4]. Для анализа таких свойств широкие возможности открывает Графор — библиотека графических подпрограмм и функций. С этой целью был построен ряд поверхностей функции (4) при нескольких фиксированных значениях k . На рис. 2 показаны линии уровня функции двух переменных — α и отношения ds/λ , где λ — длина падающей ЭМВ. Для рассматриваемого случая угловой коэффициент $k = 2$, $\lambda = 3$ см, поглотитель состоит из семи слоев. Из рисунка видно, что функция не является унимодальной, а содержит глобальный минимум в области $ds/\lambda > 1$, $\alpha > 1$ и ряд локальных: $ds/\lambda = 0,35$, $\alpha = 0,9$; $ds/\lambda = 0,45$, $\alpha = 1,3$; $ds/\lambda = 0,55$, $\alpha = 1,7$. Наличие локальных минимумов объясняется малым количеством слоев в поглотителе, поэтому наблюдаются остаточные интерференционные явления. С увеличением количества слоев эти минимумы растянутся и образуют овраг с гладким дном в направлении от $ds/\lambda = 0,3$, $\alpha = 0,8$ к $ds/\lambda = 0,75$, $\alpha = 2,6$ и далее перейдут в глобальный экстремум. Анализ зависимостей $R = F(\alpha)$ показывает, что при малых значениях ds/λ функция имеет минимум. Это объясняется тем, что увеличение α для тонких поглотителей приводит к ухудшению экранирования идеально проводящей подложки, а при уменьшении показателя степени нарушается согласование слоев со свобод-

ным пространством, поскольку волновое сопротивление резко нарастает в первых слоях, а далее с толщиной рост уменьшается. Для толстых поглотителей ($ds/\lambda > 1$) первый фактор утрачивает свое значение в выбранных пределах изменения α . ЭМВ успевает поглотиться, и отражение от подложки не вносит существенного вклада в коэффициент R .

На основе топологического анализа поверхности функции (4) для оптимизации была выбрана комбинация методов случайного и направленного поиска [5]. Метод случайного поиска имеет два преимущества: он пригоден для любой целевой функции, независимо от того, является она унимодальной или нет; вероятность успеха при попытках не зависит от размерности пространства. Этот метод не позволяет

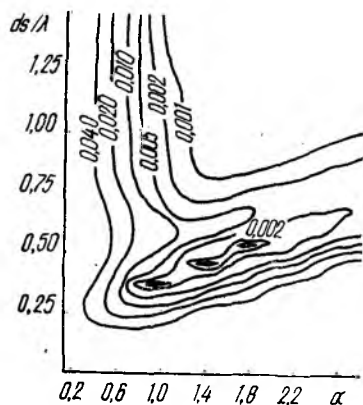


Рис. 2

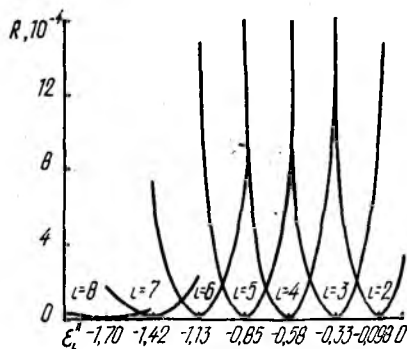


Рис. 3

непосредственно найти оптимальное решение, он создает подходящие предпосылки применения в дальнейшем других методов, в частности — направленного поиска.

Поскольку толстые поглотители особого интереса не представляют, при оптимизации было наложено ограничение на толщину: $ds \leq 0,5\lambda$, после чего получены оптимальные значения параметров для семислойного поглотителя: $\alpha = 1, 1127$; $k = 1, 8506$; $ds = 1, 4425$ см. Значение коэффициента отражения в этой точке $R = 1,7405 \cdot 10^{-10}$. Для оценки влияния параметров сред на величину R проводился анализ чувствительности, который показал, что действительно найден оптимум. Изменение любой из переменных α , k , ds приводит к нежелательному росту коэффициента отражения. Обычно в задачах с ограничениями оптимальная точка лежит на границе пространства проектирования (в данном случае ds могло бы принять значение 1,5 см). При наложении условия $ds \leq 0,5\lambda$ экстремумы отсечены не были и оказались глубже, чем значения, принимаемые функцией на границах, поэтому в процессе оптимизации был найден именно экстремум, что и подтвердилось результатами анализа чувствительности.

Принятие мер по усечению пространства проектирования (2), (3) внесло некоторые взаимные зависимости между проектными параметрами

рами исходного уравнения (1). Так, изменение ds приводило к одновременному изменению толщин всех слоев (3), увеличение α — к уменьшению модуля мнимой части диэлектрической проницаемости в основном средних, а увеличение k — к увеличению $|\epsilon''|$ задних слоев (2). Поэтому значения ϵ''_i и d_i , вычисленные по оптимальным значениям α , k и ds , могли не соответствовать оптимуму функции (1). Для возможного уточнения законов изменения ϵ'' и толщин слоев проводился анализ чувствительности непосредственно по ϵ''_i , d_i . Результаты оказались положительными. Из рис. 3 видно, что изменение ϵ''_i от ϵ''_{i-1} до ϵ''_{i+1} не приводит к уменьшению коэффициента отражения. Наибольшее влияние на него оказывают изменения мнимой части ϵ первых четырех слоев, седьмой же слой практически не влияет на R . Из анализа чувствительности R к изменению d_i вытекает, что слои должны быть одинаковыми по толщине: согласно уравнению (3) $d_i = ds_{\text{opt}}/7 \approx 0,206$ см. В наибольшей степени увеличивает коэффициент отражения изменение в большую или меньшую сторону значения толщины любого из последних четырех слоев, однако R практически не чувствителен к вариациям толщины первого слоя. Изменение d_i лежало в пределах $\pm 10\%$, причем с уменьшением толщины отражение возрастало резче, чем при увеличении.

Чтобы окончательно убедиться в правильности подхода к решению поставленной задачи оптимизации, была проведена оптимизация математической модели по исходным параметрам (1). За исходную взята оптимальная точка, полученная при рассмотрении модели с усеченным пространством проектирования (4). В небольшой окрестности вокруг значений ϵ''_i и d_i , полученных из уравнений (2), (3) для оптимальных α , k , ds , точки с меньшим коэффициентом R не оказалось. Отсюда следует, что выбор закона нарастания потерь в слоистом поглотителе и изменения толщин слоев сделан правильно. Он позволяет резко уменьшить размерность пространства проектирования и не зависит от количества слоев. Это важный результат для постановки задач оптимизации подобных моделей РПМ.

Найденный оптимум не единственный. Выясняя его практическую ценность, необходимо определить окрестность изменения параметров, в которой функция принимает значения меньше некоторого критического, например $R \leq 0,01$, другими словами, насколько широким является найденный оптимум. По результатам анализа чувствительности такую оценку сделать невозможно, так как с изменением одного из параметров остальные остаются оптимальными, что редко встречается на практике. Статистический анализ позволяет получить информацию о рассеянии выходного параметра в зависимости от случайного разброса всех независимых параметров в некоторых заданных пределах относительно оптимума. Для этого в программе оптимизации методом случайного поиска генератор псевдоравномерного распределения в окрестности начальной точки был заменен генератором псевдонормального распределения, наиболее отвечающим характеру разброса независимых параметров. За исходную точку взята оптимальная точка, размеры окрестности задавались по уровню

0,1. При изменении α , k , ds в пределах $\pm 10\%$ от оптимальных значений часть поглотителей имела $R > 0,01$. В случае сужения до $\pm 1\%$ меньше 2% поглотителей имели коэффициент отражения больше заданного. Таким образом, найденный оптимум имеет устойчивые характеристические.

Рассмотренная методика применима при анализе слоистых поглотителей, у которых изменяются не только мнимая часть диэлектрической проницаемости, но и действительная, а также значения комплексной магнитной проницаемости. Результаты работы могут быть использованы в САПР слоистых радиопоглощающих материалов.

Список литературы: Терещенко А. И., Письменный Г. В., Мелихов П. И. Применение метода ориентированных графов для расчета параметров слоистых сред на СВЧ // Радиотехника.— 1986.— Вып. 79.— С. 78 — 83. 2. Ковнеристый Ю. К., Лазарева И. Ю., Раваев А. А. Материалы, поглощающие СВЧ-излучения.— М.: Наука, 1982.— 164 с. 3. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ.— М.: Мир, 1982.— 238 с. 4. Системы автоматизированного проектирования: Учеб. пособие для вузов: В 9 кн. / Под ред. И. П. Норенкова.— М.: Высш. шк., 1986.— Кн. 5: П. К. Кузьмик, В. Б. Маничев. Автоматизация функционального проектирования.— 144 с. 5. Бейко И. В., Бублик Б. Н., Зинько П. Н. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации.— К.: Виша шк., 1983.— 512 с.

Поступила в редколлегию 12.12.86

УДК 530.1

И. В. ГОРБАЧ

МЕТОД МОДОВОГО БАЗИСА В ТЕОРИИ РЕЗОНАТОРОВ С КУСОЧНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В работе [1] развивается новый подход к постановке и решению внутренних граничных задач классической электродинамики: спектральный метод в иной форме представляется более эффективным для рассмотрения нестационарных процессов. Решение задачи записывается в виде разложения по базису координатных вектор-функций оператора Максвелла с неизвестными временными коэффициентами. Собственные вектор-функции данного оператора определены для резонатора с произвольной формой поверхности, на которой поле подчинено граничным условиям на идеальной электрической стенке, в виде постановки граничных задач на собственные значения. Обобщим этот подход для случая, когда произвольная идеальная поверхность S резонансного объема V кусочная.

Исходной является постановка начально-граничной задачи для нестационарного электромагнитного поля в резонансном объеме V , ограниченном кусочной поверхностью S и заполненным неоднородной нестационарной средой, при этом $S = S_L + S_\perp$, где S_L — поверхность резонансного объема, на которой поле подчинено граничным условиям типа $[\vec{n}, \vec{H}]|_{S_L} = 0$, а S_\perp — поверхность, на которой поле

подчинено граничным условиям типа $[\vec{n}, \vec{E}]_{S_{\perp}} = 0$. Условием типа $[\vec{n}, \vec{H}]_{S_L} = 0$ иногда пользуются в теории дифракции в качестве модели открытых частей, когда они эффективно отражают набегающие на них волны. Тогда получим

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \left[\frac{\nabla \mu}{\mu}, \vec{B} \right] + \frac{4\pi}{c} \mu (\vec{j} + \vec{j}^0); \quad (1a)$$

$$\operatorname{rot} \vec{D} = -\frac{e}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \left[\frac{\nabla e}{e}, \vec{D} \right]; \quad (1b)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi (\rho + \rho^0) \quad (2a); \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0; \quad (2b)$$

$$[\vec{n}, \vec{D}]_{S_{\perp}} = 0, \quad (\vec{n}, \vec{B})_{S_{\perp}} = 0; \quad (3a)$$

$$[\vec{n}, \vec{B}]_{S_L} = 0, \quad (\vec{n}, \vec{D})_{S_L} = 0. \quad (3b)$$

Здесь \vec{n} — внешняя нормаль к поверхности S ; \vec{j}^0 , ρ^0 — функции сторонних источников; \vec{j} , ρ — плотности тока и заряда, индуцированных полем в проводящей среде внутри резонатора; $\sigma(\vec{r}, t) \neq 0$, $\epsilon(\vec{r}, t) \neq 0$, $\mu(\vec{r}, t) \neq 0$ — вещественные дифференцируемые функции, имеющие физический смысл проводимости, электрической и магнитной проницаемости. В начальный момент времени $t = t_0$ поле должно быть задано в любой точке внутри резонатора: $\vec{D}(\vec{r}, t_0) = \vec{D}(\vec{r})$; $\vec{B}(\vec{r}, t_0) = \vec{B}(\vec{r})$. Решение уравнений (1) — (3) в электродинамике находят при условии ограниченности энергии электромагнитного поля внутри резонатора в классе квадратично интегрируемых функций. Слева в этих уравнениях выделены роторный и дивергентный операторы пространственного дифференцирования, свойства которых хорошо изучены. Объединим их с граничными условиями на поверхности S и используем обобщенный таким образом линейный дифференциальный оператор для построения базиса в гильбертовом функциональном пространстве $L_2(V)$ с метрикой

$$(x_1, x_2) = (1/8 \pi V) \int_V (\epsilon_0 \vec{D}_1 \vec{D}_2^* + \mu_0 \vec{B}_1 \vec{B}_2^*) dV, \quad (4)$$

где $\epsilon_0(\vec{r}, t)$, $\mu_0(\vec{r}, t)$ — вещественные дифференцируемые функции; X_1 — столбец (\vec{D}_1, \vec{B}_1) , а X_2 — столбец (\vec{D}_2, \vec{B}_2) .

Таким образом, имеем роторные и дивергентные обобщенные операторы в виде

$$\hat{R}_0^e X = \{RX, \hat{S}_{\Pi} X = 0\}; \quad \hat{R}_0^h X = \{RX, \hat{S}_{\perp} X = 0\}; \quad (5)$$

$$\hat{D}_0^e X = \{Dx, \hat{S}_{11} x = 0\}; \quad \hat{D}_0^h y = \{Dy, S_{\perp} y = 0\}. \quad (6)$$

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \hat{0} & (i/\epsilon_0) \operatorname{rot} \\ (-i/\mu_0) \operatorname{rot} & \hat{0} \end{pmatrix}, \quad \hat{D} = \begin{pmatrix} 1/\epsilon_0 \operatorname{div} & 1/\mu_0 \operatorname{div} \end{pmatrix},$$

где X — столбец (\vec{D}, \vec{B}) ; x — столбец $(\vec{D}, 0)$; y — столбец $(0, \vec{B})$;

$$\hat{S}_{\parallel} = \begin{vmatrix} [\vec{I}, \vec{n}] & \hat{0} \\ \vec{n} & \hat{0} \end{vmatrix}; \quad \hat{S}_{\parallel} X = \begin{vmatrix} [\vec{n}, \vec{D}]|_{S_{\perp}} & \hat{0} \\ (\vec{n}, \vec{D})|_{S_L} & \hat{0} \end{vmatrix} = S_{\parallel} x;$$

$$\hat{S}_{\perp} = \begin{vmatrix} \hat{0} & \vec{n} \\ \hat{0} & [\vec{I}, \vec{n}] \end{vmatrix}; \quad \hat{S}_{\perp} X = \begin{vmatrix} (\vec{n}, \vec{B})|_{S_{\perp}} & \hat{0} \\ [\vec{n}, \vec{B}]|_{S_L} & \hat{0} \end{vmatrix} = \hat{S}_{\perp} y.$$

На произвольной паре векторов X_1, X_2 из области действия оператора \hat{R}_0^e построим согласно (4) билинейные формы $(\hat{R}_0^e X_1, X_2)$, $(X_1, \hat{R}_0^e X_2)$ и образуем их разность. Воспользуемся векторным тождеством, теоремой Гаусса—Остроградского, свойством циклической перестановки векторов в смешанном произведении и граничными условиями (3). В результате получим условие самосопряженности для оператора \hat{R}_0^e (5): $(\hat{R}_0^e X_1, X_2) - (X_1, \hat{R}_0^e X_2) = 0$ (7). Отсюда следует, что в пространстве H , определяющем область действия оператора \hat{R}_0^e , имеется полная система собственных векторов, X_p — столбец (\vec{D}_p, \vec{B}_p) как решений операторного уравнения $\hat{R}_0^e X_p = k_p X_p$ (8), где k_p — собственные числа, которым отвечают собственные векторы $X_p(r)$; p — тройной индекс nmq . С использованием введенных определений пару роторных уравнений Максвелла запишем совместно с граничными условиями в виде единого операторного уравнения

$$\hat{R}_0^e X = i \left(\frac{\mu}{c\epsilon_0} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \left[\frac{\nabla \mu}{\mu \epsilon_0}, \vec{B} \right] + \frac{4\pi\mu}{c\epsilon_0} (\vec{j} + \vec{j}^0) \right) - \left(\frac{\epsilon}{c\mu_0} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \left[\frac{\nabla \epsilon}{\epsilon \mu_0}, \vec{D} \right] \right). \quad (9)$$

Дивергентные уравнения с граничными условиями будут

$$D_0^e x = \frac{4\pi}{\epsilon_0} (\rho + \rho^0), \quad \hat{D}_0^h y = 0. \quad (10)$$

Строя базис собственных вектор-функций обобщенных роторного и дивергентного операторов в гильбертовом функциональном пространстве $L_2(V)$, используем фундаментальное свойство, которое заключается в разбиении его на три взаимно ортогональные подпространства [2]: $L_2(V) = \hat{J} \oplus \hat{G} \oplus U$ (11). Подпространство \hat{J} представляет собой замыкание в $L_2(V)$ линейала гладких вихревых векторов, у которых равна нулю на границе S тангенциальная их составляющая либо нормальная. Подпространство \hat{G} — замыкание в $L_2(V)$ линейала градиентов гладких функций, таких, что на границе S равна нулю сама функция или ее нормальная производная. Подпространство U — замыкание $L_2(V)$ линейала градиентов гармонических функций, непрерывно дифференцируемых в V . При такой постановке

задачи условие конечности энергии в нее выполняется автоматически. Кроме того, в (11)

$$\overset{\circ}{J} = \overset{\circ}{J}_E \oplus \overset{\circ}{J}_H, \quad \overset{\circ}{G} = \overset{\circ}{G}_E \oplus \overset{\circ}{G}_H, \quad U = U_E \oplus U_H,$$

где индексы E, H обозначают соответственно систему электрических и магнитных вектор-функций.

Полагая в задаче, что свободные параметры подчиняются условию $\nabla \epsilon_0 = \nabla \mu_0 = 0$, и используя самосопряженность обобщенных дифференциальных операторов, строим базис искомых вектор-функций, X_p — столбец $(\vec{D}_p, i\vec{B}_p)$. Отыскиваем полную систему вихревых вектор-функций электрического типа J_E , решая операторное уравнение (8). В этом случае имеем

$$\operatorname{div} \vec{D}_p^e = 0; \quad (12a)$$

$$\operatorname{div} \vec{B}_p^e = 0, \quad (\vec{z}^0, \vec{B}_p^e) = 0; \quad (12b)$$

$$\operatorname{rot} \vec{B}_p^e = -k_p^e \epsilon_0 \vec{D}_p^e; \quad (13a)$$

$$\operatorname{rot} \vec{D}_p^e = -k_p^e \mu_0 \vec{B}_p^e; \quad (13b)$$

$$[\vec{n}, \vec{D}_p^e] |_{S_\perp} = 0, \quad (\vec{n}, \vec{B}_p^e) |_{S_\perp} = 0; \quad (14a)$$

$$[\vec{n}, \vec{B}_p^e] |_{S_L} = 0, \quad (\vec{n}, \vec{D}_p^e) |_{S_L} = 0. \quad (14b)$$

Все собственные числа k_p^e являются вещественными, а их спектр дискретный. Последовательность собственных векторов $\{X_p^e\}_{-\infty}^{\infty}$, отвечающая последовательности собственных чисел $\{k_p^e\}_{-\infty}^{\infty}$, образует базис, а два собственных вектора $X_p^e = x_p^e + y_p^e$, $X_{p'}^e = x_{p'}^e + y_{p'}^e$ ортогональны, т. е.

$$(X_p^e, X_{p'}^e) = (x_p^e, x_{p'}^e) + (y_p^e, y_{p'}^e) = \delta_{p'}^p N_p N_{p'},$$

где $\delta_{p'}^p$ — символ Кронекера; $N_i = \|X_i\|_{L_2(V)}$, $i = (nmq)$, $(n'm'q')$.

Рассматриваем систему уравнений (12) — (14) при $k_p^e \neq 0$. Из (12b), (13a) находим

$$\vec{B}_p^e(\vec{r}_\perp, z) = [z^0, \nabla_\perp] \Pi_p^e(\vec{r}_\perp, z);$$

$$\vec{D}_p^e(\vec{r}_\perp, z) = \left(-\frac{1}{k_p^e \epsilon_0}\right) \left(\nabla_\perp \frac{\partial}{\partial z} - z^0 \Delta_\perp\right) \Pi_p^e(\vec{r}_\perp, z),$$

где $\Pi_p^e(\vec{r}_\perp, z)$ — скалярный потенциал. С учетом (13b)

$$\left\{ \Delta_\perp + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (k_p^e \sqrt{\epsilon_0 \mu_0})^2 \right\} \Pi_p^e(\vec{r}_\perp, z) = 0.$$

Поскольку переменные разделяются и $\Pi_p^e(\vec{r}_\perp, z) = \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp) Z_q(z)$, в результате имеем систему уравнений:

$$(1/\varepsilon_0\mu_0)\Delta_\perp \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp) + (k_{nm}^e)^2 \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp) = 0;$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} Z_q(z) + (\gamma_q^e \sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2 Z_q(z) = 0,$$

k_{nm}^e, γ_q^e — свободные параметры задачи.

Изучим резонансный объем V , представленный на рисунке, где $S_\perp = S_\perp^0 + S_\perp^1$. Используя граничные условия на этих поверхностях, получаем $Z_q(z) = B_q^e \cos(\pi q/l)z$. Здесь $B_q^e = \text{const}$; $\pi q/l = \gamma_q^e \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$; $q = 0, 1, 2, \dots$. Если ввести обобщенный оператор $\Delta_\perp^e \Phi(\vec{r}_\perp) = \left\{ (-1/\varepsilon_0\mu_0)\Delta_\perp \Phi(\vec{r}_\perp), \vec{r}_\perp \in L; \frac{\partial \Phi(\vec{r}_\perp)}{\partial n} \Big|_{\vec{r}_\perp \in L} = 0 \right\}$, область действия которого является пространство $L_2(V)$ вещественных скалярных функций координат $\Phi(\vec{r}_\perp)$ с метрикой

$$(\Phi_1, \Phi_2) = \varepsilon_0\mu_0/4\pi S_\perp \int_{S_\perp} \Phi_1 \Phi_2 dS_\perp,$$

то из его самосопряженности следует, что в области своего действия он имеет базис, определяемый из решения задачи

$$\Delta_\perp \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp) + (k_{nm}^e \sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2 \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp) = 0; \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp)}{\partial n} \Big|_{\vec{r}_\perp \in L} = 0,$$

где $(k_{nm}^e)^2 \geq 0$ — дискретный спектр вещественных собственных чисел Δ_\perp^e ; $\Phi_{nm}(\vec{r}_\perp)$ — собственные функции, соответствующие $(k_{nm}^e)^2$.

Таким образом, можно записать вихревые нормированные вектор-функции электрического типа:

$$\vec{D}_p^e(\vec{r}_\perp, z) = \sqrt{\frac{(2 - \delta_q^0) \mu_0/\varepsilon_0}{(k_{nm}^e \sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2 + (\pi q/l)^2}} \left\{ \nabla_\perp \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp) \frac{\pi q}{l} \times \right.$$

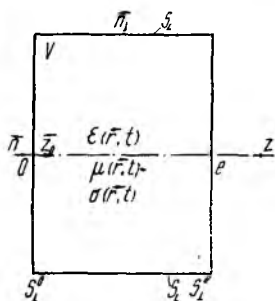
$$\left. \times \sin \frac{\pi q}{l} z - z^0 (k_{nm}^e \sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2 \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp) \cos \frac{\pi q}{l} z \right\}; \quad (16a)$$

$$\vec{B}_p^e(\vec{r}_\perp, z) = -\sqrt{2 - \delta_q^0} [z^0, \nabla_\perp \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp)] \cos \frac{\pi q}{l} z, \quad (16b)$$

где $\Phi_{nm}(\vec{r}_\perp)$ ищутся из (15), а $q = 0, 1, 2, \dots$.

Аналогично построив ортонормированную систему вектор-функции магнитного типа, получим

$$\vec{D}_p^h(\vec{r}_\perp, z) = -\sqrt{2} [z^0, \nabla_\perp \Psi_{nm}(\vec{r}_\perp)] \sin \frac{\pi q}{l} z; \quad (17a)$$



$$\vec{B}_p^h(\vec{r}_\perp, z) = -\sqrt{\frac{2\varepsilon_0/\mu_0}{(k_{nm}^h \sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2 + (\pi q/l)^2}} \{ \nabla_\perp \psi_{nm}(\vec{r}_\perp) \times \\ \times \frac{\pi q}{l} \cos \frac{\pi q}{l} z + \vec{z}^0 (k_{nm}^h \sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2 \psi_{nm}(\vec{r}_\perp) \sin \frac{\pi q}{l} z \}, \quad (17)$$

где $q = 1, 2, 3, \dots$, а функции $\psi_{nm}(\vec{r}_\perp)$ ищутся из задачи

$$\Delta_\perp \psi_{nm}(\vec{r}_\perp) + (k_{nm}^h \sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2 \psi_{nm}(\vec{r}_\perp) = 0; \\ \psi_{nm}(\vec{r}_\perp) |_{\vec{r}_\perp \in L} = 0. \quad (18)$$

При $k_0^{e(h)} = 0$ ему отвечают невихревые векторы электрического и магнитного типов соответственно:

$$x_p^g(\vec{r}_\perp, z) = (\nabla \Phi_p^g(\vec{r}_\perp, z), 0); \quad y_p^g(\vec{r}_\perp, z) = (0, \nabla \psi_p^g(\vec{r}_\perp, z)). \quad (19)$$

Условия ортогональности являются ортогональным дополнением подпространства вихревых векторов, имеем

$$(x_p^g, y_p^g) = (x_p^g, x_p^e) = (x_p^g, y_p^e) = (y_p^g, x_p^e) = (y_p^g, y_p^e) = 0. \quad (20)$$

Для отыскания собственных векторов оператора \hat{R}_0^e с нулевым собственным числом воспользуемся свойствами дивергентного оператора. Применительно к векторам (19) уточним определение обобщенного дивергентного оператора (6):

$$\hat{D}_0^e x_p^g = \left\{ (1/\varepsilon_0) \Delta \Phi_p^g, \Phi_p^g |_{S_\perp} = 0, \frac{\partial \Phi_p^g}{\partial n} \Big|_{S_L} = 0 \right\}; \\ \hat{D}_0^h y_p^g = \left\{ (1/\mu_0) \Delta \psi_p^g, \frac{\partial \psi_p^g}{\partial n} \Big|_{S_\perp} = 0, \psi_p^g \Big|_{S_L} = 0 \right\}.$$

Из самосопряженности дивергентного оператора следуют постановки задачи для производящих функций в виде однородных уравнений Гельмгольца с краевыми условиями. Таким образом, невихревые вектор-функции из подпространства \hat{G}

$$\vec{D}_p^e(\vec{r}_\perp, z) = \frac{k_{nm}^e \mu_0}{\sqrt{(k_{nm}^e \sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2 + (\pi q/l)^2}} \{ \nabla_\perp \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp) \times \\ \times \sin \frac{\pi q}{l} z + \vec{z}^0 \frac{\pi q}{l} \Phi_{nm}(\vec{r}_\perp) \cos \frac{\pi q}{l} z \}; \quad (21)$$

$$\vec{B}_p^h(\vec{r}_\perp, z) = \frac{k_{nm}^h \varepsilon_0 \sqrt{2 - \delta_q^0}}{\sqrt{(k_{nm}^h \sqrt{\varepsilon_0\mu_0})^2 + (\pi q/l)^2}} \{ \nabla_\perp \psi_{nm}(\vec{r}_\perp) \times \\ \times \cos \frac{\pi q}{l} z - \vec{z}^0 \frac{\pi q}{l} \psi_{nm}(\vec{r}_\perp) \sin \frac{\pi q}{l} z \},$$

где функции $\Phi_{nm}(\vec{r}_\perp)$, $\psi_{nm}(\vec{r}_\perp)$ находим из задач (15), (18). При этом нулевое собственное число дивергентного оператора не рассматрива-

лось. Введя его, определим вектор-функции из подпространства U , которое в нашей задаче является пустым.

Итак, построен базис координатных вектор-функций в гильбертовом функциональном пространстве $L_2(V)$ для резонансных односвязных объемов произвольной формы поперечного сечения с кусочной поверхностью S (16), (17), (21).

Для получения временных коэффициентов спектрального разложения поля в модовом базисе спроектируем уравнения Максвелла (9), (10) на элементы пространства $L_2(V)$. Постановку и решение задачи о временных коэффициентах рассмотрим на примерах.

Пусть среда, заполняющая резонатор, является однородной, недиссипативной ($\sigma(\vec{r}, t) = 0$) и бездисперсной, а также $\vec{j}^0(\vec{r}, t) \equiv 0$. Проницаемости представим в виде $\epsilon(t) = \epsilon_0 \theta(t)$; $\mu(t) = \mu_0 f(t)$, где функции времени $\theta(t)$, $f(t)$ должны быть положительно определены. Запишем разложение искомого поля в модовом базисе:

$$X(\vec{r}, t) = 2 \sum_{\rho > 0} [e_\rho(t) x_\rho(\vec{r}) + h_\rho(t) y_\rho(\vec{r})], \quad (22)$$

где $e_\rho(t)$; $h_\rho(t)$ — искомые коэффициенты разложения вихревой части (коэффициент градиентной части — нулевой). Начальные условия для поля представляются в виде задания временных коэффициентов при $t = t_0$, т. е. $e_\rho(t_0) = e_\rho^0$, $h_\rho(t_0) = h_\rho^0$ (23). Используем (7), (9) для полу-

чения эволюционных уравнений, где в качестве X_1 берем поле $X(\vec{r}, t)$, а в качестве X_2 последовательно подставляем элементы базиса $X_{\pm\rho}(\vec{r})$. Используя соотношения типа (7) в виде, соответствующем сопряженным векторам $X_\rho(\vec{r})$, $X_{-\rho}(\vec{r})$, определение скалярного произведения (4), условия ортонормировки и ортогональности векторов (20), имеем систему уравнений для искоемых временных коэффициентов:

$$\begin{aligned} \frac{de_\rho(t)}{dt} + i \frac{k_\rho c}{\mu_0 f(t)} h_\rho(t) &= 0; \\ \frac{dh_\rho(t)}{dt} + i \frac{k_\rho c}{\epsilon_0 \theta(t)} e_\rho(t) &= 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Исключив из (24) одну из неизвестных функций, например $e_\rho(t)$, $h_\rho(t)$, запишем дифференциальное уравнение второго порядка для

$$\frac{d^2}{dt^2} h_\rho(t) + \frac{1}{\theta(t)} \frac{d}{dt} \theta(t) \frac{d}{dt} h_\rho(t) + \frac{\omega_0^2}{f(t) \theta(t)} h_\rho(t) = 0 \quad (25)$$

и формулу

$$e_\rho(t) = i \frac{\epsilon_0 \theta(t)}{k_\rho c} \frac{dh_\rho(t)}{dt}, \quad (26)$$

где $\omega_0^2 = (k_\rho c / \sqrt{\mu_0 \epsilon_0})^2$. Пусть среда, заполняющая резонатор, будет стационарной. Тогда $\theta(t) = f(t) = 1$, а выражение (25) превращается в уравнение гармонического осциллятора, примером которого может

служить томсоновский колебательный контур без потерь. Учитывая начальные условия (23), а также условия равенства начальной фазы нулю, вычисляем из (25), (26) $h_p(t) = h_p^0 \cos \omega_p t$; $e_p(t) = -i \varepsilon_0 h_p^0 \sin \omega_p t$. Таким образом, частным случаем будут монохроматические колебания в резонаторе.

Если $\theta(t) = f(t) \neq 0$, то с помощью соотношения (25) описывается параметрическое воздействие на колебательные системы. Введем обозначения

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{\theta(t)} \frac{d\theta(t)}{dt}; \quad \varphi_2(t) = \omega_0^2 / \theta(t) f(t);$$

$$h_p(t) = Z(t) e^{-\frac{1}{2} \int \varphi_1(t) dt}$$

Положим, что функции $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ — периодические функции времени. Тогда (25) преобразуется в уравнение Хилла: $d^2 Z(t)/dt^2 + \psi(t) \times Z(t) = 0$ (27). Здесь периодическая функция $\psi(t) = [\varphi_2(t) - \frac{1}{2} d \times \varphi_1(t)/dt - \frac{1}{4} \varphi_1^2(t)]$. Если в частном случае $\psi(t) = \omega_0^2 (1 + m \cos \Omega t)$, то уравнение (27) преобразуется в уравнение Матье, m — глубина модуляции среды. Анализируя эти решения, получаем информацию о параметрических взаимодействиях в колебательной системе, а именно об условиях параметрического резонанса, комбинационных частотах, которые в общем случае не совпадают с собственными частотами резонатора.

Таким образом, вычислено полное поле (22) в резонансном объеме с кусочной поверхностью. Применяемый метод можно эффективно использовать для исследования электромагнитных колебаний в резонаторах с кусочной поверхностью, если резонатор заполнен нестационарной нелинейной средой, например для изучения распределенных резонансных систем с параметрическим взаимодействием.

Список литературы: 1. Третьяков О. А. Метод модового базиса // Радиотехника и электрон.— 1986.— 31, № 6.— С. 1071—1082. 2. Вейль Г. Избранные труды.— М.: Наука, 1984.— 510 с.

Поступила в редколлегию 17.11.86

УДК 621.372

Н. Н. ПРЕНЦЛАУ, канд. техн. наук, А. П. БЕСКОРСЫИ,
И. Ф. ХАРЧЕНКО, д-р физ.-мат. наук, М. Н. ОФИЦЕРОВ, И. Е. ОРЛОВ

ПОВЫШЕНИЕ ДОБРОТНОСТИ ОХЛАЖДАЕМЫХ РЕЗОНАНСНЫХ СИСТЕМ ТЕРМООБРАБОТКОЙ

При охлаждении резонансных систем до температуры ниже азотного уровня их добротность может возрасти более чем на порядок [1]. Механическая обработка поверхности резонансных систем при их изготовлении вызывает разрушение и деформацию кристаллической структуры поверхностного слоя металла.

Это приводит к увеличению омических потерь. Поэтому для обеспечения высокой добротности поверхностный слой необходимо удалять электрополированием либо восстанавливать его кристаллическую структуру термообработкой, т. е. отжигом. Обработка поверхности электрополированием позволяет достигнуть поверхностного сопротивления R_s , близкого к расчетному. Однако электрополирование поверхностей не всегда возможно, особенно для элементов со сложной геометрической формой поверхности. Поэтому предпочтителен отжиг металла после его механической обработки.

Рекомендации о выборе режимов отжига, приведенные в литературе, противоречивы и связаны с рассмотрением механических свойств металлов либо поведения удельного сопротивления ρ [2; 5]. Обычно температуру отжига T_0 приравнивают к температуре рекристаллизации T_p , а последнюю выражают в функциональной зависимости от температуры плавления $T_{пл}$. По правилу Бочвара $T_p = (0,3 \div 0,4) T_{пл}$. Формулы Эспе и Лимпта обеспечивают функциональную зависимость T_p , $T_{пл}$ и время отжига t . Однако существует значительное расхождение между значением температуры начала рекристаллизации и экспериментально определяемой температурой отжига для получения минимальных значений ρ . Поэтому рекомендуемая температура отжига $T_0 \approx 0,5 T_{пл}$ [2]. Графически представленная в работе [3] зависимость $\rho_{300} = F(T_0)$ меди подтверждает справедливость указанной рекомендации. Здесь и далее цифровые обозначения при удельных сопротивлениях ρ , добротностях Q и R_s обозначают температуру измерения. При $T_0 = 0,5 T_{пл}$ $\rho_{4,2}$ меди минимально, а если $T_0 > 0,5 T_{пл}$, оно увеличивается с повышением T_0 [4].

Подобная неоднозначность рекомендаций выбора температуры отжига существует и для алюминия. Для получения минимального значения ρ чистого алюминия достаточна температура отжига порядка $0,6 T_{пл}$. Слабологированные сплавы алюминия отжигаются при температуре $(0,7 \div 0,95) T_{пл}$ [5].

В настоящей работе приведены результаты экспериментального исследования зависимости добротности резонансных систем в дециметровом диапазоне длин волн от температуры отжига для электротехнической меди, алюминия марок А9995 и А997, а также медного провода, покрытого серебром. Показана зависимость добротности резонансной системы от времени отжига при оптимальной температуре $T_{опт}$. Измерения проводились на частоте порядка 400 МГц. Объектом измерения служил полувольновый коаксиальный спиральный резонатор с разомкнутыми концами спирали. Такая конструкция была выбрана благодаря возможности легкой замены наблюдаемых внутренних проводников. Спирали изготавливали путем протяжки исследуемого материала через фильеру с последующей навивкой проволоки на тефлоновый каркас. Во время отжига спираль свинчивалась с каркаса, а процесс проводился в камере при вакууме около 10^{-8} мм рт. ст. Изучая температурную зависимость добротности резонатора от режима отжига, его подвешивали на линиях связи в криостате, паргелия полностью проходил через полость резонатора. Это обеспечивало одинаковую температуру на элементах. Температура резонатора регулировалась изменением температуры пара гелия, проходящего через полость резонансной системы, и контролировалась полупроводниковым датчиком, который помещали внутри резонатора. Все спирали, рассматриваемые на переменном токе частотой приблизительно 400 МГц, исследовались также на постоянном токе четырехзондовым методом.

На рис. 1 изображены температурные зависимости $\rho(T)$ и $Q_{пр}$ электротехнической меди (позиции *a, б* соответственно) при различных отношениях $T_0 / T_{пл}$. Здесь $Q_{пр} = Q_{300} / Q(T_0, T)$ — отношение Q_{300} неотожженного резонатора к $Q(T_0, T)$ резонаторов, отожженных при различных температурах. Отметим, что обсуждаемые отношения $Q_{пр}$ справедливы для любых конструкций резонансных систем на этой частоте, что следует из соотношения $R_s = G/Q$, где G — геометрический фактор, практически не зависящий от температуры и термообработки. Рассматривая величину $Q_{пр}$, мы тем самым оперируем

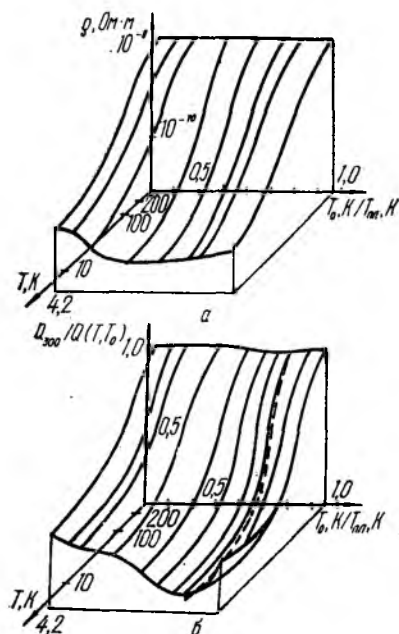


Рис. 1

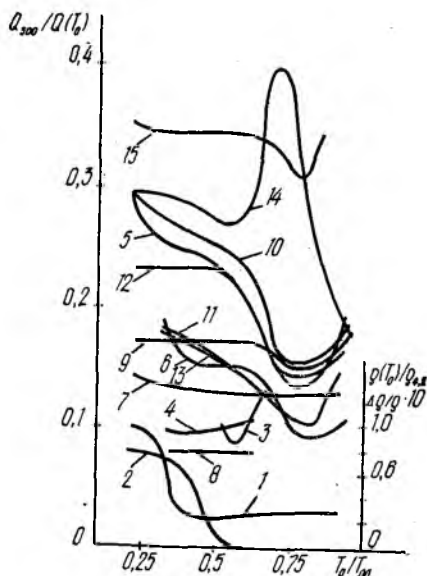


Рис. 2

температурной зависимостью поверхностного сопротивления, приведенного к R_{s300} , которое не зависит от типа резонатора на одной и той же частоте.

Из рис. 1 видно, что ρ_{300} и Q_{300} меди не зависят от термообработки, но по мере снижения рабочей температуры металла к значениям $20 \div 4,2$ К ее влияние увеличивается. Для алюминия марок А9995 и А997 были получены температурные зависимости $Q = F(T_0)$, подобные представленным на рис. 1 для меди.

В температурном диапазоне $20 - 4,2$ К влияние отжига наиболее ощутимо. Однако в работе [1] показано, что добротность резонансных систем при их охлаждении ниже водородных температур (< 20 К) незначительно изменяется. Для удобства эксперимента рассмотрим влияние отжига на характеристики резонансных систем, охлажденных до температуры жидкого гелия ($4,2$ К).

На рис. 2 кривая 1 отражает отношение электросопротивлений отожженной при различных температурах T_0 и неотожженной меди при гелиевой температуре $\rho_{4,2}(T_0)/\rho_{4,2}$. Для сравнения здесь же (кривые 2, 3) представлены зависимости $\Delta\rho_{300}(T_0)/\rho_{300}$ [3] и отношение $\rho_{4,2}(T_0)$ к $\rho_{4,2}$ меди, отожженной при 720 К. Отношение вычислено по экспериментальным данным [4]. Из рисунка следует, что при воздействии на медь температурой, близкой к началу рекристаллизации, ее удельное сопротивление достигает минимального значения и с повышением T_0 остается постоянным [3] либо увеличивается.

Данные экспериментального исследования влияния термообработки на $\rho_{4,2}$ алюминия А9995 свидетельствуют о том, что, как и для меди, существует $T_{\text{отг}} \cong 0,45 T_{\text{пл}}$ (кривая 4). Экспериментальные кривые рис. 2 показывают, что при отжиге для получения малых значений ρ следует использовать температурный интервал $(0,45-0,55) T_{\text{пл}}$. Это не противоречит известным рекомендациям [2].

Однако этот температурный интервал отжига не обеспечивает максимальное значение $Q_{4,2}$. Кривая 5 рис. 2 представляет собой зависимость $Q_{300}/Q_{4,2} = F(T_0/T_{\text{пл}})$ для меди, а кривая 6 — ту же зависимость для алюминия марки А9995. Отсюда видно, что отжиг при $T_0 < T_{\text{отг}}^0$ в меньшей степени влияет на $Q_{4,2}$, чем при $T_0 > T_{\text{отг}}^0$. Максимальное значение $Q_{4,2}$ достигается при $T_0 \approx 0,75 T_{\text{пл}}$, а если $T_0 > 0,75 T_{\text{пл}}$, ее значение снижается. С повышением температуры отжига от $T_{\text{отг}}^0$ до $0,75 T_{\text{пл}}$, согласно экспериментальным данным, $\rho_{4,2}$ меди растет (кривая 1), а R_s снижается (кривая 5). Значение R_s для алюминия в этих температурных пределах падает столь же круто, как и для меди, несмотря на то что ρ алюминия изменяется незначительно. Таким образом, рис. 1, 2 позволяют сделать вывод о некорреляционной зависимости между $\rho_{4,2} = f(T_0)$ и $Q_{4,2} = f(T_0)$, что противоречит уравнениям Зондгеймера и Чемберса для ρ и R_s в области аномального скин-эффекта, приведенным ранее [1].

Для подтверждения этого на рис. 2 представлены зависимости $Q_{300}/Q(T_0)$ от $T_0/T_{\text{пл}}$ меди (кривая 7) и алюминия (кривая 8), рассчитанные исходя из экспериментальных значений $\rho_{4,2}$ (кривые 1, 4) с помощью формулы Чемберса. Из них следует, что только при $T_0 \approx 0,75 T_{\text{пл}}$ различие расчетных значений $Q_{4,2}$, вычисленных по известному ρ , и экспериментальных не превышает примерно 10%. В других режимах термообработки измеренное при криогенных температурах значение Q может отличаться от расчетного в несколько раз. После отжига, когда $T_0 \approx 0,75 T_{\text{пл}}$, расчетное и экспериментальное значения Q незначительно различаются во всем рабочем температурном диапазоне. На рис. 1, б расчетное значение $Q_{\text{пр}}$ показано пунктиром.

Резонатор из слабдеформированной неотожженной меди обеспечивает более высокую добротность (кривая 9 рис. 2) по сравнению с неотожженной сильнодеформированной медью (кривая 5), которая не изменяется с повышением температуры отжига до T_0 , соответствующей равенству добротностей резонаторов из сильно- и слабдеформированной меди. При отжиге выше этой температуры характер зависимостей $Q_{300}/Q_{4,2}(T_0)$ обоих резонаторов одинаков.

Строя кривую 5, использовали результаты экспериментальных измерений добротности десяти резонаторов, каждый из которых отжигался при температуре в интервале $(0,2 \div 0,9) T_{пл}$ с шагом 100°C . На кривой 10 представлена зависимость $Q_{300}/Q_{4,2}(T_0)$ одного резонатора при последовательном отжиге в том же интервале и с тем же шагом.

Характер кривой зависимости $Q_{300}/Q_{4,2}(T_0)$ для технического алюминия марки А997 (кривая 11) практически не отличается от этой же зависимости для чистого алюминия марки А9995. Максимальные значения добротности резонаторов из этих металлов достигаются при одной и той же температуре отжига ($\sim 0,8 T_{пл}$), и по абсолютному значению они равны [1].

Из сравнения кривых, характеризующих $Q_{4,2} = F(T_0)$ исследуемых металлов, следует, что максимальные значения $Q_{4,2}$ резонансных систем дециметрового диапазона достигаются при отжиге в температурном интервале $T_0 = (0,75 \div 0,83) T_{пл}$, который принимается за оптимальный $T_{опт}^R$.

Неотожженные медные и алюминиевые резонаторы со временем повышают добротность, что связано с отпускком металлов. Кривые 12, 13 представляют собой те же зависимости, что и 5, 6 для тех же резонаторов, но последние измерены через 1,5 года после их изготовления (и соответственно после измерений, данные которых отражены на кривых 5, 6). Из сравнения кривых 5 — 12 и 6 — 13 следует, что наибольшее повышение добротности наблюдается у неотожженных резонаторов. Начало кривых 5, 6, 12, 13 соответствует температуре отжига примерно 300 К, т. е. неотожженному состоянию металла. Однако повышение температуры отжига снижает разность значений добротностей этих резонаторов, и при некоторых значениях температуры отжига T'_0 добротности «выдержанных» длительное время и измеренных после изготовления резонаторов совпадают. В интервале температур отжига $T'_0 < T_0 < T_{опт}^R$ добротности резонаторов различаются незначительно. При $T_{опт}^R$ добротность медного резонатора, «выдержанного» в течение 1,5 года, ниже, чем у измеренного после изготовления на 10%, а у алюминиевых, измеренных через 2 года, этот показатель практически совпадает. При $T_0 > T_{опт}^R$ значение $Q_{4,2}$ для «выдержанных» резонаторов несколько выше.

Отжигаемая до $T_0 \sim 0,5 T_{пл}$ поверхность покрытой серебром меди обеспечивает добротность ниже, чем поверхность меди без покрытия, на 15—20 % (рис. 2, кривая 14), при этом характер зависимости $Q_{300}/Q_{4,2}(T_0)$ для серебряного покрытия и для меди аналогичен. Если $T_0 > 0,5 T_{пл}$, серебряное покрытие начинает растворяться в меди, что подтверждается появлением на рабочей поверхности участков с медью. В результате образуется соединение с проводимостью ниже, чем у чистой меди. В связи с этим в диапазоне температур отжига $0,6T_{пл} < T_0 < 0,7T_{пл}$ добротность значительно падает, а на поверхности меди весь слой серебра растворяется. Когда $T_0 > 0,7T_{пл}$, значение $Q_{4,2}$ повышается, что, по-видимому, объясняется влиянием

медной поверхности на добротность. Тогда ($T_0 = 0,9T_{пл}$) $Ag \approx (T_{опт}^{R_s})Cu$. Серебряное покрытие практически во всем диапазоне его работы обеспечивает меньшую добротность, чем в случае чистой меди, а отжиг при $T_{опт}^{R_s}$ снижает ее еще больше, чем у чистой меди, исследуемой при температуре жидкого азота (кривая 15).

На рис. 3 даны зависимости $Q_{300}/Q_{4,2}$ от времени отжига при $T_{опт}^{R_s}$ (кривая 1) и $\rho_{пр} = F(t)$ (кривая 2). Здесь $\rho_{пр}$ — отношение удельных сопротивлений отожженной при $T_{опт}^{R_s}$ меди и неотожженной при температуре 4,2 К. Из кривых следует, что восстановление свойств меди происходит в первые 15 мин отжига. Увеличение времени отжига слабо сказывается на снижении сопротивления. В процессе отжига в течение малого промежутка времени наблюдается некоторый разброс в результатах эксперимента, который снижается с увеличением времени отжига. Точками и кружками на кривой 1 обозначены данные измерения одного и того же образца через один месяц. При времени отжига более часа разбросов значений $Q_{4,2}$ не наблюдается.

Представленные на рис. 1, 2 зависимости от температуры отжига получены при продолжительности отжига 4 ч, а время нарастания температуры отжига до заданной и спада температуры после выключения нагревателя до $50^\circ C$ находится в пределах 30 мин.

Электрополировка поверхности отожженного при $T_{опт}^{R_s}$ металла практически слабо влияет на добротность. Очевидно, это связано с тем, что сам отжиг позволяет получить добротность резонансной системы только на 15 — 20 % ниже по сравнению с расчетным значением (см. рис. 2). Однако электрополировка неотожженного металла по-разному влияет на добротность резонансных систем. В случае слабой деформации поверхности удаление электрополировкой деформированного слоя меди на 20 мкм двукратно повышает добротность резонансных систем. При значительной деформации алюминиевой поверхности даже удаление слоя в 200 мкм практически не влияет на повышение добротности.

Таким образом, проведенные эксперименты показали следующее. Оптимальная температура отжига металлов (медь, алюминий марок А9995, А997), позволяющая достичь максимальных добротностей резонаторов в дециметровом диапазоне длин волн, $T_{опт}^{R_s} \approx (0,75 + 0,85) T_{пл}$. Чтобы получить минимальные значения удельного сопротивления ρ , значение $T_{опт}^0$ не должно превышать $(0,45 + 0,55) T_{пл} \approx T_{опт}^0$, что соответствует приведенным в литературе рекомендациям. Во всем температурном диапазоне, кроме $T_{опт}^{R_s}$, отсутствуют корреляционные зависимости между $R_s(T_0)$ и $\rho(T_0)$ в области аномального скин-эффекта. Отсутствует зависимость $T_{опт}^{R_s}$ от степени предварительной де-

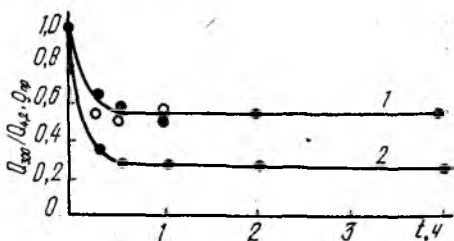


Рис. 3

формации поверхности металлов, а также от предварительного отжига при $T_0 < T_{\text{отт}}^R$. Нецелесообразно наносить серебряное покрытие на медные основы с последующим отжигом при $T_{\text{отт}}^R$, так как серебряное покрытие превращается в сплав с худшими параметрами, чем медь или серебро. Резонатор, отожженный при $T_{\text{отт}}^R$, длительное время сохраняет свои параметры, в то время как отжиг при $T_0 \neq T_{\text{отт}}^R$ обуславливает изменение добротности во времени. Минимальное время отжига меди при оптимальной температуре для получения максимальных значений добротностей в дециметровом диапазоне не должно быть менее 15 мин. Значение $T_{\text{отт}}^R$ не зависит от степени чистоты алюминия (А9995 и А997) при той же деформации металла. Термообработка при $T_{\text{отт}}^R$ повышает добротность резонансных систем в 2,5—3 раза, что может быть полезным при их использовании в качестве селективных цепей, эталонных элементов, в схемах стабилизации частоты, в измерительной технике.

Список литературы: 1. *Пренцлау Н. Н., Бескорный А. П., Харченко И. Ф.* Выбор материала для охлаждаемых резонансных систем // *Радиотехника*.— 1986.— Вып. 79.— С. 101—108. 2. *Коваленко В. Ф.* Теплофизические процессы и электровакуумные приборы.— М.: Сов. радио, 1975.— 215 с. 3. *Хоникомб Р.* Пластическая деформация металлов / Пер. с англ. под ред. Б. Я. Любова.— М.: Мир, 1972.— 408 с. 4. *Свалов Г. Г., Белый Д. И.* Сверхпроводящие и криорезистивные обмоточные провода.— М.: Энергия, 1976.— 167 с. 5. *Fickett F. R.* Aluminum: A review of resistive mechanisms in aluminum // *Cryogenics*.— 1971.— Oct.— P. 367—379.

Поступила в редколлегию 11.04.86

УДК 621.317

В. Б. БЕЛЯВЦЕВ, канд. физ.-мат. наук, С. Н. ЮДИН

ЭФФЕКТИВНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ ТЕПЛООВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ МОЩНОСТИ СВЧ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

Переменная составляющая погрешности рассогласования тепловых преобразователей мощности СВЧ с круглым чувствительным элементом, встроенным в стенку прямоугольного волновода, достигает больших значений в широкой полосе частот [1]. Изменением формы чувствительного элемента уменьшают погрешность рассогласования [2]. В некоторых конструкциях преобразователей эллиптическую форму элемента невозможно заменить на другую. В этом случае, как показано на примере прямоугольного чувствительного элемента, погрешность рассогласования уменьшают оптимальным расположением его на широкой стенке прямоугольного волновода [3]. Аналогичные исследования выполнены для преобразователя с эллиптическим чув-

ствительным элементом. Методика расчета и принятые допущения такие же, как в работах [1; 3].

Формула для вычисления модуля эффективного коэффициента отражения получена в виде

$$|\Gamma_{\text{э}}| = |\Gamma_{\text{э}}|_l \left| \frac{\varphi(h/l) \varphi(\lambda/\lambda_{\text{кр}}) - \varphi(t/a) J_1(\pi h/a)}{\varphi(h/l) - \varphi(\lambda/\lambda_{\text{кр}}) \varphi(t/a) J_1(\pi h/a)} \right|.$$

Здесь h — поперечная ось эллипса; l — продольная ось эллипса; t — расстояние от ребра волновода до центра эллипса; λ — длина волны в свободном пространстве; $\lambda_{\text{кр}}$ — критическая длина волны; a — размер широкой стенки прямоугольного волновода; геометрические размеры h , l , t , a проставлены на рис. 1, а; $|\Gamma_{\text{э}}|_l$ — модуль эффективного коэффициента отражения преобразователя с чувстви-

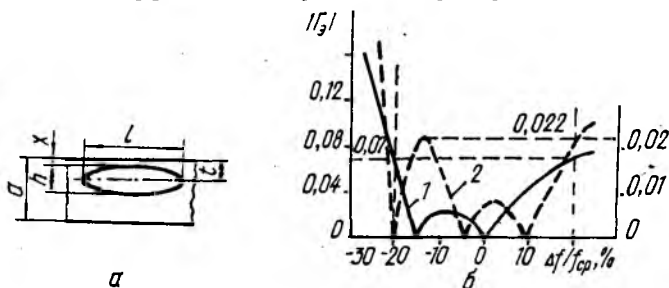


Рис. 1

тельным элементом такой же длины, расположенным на узкой стенке прямоугольного волновода,

$$|\Gamma_{\text{э}}|_l = \left| \frac{J_1(2\pi l/\lambda_{\text{в}})}{\pi l/\lambda_{\text{в}}} \right|; \quad \varphi(h/l) = 0,25 \frac{h}{l};$$

$$\varphi(\lambda/\lambda_{\text{кр}}) = 1 - 2 \frac{\lambda^2}{\lambda_{\text{кр}}^2}; \quad \varphi(t/a) = \frac{\cos 2\pi t/a}{2\pi t/a};$$

J_1 — функции Бесселя первого рода первого порядка [4]. В интегральном представлении Бесселя

$$J_1\left(\frac{2\pi l}{\lambda_{\text{в}}}\right) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos\left(\frac{2\pi l}{\lambda_{\text{в}}} \sin \xi - \xi\right) d\xi;$$

$$J_1\left(\frac{\pi h}{a}\right) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos\left(\frac{\pi h}{a} \sin \xi - \xi\right) d\xi,$$

а в интегральном представлении Пуассона

$$J_1\left(\frac{2\pi l}{\lambda_{\text{в}}}\right) = \frac{4l}{\lambda_{\text{в}}} \int_0^{\pi/2} \cos\left(\frac{2\pi l}{\lambda_{\text{в}}} \cos \xi\right) \sin^3 \xi d\xi;$$

$$J_1\left(\frac{\pi h}{a}\right) = \frac{2h}{a} \int_0^{\pi/2} \cos\left(\frac{\pi h}{a} \cos \xi\right) \sin^2 \xi d\xi.$$

На узкой стенке значение $|\Gamma_{\vartheta}| = |\Gamma_{\vartheta}|_l$ зависит от нормированной длины $l/\lambda_{в}$ и в интервале $l/\lambda_{в} = 0 - 0,6098$ плавно уменьшается от единицы до нуля. Условие $|\Gamma_{\vartheta}|_l = 0$ выполняется в точках $l/\lambda_{в} = 0,6098; 1,1166; 1,6192; 2,1205; \dots$, в которых функция Бесселя $J_1(2\pi l/\lambda_{в})$ обращается в нуль. В промежутках между этими точками имеются максимумы $|\Gamma_{\vartheta}|_l$, их значения убывают с увеличением $l/\lambda_{в}$ [2].

Параметр $|\Gamma_{\vartheta}|_{th} = |\Gamma_{\vartheta}|/|\Gamma_{\vartheta}|_l$ характеризует уменьшение модуля эффективного коэффициента отражения преобразователя с эллиптическим чувствительным элементом на широкой стенке по сравнению с преобразователем, в котором эллиптический поглощающий участок такой же длины расположен на узкой стенке. Например, если $l/\lambda_{в. ср} = 0,6098$ ($|\Gamma_{\vartheta}|_l = 0$ на средней частоте $f_{ср}$), $|\Gamma_{\vartheta}|_{th \max} = 0,44$ в диапазоне частот $\pm 20\%$. Выбрав $x = 0$, $h/a = 0,4291$, что обеспечивает выполнение равенства $|\Gamma_{\vartheta}|_{th} = 0$ на той же средней частоте, получим $|\Gamma_{\vartheta}|_{\max} = 0,194$. Максимальное значение $|\Gamma_{\vartheta}|$ в рабочей полосе частот прямоугольного волновода уменьшено примерно в 2 раза. В обоих случаях $|\Gamma_{\vartheta}|$ максимально на нижней частоте, при увеличении частоты от f_n до $f_{ср}$ $|\Gamma_{\vartheta}|$ плавно уменьшится до нуля, а затем возрастает, достигнув на частоте $f_{в} = 1,2f_{ср}$ значений, меньших, чем на частоте f_n .

В рассмотренном примере условия $|\Gamma_{\vartheta}|_l = 0$, $|\Gamma_{\vartheta}|_{th} = 0$ выполняются на средней частоте. Варьируя параметрами l , h , t , минимизируем зависимость $|\Gamma_{\vartheta}|$ от частоты. Кривая 1 на рис. 1, б построена при $l/\lambda_{в. ср} = 0,6098$ ($|\Gamma_{\vartheta}|_l = 0$ на частоте $f_{ср}$) и $x = 0$, $h/a = 0,5672$ ($|\Gamma_{\vartheta}|_{th} = 0$ на частоте $0,85f_{ср}$). На нижней и верхней частотах достигается максимальное в диапазоне частот значение $|\Gamma_{\vartheta}|_{\max} = 0,07$, в 2,8 раза меньшее, чем в предыдущем случае. Длина чувствительного элемента не изменилась.

Если выбрать $l/\lambda_{в. макс} = 0,6098$, где $\lambda_{в. макс}$ — максимальная длина волны в диапазоне частот, то на нижней частоте $|\Gamma_{\vartheta}|_{th} = 0$. Зависимость $|\Gamma_{\vartheta}|$ от частоты минимизируется выбором $h/a = 0,4656$ ($x = 0$) на частоте $0,95f_{ср}$. Значение $|\Gamma_{\vartheta}|_{\max} = 0,022$ достигается в первом максимуме и на частоте $f_{в}$ (рис. 1, б, кривая 2).

В общем случае геометрические размеры, обеспечивающие условие $|\Gamma_{\vartheta}|_{th} = 0$ на фиксированной частоте, находятся из уравнения

$$\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} = \sqrt{\frac{1}{2} - \cos\left(2\pi \frac{t}{a}\right) \frac{J_1(\pi h/a)}{\pi h/a}},$$

решения которого представлены на рис. 2, а, б. Из графиков видно, что в диапазоне рабочих частот волновода $\lambda/\lambda_{кр} \simeq 0,5 \div 0,8$ сравнительно легко выбрать размеры h , x . С увеличением ширины чувствительного элемента интервал соответствующих значений $0 \leq x/a \leq (1 - h/a)/2$ и набор частот, на которых выполняется равенство $|\Gamma_{\vartheta}|_{th} = 0$, уменьшаются. Смещение нуля в коротковолновую область приводит либо к уменьшению h при неизменном x , к уменьшению x при фиксированном h либо к увеличению одного из размеров и к уменьшению другого.

В таблице приведены данные для сопоставления характеристик преобразователей, у которых зависимости $|\Gamma_{\vartheta}|$ от частоты сформиро-

ваны разными способами. Выбор варианта зависит от совокупности требований к характеристикам разрабатываемого преобразователя. Основными являются чувствительность, потери, габаритные размеры, погрешность рассогласования.

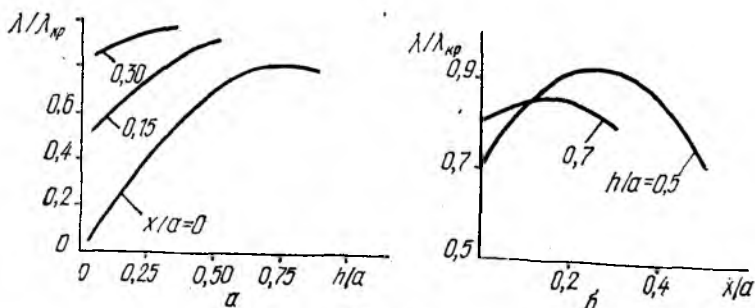


Рис. 2

Результаты исследования, кроме рекомендаций по разработке преобразователей с эллиптическим поглощающим участком, определяют возможность минимизации переменной составляющей

| Вариант формирования зависимости $ \Gamma_{\text{э}} $ от частоты и ее особенности ($\chi=0$) | $\Delta f/f_{\text{ср}}$, при которой $ \Gamma_{\text{э}} = 0$, % | | h/a | $f/f_{\text{в.макс}}$ | $ \Gamma_{\text{э}} _{\text{макс}}$ | h_2/h_1 | t_2/t_1 | $ \Gamma_{\text{э}} _{\text{макс}} / \Gamma_{\text{э}} _{\text{макс}l}$ |
|--|--|-----------------------------|--------|-----------------------|-------------------------------------|-----------|-----------|--|
| | $ \Gamma_{\text{э}} _{l=0}$ | $ \Gamma_{\text{э}} _{h=0}$ | | | | | | |
| Два условия $ \Gamma_{\text{э}} = 0$ выполняются на средней частоте; | 0 | 0 | 0,4291 | 0,3852 | 0,194 | 1,00 | 1,00 | 1,0 |
| $ \Gamma_{\text{э}} = \Gamma_{\text{э}} _{\text{макс}}$ на нижней частоте | —15 | —10,8 | 0,5236 | 0,5307 | 0,084 | 1,24 | 1,38 | 2,3 |
| Равенство $ \Gamma_{\text{э}} = \Gamma_{\text{э}} _{\text{макс}}$ на нижней частоте и во втором максимуме | 0 | —15 | 0,5672 | 0,3852 | 0,070 | 1,32 | 1,00 | 2,8 |
| Равенство $ \Gamma_{\text{э}} = \Gamma_{\text{э}} _{\text{макс}}$ на крайних частотах | —20 | —9 | 0,5023 | 0,6098 | 0,027 | 1,17 | 1,58 | 7,2 |
| Равенство $ \Gamma_{\text{э}} $ в двух первых максимумах; | —18 | 0 | 0,4291 | 0,5797 | 0,025 | 1,00 | 1,51 | 7,8 |
| $ \Gamma_{\text{э}} = \Gamma_{\text{э}} _{\text{макс}}$ на частоте $f_{\text{в}}$ | —20 | —5 | 0,4656 | 0,6098 | 0,022 | 1,09 | 1,58 | 8,8 |
| Равенство $ \Gamma_{\text{э}} = \Gamma_{\text{э}} _{\text{макс}}$ на частоте $f_{\text{н}}$ и в первом максимуме | | | | | | | | |
| Равенство $ \Gamma_{\text{э}} = \Gamma_{\text{э}} _{\text{макс}}$ в первом максимуме и на частоте $f_{\text{в}}$ | | | | | | | | |

погрешности рассогласования тепловых преобразователей с разными формами чувствительных элементов, а также преобразователей, в основу работы которых положены другие физические явления, в частности давление электромагнитных волн.

Список литературы: 1. *Белявцев В. Б., Юдин С. Н.* Эффективный коэффициент отражения преобразователей мощности СВЧ с круглыми квазисредоточенными тепловыми чувствительными элементами, встроенными в стенку волновода // *Радиотехника.* — 1985. — Вып. 75. — С. 47—50. 2. *Белявцев В. Б., Шагин Ю. В.* Эффективный коэффициент отражения волноводных преобразователей давления мощности СВЧ с чувствительными элементами разных форм // *Метрология.* — 1985. — № 9. — С. 56—60. 3. *Белявцев В. Б.* Определение погрешности рассогласования при измерении проходящей мощности СВЧ с помощью ваттметра с поглощающей широкой стенкой // *Метрология.* — 1984. — № 6. — С. 40—44. 4. *Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф.* Специальные функции. — М.: Наука. — 1968. — С. 221—222.

Поступила в редколлегию 06.05.86

УДК 621.376

М. А. ИВАНОВ, канд. техн. наук

ФОРМИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ С КОМБИНИРОВАННОЙ ФАЗОВО-ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

При разработке метода передачи информации особое место занимает проблема получения модулированных колебаний — первичная в данной общей задаче [1; 3]. Для дискретных сигналов с цифровой фазово-частотной модуляцией (ФЧМ) [1; 2] этот вопрос изучен недостаточно, поэтому целью настоящей работы является исследование возможных способов формирования указанных колебаний и реализующих их средств.

Согласно работе [2] полосно-эффективный ФЧМ-сигнал с модуляционным форматом kf , lf есть линейное инерционное преобразование билинейной формы от синхронных l -позиционного ФМ-сигнала $x_{\text{ФМ}}^{(l)}(t)$ и узкополосного k -позиционного ЧМ-сигнала с непрерывной фазой $y_{\text{ЧМ}}^{(k)}(t)$:

$$z_{\text{ФЧМ}}^{(kl)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) x_{\text{ФМ}}^{(l)}(\tau) y_{\text{ЧМ}}^{(k)}(\tau) d\tau. \quad (1)$$

Здесь $h(\cdot)$ — ядро линейного интегрального оператора одномерной свертки, характеризующего данное линейное инерционное преобразование билинейной формы. Вводя естественное предположение об узкополосности по отношению к несущей или, точнее, центральной частоте ω , следовательно, об аналитичности модулированных колебаний $x(\cdot)$, $y(\cdot)$ и $z(\cdot)$, из формулы (1) для определения ФЧМ-сигнала получаем следующие свойства последнего.

Огибающая ФЧМ-сигнала $r_z(\cdot)$ равна произведению огибающих перемножаемых ФМ- $[r_x(\cdot)]$ - и ЧМн- $[r_y(\cdot)]$ -сигналов:

$$r_z(t) = r_x(t) r_y(t). \quad (2)$$

Спектр ФЧМ-сигналов $S_z(\cdot)$ равен свертке спектров перемножаемых ФМ- $[S_x(\cdot)]$ - и ЧМн- $[S_y(\cdot)]$ -сигналов:

$$S_z(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(u) S_y(\omega - u) du. \quad (3)$$

Полная фаза ФЧМ-сигнала $\Phi_z(\cdot)$ равна сумме полных фаз перемножаемых ФМ- $[\Phi_x(\cdot)]$ - и ЧМн- $[\Phi_y(\cdot)]$ -сигналов:

$$\Phi_z(t) = \Phi_x(t) + \Phi_y(t). \quad (4)$$

Из формулы (1) вытекает и наиболее очевидный прямой метод формирования рассматриваемой разновидности ФЧМ-сигналов, заключающийся в перемножении исходных ФМ- и ЧМн- сигналов с последующей фильтрацией результирующего колебания фильтром нижних (ФНЧ) или, лучше, верхних (ФВЧ) частот. В первом случае выделяется сигнал с разностной $f'_z = |f_x - f_y|$, во втором — с суммарной $f''_z = f_x + f_y$ центральной частотой, где f_x, f_y — несущие частоты ФМ- и ЧМн-сигналов. Отметим необходимость обеспечения строгой синхронности перемножения ФМ- и ЧМн-колебаний, поскольку в противном случае на приемной стороне будут иметь место заметные потери энергии обрабатываемого ФЧМ-сигнала, пропорциональные в первом приближении отношению погрешности взаимной синхронизации фазового и частотного подканалов модема к длительности тактового интервала T . Тогда упрощенную функциональную схему ФЧМ-модулятора, реализующего описанный выше метод формирования ФЧМ-сигналов, представим в виде, показанном на рис. 1.

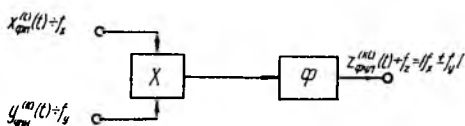


Рис. 1

Здесь символ Φ означает указанный ранее ФНЧ или ФВЧ. Добавим, что чем выше несущая частота информационных сигналов, тем заметнее влияние ошибок тактовой синхронизации на качество когерентной обработки принимаемых модулированных колебаний (при фиксированной стабильности частоты синхрогенераторов и неизменной точности функционирования систем тактовой синхронизации) [1; 3]. Поэтому несущие частоты манипулируемых сигналов в ФЧМ-модуляторе целесообразно выбирать наиболее низкими и равными в предельном случае тактовой частоте, увеличенной не менее чем в 5—10 раз. Учитывая свойство (3) ФЧМ-сигналов, утверждаем, что предпочтительнее прямоугольная форма символов исходных ФМ- и ЧМн-сигналов, так как при синхронном перемножении последних только здесь форма и длительность символов результирующего ФЧМ-колебания остаются неизменными. Это означает также нецелесообразность предварительной

фильтрации исходных ФМ- и ЧМн-сигналов до их перемножения, поскольку в данном случае неизбежны искажение формы их символов и расширение диапазона изменений огибающих $r_y(\cdot)$, особенно $r_x(\cdot)$ [1; 3]. Можно строго доказать, что только при синхронном перемножении нефильтрованных ФМ- и ЧМн-колебаний с прямоугольной формой символов сохраняется прямоугольная форма символов результирующего ФЧМ-сигнала с одновременной реализацией минимально возможной ширины спектра последнего и максимально достижимой степени постоянства его огибающей (см. свойство (2) ФЧМ-сигналов).

Анализ описанного прямого метода формирования ФЧМ-сигналов свидетельствует о простоте схемы модулятора (см. рис. 1), реализующего данный метод. В то же время существуют трудности аппаратурной реализации высокоточного перемножителя широкополосных ФМ- и ЧМн-сигналов. Это особенно заметно при высокоскоростной передаче дискретных сообщений со значительной шириной информационной полосы частот модулированных колебаний [2; 3]. Наблюдается определенное ухудшение флюктуационных характеристик формируемых прямым методом ФЧМ-сигналов, что обуславливает уменьшение точности восстановления несущих и снижение качества когерентной обработки рассматриваемых информационных сигналов с комбинированной ФЧМ-модуляцией на приемной стороне. Докажем это, применив свойство (4) ФЧМ-колебаний, и запишем общее аналитическое соотношение для выходного сигнала ФЧМ-модулятора (рис. 1), реализующего прямой метод формирования модулированных колебаний данного вида. При этом в целях конкретизации введем предположение об использовании ФВЧ в качестве выходного фильтра рассматриваемого ФЧМ-модулятора, что не снижает общности дальнейших рассуждений. Используя известные формулы для записи исходных перемножаемых ФМ- и ЧМн-сигналов [3], окончательно получаем

$$z_{\text{ФЧМ}}^{(kl)}(t) = \frac{K}{2} U_x U_y \cos \left\{ (\omega_x + \omega_y) t + \frac{1}{T} a_n \pi \mu(a_n) [t - (n-1)T] + \sum_{i=1}^{n-1} a_i \pi \mu(a_i) + b_n \Delta\varphi + \varphi_x + \varphi_y \right\}. \quad (5)$$

Здесь K — коэффициент передачи каскадного соединения реальных перемножителя и ФВЧ ($0 < K \leq 1$ [3]); U_y (U_x), ω_y (ω_x), φ_y (φ_x) — амплитуда, круговая несущая частота и начальная фаза исходного ЧМн- (ФМ)-сигнала; n — номер текущего символа с начала сеанса связи; a_n , b_n — значение текущего информационного символа соответственно по частотной и фазовой модулируемым координатам ФЧМ-сигнала, причем $a_n = 0; \pm 1; \pm 2; \dots; \pm [(k-1)/2]$ для нечетных k или $a_n = \pm 1; \pm 2; \dots; \pm [k/2]$, для четных k и $b_n = 0; 1; \dots; (l-1)$; $\Delta\varphi$ — минимальный информационный сдвиг фазы, $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{l}$; $\mu(a_n)$ — текущее значение коэффициента частотной модуляции, характеризующее сдвиг соответствующей символу a_n информационной частоты от несущей, отнесенную к полутактовой частоте, или значение набега фазы этой информационной частоты за длительность такта T относительно набега фазы несущей либо центральной частоты.

Из общей формулы (5) следует, что амплитуда выходного сигнала ФЧМ-модулятора данного типа $U_z = KU_x U_y / 2$ на 6 дБ и более меньше максимально возможного $U_{z_{\max}} = U_x U_y$ уровня, что при фиксированной мощности шумов обуславливает заметное снижение отношения сигнал-шум на выходе модулятора. Кроме того, поскольку φ_x, φ_y — случайные и в общем случае взаимно независимые функции времени, из соотношения (5) вытекает, что фазовые флуктуации формируемых прямым методом ФЧМ-сигналов существенно больше, чем соответствующие шумы исходных перемножаемых ФМ- и ЧМ-сигналов. Это приводит к снижению качества когерентной обработки ФЧМ-сигналов на приемной стороне (см. выше) и к определенному возрастанию средней вероятности ошибки. Следовательно, область практического использования ФЧМ-модуляторов первого типа (рис. 1) реально ограничена лишь частными случаями сравнительно низкоскоростной передачи дискрет-

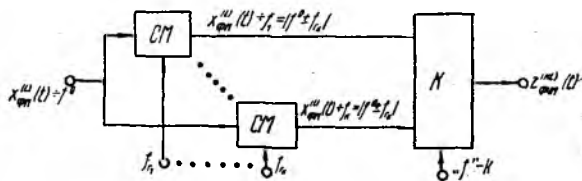


Рис. 2

ных сообщений с относительно невысокими требованиями к качеству приема цифровой информации.

Теоретический и практический интерес представляют разработка и исследование косвенных методов формирования ФЧМ-сигналов. Из формул (1), (5) следует, что, по-видимому, наиболее рационален в прикладном отношении косвенный метод формирования ФЧМ-сигнала с модуляционным форматом $kf - lf$. Он заключается в когерентном переносе спектра сформированного предварительно l -позиционного ФМ-сигнала одновременно на все синфазные между собой высокостабильные квазигармонические колебания с различными информационными значениями их центральных частот и при последующем подключении на выход данного ФЧМ-модулятора одного из сформированных указанным выше образом разночастотных ФМ-сигналов в соответствии с законом модулирующей \hat{f} -последовательности. Другой практически предпочтительный косвенный метод формирования ФЧМ-сигналов отличается от первого тем, что совокупность k разночастотных ФМ-колебаний образуется путем синхронной l -позиционной фазовой модуляции одновременно всех k описанных ранее высокостабильных и синфазных между собой квазигармонических сигналов с различными информационными значениями их центральных частот, т. е. наложением данной ФМ на рассматриваемые квазигармонические колебания. Тогда упрощенные функциональные схемы ФЧМ-модуляторов, реализующие данные косвенные методы формирования ФЧМ-сигналов, имеют вид, как показано на рис. 2, 3. Здесь СМ — понижающий или, лучше, повышающий смеситель; К — коммутатор аналоговых сигналов с цифровым управлением; ФМ — фазовый модулятор (точнее манипу-

лятор) дискретных сигналов. Очевидно, что в принципиальном отношении оба косвенных метода эквивалентны, поэтому целесообразность практического использования одного из них определяется реальными возможностями его аппаратурной реализации для каждой конкретной ситуации. В частности, при высокоскоростной передаче цифровой информации реализация совокупности синхронно работающих быстродействующих фазовых манипуляторов представляется обычно несколько проще, чем создание соответствующей совокупности идентичных широкополосных смесителей [3]. Изображенная на рис. 2 схема ФЧМ-модулятора характеризуется и повышенными по сравнению со схемой рис. 3 требованиями к синхронности осуществления ФМ и ЧМ; в последнем устройстве обе эти операции могут быть выполнены строго одновременно в едином коммутаторе с $(k \cdot l)$ сигнальными и одним управляющим входами и одним выходом. Этим и обусловлена

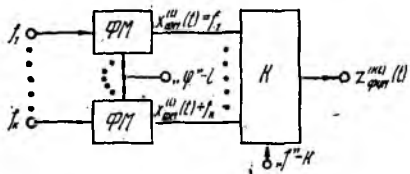


Рис. 3

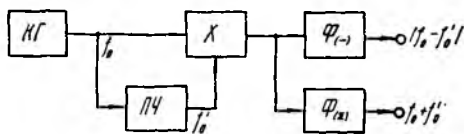


Рис. 4

предпочтительность практического применения второго косвенного метода формирования ФЧМ-сигналов (рис. 3) для высокоскоростных систем цифровой передачи дискретных сообщений. Несмотря на некоторое усложнение ФЧМ-модуляторов, реализующих косвенные методы, по сравнению с представленным на рис. 1 устройством, эти методы в значительной мере свободны от недостатков, принципиально присущих прямому методу формирования ФЧМ-сигналов.

В заключение рассмотрим вопрос о построении источников синфазных (без разрыва фазы) высокостабильных квазигармонических колебаний с различными информационными значениями их центральных частот. На практике требуется сравнительно небольшое, как правило, количество данных колебаний ($k = 2 \div 4$ для реальных ФЧМ-сигналов с реализуемыми модуляционными форматами [2]). Поэтому можно утверждать о нецелесообразности использования как источников достаточно сложных и весьма инерционных синтезаторов частоты с кольцами фазовой автоподстройки [1]. Предпочтительнее применение многочастотных и прежде всего кварцевых автогенераторов, собранных на одном активном элементе и обеспечивающих возможность формирования одновременно нескольких высокочастотных колебаний без разрыва фазы [4]. При этом учитывается различная, как правило, степень влияния внешних факторов и в первую очередь температурных изменений на характеристики данных колебаний и, следовательно, необходимость практического использования дополнительных мер защиты от воздействия указанных дестабилизирующих факторов. Отсюда следует, что в некоторых практически важных случаях целесообразнее использовать источники нескольких одно-

временно действующих разночастотных синфазных колебаний, основанные на соответствующих когерентных преобразованиях спектра выходного сигнала высокостабильного одночастотного автогенератора.

На рис. 4 представлена функциональная схема когерентного источника двух синфазных и одновременно действующих высокостабильных квазигармонических колебаний с различными значениями их центральных частот. Здесь КГ — одночастотный высокостабильный кварцевый автогенератор; ПЧ — преобразователь частоты; $\Phi(-)$, $\Phi(\Sigma)$ — фильтры разностной и суммарной частот.

Учитывая сравнительную простоту и достаточно высокую эффективность предложенных в настоящей работе косвенных методов формирования дискретных ФЧМ-сигналов, представляется целесообразным рекомендовать их для широкого практического использования в современных и, особенно, перспективных системах высокоскоростной передачи цифровой информации.

Список литературы: 1. *Частотно-фазовые модемы* / Г. Ф. Витер, Л. Д. Кравченко, М. М. Маргиев, В. В. Швыдкий. — К.: Техніка, 1983. — 118 с. 2. *Иванов М. А., Макаренко Б. И., Яковлев И. А.* Фазово-частотная модуляция дискретных сигналов // *Радиотехника*. — 1985. — № 11. — С. 62—65. 3. *Спилкер Дж.* Цифровая спутниковая связь / Пер. с англ. под ред. В. В. Маркова. — М.: Связь, 1979. — 592 с. 4. *Альтшуллер Г. Б., Елфимов Н. Н., Шакулин В. Г.* Кварцевые генераторы: Справ. пособие. — М.: Радио и связь, 1984. — 232 с.

Поступила в редколлегию 20.11.86

УДК 621.391

И. Д. ГОРБЕНКО, д-р техн. наук, А. А. ЗАМУЛА, К. В. БЕССАРАБЕНКО

УСКОРЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ СИСТЕМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Характеристические дискретные сигналы (ХДС) с двухуровневой периодической функцией автокорреляции (ПФАК), построение которых базируется на использовании характера мультипликативной группы поля Галуа $GF(P)$, рассмотрены ранее [1]. Число символов (длительность) таких сигналов $L = P - 1$ (1), где P — простое число. Объем системы ХДС больше объема системы линейных последовательностей максимального периода [1]. Известно также, что ХДС существуют для значений $L = 4x$, $L = 4x + 2$, при $x = 1, 2, \dots$. Линейные последовательности максимального периода существуют лишь для значений $L = 2^n - 1$, где n — количество ячеек памяти линейного регистра.

Еще не разработаны способы формирования системы ХДС, которые бы позволяли синтезировать указанную систему в реальном масштабе времени путем применения программных и аппаратных средств при допустимой сложности последних.

Способ формирования ХДС длительностью L , приведенный в работе [1], сводится к составлению таблицы соответствия i -й элемент поля ($a_i = \theta_i^i + 1$, (θ_i^i — первообразный элемент поля) — i -й индекс. Для составления таблицы необходимо решить L сравнений $\alpha_i \equiv \theta_i^{U_i} \pmod{P}$, $i = \overline{0, P-1}$ (2). Здесь U_i — индекс элемента поля $GF(P)$, определяемый из решения сравнения (2). Данный способ из-за отсутствия алгоритмизуемых процедур трудно реализуем. В работе [2] предложены метод и устройство формирования ХДС. Метод основан на рекуррентной зависимости между элементами и индексами элементов поля Галуа, при этом можно алгоритмизировать процедуры формирования символов ХДС. Однако вычислительная сложность (время формирования ХДС) остается значительной. Время формирования ХДС $t_{\Sigma} = L(t_y + t_{сл} + 3t_z + (L+2)t_{сч} + (L+1)t_{ср})$ (3), где t_y , $t_{сл}$, t_z , $t_{сч}$, $t_{ср}$ — время выполнения операций умножения, сложения, записи, считывания и сравнения соответственно. Анализ выражения (3) показывает, что основные временные затраты при построении ХДС связаны с квадратичными членами $L(L+2)t_{сч}$, $L(L+1)t_{ср}$.

Изложим способ формирования базового и всей системы изоморфизмов ХДС, обладающий значительно меньшей вычислительной сложностью по сравнению со способами, рассмотренными выше.

Ускоренный алгоритм построения базового ХДС (синтез ХДС базируется на использовании наименьшего по значению первообразного элемента θ_j поля $GF(P)$) задается теоремой 1.

Теорема 1. Пусть характер поля фиксируется функцией $\psi(a_i) = e^{j\pi U_i}$ (4), тогда алгоритм построения характеристического сигнала описывается следующими шагами.

1. Формируется массив элементов-чисел a_i , $i = \overline{0, P-2}$ поля $GF(P)$: $МП(i) = \theta_j^i \pmod{P}$ (5).

2. Формируется группа чисел поля $GF(P)$, сдвинутая по значениям на единицу, в соответствии с правилом

$$МС(i) = МП(i) + 1, \text{ если } \theta_j^i + 1 \not\equiv 0 \pmod{P};$$

$$МС(i) = 1, \text{ если } \theta_j^i + 1 \equiv 0 \pmod{P}.$$

3. Формируется массив индексов $МК(i)$, $i = \overline{0, P-2}$, значениями которого являются соответствующие элементу поля индексы $i+1$, упорядоченные по содержимому с адресом $МП(i)$: $МК(i) = МК[МП(i)]$ (7).

4. Строится массив индексов $XI(i)$, значениями которого являются индексы массива $МК(i)$, выбранные по адресу $МС(i)$: $XI(i) = МК[МС(i)]$, $i = \overline{1, P-2}$.

5. Вычисляется характер поля по правилу [1]

$$\psi(a_i) = \psi[XI(i)] = \begin{cases} 1, & \text{если } XI(i) \equiv 0 \pmod{2}; \\ -1, & \text{если } XI(i) \not\equiv 0 \pmod{2}. \end{cases} \quad (8)$$

Пример. Построим ХДС. Пусть $P = 13$, $L = 12$, $\theta_j = 2$. Тогда $МП(i) = \theta_j^i \pmod{P} = \{1, 2, 4, 8, 3, 6, 12, 11, 9, 5, 10, 7\}$; $i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 11\}$. Упорядочим ряд $i+1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ по закону (адресу) $\theta_j^i = МП(i)$. В соответствии с (5) — (7) получим массив индексов МК

$(i) = \{1, 2, 5, 3, 10, 6, 12, 4, 9, 11, 8, 7\}$. Произведем выборку элементов-чисел из поля МК (i) по адресу $MC(i) = \Theta_i^i + 1 \pmod{P} = \{2, 3, 5, 9, 4, 7, 11, 12, 10, 6, 11, 8\}$. В результате имеем поле чисел $XI(i) = \{2, 5, 10, 9, 3, 12, 1, 7, 11, 6, 8, 4\}$. Вычисляя характер по правилу (8), получаем инверсию характеристического сигнала $W_{12} = \{1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, 1\}$. Инвертируя W_{12} , получаем базовый изоморфизм.

Доказательство теоремы 1. С выполнением шагов 1,2 теоремы 1 обеспечивается формирование мультипликативной группы поля $GF(P)$ МП $(i) = \Theta_i^i + 1 \pmod{P}$, $i = 0, P-2$ и группы чисел $MC(i)$, сдвинутой по отношению к МП (i) на единицу, т. е. $MC(i) = \Theta_i^i + 1$. Рассмотрим шаги 3,4 теоремы 1. В результате записи последовательности чисел $i + 1$, сдвинутых на единицу индексов поля МП (i) , $i = 0, P-2$, по адресу Θ_i^i в массиве МК (i) оказываются записанными по сравнению с соответствующими элементами поля $GF(P)$ сдвинутые по значению на единицу числа-индексы. При считывании же с массива МК (i) в качестве индексов элементов-чисел с адресом $\Theta_i^i + 1$ индексы U_i , соответствующие элементам $a_i = \Theta_i^i + 1$, также оказываются сдвинутыми на единицу [1; 3], т. е. считываются индексы со значением $U_i + 1$. Для получения же индексов U_i их нужно сдвинуть по значению на единицу, выполняя, как и ранее, все операции по модулю простого числа P . Однако сдвиг не выполняют, т. к. характер поля $\psi(a_k) = e^{j\pi(U_i+1)} = e^{j\pi} \cdot e^{j\pi U_i} = (\cos \pi + j \sin \pi) e^{j\pi U_i} = -e^{j\pi U_i}$, т. е. сдвиг на единицу индексов приводит к инверсной форме изоморфизма ХДС. Изложенное подтверждает справедливость шага 5. Таким образом, теорема доказана.

Непосредственно из теоремы 1 следует, что время формирования ХДС $t_{\Sigma} = L(t_y + t_{сл} + t_{ср} + 7t_3)$ (9). В выражении (9) учтено, что $t_3 = t_{сч}$.

Приведенный ускоренный алгоритм был реализован на мини- и микро-ЭВМ на языке низкого уровня Ассемблер.

В таблице даны значения выигрыша $K = \frac{t_{\Sigma}}{t'_{\Sigma}}$, достигаемого при использовании предложенного алгоритма по сравнению с известным [2], в зависимости от числа элементов ХДС. Вычисление выигрыша производилось для различных типов ЭВМ. По данным таблицы предпочтительность предлагаемого способа построения ХДС очевидна. Способ формирования всей системы изоморфизмов для фиксированной длины ХДС задается теоремой 2.

| Тип ЭВМ | L | | | | | |
|----------------|-----|------|------|-------|-------|--------|
| | 40 | 100 | 256 | 1018 | 4000 | 9972 |
| Электроника-60 | 5,1 | 11,3 | 25,5 | 106,9 | 417,6 | 1039,6 |
| Электроника-81 | 4,5 | 9,8 | 23,7 | 91,4 | 361,3 | 899,8 |

Теорема 2. Пусть $R = \{r\}$ — множество изоморфных коэффициентов разностного множества, а W_1 — ХДС, синтезированный с исполь-

зованием минимального первообразного элемента θ_1 поля GF (P). Тогда последовательность V, образованная посредством децимации W_1 по любому из r_i изоморфных коэффициентов, $i = \overline{1, \varphi(P-1)/2-1}$, есть i-й $V_i = W(r_i)$ изоморфизм ХДС W_1 .

Доказательство теоремы основывается на показе того, что метод децимации эквивалентен замене сигнала разностным множеством, сбалансированным на два уровня [1], умножению на изоморфный коэффициент всех членов разностного множества и обратному отображению разностного множества в последовательности характеристического типа.

Пример. Децимация ХДС $W_{12} = \{0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0\}$ по изоморфному коэффициенту (коэффициенту децимации) $r = 5$. Децимируя W_{12} по коэффициенту $r = 5$, т.е. выбирая каждый пятый символ W_{12} по модулю L , найдем V_{12} , обладающий двухуровневой ПФАК и являющийся изоморфизмом сигнала W_{12} , $V = \{1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$.

Применение операции децимации позволяет получить выигрыш в вычислительной сложности формирования ХДС по сравнению с методом разностных множеств: $C = \frac{t_p}{t_d} = \frac{2t_{сч} + t_{ср} + 0,5t_y}{t_{сч} + t_{сл}}$ (10), где t_p — время формирования ХДС методом разностных множеств; t_d — время формирования ХДС по алгоритму, задаваемому теоремой 2. При $t_{сч} = 0,5 \cdot 10^{-6}$ с, $t_{ср} = 10^{-6}$ с, $t_y = 30 \cdot 10^{-6}$ с и $t_{сл} = 3 \cdot 10^{-6}$ с выигрыш $C \approx 4,9$.

Список литературы: 1. Свердлик М. Б. Оптимальные дискретные сигналы. — М.: Сов. радио, 1975. — 200 с. 2. А. с. 9995292 СССР. Устройство для формирования псевдослучайных сигналов / В. И. Долгов, И. Д. Горбенко, И. И. Сныткин // Открытия. Изобретения. — 1983. — № 5. — С. 6. 3. Альберт А. А. Конечные поля // Кибернет. сб. — 1966. — Вып. 3. — С. 7 — 43.

Поступила в редколлегию 23.09.86

ХДК 621.396

В. С. ГОЛИКОВ, канд. техн. наук

ОПТИМАЛЬНАЯ ЦИКЛИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ПРИ ПОИСКЕ И ОБНАРУЖЕНИИ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ

Минимум вычислительной сложности алгоритмов свертки достигается при определении значений сигналов на конечном коммутативном кольце или группе [1; 2]. Вычисление линейных (непериодических) сверток состоит из определения серии циклических сверток и поэтому представляет собой более сложную задачу. Интересна возможность использования в задачах поиска и обнаружения сигналов на фоне помех сверток, заданных на конечных коммутативных циклических группах.

между элементами циклических $\dot{R}_{il}^{(u)}$ и теплицевых \dot{R}_{il} ковариационных матриц: $\dot{R}_{il}^{(u)} = \frac{1}{n} \sum_{\tau=0}^{n-1} \dot{R}[\tau \oplus (l \ominus l) - \tau]$. Зная определитель $|\dot{R}^{(u)}|$ и матрицу $\|\dot{R}^{(u)}\|^{-1}$, находим условную плотность вероятности гауссовского закона распределения помехового вектор-столбца \bar{y}_k :

$$p_n(\bar{y}/k) = \frac{1}{(4\pi)^n |\dot{R}_n^{(u)}|} \exp \left[-\frac{1}{2} (\bar{y}_k)^* \|\dot{R}_n^{(u)}\|^{-1} \bar{y}_k \right].$$

Индекс n обозначает наличие одной помехи.

Оптимальный обнаружитель Неймана — Пирсона строится на основании результатов анализа отношения правдоподобия, усредненного по всем возможным значениям параметра циклического сдвига k :

$$l(\bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} p(k) \frac{p_{\text{сн}}(\bar{y}/k)}{p_n(\bar{y}/k)}.$$

Индекс sp обозначает смесь сигнала и помехи. При равномерном распределении параметра k вместо приведенного используется правило сравнения с порогом каждого из n соотношений вида

$$\ln l(\bar{y}/k) = \frac{1}{2} (\bar{y}_k)^* \|\dot{V}\| \bar{y}_k, \quad (2)$$

где матрица обработки $\|\dot{V}\| = \|\dot{R}_n^{(u)}\|^{-1} - \|\dot{R}_{\text{сн}}^{(u)}\|^{-1}$. Сигнал обнаружен, когда одно из значений $\ln l(\bar{y}/k)$ превышает пороговый сигнал. Если отношение сигнал-помеха по мощности q^2 на входе обнаружителя много меньше единицы, то

$$\|\dot{V}\| \approx \|\dot{R}_n^{(u)}\|^{-1} \|\dot{R}_c^{(u)}\| \|\dot{R}_n^{(u)}\|^{-1}. \quad (3)$$

Алгоритм оптимальной циклической обработки получим из соотношения (2). Он представляет собой при каждом k квадратичную форму над координатами вектора y_k :

$$Z_k = \frac{1}{2} \sum_{i, j=0}^{n-1} \dot{V}_{ij} y_{i \oplus k} y_{j \oplus k}. \quad (4)$$

После преобразования нормального случайного процесса произвольной положительно определенной квадратичной формой вероятность превышения некоторого порогового сигнала z_0 выражается формулой [3]:

$$P = \sum_{\gamma=1}^m \frac{1}{(\alpha - 1)!} \frac{d\lambda^{\alpha-1}}{d\lambda_{\gamma}^{\alpha-1}} \left[\lambda_{\gamma}^{\alpha-1} \exp \left(-\frac{z_0}{\lambda_{\gamma}} \right) \prod_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \gamma}}^m \left(1 - \frac{\lambda_{\beta}}{\lambda_{\gamma}} \right)^{-\alpha} \right], \quad (5)$$

где $m \leq n$ — число положительных собственных значений λ_γ , определяющей матрицы $\|\Lambda\|$, равной произведению матрицы обработки и корреляционной матрицы обрабатываемой последовательности:

$$\|\Lambda\| = \begin{cases} \|\dot{V}\| \|\dot{R}_n^{(u)}\| & \text{при отсутствии сигнала;} \\ \|V\| (\|\dot{R}_n^{(u)}\| + q^2 \|\dot{R}_c^{(u)}\|) & \text{при наличии сигнала;} \end{cases}$$

α — кратность собственных значений λ_γ ; ε — кратность собственных значений λ_β . Используя формулу (5), строим характеристики обнаружения.

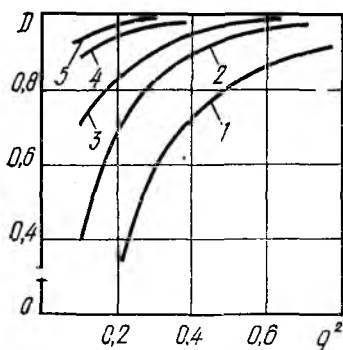


Рис. 1

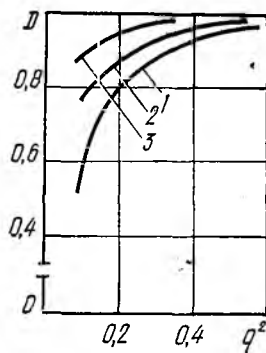


Рис. 2

В качестве модели полезного сигнала примем дискретный случайный нормальный процесс с корреляционной матрицей, элементы которой имеют вид:

$\dot{R}_{il} = \sigma_c^2 e^{-\frac{|i-l|}{T_c}} e^{j(i-l)\theta}$. Здесь σ_c^2 — дисперсия флюктуаций сигнала; $j = \sqrt{-1}$; θ — межимпульсный набег фазы сигнала; T_c — постоянная времени корреляции сигнала. Запишем элементы корреляционной матри-

цы помех: $\dot{R}_{il} = \sigma_n^2 e^{-\frac{|i-l|}{T_n}} e^{j(i-l)\varphi}$, где σ_n^2 — дисперсия помехи; φ — межимпульсный набег фазы помехи; T_n — постоянная времени корреляции помехи. Наряду с помехой во входной смеси присутствует белый шум, элементы корреляционной матрицы которого можно представить как $\dot{R}_{il} = \sigma_w^2 \delta(i-l)$.

Характеристики обнаружения циклической обработки случайных дискретных сигналов на фоне коррелированных помех и шумов были получены на ЭВМ для некоторых частных случаев и представлены на рисунках. На рис. 1 для кривых 1, 2 $\theta = 30^\circ$, 3 — 90° , 4, 5 — 180° , 1, 5 — обычная обработка, 2, 3, 4 — циклическая. Здесь $F = 10^{-3}$; $T_c = 1000$; $T_n = 100$; $\varphi = 0^\circ$; $\sigma_w^2 = 0$. Для сравнения даны характеристики обнаружения обычной оптимальной системы обработки. Циклическая система обнаружения рассматриваемых видов сигналов и помех имеет эффективность, близкую к эффективности обычной системы обработки. При этом в случае малых междупериодных

набегов фазы сигнала θ эффективнее циклическая система обработки, а при θ , близких к 180° , — обычная. На рис. 2 для кривой 1 $\theta = 30^\circ$, 2 — 90° , 3 — 180° . Данные расчета: $F = 10^{-2}$, $T_c = 1000$, $T_n = 100$, $\varphi = 0^\circ$, $\sigma_{ш}^2 = 0$.

Таким образом, оптимизация циклических алгоритмов обнаружения по критерию Неймана — Пирсона позволяет получить новый класс алгоритмов обработки, который, реализуясь в цифровой технике, уменьшает число выполняемых операций и обеспечивает высокую помехоустойчивость обработки.

Список литературы: 1. *Нуссбаумер Г.* Быстрое преобразование Фурье и алгоритм вычисления сверток. — М.: Радио и связь, 1985. — 248 с. 2. *Макклеллан Дж. Х., Рейдер И. М.* Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. — М.: Радио и связь, 1983. — 263 с. 3. *Охрименко А. Е., Тосев И. Т.* Анализ характеристик обнаружения систем между периодической обработки // Радиотехника и электрон. — 1971. — 16, № 1. — С. 67—71. 4. *Голиков В. С.* Оптимальная обработка сигналов блочными M -ичными фильтрами // Радиотехника. — 1985. — Вып. 73. — С. 57 — 60.

Поступила в редакцию 29.08.86

УДК 621.391

В. В. ПАКИН, С. В. НАУМЕНКО, канд. техн. наук, *О. П. МАЛОФЕЙ*,
канд. техн. наук, *В. Н. ТУПКАЛО*, канд. техн. наук

МЕТОД БЫСТРОЙ ОЦЕНКИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО И ФАЗОВОГО СПЕКТРОВ В РАДИОКАНАЛАХ С НЕЛИНЕЙНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Определение энергетического и фазового спектров сигналов на выходе нелинейного радиотракта — важный этап в оценке помехоустойчивости и пропускной способности радиосистем с нелинейными каналами, в частности, для учета интерференционных эффектов. Оно имеет особенно большое значение при анализе помехоустойчивости и пропускной способности систем с многостанционным доступом, в которых из-за неидеальности характеристик трактов неизбежно возникают взаимные помехи между сигналами, что понижает качество их разделения при приеме.

Основным предметом исследования многостанционных систем с частотным разделением является эффект образования перекрестных помех из-за нелинейности передаточной характеристики тракта. Практически используются два метода анализа: гармонический и корреляционный [1; 2]. Наиболее прост и физически очевиден первый метод, однако он удобен для малого числа входных сигналов, так как при $n \gg 1$ значительно усложняются тригонометрические выкладки. Второй метод более универсален: корреляционные функции вычисляются для любого числа сигналов.

В то же время согласно работе [3] математическое ожидание n -й гармоники отклика нелинейного элемента на произвольное входное воздействие

$$u(t) = \sum_{l=1}^L A_l(t) \cos [(\omega_0 + \omega_l)t + \varphi_l(t) + \Theta_l] + n(t), \quad (1)$$

где $A_l(t)$ — закон амплитудной модуляции, $\omega_0 + \omega_l$ — несущая частота, $\varphi_l(t)$ — закон угловой модуляции, Θ_l — начальная фаза l -го входного сигнала и $n(t)$ — стационарный нормальный случайный процесс с нулевым средним и дисперсией σ^2 определяется соотношением

$$S_n(t) = \sum_{k_1, \dots, k_L = -\infty}^{\infty} |A_{k_1, \dots, k_L}(t)| \cos \left\{ n\omega_0 t + \sum_{l=0}^L k_l [\omega_l t + \varphi_l(t) + \Theta_l] + \Psi_{k_1, \dots, k_L}(t) \right\} + \Psi_{k_1, \dots, k_L}(t). \quad (2)$$

$$A_{k_1, \dots, k_L}(t) = \int_0^{\infty} r \prod_{l=1}^L J_{k_l} [A_l(t)r] \exp\left(-\frac{\sigma^2 r^2}{2}\right) \int_0^{\infty} \rho g_n(\rho) \exp[inf(\rho)] J_n(r\rho) d\rho; \quad (3)$$

$$\Psi_{k_1, \dots, k_L}(t) = \arg A_{k_1, \dots, k_L}(t).$$

Выражение (3) легко приводится к удобному для расчета виду, если $g_n(\rho)$ представить рядом Фурье — Бесселя. Введем переменную τ , такую, что $\rho = \alpha_{\max} \tau$, $\alpha_{\max} \geq \max \left[\sum_{l=1}^L A_l(t) + \beta\sigma \right]$. Исходя из известных свойств функций Бесселя целого порядка, записываем разложение

$$g_n(\alpha_{\max} \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m(n) J_n(\lambda_{n,m} \tau), \quad (4)$$

где $\lambda_{n,m}$ — корни уравнения $J_n(x) = 0$.

Полагая, что указанное разложение существует и допускает почленное интегрирование, умножаем обе части равенства (4) на $\tau J_k(\lambda_{n,k} \tau)$ и интегрируем на интервале $(0, 1)$:

$$\int_0^1 \tau J_n(\lambda_{n,k} \tau) g_n(\alpha_{\max} \tau) d\tau = \sum_{m=1}^{\infty} b_m(n) \int_0^1 J_n(\lambda_{n,k} \tau) J_n(\lambda_{n,m} \tau) d\tau.$$

Тогда

$$b_m(n) = \frac{\int_0^1 \tau J_n(\lambda_{n,m} \tau) g_n(\alpha_{\max} \tau) d\tau}{\int_0^1 \tau J_n^2(\lambda_{n,m} \tau) d\tau}. \quad (5)$$

В общем случае передаточная характеристика носит комплексный характер. Воспользовавшись квадратурной моделью нелинейного эле-

мента [4], запишем

$$\begin{cases} g_{n_c}(\rho) = g_n(\rho) \cos [nf(\rho)] = \sum_{m=1}^{\infty} b_{m_c}(n) J_n \left(\frac{\lambda_{n,m}}{\alpha_{\max}} \rho \right); \\ g_{n_s}(\rho) = g_n(\rho) \sin [nf(\rho)] = \sum_{m=1}^{\infty} b_{m_s}(n) J_n \left(\frac{\lambda_{n,m}}{\alpha_{\max}} \rho \right). \end{cases} \quad (6)$$

Следовательно,

$$g_n(\rho) \exp [jnf(\rho)] = \sum_{m=1}^{\infty} b_m(n) J_n \left(\frac{\lambda_{n,m}}{\alpha_{\max}} \rho \right), \quad (7)$$

где $b_m(n) = b_{m_c}(n) + j b_{m_s}(n)$. Подставляя (7) в соотношения (3), имеем

$$\begin{aligned} A_{k_1}, \dots, k_L &= \int_0^{\infty} r \prod_{l=1}^L J_{k_l} [A_l(t) r] \exp \left(-\frac{\sigma^2 r^2}{2} \right) \sum_{m=1}^{\infty} b_m(n) \frac{1}{r} \delta \left(\frac{\lambda_{n,m}}{\alpha_{\max}} - r \right) dr = \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} b_m(n) \exp \left(-\frac{\sigma^2 \lambda_{n,m}^2}{2 \alpha_{\max}^2} \right) \prod_{l=1}^L J_{k_l} \left[\frac{A_l(t)}{\alpha_{\max}} \lambda_{n,m} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, получено удобное выражение для расчета комплексных амплитуд составляющих спектра выходного сигнала нелинейного канала.

В большинстве практических случаев характеристика $g_n(\rho) \exp [jnf(\rho)]$ задается не аналитическим выражением, а таблицей. Тогда выражения (5), (6), (8) будут иметь вид

$$b_m(n) = \frac{\sum_{k=1}^M \rho_k g_n(\rho_k) J_n \left(\frac{\lambda_{n,m}}{\alpha_{\max}} \rho_k \right)}{\sum_{k=1}^M \rho_k J_n^2 \left(\frac{\lambda_{n,m}}{\alpha_{\max}} \rho_k \right)}; \quad (9)$$

$$g_{n_c}(\rho_k) = \sum_{m=1}^M b_{m_c}(n) J_n \left(\frac{\lambda_{n,m}}{\alpha_{\max}} \rho_k \right); \quad g_{n_s}(\rho_k) = \sum_{m=1}^M b_{m_s}(n) J_n \left(\frac{\lambda_{n,m}}{\alpha_{\max}} \rho_k \right); \quad (10)$$

$$A_{k_1}, \dots, k_L(t) = \sum_{m=1}^M b_m(n) \exp \left(-\frac{\sigma^2 \lambda_{n,m}^2}{2 \alpha_{\max}^2} \right) \prod_{l=1}^L J_{k_l} \left[\frac{A_l(t)}{\alpha_{\max}} \lambda_{n,m} \right]. \quad (11)$$

При использовании предложенного метода для вычисления комплексных амплитуд должно быть выполнено условие $\sum_{l=1}^L A_l(t) + \beta \sigma \ll$

$\ll \alpha_{\text{макс}}$ (12). Введем следующие параметры:

$$\gamma_m^2 = \frac{\alpha_{\text{макс}}^2}{\sigma^2}; \quad \gamma_p^2 = \frac{[\sum_{l=1}^L A_l(t)]^2}{\sigma^2}; \quad a_l(t) = \frac{A_l(t)}{\alpha_{\text{макс}}}.$$

В данном случае выражение (11) приводится к более удобному для расчета виду

$$\dot{A}_{k_1, \dots, k_L}(t) = \sum_{m=1}^M b_m(n) \exp\left(-\frac{\lambda_{n,m}^2}{2\gamma_m^2}\right) \prod_{l=1}^L J_{k_l}[a_l(t) \lambda_{n,m}]. \quad (13)$$

При этом согласно (12) $\gamma_m - \gamma_p \geq \beta$. Величина β выбирается исходя из условий необходимой точности расчетов отклика нелинейного элемента в присутствии шума. Результаты получают с достаточной для практики точностью, если $\beta \geq 3$, а затраты машинного времени значительно сокращаются.

Список литературы: 1. Котельников В. А. О воздействии на линейные сопротивления суммы синусоидальных напряжений // Науч.-техн. сб. Ленингр. электротехн. ин-та связи.— 1936.— № 4.— С. 23—30. 2. Пустовойтов Е. П. Переходные помехи при одновременном усилении нескольких ЧМ сигналов в одной ЛБВ // Тр. Моск. электротехн. ин-та связи.— 1968.— С. 36 — 40. 3. Тузов Г. И. Помехоустойчивость радиосистем со сложными сигналами.— М.: Радио и связь, 1985.— С. 90 — 97. 4. Kaye A. R., George D. A., Eric M. J. Analysis and Compensations of Bandpass Nonlinearities for Communications // IEEE Trans.— 1972.— 26, № 5.— P. 965—972.

Поступила в редколлегию 23.04.86

УДК 621.396.961.06

Г. А. АЛЕКСЕЕВ, канд. физ.-мат. наук, С. И. ХОМЕНКО

ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРА ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА ПРИ ПРОПЕЛЛЕРНОЙ МОДУЛЯЦИИ.

Часть 2. МОДЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В первой части работы* были обсуждены некоторые особенности пропеллерной модуляции, являющейся амплитудно-фазовой модуляцией сигнала, отраженного от вращающейся структуры с осевой симметрией типа пропеллера. Предложена упрощенная модель пропеллера, позволяющая провести гармонический детерминированный анализ сигнала на выходе фазового детектора когерентной радиолокационной станции. Настоящая статья содержит результаты экспериментальных исследований энергетических спектров сигнала при

* Алексеев Г. А., Хоменко С. И. Особенности спектра отраженного сигнала при пропеллерной модуляции. Часть 1. Теоретический анализ // Радиотехника.— 1987.— Вып. 83.— С. 87—94.

пропеллерной модуляции, проведенных в лабораторных условиях на различных моделях пропеллера. Приведены также спектры от винта винтомоторного самолета.

Лабораторная установка для спектрального анализа отраженного сигнала представляла макет радиолокационной станции непрерывного излучения с обработкой сигнала после балансного фазового детектора на нулевой промежуточной частоте цифровым спектроанализатором типа СК4-72 и последующей записью на двухкоординатном самописце. В качестве рассеивающих элементов использовались тонкие металлические пластины прямоугольной формы, закрепленные под углом разворота $\Phi_s = 0; 0,1; 0,2$ на диэлектрическом диске, вращающемся с угловой скоростью 3000 об/мин, что соответствует частоте вращения

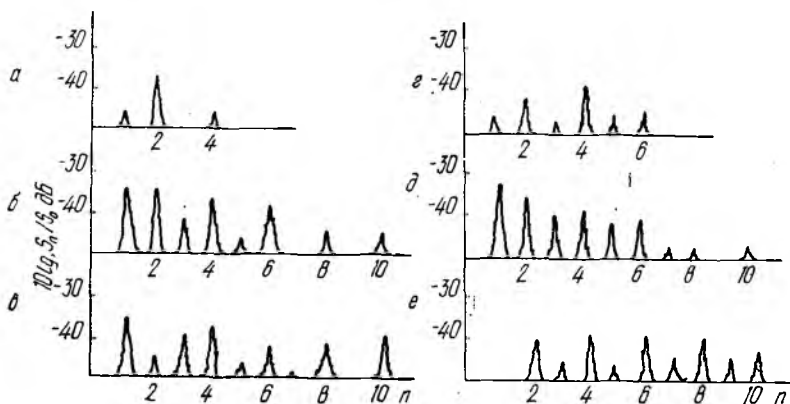


Рис. 1

$2\pi\Omega = 50$ Гц. Азимутальный угол визирования (ракурс модели) может меняться с помощью подвижной платформы в пределах $0 - 360^\circ$ и фиксировался с точностью ± 10 мин. Разрешение спектральных линий исследуемого эхо-сигнала спектроанализатором производилось с точностью $\pm 0,5$ Гц по уровню половинной мощности.

На рис. 1 представлены типичные реализации текущего спектра сигнала от пластин с размерами $H = 2\lambda$, $L = 5\lambda$, которые вращаются вокруг своего центра (рис. 1, а, б, в — $L_0 = 0$) или вокруг центра расположенного на ребре (рис. 1, г, д, е — $L_0 = 2,5\lambda$), полученные при горизонтальной поляризации излучения, в децибелах относительно максимума спектральной плотности нулевой гармоники S_0 . Рис. 1, а, г соответствует неразвернутой пластине и азимуту $\Phi = 84^\circ$, рис. 1, б, д — пластине с разворотом $\Phi_s = 0,2 \approx 12^\circ$ при том же ракурсе, рис. 1, в, е — пластине с разворотом $\Phi_s = 0,2$ и азимуту $\Phi = 78^\circ$. Уширение спектральных линий вызвано наличием в реальном вращательном движении случайных компонент, определяющих быстрые вибрации пластины.

Как видно из рис. 1, а, г, основной вклад в энергию отраженного обработанного сигнала вносят четные гармоники, угловая частота которых пропорциональна удвоенной частоте вращения пластины,

что отвечает теоретическим представлениям. Наличие в спектре нечетных гармоник на уровне—40 дБ относительно максимума спектральной плотности при осевой симметрии неразвернутой пластины объясняется псевдорегулярной прецессией в пространстве оси вращения диска. Разворот пластины, нарушающий осевую симметрию, вызывает усиление нечетных гармоник (рис. 1, б, д).

Вид спектра существенно зависит от ракурса модели (рис. 1, в, е). В соответствии с теоретическими выводами и рис. 3 первой части работы разворот пластины, смещение ее центра от оси вращения и отход точки наблюдения от нормального азимутального направления приводят к расширению, выравниванию спектра и обогащению высшими временными гармониками. Однако в эксперименте не обнаружено направ-

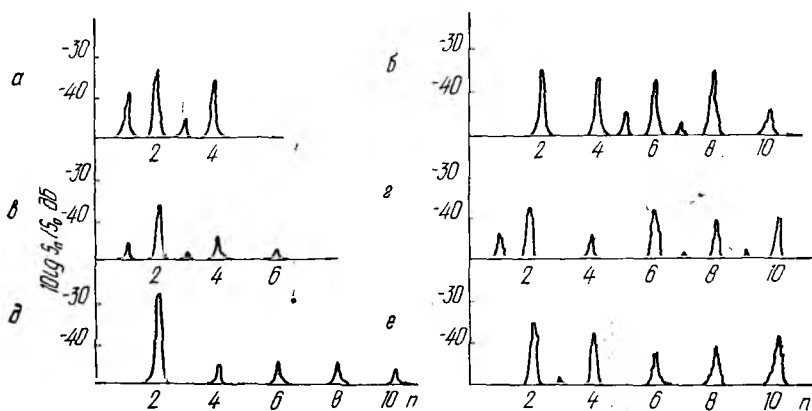


Рис. 2

ления (вблизи нормального азимутального), в котором модуляция сигнала отсутствует. Этот результат можно объяснить как неточностью изготовления и асимметрией вращения модели, так и поляризационной модуляцией в точке наблюдения краевых волн модели, не учитываемых в рамках используемого в настоящей работе приближения Кирхгофа. Не наблюдалось также стабильного смещения максимума спектра.

На рис. 2 приведены реализации спектра от пластинчатой двухлопастной модели пропеллера с параметрами образующих пластин $H^a = H^б = 2\lambda$; $L^a = L^б = 5\lambda$; $L_0^a = 2,5\lambda$; $L_0^б = 7,5\lambda$; $\Phi_s^a = \pm 0,2$; $\Phi_s^б = \pm 0,1$ (рис. 2, а, б), от эквивалентной неразвернутой пластины с размерами $H = 2\lambda$; $L = 20\lambda$; $L_0 = 0$ (рис. 2, в, г) и от масштабной модели реального пропеллера с размерами лопасти винта порядка 2λ ; 10λ и переменным углом закрутки $\Phi_s \approx 0,2 \div 0,1$ (рис. 2, д, е) в двух направлениях наблюдения ($\Phi = 89^\circ$ — на рис. 2, а, в, д; $\Phi = 78^\circ$ — на рис. 2, б, г, е). Для спектров рис. 2, а, б, д, е характерен гораздо более низкий уровень нечетных гармоник, обусловленный осевой симметрией моделей.

Из сравнения рисунков видно, что вид спектра и закон убывания гармоник существенно зависят от ракурса объекта. Однако при фиксированном ракурсе спектры, наблюдаемые от пластинчатой модели, реального пропеллера и эквивалентной пластины, практически неразличимы, и информативным признаком, характеризующим пропеллерную модуляцию, является только относительное смещение спектральных линий.

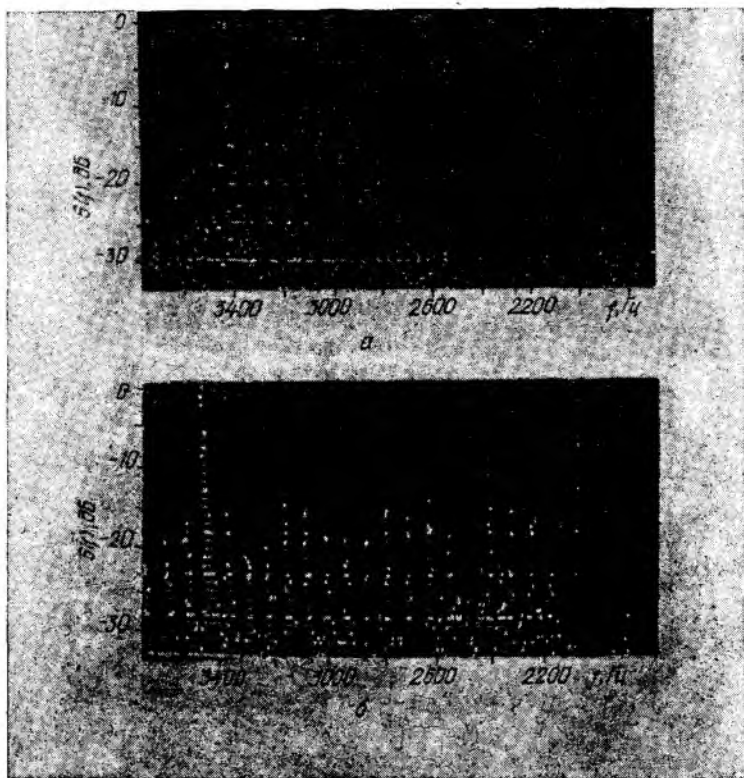


Рис. 3

В целом проведенные модельные экспериментальные исследования качественно соответствуют результатам теоретических расчетов и подтверждают возможность оценки эффектов пропеллерной модуляции на основе упрощенных теоретических моделей.

На рис. 3 представлены фотографии спектров радиосигнала от пропеллера винтомоторного самолета, полученные на экране спектроанализатора когерентной радиолокационной станции. Рис. 3, а соответствует ракурсу $\Phi \approx 90^\circ$, рис. 3, б — $\Phi \approx 75^\circ$. Определенная асимметрия спектров объясняется обработкой сигнала после фазового детектора на нулевой промежуточной частоте. Как видно, качественные особенности спектров, выявленные в результате теоретического

анализа и модельных экспериментов, проявляются также при пропеллерной модуляции сигналов, отраженных от реальных аэродинамических объектов.

Поступила в редколлегию 25.04.86

УДК 523.53

Н. С. АНДРИАНОВ, Е. В. ВАСИЛЬЧЕНКО

К ВОПРОСУ О ПРИМЕНЕНИИ ЦИФРОВОГО СОГЛАСОВАННОГО ФИЛЬТРА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТЕЙ МЕТЕОРНЫХ ЧАСТИЦ

Рассматривается фильтр, критерием оптимальности которого является получение на его выходе максимально возможного отношения пикового значения сигнала к среднеквадратичному значению помехи. Как известно, это фильтр, согласованный с сигналом в частотной или временной области [1]. Показана возможность осуществления этих фильтров в цифровом виде для непрерывно волновых и импульсных метеорных радиолокаторов в целях оперативного измерения скоростей метеорных частиц [2].

Развитие микропроцессорной техники создало предпосылки реализации таких фильтров в виде программ универсальных ЭВМ относительно простых специализированных микроЭВМ. Исследуем вопрос о повышении чувствительности и точности цифрового измерения скоростей метеорных частиц. Используем методы спектрального анализа на основе быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Задача измерения скоростей сводится к радиотехнической задаче измерения смещения частоты радиоимпульсов из-за эффекта Доплера. Принимаемый в отсутствие шумов радиосигнал имеет вид $u(t, \Omega) = A(t) \cos(\omega_0 t + \int \Omega(t) dt)$ (1) при $nT \leq t \leq nT + \tau$, где T — период следования импульсов длительностью τ ; $\Omega(t)$ — добавка мгновенной частоты к несущей ω_0 . Оцениваемым параметром является доплеровский сдвиг, являющийся линейной функцией времени и скорости.

Запишем алгоритм согласованного цифрового фильтра во временной области: $y(nT) = \sum_{i=0}^{2N-1} h(iT) u(nT - iT)$ (2), где $h(iT)$ — согласованная с $u(t, \Omega)$ импульсная характеристика.

В частотной области находят $U(k, \Omega)$ — дискретное преобразование Фурье (ДПФ) для сигнала и частотную характеристику $H(k, \Omega)$ для $h(iT)$, согласованную с $u(t, \Omega)$. После обратного ДПФ получим

$$y(nT) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} U(k, \Omega) H(k, \Omega) \exp(j\Omega T nk). \quad (3)$$

Скорости метеорных частиц в некотором диапазоне возможных значений можно определить, построив систему согласованных фильтров.

В работе [2] анализировался фазовый метод измерения на подлете, когда для измерения скорости использовалась часть отражения, наименее подверженная действию диффузии, ветра и других факторов, значительно ограничивающих точность. Чувствительность к мелким метеорам обычно лимитируется отношением сигнал-шум при фильтрации одиночного дальномерного импульса в полосе, согласованной с его длительностью, хотя для оптимального измерения скорости сигнал выделяется фильтром со значительно более узкой полосой, определяемой доплеровским смещением частоты, содержащим информацию о скорости.

Такой фильтр более чем на порядок увеличит отношение сигнал-шум по амплитуде. Дополнительный выигрыш можно ожидать в результате сжатия сигнала (2) с внутриимпульсной частотой (фазовой) модуляцией на выходе согласованного с ним фильтра. Для реализации эффективности такого фильтра, чтобы предотвратить пропуск сигнального импульса в шуме, интервал дискретизации T_d следует устанавливать не более длительности τ .

Создание системы узкополосных цифровых фильтров, работающих на тактовой частоте порядка 1 МГц, — сложная техническая задача, тем более, что на основании теоремы отсчетов частота работы такого фильтра должна быть только в два раза выше наибольшей доплеровской частоты, т. е. порядка 1 кГц.

Упростим задачу, применив так называемую нисходящую дискретную систему после дискретизации с высокой частотой, [3]. Суть ее в том, что с помощью компрессора частота f_d понижается путем децимации в необходимое число раз. Чтобы не произошло наложения спектров, входной сигнал предварительно фильтруют цифровым фильтром нижних частот (ФНЧ). При этом выполняется условие $m \leq 4\pi f_d / \omega_D$ (4), где ω_D — наибольшее доплеровское смещение частоты.

При больших m к порядку n ФНЧ предъявляются высокие требования согласно соотношению [4] $n = f_{cp} D / \Delta f$ (5). Здесь f_{cp} — частота среза; Δf — ширина переходной полосы; D — функция, значение которой зависит от требуемого значения неравномерности в полосах задержания и пропускания ФНЧ. Если $m = 1000$, имеет значение порядка нескольких сотен.

Требование минимизации времени обработки в случае больших f , m , n приводит к целесообразности использования алгоритма БПФ.

Процесс фильтрации метеорного сигнала (2) происходит так: сигнал подвергается дискретизации с частотой $f_d = 1/T_d$. Сигнальная выборка содержит $N = 2^k$ (k -целое число) отсчетов $u(nT_d)$. Находим ее БПФ. Коэффициенты с номерами, большими чем N/m , не вычисляем. Полученный массив $U(k)$ соответствует прореженному сигналу $u[n \times (mT_d)]$, прошедшему через ФНЧ с частотой среза $f_d/2m$. Далее умножаем $U(k)$ на ДПФ, согласованной с сигналом импульсной характеристики $H(k)$. После обратного БПФ имеем результат согласованной фильтрации — сигнал $y[n(mT_d)]$.

По этому принципу работает каждый фильтр системы, настроенный на соответствующую дискрету скорости. Выходной сигнал описывается функцией вида $\sin x/x$, т. е. достигает максимума в фиксируемый момент времени $t = 0$, в момент окончания входного воздействия. По номеру фильтра в системе с максимальным откликом определяется скорость, на которую настроен этот фильтр.

Работа такого фильтра была промоделирована на ЭВМ. Результаты моделирования показали, что достижение максимума выходного сигнала в момент $t = 0$ является критерием точной настройки согласованного фильтра только при периоде $T_{дт}$, меньшем интервала корреляции сигнальных импульсов. Лучшим критерием настройки (более помехоустойчивым) является достижение максимума некоторой целевой функции, который не зависит от фиксированного момента времени, а определяется отношением главного лепестка к боковым лепесткам функции реакции фильтра. При уменьшении тактовой частоты фильтра целевые функции становятся многоэкстремальными, или в результате сжатия импульса с фазовой модуляцией корреляционный пик теряется при его смещении между отсчетными импульсами. Для уменьшения этих эффектов необходимо увеличивать частоту дискретизации в соответствии с условием $f_{дт} \geq 2\omega_D/\pi$.

Список литературы: 1. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов.— М.: Радио и связь, 1983.— 320 с. 2. Андрианов Н. С., Хузяшев Р. Г. Оптимизация радиоприема мелких метеорных частиц // Метеорное распространение радиоволн.— Казань, 1979.— Вып. 14.— С. 18 — 25. 3. Гольденберг Л. М. Цифровые фильтры в электросвязи и электротехнике.— М.: Радио и связь, 1982.— 222 с. 4. Крошьер Р., Рабинер Л. Интерполяция и децимация цифровых сигналов: методический обзор // Тр. Ин-та инж. по электротехнике и радиоэлектронике.— 1981.— 69, № 3. С. 98 — 102.

Поступила в редколлегию 08.12.86.

УДК 621.374

А. В. БОРОДИН, В. А. ПИСЬМЕНЕЦКИЙ, В. Н. НОВИКОВ

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ПЕРИОДА СЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОДОВ ВСТРЕЧНО-ШТЫРЕВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НА АМПЛИТУДНО- ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФИЛЬТРОВ НА ПАВ

Фильтры на ПАВ с двухфазными ВШП позволяют микроминиатюризовать системы частотной селекции с регулируемыми параметрами для адаптивной обработки информации и применяются в многоканальных системах передачи информации. Широко используются фильтры с прямоугольной частотной характеристикой, синтез которых производится с помощью взаимно-ортогональных фильтров, имеющих амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) $\sin x/x$.

В технологический процесс изготовления звукопровода и структур ВШП входит множество операций, что вызывает появление производственных погрешностей. Поэтому выходные параметры устройств

на ПАВ отличаются от средних значений, рассчитанных при номинальных размерах и характеристиках.

Исследуем влияние случайных погрешностей взаимного расположения электродов эквидистантного неаподизованного ВШП на АЧХ фильтра, которая здесь имеет вид $\sin x/x$. Влиянием второго ВШП пренебрегаем, считая его частотную характеристику достаточно широкополосной.

Рассмотрев для описания фильтра на ПАВ модель дельта-источников [1], получим выражение для АЧХ:

$$H(f) = \sum_{n=1}^N \frac{h(t_n)}{2\pi f_n} \exp(jn\pi) \exp(-j2\pi f t_n). \quad (1)$$

Здесь f_n — мгновенная локальная частота; $f_n = 1/2T_n$, где T_n — период между электродами; N — количество электродов ВШП; t_n — моменты отсчета огибающей ВШП.

Под действием технологических факторов при изготовлении эквидистантного преобразователя возникает погрешность взаимного расположения электродов $t_n = nT_0 + \xi_n T_0 = T_0(n + \xi_n)$ (2), где ξ_n — относительная погрешность периода; T_0 — период между электродами ВШП.

Если технологический процесс устойчив и стабилен, значения ξ_n распределены по нормальному закону с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией σ_0^2 [2]. Преобразуем выражение (1) с учетом (2), тогда

$$H(f) = \sum_{n=1}^N \frac{h[T_0(n + \xi_n)]}{2\pi f_0} (1 + \xi_n) \exp \left[jn\pi \left(1 - \frac{f}{f_0} \right) - j\pi \frac{f}{f_0} \xi_n \right],$$

где $f_0 = 1/2T_0$. Для удобства введем обозначения $\psi = \pi(1 - f/f_0)$, $\alpha = \pi f/f_0$. При малых значениях ошибок $\exp(-j\alpha\xi_n) = 1 - j\alpha\xi_n + \frac{\alpha^2 \cdot \xi_n^2}{2!}$ и с точностью до членов второго порядка малости относительно ξ_n имеем

$$H(f) = A_0 \left[\sum_{n=1}^N \exp(jn\psi) + \sum_{n=1}^N \exp(jn\psi) \left(\frac{\alpha^2 \xi_n^2}{2} + \xi_n - j\alpha\xi_n - j\alpha\xi_n^2 \right) \right].$$

Для неаподизованного ВШП $A_0 \sim h_0 / 2\pi f_0$. Величину A_0 удобно нормировать так, чтобы модуль спектральной плотности АЧХ на частоте f_0 в отсутствие ошибок равнялся единице. Таким образом, $A_0 = 1/N$. В полученном выражении первое слагаемое пропорционально идеальной АЧХ, а второе определяет ее искажения из-за ошибок.

При отсутствии ошибок АЧХ фильтра

$$H(f) = \frac{\sin \frac{N\pi}{2} \left(1 - \frac{f}{f_0} \right)}{N \sin \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{f}{f_0} \right)},$$

а фазовая характеристика $\Phi_0(f) = \frac{\pi}{2}(N-1)\left(1 - \frac{f}{f_0}\right)$. Максимумы АЧХ расположены на частотах $f_{0\text{ макс}} = f_0 \pm \frac{2k+1}{NT_0}$, а нули — на частотах $f_{0\text{ к}} = f_0 \pm \frac{k}{NT_0}$.

Соотношение для среднего значения АЧХ определяется равенством

$$H(f_0) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp(jn\psi) \left(1 + \frac{\alpha^2 \sigma_0^2}{2} - j\alpha \sigma_0^2\right). \text{ Как видно, наличие ошибок}$$

приводит к искажениям среднего значения амплитудной и фазовой характеристик фильтра на величины второго порядка малости.

Рассмотрим флуктуации амплитуды и фазы АЧХ по методике, изложенной в работе [3]. Полагая, что относительные ошибки расположения электродов малы, т.е. $\xi \ll 1$, и ограничиваясь членами первого порядка малости, находим

$$H(f) = \frac{1}{N} \left[\sum_{n=1}^N \exp(jn\psi) + \sum_{n=1}^N \xi_n (\cos n\psi + \alpha \sin n\psi) + \right. \\ \left. + j \sum_{n=1}^N \xi_n (\sin n\psi - \alpha \cos n\psi) \right].$$

Флуктуации амплитуды $\Delta H(f)$ и фазы $\Delta\Phi(f)$ записываются как

$$\Delta H(f) = \frac{1}{N} \cos \Phi_0 \sum_{n=1}^N \xi_n (\cos n\psi + \alpha \sin n\psi); \quad (3)$$

$$\Delta\Phi(f) = \frac{1}{N} \cos \Phi_0 \sum_{n=1}^N \xi_n (\sin n\psi - \alpha \cos n\psi), \quad (4)$$

где Φ_0 — фазовая характеристика фильтра в отсутствие ошибок, $\Phi_0 = 0$ или $\Phi_0 = \pi$; $\cos \Phi_0 = \sum_{n=1}^N \cos n\psi$. Дисперсия амплитудной и фазовой характеристик

$$\overline{[\Delta H(f)]^2} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^N \overline{\xi_n \xi_k} (\cos n\psi + \alpha \sin n\psi) (\cos k\psi + \alpha \sin k\psi); \quad (5)$$

$$\overline{[\Delta\Phi(f)]^2} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^N \overline{\xi_n \xi_k} (\sin n\psi - \alpha \cos n\psi) (\sin k\psi - \alpha \cos k\psi). \quad (6)$$

При статистической независимости ошибок формулы (5), (6) принимают вид

$$\overline{[\Delta H(f)]^2} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N \xi_n^2 (\cos n\psi + \alpha \sin n\psi)^2;$$

$$\overline{[\Delta \Phi(f)]^2} = \frac{1}{N^2} \sum_{n=1}^N \xi_n^2 (\sin n\psi + \alpha \cos n\psi)^2.$$

Используя соотношения $\sigma^2 = \overline{\xi^2}$, $\sin \Phi_0 = \sum_{n=1}^N \sin n\psi$, получаем дисперсии амплитуды и фазы АЧХ:

$$\overline{[\Delta H(f)]^2} = \frac{\sigma^2}{2N^2} [(N+1) + \alpha_2(N-1)] \approx \frac{1+\alpha^2}{2N} \sigma^2;$$

$$\overline{[\Delta \Phi(f)]^2} = \frac{\sigma^2}{2N^2} [(N-1) + \alpha^2(N+1)] \approx \frac{1+\alpha^2}{2N} \sigma^2. \quad (7)$$

Определим корреляционный момент $\Delta H(f)$, $\Delta \Phi(f)$:

$$\overline{\Delta H(f) \Delta \Phi(f)} = -\frac{\sigma_0^2}{N^2} \alpha. \quad (8)$$

Соотношение (8) показывает, что флуктуации фазы вызывают искажения АЧХ.

Подставим значения $\alpha = \pi$, $\psi = 0$ в формулы (3), (4). Тогда соответственно флуктуации амплитуды и фазы на центральной частоте (синхронизма) ВШП будут:

$$\Delta H(f_0) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi_n; \quad \Delta \Phi(f_0) = -\frac{\pi}{N} \sum_{n=1}^N \xi_n.$$

На центральной частоте флуктуации амплитуды и фазы различаются по значению на постоянный множитель и противоположны по знаку.

Дисперсия амплитуды и фазы на центральной частоте

$$\overline{[\Delta H(f)]^2} = \frac{\sigma^2}{N^2}; \quad \overline{[\Delta \Phi(f)]^2} = \frac{\pi^2}{N^2} \sigma^2.$$

Флуктуация амплитуды на частоте f_k

$$\Delta H(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi_n \left[\cos \frac{2k\pi}{N} n + \pi \left(1 \pm \frac{2k}{N} \right) \sin \frac{2k\pi}{N} n \right],$$

и дисперсия $[\Delta H(f_k)]^2 = \frac{\pi^2}{N} \left(1 + \frac{4k}{N} \right) \sigma^2$. Ошибки периода следования электродов ВШП вызывают смещение положения максимумов и нулей АЧХ относительно частот $f_{0 \text{ макс}}$, f_{0k} . Обозначим положение нулей АЧХ при наличии ошибок через α_k так, что $\alpha_k = \alpha_{0k} + \Delta \alpha_k$. Поскольку

ошибки полагаются малыми, смещения положения нулей $\Delta\alpha_k$ невелики. Значения α_k являются корнями уравнения

$$H(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp(jn\psi_k) + \frac{1}{N} (1 - j\alpha_{0k}) \sum_{n=1}^N \xi_n \exp(jn\psi_{0k}).$$

Разлагая $H(f_k)$ в ряд Тейлора в окрестности точки α_{0k} , удерживая лишь члены первого порядка малости по $\Delta\alpha_k$ и ограничиваясь членами порядка ξ_n , имеем

$$H(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp(jn\psi_{0k}) + \frac{1}{N} (1 - j\alpha_{0k}) \sum_{n=1}^N \exp(jn\psi_{0k}) + \\ + \frac{1}{N} \left[\sum_{n=1}^N \exp(jn\psi) \right]'_{\psi=\psi_{0k}} \cdot \Delta\alpha_k = 0.$$

Отсюда находим

$$\Delta\alpha_k = - \frac{(1 - j\alpha_k) \sum_{n=1}^N \xi_n \exp(jn\psi_{0k})}{\left[\sum_{n=1}^N \exp(jn\psi) \right]'_{\psi=\psi_{0k}}}. \quad (9)$$

Определив значение величины в знаменателе

$$\left[\sum_{n=1}^N \exp(jn \cdot \psi) \right]'_{\psi=\psi_{0k}} = - \frac{1}{\psi_{0k}}$$

и подставив его в (9), получим смещение частот, на которых АЧХ фильтра с ошибками обращается в нуль:

$$\Delta\alpha_k = -\psi_{0k} (1 - j\alpha_k) \sum_{n=1}^N \xi_n \exp(jn\psi_{0k}).$$

Отсюда следует, что флюктуации положения нулевых значений АЧХ фильтра с ошибками определяются амплитудными и фазовыми искажениями АЧХ.

Зная, что $\alpha_{0k} = \pi(1 \pm 2k/N)$, определяем дисперсию отклонения положения нулей:

$$\overline{\Delta\alpha_k^2} = \pi^4 \left(\frac{2k}{N} \right)^2 \sigma_0^2.$$

Согласно работе [3] дисперсия модуля комплексной частотной характеристики при малых значениях ошибок определяется соответственно выражением

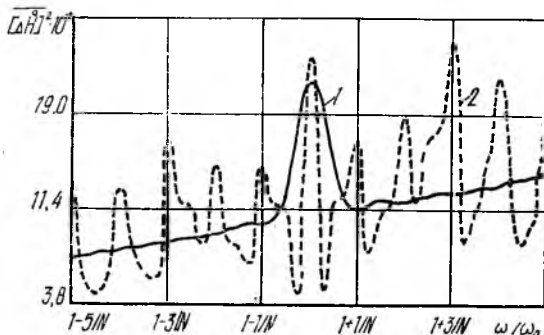
$$\overline{[\Delta\hat{H}(f)]^2} = \overline{[\Delta H(f)]^2} + [H_0(f)]^2 \overline{[\Delta\Phi(f)]^2}. \quad (10)$$

Подставляя значения $[\Delta H(f)]^2$, $[\Delta \Phi(f)]^2$ в (10), получаем

$$[\Delta \dot{H}(f)]^2 = \frac{1 + \alpha^2}{2N} \{1 + [H_0(f)]^2\} \sigma_0^2. \quad (11)$$

На рисунке показана дисперсия модуля комплексной АЧХ при $\sigma_0^2 = 2,6 \cdot 10^{-6}$ (1 — теоретические результаты; 2 — полученные методом статистических испытаний).

Таким образом, появление ошибок в периоде следования электродов ВШП вызывает искажения формы амплитудной и фазовой характеристик фильтра на ПАВ, флюктуации амплитудной и фазовой характеристик фильтра и смещение частот, на которых АЧХ идеального фильтра обращается в нуль. Перечисленные факторы обуславливают



искажение АЧХ синтезируемого фильтра и появление помех неортогональности.

При изготовлении неаподизованного ВШП методом мультиплицирования топологического фрагмента, что применяется при больших N , значения ξ_n коррелированы. Радиус корреляции зависит от количества электродов в одном фрагменте. Это вызывает появление дополнительных искажений амплитудной и фазовой характеристик.

Список литературы: 1. Хорунжий В. А., Долбня Е. В., Богатов П. Н. Акустоэлектроника. — К.: Техніка, 1984. — 152 с. 2. Орлов В. С., Бондаренко В. С. Фильтры на ПАВ. — М.: Радио и связь, 1984. — 30 с. 3. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. — М.: Сов. радио, 1970. — 384 с.

Поступила в редколлегию 25.06.86

УДК 62-501.12

К. П. НЕСТЕРОВ, А. Б. ЖОЛОБЕНКО

АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ТИПОВОЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ФЛЮКТУИРУЮЩИМ ПАРАМЕТРОМ

Высокой точности измерения обычно достигают с помощью автоматических радиотехнических систем, построенных по принципу замкнутых следящих систем. В общем виде такие следящие измерители

могут быть представлены блок-схемой (рис. 1). В качестве сравнивающих устройств в радиотехнических системах применяются дискриминаторы различных типов (амплитудные, частотные, фазовые, временные). Выходной сигнал таких устройств, как правило, представляет собой напряжение, абсолютная величина и знак которого характеризуют отклонение измеренного значения от истинного, и записывается в виде [1] $u(t, \epsilon) = n(t) + S(t)\epsilon(t)$, где $n(t)$ — белый шум с нулевым средним и спектральной плотностью N_0 ; $S(t)$ — коэффициент, характеризующий крутизну статической характеристики дискриминатора; $\epsilon(t)$ — сигнал рассогласования, $\epsilon(t) = x(t) - y(t)$. $S(t)$ — слу-

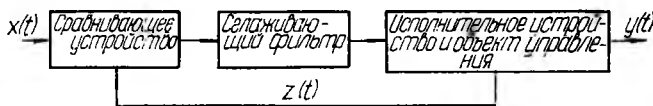


Рис. 1

чайный процесс, флуктуации его вызываются амплитудными замираниями сигнала.

Влияние флюктуирующего коэффициента усиления на качество радиотехнической системы исследовалось в ряде работ [2; 3]. Флуктуации параметра системы аппроксимировались белым шумом [2], что на практике не всегда выполняется. Представляет интерес исследование влияния флуктуаций коэффициента усиления на точность работы системы при условии, что они соответствуют коррелированному случайному процессу. В работе [3] приводится довольно громоздкий для инженерной практики метод изучения таких систем. Предлагаемый анализ стационарного режима сводится к решению системы алгебраических уравнений для математического ожидания, дисперсии и смешанных центральных моментов третьего порядка.

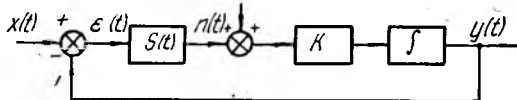


Рис. 2

Рассмотрим случай, когда сглаживающий фильтр, исполнительное устройство и объект управления могут быть приближенно описаны как интегрирующее звено с коэффициентом усиления K . Сравнивающее устройство представляет собой узел сравнения и усилитель с флюктуирующим коэффициентом усиления. Тогда уравнение замкнутой системы принимает вид дифференциального стохастического уравнения первого порядка $\dot{y}(t) + KS(t)y(t) = KS(t)x(t) + Kn(t)$ (1). Алгоритмическая схема системы, соответствующая уравнению (1), представлена на рис. 2.

В целях упрощения последующего анализа полагаем, что $S(t) = S_0 + v(t)$ (2). Здесь S_0 — постоянное значение коэффициента $S(t)$ в отсутствие флуктуаций; $v(t)$ — флуктуационная составляющая, изменение которой моделируется уравнением $\dot{v}(t) = -\alpha v(t) + f(t)$

(3), где $f(t)$ — белый шум с нулевым средним и спектральной плотностью N_f .

В соответствии с алгоритмической схемой уравнение ошибки определяется выражением $\dot{\varepsilon}(t) = -KS(t)\varepsilon(t) + x(t) - Kn(t)$ (4).

Оценим точность работы системы для детерминированного закона изменения $x(t) = \Omega t$, Ω — скорость изменения $x(t)$ во времени. Уравнение (4) с учетом закона изменения $x(t)$ и формулы (2) запишется так $\dot{\varepsilon}(t) = -K(S_0 + v(t))\varepsilon(t) + \Omega - Kn(t)$ (5). За показатели качества работы системы примем математическое ожидание ошибки $m_\varepsilon = \bar{\varepsilon}(t)$ и дисперсию $D_\varepsilon = \overline{(\varepsilon(t) - m_\varepsilon)^2}$. В рассматриваемом случае имеем двумерный марковский процесс $\{e, v\}$, заданный уравнениями (5) и (3), плотность вероятности которого удовлетворяет уравнению Фоккера — Планка — Колмогорова [2]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial A_e W}{\partial e} - \frac{\partial A_v W}{\partial v} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 B_e W}{\partial e^2} + \frac{\partial^2 B_v W}{\partial v^2} \right). \quad (6)$$

Здесь A_e, A_v — коэффициенты сноса; B_e, B_v — коэффициенты диффузии процессов $\varepsilon(t), v(t)$ соответственно. Согласно соотношениям (5), (3)

$$A_e = -K(S_0 + v(t))\varepsilon(t) + \Omega; \quad A_v = -\alpha v; \quad B_e = K^2 N_0; \quad B_v = N_f. \quad (7)$$

Начальные условия уравнения (6) определяются плотностью распределения вероятности начальных условий представлений (3), (5).

Подставляя (7) в (6), получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} = & KS_0 W + KvW + KS_0 \varepsilon \frac{\partial W}{\partial e} + Kve \frac{\partial W}{\partial e} - \Omega \frac{\partial W}{\partial e} + \\ & + \alpha W + \alpha v \frac{\partial W}{\partial v} + \frac{1}{2} K^2 N_0 \frac{\partial^2 W}{\partial e^2} + \frac{1}{2} N_f \frac{\partial^2 W}{\partial v^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Умножая правую и левую части уравнения (8) на соответствующие переменные, интегрируя в бесконечных пределах и принимая кумулянты выше третьего порядка равными нулю, находим

$$\begin{aligned} \dot{\bar{m}}_\varepsilon = & -KS_0 \bar{m}_\varepsilon - K\mu_{\varepsilon v} - K\bar{m}_\varepsilon m_v + \Omega; \quad \dot{m}_v = -\alpha m_v; \\ \dot{\bar{D}}_\varepsilon = & -2KS_0 \bar{D}_\varepsilon - 2K\mu_{\varepsilon^2 v} - 2K\mu_{\varepsilon v} \bar{m}_\varepsilon - 2K\bar{D}_\varepsilon m_v + K^2 N_0; \\ D_v = & -2\alpha D_v + N_f; \quad \mu_{\varepsilon v} = -(KS_0 + \alpha)\mu_{\varepsilon v} - K(\mu_{\varepsilon v^2} + \mu_{\varepsilon v} m_v + D_v \bar{m}_\varepsilon); \\ \mu_{\varepsilon^2 v} = & -(2KS_0 + \alpha)\mu_{\varepsilon^2 v} - 2K(\mu_{\varepsilon v^2} \bar{m}_\varepsilon + \mu_{\varepsilon^2 v} m_v + \mu_{\varepsilon v}^2 + \bar{D}_\varepsilon D_v); \\ \mu_{\varepsilon v^2} = & -(KS_0 + 2\alpha)\mu_{\varepsilon v^2} - K\mu_{\varepsilon v^2} m_v - 2K\mu_{\varepsilon v} D_v - \mu_{\varepsilon v} \bar{m}_\varepsilon. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $\bar{m}_\varepsilon, \bar{D}_\varepsilon$ — математическое ожидание и дисперсия ошибки воспроизведения полезного сигнала, если $S(t)$ имеет флюктуационную составляющую; μ_{ij} — смешанный центральный момент соответствующего порядка. При выводе уравнений (9) использовались формулы связи смешанных начальных моментов с центральными при условии равенства нулю кумулянтов четвертого порядка и выше:

$$\begin{aligned} M_{\varepsilon v} = & \mu_{\varepsilon v} + m_\varepsilon m_v; \\ M_{\varepsilon^2 v} = & \mu_{\varepsilon^2 v} + 2\mu_{\varepsilon v} m_\varepsilon + D_\varepsilon m_v + m_\varepsilon^2 m_v, \end{aligned}$$

$$M_{\varepsilon v^2} = \mu_{\varepsilon v^2} + 2\mu_{\varepsilon v} m_v + D_v m_\varepsilon + m_\varepsilon m_v^2;$$

$$M_{\varepsilon v^3} = 3\mu_{\varepsilon v} D_v + \mu_{\varepsilon^3} m_\varepsilon + 3\mu_{\varepsilon v^2} m_v + 3D_v m_\varepsilon m_v + 3\mu_{\varepsilon v} m_v^2 + m_\varepsilon m_v^3;$$

$$M_{\varepsilon^2 v^2} = D_\varepsilon D_v + 2\mu_{\varepsilon v}^2 + 2\mu_{\varepsilon^2 v} m_v + 2\mu_{\varepsilon v^2} m_\varepsilon + D_\varepsilon m_v^2 + \\ + 4\mu_{\varepsilon v} m_\varepsilon m_v + D_v m_\varepsilon^2 + m_\varepsilon^2 m_v^2;$$

M_{ij} — смешанный начальный момент соответствующего порядка. Для установившегося режима после несложных преобразований из (9) следует

$$m_v = 0; D_v = N_1/2\alpha;$$

$$\bar{D}_{\varepsilon 0} = \left(\frac{\Omega}{k_v}\right)^2 \frac{\gamma [(1+2\beta)^2 (1+\beta) (2+\beta) + 2(1+2\beta) (1+3\beta) - 8\gamma^2]}{[(3+2\beta)\gamma - (1+\beta)(1+2\beta)]^2 (2+\beta-2\gamma)} + \\ + \frac{2+\beta}{2+\beta-2\gamma} \frac{K^2 N_0}{2k_v}; \quad (10)$$

$$\bar{m}_{\varepsilon 0} = \frac{\Omega}{k_v} \frac{2\gamma - (1+\beta)(1+2\beta)}{(3+2\beta)\gamma - (1+\beta)(1+2\beta)};$$

$\gamma = D_v/S_0^2$, $\beta = \alpha/k_v$ — коэффициенты, характеризующие отношение ширины спектра флуктуаций $v(t)$ к полосе пропускания системы с постоянным коэффициентом усиления $k_v = KS_0$.

Оценку влияния флуктуаций коэффициента $S(t)$ на точность воспроизведения $x(t)$ удобно выполнить в относительных величинах. Разделим правую и левую часть выражений для $\bar{m}_{\varepsilon 0}$, $\bar{D}_{\varepsilon 0}$ в (10) на $m_{\varepsilon 0} = \Omega/k_v$, $m_{\varepsilon 0}^2$ соответственно, после чего запишем

$$\bar{D}_{\varepsilon 1} = \frac{\gamma [(1+2\beta)^2 (1+\beta) (2+\beta) + 2(1+2\beta) (1+3\beta) - 8\gamma^2]}{[(3+2\beta)\gamma - (1+\beta)(1+2\beta)]^2 (2+\beta-2\gamma)} + \\ + \frac{2+\beta}{2+\beta-2\gamma} D_{\varepsilon 1}; \quad \bar{m}_{\varepsilon 1} = \frac{2\gamma - (1+\beta)(1+2\beta)}{(3+2\beta)\gamma - (1+\beta)(1+2\beta)},$$

где $\bar{m}_{\varepsilon 1} = \bar{m}_\varepsilon/m_{\varepsilon 0}$; $\bar{D}_{\varepsilon 1} = \bar{D}_{\varepsilon 0}/m_{\varepsilon 0}^2$; $D_{\varepsilon 1} = D_{\varepsilon 0}/m_{\varepsilon 0}^2$; $D_{\varepsilon 0} = K^2 N_0/2k_v$. Величины $m_{\varepsilon 0}$, $D_{\varepsilon 0}$ характеризуют математическое ожидание и дисперсию ошибки при нефлуктуирующем коэффициенте усиления. Для системы заданной структуры, оптимальной по минимуму среднеквадратичной ошибки, с постоянным коэффициентом усиления $k_{v, \text{опт}}$ и принятым входным сигналом, относительное значение дисперсии $D_{\varepsilon 1} = 2$. Оценим ухудшение точности воспроизведения $x(t)$ при флуктуирующем коэффициенте $S(t)$. Увеличение ошибок рассчитывалось в относительных величинах по формулам $\delta_D = \bar{D}_{\varepsilon 1}/D_{\varepsilon 1}$; $\delta_m = \bar{m}_{\varepsilon 1}/m_{\varepsilon 1}$. Результаты расчета δ_D , δ_m в функции γ для постоянных значений β показаны на рис. 3. Из графиков видно, что флуктуации крутизны $S(t)$ сравнивающего устройства ухудшают точность воспроизведения полезного сигнала $x(t)$. Чем больше дисперсия флуктуаций D_v с постоянным значением $k_v = S_0 K$, тем больше ошибки системы. Резкое увеличение δ_D , δ_m при стремлении γ к величине $\gamma_0 = \frac{(1+\beta)(1+2\beta)}{3+2\beta}$ объясняется приближением системы к границе устойчивости. Расширение спектра флуктуации $v(t)$ (уменьшение β) также приводит к возрастанию ошибок системы, т. е. к ухудшению ее качества.

Таким образом, достаточно простые соотношения позволяют оценить качество работы типовой радиотехнической системы, динамика которой описывается дифференциальным уравнением первого порядка.

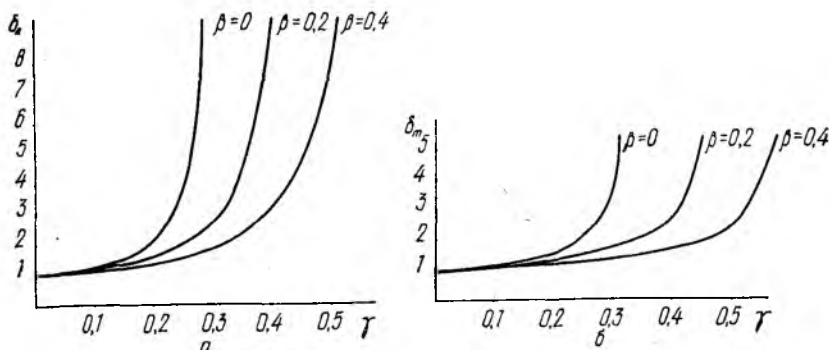


Рис. 3

Список литературы: *Вопросы статистической теории радиолокации* / П. А. Бакут, И. А. Большаков, Б. М. Герасимов и др. — М.: Сов. радио, 1964. — Т.2. — 1079 с. 2. *Евланов Л. Г., Константинов В. М.* Системы со случайными параметрами. — М.: Наука, 1976. — 568 с. 3. *Параев Ю. И.* К анализу поведения линейных динамических систем со случайными коэффициентами // *Автоматика и телемеханика.* — 1972. — № 4. — С. 36 — 41.

Поступила в редколлегию 27.06.86

УДК 621.396

В. И. АЛЕХИН, канд. техн. наук, В. М. КАРТАШОВ, И. В. КОРЫТЦЕВ, канд. техн. наук, Г. И. СИДОРОВ, канд. техн. наук

АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ОЦЕНОК ДОПЛЕРОВСКОЙ ЧАСТОТЫ В РАДИОАКУСТИЧЕСКОМ ЗОНДИРОВАНИИ

Задача нахождения точного профиля температуры в приземном слое атмосферы методом радиоакустического зондирования включает в себя выполнение в каждой точке по высоте значительного числа измерений, достигающего нескольких десятков, с последующим их усреднением [1]. Это вызвано ошибками определения доплеровской частоты отраженных радиолокационных сигналов, зависящими в основном от способа измерения и соотношения сигнал-шум на входе измерителя, а также от нестабильности частоты передатчика.

Такой подход к обработке результатов измерений не позволяет учесть коррелированность соседних по высоте оценок доплеровской частоты, и каждая последующая оценка получается независимо от предыдущих. Для обработки первичных оценок доплеровской частоты предлагаем использовать методы оптимальной фильтрации. При этом

точность единичного измерения повышается и количество измерений в каждой точке по высоте значительно уменьшается.

В данном случае суммарный сигнал на входе устройства вторичной обработки представим в виде аддитивной смеси полезного сигнала и помехи: $\vec{Y} = \vec{F}(\vec{A}, h) + \Delta\vec{F}(\mathbf{1})$, где $\vec{F}(\vec{A}, h)$ — выборка истинных значений доплеровской частоты; $\vec{A} = \|A_j\|$, $j = \overline{0, s}$ — вектор искомых параметров; $\Delta\vec{F} = \|\Delta f_i\|$, $i = \overline{1, n}$ — ошибки измерений; n — число высотных точек профиля. Математическая модель $\vec{F}(\vec{A}, h)$ должна быть адекватна исследуемому процессу и задается на основе различных предположений.

В радиолокации широко используется полиномиальная модель, основанная на представлении изучаемого процесса на ограниченном интервале наблюдения как полинома степени s [2; 3]:

$$\vec{F}(\vec{A}, h) = \sum_{j=0}^s A_j \frac{h^j}{j!} = A_0 + A_1 h + A_2 h^2/2! + \dots + A_s h^s/s! \quad (2)$$

Коэффициенты полинома выбираются в виде детерминированных чисел или случайных величин. В таком полиноме коэффициенты имеют очевидную физическую сущность: основной параметр, скорость его изменения, ускорение и т. д. Представление коэффициентов случайными или детерминированными числами не влияет на алгоритм их оценки. Изменяется только интерпретация полученных оценок: в результате оценки случайного параметра получается оценка его математического ожидания, а при оценке неслучайного параметра — его приближенное значение. Рассматриваемые коэффициенты представлены в виде случайных величин с гауссовым законом распределения. Ошибки определения доплеровской частоты Δf_i вызваны значительным числом мешающих воздействий и на основании центральной предельной теоремы могут считаться распределенными по закону Гаусса:

$$P(f_i/\vec{A}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{f_i}} \exp \left[-\frac{(f_i - f(\vec{A}, h_i))^2}{2\sigma_{f_i}^2} \right], \quad (3)$$

здесь $\sigma_{f_i}^2$ — дисперсия i -го измерения доплеровской частоты; f_i — измеренное значение доплеровской частоты; $f(\vec{A}, h_i)$ — истинное значение доплеровской частоты в i -й точке.

Совокупность ошибок $\Delta f_1, \Delta f_2, \dots, \Delta f_n$ измерения доплеровской частоты на высотах h_1, h_2, \dots, h_n представим как n -мерную систему коррелированных, нормально распределенных случайных величин. Полную характеристику ошибок измерения дает корреляционная матрица ошибок N .

Оптимальное решение задачи последовательного сглаживания состоит в формировании апостериорной вероятности фильтруемых параметров математической модели исследуемого процесса и в установлении их оценок, соответствующих максимуму функции апостериорной

плотности вероятности [3], поскольку она содержит всю информацию, полученную из априорных источников и предшествующих результатов измерений. Определим основные выражения для фильтрации последовательно поступающих результатов измерений доплеровской частоты отраженных радиолокационных сигналов, пришедших с определенных высот.

Вначале произведем оценку вектора параметров \vec{A} по первым n измерениям методом максимального правдоподобия. Запишем плотность вероятности n -мерной выборки [4]:

$$P\left(\frac{\vec{Y}}{\vec{A}}\right) = \frac{(2\pi)^{-n/2}}{|N|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{K_{ij}}{|N|} \Delta f_i \Delta f_j\right]. \quad (4)$$

Здесь $|N|$ — определитель корреляционной матрицы ошибок измерения; $|K_{ij}|$ — алгебраическое дополнение элемента N_{ij} в определителе $|N|$. Квадратичную форму в выражении (4) представим в виде векторно-матричного произведения:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{K_{ij}}{|N|} \Delta f_i \Delta f_j = \Delta \vec{F}^T N^{-1} \Delta \vec{F}, \quad (5)$$

где $\Delta \vec{F}^T = |\Delta f_1, \Delta f_2 \dots \Delta f_n|$. Тогда функция правдоподобия $\ln L(\vec{A}) = -\frac{1}{2} (\Delta \vec{F}^T N^{-1} \Delta \vec{F})$ (6). После ее дифференцирования по вектору параметров \vec{A} и некоторых преобразований уравнение правдоподобия можно записать так:

$$C^T N^{-1} (\vec{Y} - \vec{F}(\vec{A}, h)) = 0, \quad (7)$$

где $C^T = \frac{d}{d\vec{A}} [\vec{F}(\vec{A}, h)]^T = \left\| \frac{df(\vec{A}, h_1)}{d\vec{A}} \quad \frac{df(\vec{A}, h_2)}{d\vec{A}} \quad \dots \quad \frac{df(\vec{A}, h_n)}{d\vec{A}} \right\|$; \vec{A} —

оценка вектора параметров. Решение уравнения правдоподобия относительно \vec{A} имеет вид $\vec{A} = B^{-1} C^T N^{-1} \vec{Y}$ (8), где $B = C^T N^{-1} C$. Если ошибки измерения доплеровской частоты не коррелированы, то

$$N^{-1} \vec{Y} = \vec{Y}^1 = \left\| \begin{array}{c} f_1 \\ \sigma_{f_1}^2 \\ \vdots \\ f_n \\ \sigma_{f_n}^2 \end{array} \right\| \quad (9)$$

и выражение (8) примет форму $\vec{A} = B^{-1} C^T \vec{Y}^1$ (10). Найдем корреляционную матрицу ошибок оценки параметров. Для этого разложим

функцию $\vec{F}(\vec{A}, h)$ в ряд Тейлора в окрестности истинного векторного параметра. Учитывая только линейный член, имеем

$$\vec{F}(\widehat{\vec{A}}, h) \approx \vec{F}(\vec{A}, h) + \frac{d\vec{F}(\vec{A}, h)}{d\vec{A}} \Delta\widehat{\vec{A}}, \quad (11)$$

где $\Delta\widehat{\vec{A}} = \widehat{\vec{A}} - \vec{A}$ — вектор ошибок. Подставив (11) в уравнение правдоподобия (7) и решив его относительно $\Delta\widehat{\vec{A}}$, получим $\Delta\widehat{\vec{A}} = B^{-1}C^T N^{-1} \Delta\vec{F}$ (12). По определению, корреляционная матрица ошибок оценки параметров

$Z = M[\Delta\widehat{\vec{A}}\Delta\widehat{\vec{A}}^T]$ (13), M — оператор математического ожидания.

Запишем окончательно матрицу ошибок: $Z = B^{-1} = (C^T N^{-1} C)^{-1}$ (14).

При последовательной обработке результатов измерений вектор параметров экстраполируется на момент следующего $(n+1)$ измерения:

$\widehat{\vec{A}}_{(n+1)\varepsilon} = \Phi_n \widehat{\vec{A}}_n$ (15). Здесь Φ_n — оператор экстраполяции, определенный математической моделью профиля. Корреляционная матрица Z_n ошибок

оценки параметров \vec{A}_n по результатам n измерений также экстраполируется в следующую высотную точку профиля: $Z_{(n+1)\varepsilon} = \Phi_n Z_n \Phi_n^T$ (16). Тогда априорную плотность вероятности для вектора оцениваемых параметров перед очередным $(n+1)$ измерением представим так:

$$P(\widehat{\vec{A}}_{(n+1)\varepsilon}) = C_1 \exp \left[-\frac{1}{2} (\widehat{\vec{A}}_{(n+1)\varepsilon} - \vec{A}_{(n+1)})^T Z_{(n+1)\varepsilon}^{-1} (\widehat{\vec{A}}_{(n+1)\varepsilon} - \vec{A}_{(n+1)}) \right], \quad (17)$$

где $\vec{A}_{(n+1)}$ — вектор истинных значений параметров на высоте $h(n+1)$.

После получения $(n+1)$ измерения выражение для условной плотности вероятности измеренного значения доплеровской частоты примет вид

$$P\left(\frac{f_{(n+1)}}{\widehat{\vec{A}}_{(n+1)}}\right) = C_2 \exp \left[-\frac{1}{2} (f_{(n+1)} - P\vec{A}_{(n+1)})^T \frac{1}{\sigma_{f_{(n+1)}}^2} (f_{(n+1)} - P\vec{A}_{(n+1)}) \right], \quad (18)$$

P — оператор соответствия доплеровской частоты и оцениваемых параметров.

Апостериорное распределение записывается следующим образом:

$$P(\widehat{\vec{A}}_{(n+1)}) = C_3 \exp \left[-\frac{1}{2} (\widehat{\vec{A}}_{(n+1)} - \vec{A}_{(n+1)})^T Z_{(n+1)}^{-1} (\widehat{\vec{A}}_{(n+1)} - \vec{A}_{(n+1)}) \right]. \quad (19)$$

В рассматриваемом случае задача оценки параметров по максимуму апостериорной плотности вероятности сводится к нахождению параметров

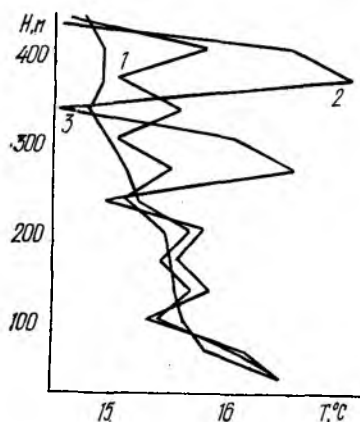
$\widehat{\vec{A}}_{(n+1)}$ и $Z_{(n+1)}$ в выражении (19):

$$Z_{(n+1)} = Z_{(n+1)\varepsilon} - Z_{(n+1)\varepsilon} P^T (P Z_{(n+1)\varepsilon} P^T + \sigma_{f_{(n+1)}}^2)^{-1} P Z_{(n+1)\varepsilon}; \quad (20)$$

$$\widehat{\vec{A}}_{(n+1)} = \vec{A}_{(n+1)\varepsilon} + Z_{(n+1)} P^T \frac{1}{\sigma_{f_{(n+1)}}^2} (f_{(n+1)} - P\vec{A}_{(n+1)\varepsilon}). \quad (21)$$

Как видно из соотношения (21), вектор сглаженных значений параметров на высоте $h_{(n+1)}$ получается в виде суммы вектора параметров, экстраполированного на высоту $h_{(n+1)}$, исходя из результатов измерений доплеровской частоты на высотах $h_1 \dots h_n$ и априорных сведений о процессе, и взвешенного с некоторым коэффициентом сглаживания рассогласования между измеренным и экстраполированным значениями доплеровской частоты на высоте $h_{(n+1)}$.

На рисунке дан пример обработки результатов измерений температуры радиоакустическим способом с использованием полученного



алгоритма. Линией 1 обозначен профиль температуры, полученный в результате 20 измерений в каждой точке, 2 — мгновенный профиль температуры без учета сглаживания. Профиль температуры 3, полученный с учетом вторичной обработки результатов измерений, имеет значительно меньший разброс относительно профиля средней температуры, особенно для высот больше 200 м. Это объясняется тем, что составляющие вектора параметров \vec{A} на начальном участке определены неточно. Использование данных наземных высокоточных датчиков температуры и влажности,

помещенных в двух разнесенных по высоте точках, позволяет априорно определить \vec{A} с высокой точностью и уже в первой точке измерения радиоакустическим способом иметь достаточно узкое априорное распределение.

Список литературы: *Каллистратова М. А., Кон А. И.* Радиоакустическое зондирование атмосферы. — М.: Наука, 1985. — 194 с. 2. *Теоретические основы радиолокации / Под. ред. В. Е. Дулевича* — М.: Сов. радио, 1976. — 608 с. 3. *Жданюк Б. Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. — М.: Сов. радио, 1978. — 384 с. 4. *Сейдж Э., Мелс Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. — М.: Связь, 1976. — 495 с.

Поступила в редколлегию 28.04.86

УДК 621.371

С. И. БАБКИН, канд. техн. наук, В. И. КУЦЕНКО, Н. Г. МАКСИМОВА,
А. Ю. ПАНЧЕНКО, Е. Г. ПРОШКИН, канд. техн. наук, Ю. Н. УЛЬЯНОВ

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ДВУХ МЕТОДИК РАДИОАКУСТИЧЕСКОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ. СООБЩЕНИЕ 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Разработка эксперимента по сравнительной оценке погрешностей измерения температуры воздуха радиоакустическим зондированием (РАЗ) атмосферы в различных метеоусловиях позволила выделить в качестве объекта исследования две методики РАЗ для дистанционной

регистрации вертикального распределения температуры в пограничном слое: методику «Точка» — с подстройкой под условие Брэгга по трассе зондирования и методику «Трасса» — без подстройки. Уже первые измерения температуры воздуха аппаратурой РАЗ показали большую изменчивость профилей температуры. Для сглаживания последних производится усреднение данных зондирования за интервалы времени, принятые для усреднения в метеорологии (2, 3, 10, 15 мин), однако и после такой операции наблюдается заметная изрезанность профилей по сравнению с результатами, полученными метеодатчиками. Эта особенность РАЗ позволяет исследовать интенсивность и характер пульсаций температуры воздуха в пограничном слое, определяющих условия распространения УКВ в тропосфере и динамику образования и рассеяния тумана различного происхождения. Чтобы выделить часть дисперсии флюктуаций температуры, характеризующую атмосферные пульсации температуры воздуха, необходимо оценить дисперсию, обусловленную аппаратурой и методикой РАЗ атмосферы.

При натуральных испытаниях дециметровая система РАЗ была размещена на экспериментальном метеорологическом полигоне (ЭМП), удаленном от берега моря на расстояние 500 м. Метеонаблюдения велись с помощью штатных датчиков, установленных на метеомачте на уровнях 2 и 14 м. В некоторых случаях использовались данные радиозонда. Расстояние между контрольно-измерительным участком с метеодатчиками и РАЗ составляло 125 м, перепад высот над уровнем моря — 5 м; расстояние от ЭМП до площадки РЗ — 7 км.

Регистрация вертикальных профилей температуры воздуха по указанным выше методикам выполнялась в различных метеорологических условиях. Основным фактором, усложняющим РАЗ, был ветер. Горизонтальный перенос зондирующего пакета звуковых волн относительно антенного устройства средним ветром при неизменяющейся с высотой скорости ветра определялся по формуле $d = VR/C_{зв}$ (1), где $C_{зв}$ — скорость звука; V — скорость ветра; R — высота зондирования. В ходе эксперимента установлено, что методика «Трасса» более эффективна в случае, если скорость ветра в зондируемом слое не превышает 3 м/с. В реальных условиях зондирования методика «Точка» целесообразна при скоростях ветра, больших 3—4 м/с. При этом кроме подстройки частоты звукового генератора и ориентирования антенного устройства дополнительно требуется перемещение, акустического излучателя против направления ветра на расстояние, компенсирующее горизонтальный перенос пакета излучаемых звуковых волн. Если информация о вертикальном распределении скорости ветра отсутствовала, действие ветра на пакет компенсировалось последовательным передвижением акустического излучателя на расстояние 0,5—3 м. На время перемещения последнего звуковой генератор выключался, а специализированное вычислительное устройство (СВУ) «Электроника ДЗ-28» переводилось в режим ожидания. После установки акустического излучателя включался генератор звуковых импульсов и производилась подстройка его частоты под условие Брэгга на следующем высотном уровне измерения температуры до достижения максимального отношения сигнал-шум. Затем СВУ производит на-

копление данных зондирования и вычисление температуры. Перемещение акустического излучателя увеличивает время регистрации результирующего профиля.

Регистрация профиля температуры по методике «Точка» в целях оценки ее дисперсии при скорости ветра на максимальной высоте зондирования 7 м/с выполнялась 4 октября 1985 г. Корректное применение статистических методов при обработке данных температурного зондирования, в частности, для построения доверительных интервалов погрешности профиля методом РАЗ, требует знания функции распределения погрешностей измерения данным методом. В настоящее время она не известна. Поэтому для установления доверительных границ погрешностей функция определялась экспериментально. Сначала находилось отклонение текущего значения температуры от среднего на заданном уровне зондирования, т. е. $\Delta T = T_i - \bar{T}$. Затем по критерию Пирсона (или по расчетам коэффициентов асимметрии и эксцесса) оценивалось соответствие эмпирического распределения отклонений температуры ΔT нормальному распределению. В большинстве случаев принималась гипотеза о нормальном распределении отклонений ΔT , а чтобы построить доверительные границы, использовался известный способ [1]. Если экспериментальная функция распределения значительно отклонялась от нормального распределения, то доверительная случайная погрешность ϵ_0 вычислялась согласно [1] $\epsilon_0(\alpha) = \sigma_T \delta$ (2).

Здесь α — доверительная вероятность, $\alpha = 1 - 1/\delta^2$; δ — квантиль распределения; σ_T — оценка среднеквадратичного отклонения температуры. Когда распределение погрешностей было одномодальным и симметричным, квантиль δ выбирался в соответствии с формулой $\alpha = 1 - H/(q\delta^2)$ (3).

Доверительная вероятность принималась $\alpha = 0,95$, а для определения среднеквадратичного отклонения случайной погрешности измерения температуры использовалось соотношение (1)

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2}{n(n-1)}}, \quad (4)$$

где n — число отдельных измерений на каком-либо уровне.

На рис. 1 изображены вертикальные профили температуры воздуха с рассчитанными доверительными интервалами. Знаком \times обозначен профиль температуры, построенный при таких данных радиовонда «Марз-1»:

R, м 16, 38, 72, 119, 140, 147, 170, 218, 242, 276, 284, 316
 V, м/с 1,5; 2; 1; 2,3; 2,8; 3,0; 3,3; 3,8; 4,9; 5,3; 6,2; 6,4; 7,1

Представленные профили указывают на наличие инверсии температуры в зондируемом слое, причем со временем верхняя граница инверсии смещается в сторону больших высот. С увеличением высоты зондирования дисперсия температуры обнаруживает тенденцию к росту. Увеличение дисперсии на высотах 180 м (время зондирования 00 ч 05 мин)

и 250 м (01 ч 22 мин) по сравнению со средним значением для про- свидетелствует о смещении турбулизованного слоя, обычно размеще- ющегося над верхней границей инверсии, вертикально вверх по мере возрастания мощности последней. Сравнение профилей температуры, полученных аппаратурой РАЗ и датчиками радиозонда, указывает на более широкие возможности метода РАЗ для изучения тонкой структуры нижней части пограничного слоя, поскольку он позволяет производить регистрацию профилей с высоким пространственным разрешением (5 — 10 м) и малой погрешностью (~ 0,1 К).

Эффективность методики «Трасса» при умеренном ветре (4 — 5 м/с) проверялась в условиях возникновения, существования и рассеяния прибрежного адвективного тумана 28 марта 1985 г. Как показывают данные табл. 1, в 14 ч 45 мин (приближение тумана к ЭМП) происходила перестройка профиля температуры, поскольку в слое 30—90 м температура заметно повышалась. В дальнейшем ее повышение распространяется вверх, за пределы высоты зондирования (в программу СВУ был заложен анализ температурного распределения до высоты 150 м). В условиях тумана наблюдалась повышенная изменчивость

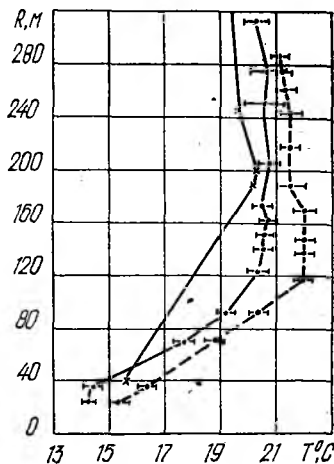


Рис. 1

Таблица 1

| Время наблюдений, ч—мин | Измерения метеодатчиками | | | РАЗ | | | | | | | | | | |
|-------------------------|--------------------------|------------------------|-----------------|------|------|------|------|-----|-----|-----|------|------|------|------|
| | Высота, м | 2 | 14 | 18 | 31 | 45 | 59 | 72 | 86 | 100 | 114 | 128 | 141 | 154 |
| | | Дальность видимость, м | Температура, °C | | | | | | | | | | | |
| 14—05 | 350 | 0,9 | 0,6 | 1,1 | 1,2 | 1,6 | 1,5 | 1,8 | 1,7 | 1,7 | 2,1 | 1,9 | 1,9 | — |
| 14—45 | 400 | 0,6 | 0,2 | 0,95 | 1,9 | 2,2 | 2,0 | 2,0 | 2,3 | 1,1 | 1,1 | 1,45 | 1,1 | 1,5 |
| 15—25 | 250 | 0,6 | 0,2 | 1,5 | 1,9 | 2,15 | 1,46 | 1,9 | 1,9 | 1,5 | 1,5 | 1,25 | 1,5 | 1,5 |
| 15—45 | 270 | 0,3 | —0,1 | 1,0 | 2,5 | 2,3 | 1,9 | 1,8 | 1,9 | 1,9 | 1,0 | 2,0 | 0,7 | 0,16 |
| 16—25 | 240 | 0,7 | — | — | 0,8 | 1,8 | 1,4 | 1,7 | 1,7 | 1,7 | 1,9 | 1,9 | 2,1 | 2,1 |
| 16—27 | — | — | — | 0,7 | 2,2 | 1,8 | 2,3 | 1,7 | 2,2 | 1,7 | 2,0 | 1,9 | 2,1 | 1,9 |
| 16—29 | — | — | — | 0,4 | 2,1 | 2,3 | 2,2 | 2,1 | 1,6 | 1,6 | 2,1 | 1,8 | 2,3 | 2,1 |
| 16—31 | 200 | 0,8 | — | 0,6 | 2,0 | 1,4 | 1,3 | 1,1 | 1,1 | 1,8 | 1,8 | 2,3 | 1,7 | 1,4 |
| 16—33 | — | — | — | 0,5 | 0,9 | 2,4 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 1,9 | 1,9 | 2,1 | 2,6 | 2,4 |
| 16—45 | 180 | 0,6 | — | 1,1 | — | 1,0 | 1,0 | 1,1 | 1,1 | 1,5 | 1,6 | 1,9 | 1,8 | 1,9 |
| 17—00 | 190 | 0,8 | — | 2,1 | 2,1 | 1,7 | 1,6 | 1,8 | 2,1 | 2,1 | 1,7 | 0,9 | — | — |
| 17—30 | 180 | 0,7 | — | 3,9 | 2,9 | 2,1 | 1,8 | 1,3 | 1,3 | 0,8 | —0,3 | —0,7 | —0,7 | 0,3 |
| 19—00 | 1800 | 1,0 | — | 1,0 | —0,5 | —0,7 | —0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,2 | —0,6 | 0,3 | 0,9 | —0,3 |

профиля в зондируемом слое атмосферы, что вызывалось, по-видимому, сильной неоднородностью структуры перемещающегося над ЭМП тумана. Это подтверждается и значениями дисперсии температуры воздуха, приведенными в табл. 2, поскольку они независимо от высоты и времени зондирования колеблются в пределах от $0,001 \text{ K}^2$, что соответствует инструментальной погрешности используемой в эксперименте аппаратуры, до $3,1 \text{ K}^2$. В 17 ч 30 мин началась вторая перестройка профиля, что совпало по времени с началом рассеивания тумана; к 19 ч туман рассеялся. По данным табл. 2, достаточно сложно судить о зависимости погрешности измерения температуры от высоты зондирования.

Таблица 2

| Время наблюдений, ч — мин | Дальность видности, м | Дисперсия флуктуаций температуры на высотах, м | | | | | | | | | | |
|---------------------------|-----------------------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 18 | 31 | 45 | 59 | 72 | 86 | 100 | 114 | 128 | 141 | 154 |
| 14—45 | 400 | 0,005 | 0,002 | 0,030 | 0,015 | 0,010 | 0,100 | 0,077 | 0,380 | 0,040 | 0,310 | 0,160 |
| 15—25 | 250 | 0,038 | 0,003 | 0,001 | 0,004 | 0,013 | 0,017 | 0,006 | 0,110 | 0,001 | 2,500 | 0,001 |
| 15—45 | 270 | 0,001 | 0,040 | 0,041 | 0,054 | 0,004 | 3,100 | 0,220 | 0,470 | 0,057 | 0,130 | 0,240 |
| 17—00 | 190 | 0,003 | 0,003 | 0,002 | 0,001 | 0,001 | 0,150 | 0,031 | 0,650 | 0,030 | — | — |
| 17—30 | 180 | 0,017 | 0,020 | 0,006 | 0,009 | 0,006 | 0,004 | 0,005 | 0,027 | 0,050 | 0,068 | 0,003 |
| 19—00 | 1800 | 0,001 | 0,008 | 0,002 | 0,001 | 0,017 | 0,002 | 0,040 | 0,060 | 0,080 | 0,310 | 0,300 |

По результатам регистрации профиля в соответствии с методикой «Точка» в штилевых условиях (4 октября 1985 г.) определены среднее значение и дисперсия температуры для каждого уровня зондирования (табл. 3). Максимальная высота зондирования составляла 350 м. Анализ данных расчета показывает, что с ростом высоты зондирования до 100 м дисперсия температуры падает, в интервале высот 100—250 м остается постоянной и с дальнейшим увеличением высоты повышается. Такой характер изменения дисперсии сохраняется и по результатам последующего зондирования. Аномальные значения дисперсии на высоте 272 м (время зондирования 20 ч 10 мин) $\sigma_T^2 = 1,35 \text{ K}^2$, на высоте 194 м (20 ч 30 мин) $\sigma_T^2 = 0,9 \text{ K}^2$ и на высоте 122 м (120 ч 50 мин) $\sigma_T^2 = 0,84 \text{ K}^2$ свидетельствуют об оседании с течением времени какого-либо турбулизованного слоя атмосферы, например, внутренних гравитационных волн.

На рис. 2 показаны экспериментальные зависимости дисперсии температуры от высоты, полученные с помощью методик «Трасса» (сплошная линия) и «Точка» (пунктирная). Видно, что зависимости носят различный характер: если применяется методика «Трасса», дисперсия минимальна на высоте, где согласованы длины волн электромагнитного и звукового излучений, отношение сигнал-шум максимально; при использовании методики «Точка» дисперсия температуры монотонно возрастает. Кривая зависимости дисперсии температуры от высоты при зондировании по методике «Трасса» может аппроксимироваться законом арксинуса, описывающего распределение погреш-

| Время, ч | 20—10 | | | 20—20 | | | 20—30 | | | 20—40 | | | 20—50 | | |
|-------------|----------------|--------------|----|----------------|--------------|----|----------------|--------------|----|----------------|--------------|----|----------------|--------------|----|
| | \bar{T} , °C | σ_T^2 | N | \bar{T} , °C | σ_T^2 | N | \bar{T} , °C | σ_T^2 | N | \bar{T} , °C | σ_T^2 | N | \bar{T} , °C | σ_T^2 | N |
| 40,8 | — | — | — | 18,4 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 54,4 | 20,89 | 1,26 | 2 | 18,9 | — | 1 | 19,25 | 2,14 | 4 | 19,83 | — | 1 | — | — | — |
| 68 | 20,08 | 1,75 | 15 | 19,93 | 1,35 | 15 | 19,85 | 1,51 | 9 | 20,54 | 1,75 | 4 | 21,26 | 1,34 | 11 |
| 81,6 | 19,61 | 1,0 | 21 | 19,79 | 0,85 | 21 | 19,46 | 1,03 | 2 | 19,45 | 0,93 | 22 | 19,41 | 1,2 | 25 |
| 95,2 | 20,09 | 0,52 | 24 | 19,84 | 0,65 | 22 | 19,89 | 1,36 | 23 | 19,58 | 0,43 | 26 | 20,62 | 1,11 | 22 |
| 108,8 | 20,10 | 0,52 | 26 | 19,68 | 0,24 | 25 | 19,64 | 0,52 | 25 | 19,56 | 0,28 | 26 | 20,04 | 0,43 | 26 |
| 122,4 | 19,88 | 0,26 | 26 | 19,57 | 0,14 | 25 | 19,42 | 0,14 | 25 | 19,55 | 0,14 | 26 | 19,82 | 0,84 | 26 |
| 136,0 | 19,84 | 0,2 | 26 | 19,48 | 0,13 | 25 | 19,44 | 0,13 | 25 | 19,58 | 0,1 | 26 | 19,76 | 0,17 | 26 |
| 149,6 | 19,8 | 0,23 | 26 | 19,42 | 0,15 | 25 | 19,47 | 0,11 | 25 | 19,7 | 0,1 | 26 | 19,78 | 0,17 | 26 |
| 163,2 | 19,72 | 0,24 | 26 | 19,44 | 0,17 | 25 | 19,5 | 0,15 | 25 | 19,75 | 0,08 | 26 | 19,76 | 0,16 | 26 |
| 176,8 | 19,68 | 0,22 | 26 | 19,47 | 0,13 | 25 | 19,53 | 0,12 | 25 | 19,77 | 0,1 | 26 | 19,84 | 0,14 | 26 |
| 190,4 | 19,61 | 0,17 | 26 | 19,48 | 0,12 | 25 | 19,5 | 0,9 | 25 | 19,67 | 0,09 | 26 | 19,72 | 0,11 | 26 |
| 204,02 | 19,6 | 0,21 | 26 | 19,41 | 0,13 | 25 | 19,41 | 0,15 | 25 | 19,63 | 0,09 | 26 | 19,62 | 0,09 | 26 |
| 217,61 | 19,42 | 0,16 | 26 | 19,37 | 0,11 | 25 | 19,32 | 0,16 | 25 | 19,53 | 0,1 | 26 | 19,55 | 0,12 | 26 |
| 231,21 | 19,38 | 0,2 | 26 | 19,35 | 0,11 | 25 | 19,2 | 0,14 | 25 | 19,36 | 0,1 | 26 | 19,57 | 0,12 | 26 |
| 244,81 | 19,29 | 0,22 | 26 | 19,28 | 0,13 | 25 | 19,25 | 0,16 | 25 | 19,26 | 0,09 | 26 | 19,51 | 0,12 | 26 |
| 258,41 | 19,1 | 0,25 | 26 | 19,27 | 0,21 | 25 | 19,19 | 0,18 | 25 | 19,2 | 0,15 | 26 | 19,59 | 0,27 | 26 |
| 272,01 | 19,01 | 1,35 | 26 | 19,26 | 0,22 | 25 | 19,10 | 0,23 | 25 | 19,22 | 0,15 | 26 | 19,21 | 0,41 | 26 |
| 285,61 | 18,99 | 0,37 | 25 | 19,2 | 0,36 | 25 | 19,11 | 0,63 | 23 | 19,14 | 0,15 | 26 | 18,58 | 1,13 | 25 |
| 293,21 | 19,11 | 0,6 | 22 | 19,1 | 0,58 | 25 | 18,81 | 0,62 | 22 | 19,03 | 0,26 | 26 | 18,7 | 1,58 | 10 |
| 312,81 | 18,72 | 0,92 | 21 | 18,68 | 0,55 | 19 | 18,92 | 1,24 | 10 | 18,83 | 0,46 | 26 | 20,04 | — | 1 |
| 326,41 | 18,85 | 1,31 | 16 | 18,37 | 1,5 | 13 | 18,47 | 1,76 | 8 | 17,99 | 1,65 | 19 | — | — | — |
| 340,01 | 19,35 | 1,57 | 6 | 18,54 | 1,23 | 4 | — | — | — | 17,03 | 1,63 | 3 | — | — | — |
| 353,61 | — | — | — | 17,39 | 0,39 | 2 | — | — | — | — | — | — | — | — | — |

ностей измерения при синусоидальных процессах. Здесь это функция $(\sin x/x)^2$, характеризующая брэгговское рассеяние.

Минимальные дисперсии температуры, полученные с помощью обеих рассматриваемых методик в условиях, благоприятных для их

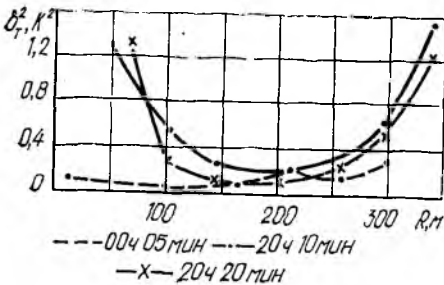


Рис. 2

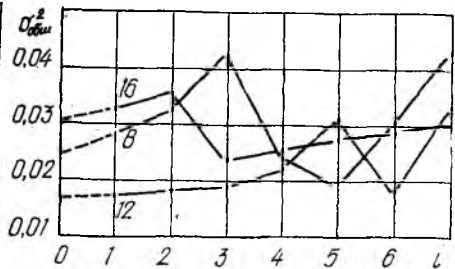


Рис. 3

применения, совпадают. Поэтому представляет интерес определение инструментальной погрешности аппаратуры РАЗ на основе экспериментальных данных. В работе [2] сделана попытка оценить погрешность измерения метеовеличин методом РАЗ, проанализировав среднеквадратичное отклонение результатов измерений метеовеличин аппарату-

рой РАЗ и метеодатчиками высотной метеомачты. Среднеквадратичные отклонения не превышают по скорости ветра $\sigma_v = 0,5 \div 1,5$ м/с, по направлению $\sigma_\varphi = 5 \div 15^\circ$, по температуре воздуха $\sigma_T = 0,2 \div 0,8$ К, при этом среднеквадратичные отклонения имели большие значения в случае повышенных скоростей ветра. Полученные результаты не в полной мере характеризуют погрешность измерения метеовеличин, в частности температуры воздуха, методом РАЗ, поскольку для проведения сравнительных измерений в целях оценки погрешностей вновь разрабатываемых средств необходимо привлекать в качестве эталонных такие средства, погрешность которых ниже погрешности проверяемых устройств в 5—10 раз, т. е. $\sigma_s = (0,1 \div 0,2) \sigma_{изм}$ [1]. Для датчика температуры высотной метеомачты $\sigma_{ТВММ} = 0,2 \div 0,3$ К, что превышает теоретически рассчитанную инструментальную погрешность измерения температуры воздуха аппаратурой РАЗ. В связи с этим погрешность измерения температуры воздуха посредством РАЗ определяли методом экстраполяции структурной функции, нередко применяемым для оценки точности метеорологических измерений [3]. Он предполагает экстраполяцию экспериментальной кривой средних квадратов разностей метеовеличин по ее ходу на известном интервале до интервала, близкого к нулю. При экстраполяции кривая $\sigma_{общ}^2(l)$, когда $\sigma_{общ}^2(l = 0)$, отсекает на оси ординат отрезок, равный удвоенному квадрату погрешности метода измерений: $\sigma_{изм}^2 = 1/2\sigma_{общ}^2$.

На рис. 3 сплошной линией показаны структурные функции пульсаций температуры, а пунктирной — результаты экстраполяции экспериментальной кривой до нуля. Для расчета структурной функции использовались данные измерения температуры на 8-м уровне (высота 122 м), на 12-м уровне (176 м) и на 16-м уровне (231 м). Погрешность измерения температуры методом РАЗ, полученная экстраполяцией структурной функции, равна соответственно 0,11; 0,09 и 0,13 К, что совпадает с инструментальной погрешностью, рассчитанной теоретически.

Методика «Точка» позволяет регистрировать вертикальные профили температуры с постоянной погрешностью до тех высот, для которых отношение сигнал-шум имеет значение не ниже 10; с уменьшением отношения сигнал-шум менее 10 погрешность начинает монотонно возрастать. Время зондирования в этом случае при усреднении 16 отсчетов на каждом уровне, высоте зондирования 340 м и разрешающей способности 13,4 м составляет около 6 мин. Необходимость перемещения акустического излучателя для компенсации сдвигающего действия ветра увеличила общее время регистрации вертикального профиля до 10 мин. Сокращение времени регистрации достигается автоматизацией управления перемещением акустического излучателя и подстройки звукового генератора, а также повышением стабильности частоты радиосигнала. Время, затрачиваемое на дистанционную регистрацию вертикального профиля температуры системой РАЗ, значительно меньше по сравнению с приведенным в работе [4]. Дополнительное сокращение времени регистрации профиля возможно с учетом того, что выше приземного слоя (75—100 м) градиент температуры

имеет значительно меньшие значения. Это и позволяет увеличить расстояние между уровнями регистрации температуры (см. рис. 1).

Использование методики «Трасса» эффективно при малых скоростях ветра и стратификации атмосферы, близкой к изотермической. Общее время регистрации вертикального профиля — одна минута. Однако для стабилизации инструментальной погрешности по всей трассе зондирования в аппаратуру аналоговой обработки принимаемых сигналов целесообразно ввести устройства, обеспечивающие постоянство напряжения доплеровской частоты на входе периодомера: автоматическая регулировка усиления, ограничение, усилитель с нелинейной характеристикой. Их отсутствие в системе РАЗ приводит к появлению большой погрешности измерения на высотах, где не выполняется условие Брэгга, что затрудняет определение температурного градиента.

В случае среднего ветра и изотермической атмосферы возможно комбинирование рассмотренных методик зондирования. Смешанная методика позволит проводить кусочную регистрацию результирующего профиля температуры.

Таким образом, в штилевых условиях и при слабом ветре (3 — 4 м/с) в зондируемом слое атмосферы целесообразно использование методики «Трасса», а если скорость ветра более 3—4 м/с — эффективнее методика «Точка». При стабилизации уровня входного напряжения периодомера (методика «Трасса») инструментальная погрешность измерения температуры для обеих методик практически равна 0,1 К.

Время регистрации вертикального профиля температуры до высоты 300—340 м составляет по методике «Трасса» 1 мин, по методике «Точка» — 10 мин.

Список литературы: 1. Рабинович С. Г. Погрешности измерений. — Л.: Энергия, 1978. — 261 с. 2. Бабкин С. И., Прошкин Е. Г., Ульянов Ю. Н. Экспериментальные результаты температурно-ветрового зондирования атмосферы радиоакустическим методом // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1985. — 20, № 6. — С. 495 — 500. 3. Решетов В. Д. Изменчивость метеорологических элементов в атмосфере. — Л.: Гидрометеиздат, 1973. — 215 с. 4. Каллистратова М. А., Кон А. И. Современный взгляд на метод радиоакустического зондирования атмосферы // VIII Всесоюз. симп. по лазерному и акуст. зондированию атмосферы: Тез. докл. — Томск, 1984. — Ч. 2. — С. 82 — 91.

Поступила в редакцию 10.02.86

**РЕКУРРЕНТНАЯ ПРОЦЕДУРА НАХОЖДЕНИЯ СТАТИСТИКИ
ФОТООТСЧЕТОВ АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННОГО
ГАУССОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ЛОРЕНЦЕВЫМ
СПЕКТРАЛЬНЫМ КОНТУРОМ**

Известные методы нахождения статистических характеристик фотоотсчетов гауссового оптического излучения с лоренцевым спектральным контуром линии относятся к случаю неизменной с течением времени средней интенсивности потока фотонов. Если оптическое излучение подвергнуто временной модуляции (сканирование), вероятность $P(m)$ зарегистрировать m фотоотсчетов за интервал наблюдения T будет отличаться от найденной, отражая тем самым закон модуляции $\varepsilon(t)$ [1]. Вероятность отсчетов записываем в виде

$$P(m) = -\frac{1}{2\pi i} \oint \frac{d\lambda}{(1-\lambda)^{m+1}} Q(\lambda), \quad (1)$$

где $Q(\lambda)$ — производящая функция фотоотсчетов,

$$Q(\lambda) = \left\langle \exp \left\{ -\lambda \int_0^T dt \varepsilon(t) |\alpha(t)|^2 \right\} \right\rangle, \quad (2)$$

$\langle \dots \rangle$ означает среднее по континууму случайного процесса $\alpha(t)$ -комплексной амплитуды гауссова оптического излучения в интервале $(0, T)$. Пусть $\alpha(t)$ — нормальный марковский процесс [2] с интенсивностью $\langle |\alpha(t)|^2 \rangle = \sigma_\alpha$. Согласно работе [3]

$$Q(\lambda) = \int d^2\alpha_0 \omega(\alpha_0) \int d^2\alpha \Psi(\alpha, t; \alpha_0, 0) |_{t=T}. \quad (3)$$

Здесь равновесная плотность $\omega(\alpha_0) = (\pi\sigma_\alpha)^{-1} \exp(-|\alpha_0|^2/\sigma_\alpha)$, а введенная Ψ — функция является решением уравнения (ν — ширина контура линии излучения)

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi = 2 \operatorname{Re} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\nu \alpha \Psi) + 2\nu\sigma_\alpha \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha \partial \alpha^*} - \lambda \varepsilon(t) |\alpha|^2 \Psi \quad (4)$$

с начальным условием $\Psi(\alpha, 0; \alpha_0, 0) = \delta^{(2)}(\alpha - \alpha_0)$. Найти его аналитическое решение для произвольной функции $\varepsilon(t)$ невозможно. Чтобы получить количественные характеристики $P(x)$, рассмотрим приближенные определения математического ожидания (2). Заменим $\varepsilon(t)$ кусочно-ломаной функцией $E(t)$ такой, что $E(t_l) = \varepsilon(t_l)$, где $l = 1, \dots, L$, и $t_L = T$. Для достаточно большого числа L разбиений

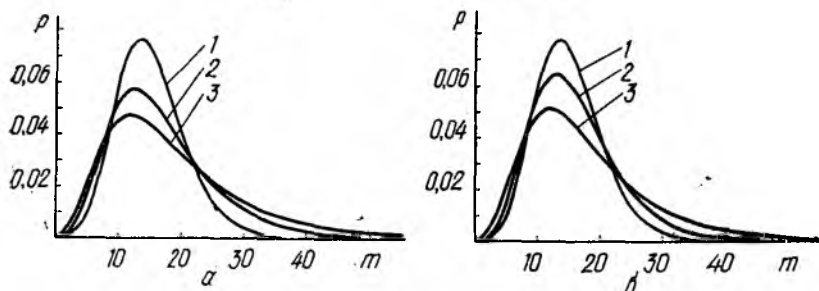
$$Q(\lambda) \simeq Q_L(\lambda) = \left\langle \exp \left\{ -\lambda \int_0^T dt E(t) |\alpha(t)|^2 \right\} \right\rangle. \quad (5)$$

Полагая $E(t)$ постоянной внутри каждого из подынтервалов (t_i, t_{i+1}) и равной $\varepsilon(t_i)$, приближаем соотношение (2) квадратурой $(L+1)$ -й кратности

$$Q_L(\lambda) = \int d^2\alpha_0 \omega(\alpha_0) \int d^2\alpha_1 \Psi(\alpha_1, t_1; \alpha_0, 0) \dots \int d^2\alpha_L \Psi(\alpha_L, t_L; \alpha_{L-1}, t_{L-1}). \quad (6)$$

Согласно работе [4] для Ψ -функции, отвечающей произвольному подынтервалу (t_{i-1}, t_i) , найдем

$$\Psi(\alpha_i, t_i; \alpha_{i-1}, t_{i-1}) = \frac{r_i q_i \exp(\Delta v_i)}{\pi v \sigma_\alpha (1 - q_i^2)} \exp\left\{ \frac{r_i - v}{2v\sigma_\alpha} (|\alpha_i|^2 - |\alpha_{i-1}|^2) - \frac{r_i}{v\sigma_\alpha} (1 - q_i^2)^{-1} |\alpha_i - q_i \alpha_{i-1}|^2 \right\}, \quad (7)$$



где $\Delta_i = t_i - t_{i-1}$; $r_i = (v^2 + 2\lambda\varepsilon(t_i)v\sigma_\alpha)^{1/2}$; $q_i = \exp(-r_i\Delta_i)$. В силу гауссовости функций (7) и $\omega(\alpha_0)$ имеем $Q_L(\lambda) = \pi N_L S_L \exp(vT)$ (8). В этом случае N_L , S_L определяются как результат рекуррентных соотношений

$$N_i = N_{i-1} \frac{2S_{i-1}q_i r_i}{S_{i-1}(r_i - v + q_i^2 r_i + q_i^2 v) + 2v\sigma_\alpha(1 - q_i^2)}; \quad (8)$$

$$S_i = \frac{S_{i-1}(r_i - v + q_i^2 r_i + q_i^2 v) + 2v\sigma_\alpha(1 - q_i^2)}{S_{i-1}\lambda\varepsilon(t_i)(1 - q_i^2) + r_i + v + q_i^2 r_i - q_i^2 v} \quad (9)$$

при начальных условиях $N_0 = (\pi\sigma_\alpha)^{-1}$, $S_0 = \sigma_\alpha$.

Формулы (8), (9) вместе с (1) содержат решение поставленной задачи. На рисунке представлены расчетные зависимости вероятности $P(m)$ для двух функций временной модуляции $\varepsilon(t)$, выбранных так,

что $\int_0^T dt \varepsilon(t) = T$ и $\langle m \rangle = \sigma_\alpha T$. Исходные данные: $\sigma_\alpha = 1,0$; $T = 15$;

$v = 1,0$. Для позиции а $\varepsilon(t) = \mu T \exp(\mu t) / (\exp(\mu T) - 1)$. Здесь $1 - \mu = 0,05$; $2 - 0,5$; $3 - 1,0$. Для позиции б $\varepsilon(t) = (1 + \mu)(t/T)^\mu$. Соответственно $1 - \mu = 0$; $2 - 3,0$; $3 - 10,0$. Как видно из рисунка, неоднородность функции $\varepsilon(t)$ приводит к уменьшению номера канала, на который приходится $\text{таж } P(m)$, и к затягиванию «хвоста» распределения $P(m)$, которое тем сильнее, чем более отлична от константы функция $\varepsilon(t)$. Для воспроизведения результата (позиция б, кривая 1), полученного в работе [4], оказалось достаточным выбрать $L = 40$.

Список литературы: 1. *Bedard G.* Photon counting statistics of gaussian light // *Phys. Rev.*— 1966.— 151.— P. 1038—1039. 2. *Тихонов В. И., Миронов М. А.* Марковские процессы.— М.: Сов. радио, 1977.— 488 с. 3. *Кац М.* Вероятность и смежные вопросы в физике.— М.: Мир, 1965.— 406. с. 4. *Ласкин Н. В., Мазманишвили А. С.* Статистика отсчетов когерентного сигнала на фоне шума // *Укр. физ. журн.*— 1983.— Т. 28.— С. 1871—1873.

Поступила в редколлегию 15.04.86

УДК 621.391

И. Н. ПРЕСНЯКОВ, канд. техн. наук, *М. И. КОЧКИН*, канд. техн. наук,
С. С. СМОЛЬЯНИНОВ, канд. техн. наук, *В. А. БУТ*

НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ИОНОСФЕРЕ ПО СИГНАЛАМ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ

При исследовании ионосферы методом некогерентного рассеяния (НР) радиоволн принимаемый сигнал можно считать нормальным случайным процессом, полностью характеризующимся на интервале стационарности своей мощностью и автокорреляционной функцией (АКФ) или энергетическим спектром (ЭС) [1].

В связи с этим на существующих измерительных комплексах НР в качестве первичной обработки принимаемого сигнала производится измерение высотных профилей мощности АКФ или ЭС (первичная обработка). По этим данным оцениваются физические параметры ионосферы (вторичная обработка) путем сравнения по заданному критерию с теоретическими моделями.

Основной недостаток такой методики — неадекватность получаемых оценок и реальных значений ионосферных параметров в условиях динамичной ионосферы, что связано с использованием временного накопления для образования достаточной статистики НР сигнала с требуемой для оценки параметров точностью. Интервал накопления, определяемый в основном энергетическим потенциалом РЛС НР, в настоящее время составляет несколько минут. Это превышает характерное время эволюции состояния ионосферной плазмы, особенно в полярных широтах, в периоды геомагнитных бурь, солнечных вспышек, искусственных возмущений.

Для адекватного решения задачи оценивания динамических процессов в ионосфере по сигналам НР требуется существенное сокращение интервала накопления первичных характеристик наблюдаемых сигналов. Такая возможность в практике обработки НР сигналов имеется, поскольку период изменчивости динамических процессов в ионосфере почти всегда значительно превышает временной интервал выборки сигнала. Это позволяет сократить время накопления первичной обработки до интервала, на котором параметры динамики ионосферы можно считать постоянными. Однако существенным ограничением такого подхода является значительное уменьшение соотношения

сигнал-шум в первичной оценке статистических характеристик некогерентно рассеянных сигналов.

Рассматриваются возможности синтеза алгоритмов двухэтапной обработки НР сигналов. На первом этапе решается задача оценки их статистических характеристик с временным разрешением, достаточным для неискаженного оценивания изменяющихся физических параметров ионосферной плазмы. На втором этапе с учетом моделей динамических процессов синтезируются алгоритмы оптимальной фильтрации изменяющихся ионосферных параметров на фоне шумов, вызванных первичной обработкой.

В соответствии с законами сохранения для ионосферной плазмы поведение ее основных параметров можно описывать следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_m}{\partial t} &= \sum P_m - N_m \sum L_m - \vec{\nabla} \varphi_m + \xi_i^N; \\ c_i \frac{\partial T_i}{\partial t} &= Q - L_{ii} - L_{in} + \vec{\nabla} (K_i \vec{\nabla} T_i) + \xi_i^T; \\ C_i \frac{\partial T_i}{\partial t} &= L_{ii} - L_{in} + \vec{\nabla} (K_i \vec{\nabla} T_i) + \xi_i^T; \\ C_n \frac{\partial T_n}{\partial t} &= L_{in} + \vec{\nabla} (K_n \vec{\nabla} T_n) + \xi_n^T. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь индекс m обозначает вид частиц (электроны, ионы, нейтралы) N_m , $\sum P_m$, $\sum L_m$, φ_m , T_m — концентрация, сумма источников, суммарная частота потерь, поток и температура частиц данного вида; Q — приток энергии электронов; L_{ii} , L_{in} , L_{in} — потери энергии при электрон-электронных, электрон-нейтральных, ион-нейтральных взаимодействиях; C_m , K_m — коэффициенты теплоемкости и теплопроводности соответствующих частиц; $\vec{\nabla}$ — векторный оператор частных производных по пространственным координатам; случайные процессы ξ_i^N , ξ_i^T , ξ_i^T , ξ_n^T описывают флюктуационные составляющие в уравнениях поведения ионосферных параметров, которые заданы своими изменяющимися во времени корреляционными функциями R_i^N , R_i^T , R_i^T , R_n^T .

Система (1), описывающая состояние исследуемого объекта ионосферной плазмы, представляется в общем виде:

$$\frac{\partial \vec{A}(t)}{\partial t} = \vec{F}[\vec{A}(t)] + \vec{G}(t) \vec{W}(t), \quad (2)$$

где $\vec{F}(\cdot)$ — нелинейный векторный оператор; $\vec{G}(t)$ — модуляционная матрица; $\vec{W}(t)$ — реализация белого шума. Слагаемое $\vec{G}(t) \vec{W}(t)$ описывает флюктуационную составляющую в поведении рассматриваемой динамической системы.

На входе системы обработки наблюдается сигнал $y(t) = x(t, \vec{A}) + n(t)$ (3), где $n(t)$ — аддитивные собственные и внешние шумы приемной системы, причем $x(t, \vec{A})$, $n(t)$ — статистически независимы и на практике соотношения сигнал-шум значительно меньше единицы.

Поскольку наблюдаемый сигнал представляет собой случайный процесс, связь его информационных параметров устанавливается через статистические характеристики. Учитывая отмеченные выше предположения относительно соотношений в динамике процессов в ионосфере и интервалов накопления первичных характеристик, уравнение наблюдения записываем как $\vec{R}^*(t) = \vec{R}[\vec{A}(t)] + \vec{N}(t)$ (4). Здесь $\vec{R}^*(t)$ — оценка достаточной статистики сигнала $y(t)$, наблюдаемого в интервале $[t_0, t]$; $\vec{R}[\vec{A}(t)]$ — модель статистики НР сигнала; $\vec{N}(t)$ — остаточный шум, который в рассматриваемом случае можно считать белым в силу физической природы аддитивных шумов антенн и соотношения сигнал-шум на входе.

Формулу (4) представим в виде стохастического дифференциального уравнения в форме Ито [2]:

$$d\vec{R}^*(t) = \vec{R}[\vec{A}(t)] dt + d\mathbf{v}(t), \quad \vec{R}^*(t_0) = \vec{R}_0^*, \quad t > t_0, \quad (5)$$

где $d\mathbf{v}(t) = \vec{N}(t) dt$, причем $M\{\vec{v}(t)\} = 0$; $M\{\vec{v}(t)\vec{v}^T(t)\} = N_v$ — симметричная положительно определенная матрица. Процесс $\vec{v}(t)$ при условии, что $\vec{N}(t)$ — белый шум, определяет винеровский процесс, поэтому $d\vec{R}^*(t)$ — марковский процесс с ненулевым средним.

Формула (2) определяет непрерывный векторный марковский процесс с конечными вторыми моментами. Если известна априорная плотность вероятности $P(\vec{A}_0)$ вектора состояния в начальный момент времени t_0 , то эволюция во времени плотности вероятности $P(\vec{A}(t))$ процесса, описываемого выражением (2), удовлетворяет уравнению второго порядка в частных производных Фоккера — Планка.

На основании (2), (5) можно получить модифицированное уравнение Фоккера — Планка, описывающего эволюцию во времени апостериорного распределения $P[\vec{A}(t)/\vec{R}^*(t)]$, в котором заключена вся искомая информация о реализации вектора состояния $\vec{A}(t)$ при условии, что наблюдается процесс $\vec{R}^*(t)$.

Решение модифицированного уравнения Фоккера — Планка в общем виде получено Стратоновичем [3]. Это решение является неявным и в рассматриваемом случае записывается в виде

$$\frac{\partial \hat{A}(t)}{\partial t} = M\{\vec{F}(\vec{A}(t))\} + M\{\vec{A}(t) - \hat{A}(t)\} \vec{R}[\vec{A}(t)] \times \\ \times \vec{N}_v^{-1}\{\vec{R}^*(t) - M[\vec{R}(\vec{A}(t))]\}. \quad (5a)$$

Уравнение (5a) определяет оптимальную оценку $\hat{A}(t)$ вектора состояния, однако непосредственное его решение невозможно. На практике приходится использовать приближенные алгоритмы нелинейной фильтрации. Для их получения предположим, что $\vec{F}[\vec{A}(t)$, $\vec{R}[\vec{A}(t)]$ можно

разложить в ряды Тейлора относительно оптимальной оценки

$$\begin{aligned} \widehat{\vec{A}}(t) &= \|\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_k\|; \\ \vec{F}[\vec{A}(t)] &= \vec{F}[\widehat{\vec{A}}(t)] + \left\{ \sum_{i=1}^k (a_i - \hat{a}_i) \frac{\partial}{\partial a_i} \vec{F}[\vec{A}(t)] + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k (a_i - \hat{a}_i)(a_j - \hat{a}_j) \frac{\partial^2}{\partial a_i \partial a_j} \vec{F}[\vec{A}(t)] \right\} \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \vec{R}[\vec{A}(t)] &= \vec{R}[\widehat{\vec{A}}(t)] + \left\{ \sum_{i=1}^k (a_i - \hat{a}_i) \frac{\partial}{\partial a_i} \vec{R}[\vec{A}(t)] + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k (a_i - \hat{a}_i)(a_j - \hat{a}_j) \frac{\partial^2}{\partial a_i \partial a_j} \vec{R}[\vec{A}(t)] \right\} \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Ограничиваясь в выражениях (6), (7) линейными или квадратичными членами, имеем уравнение фильтрации первого и второго порядков [4]. Для приближения первого порядка уравнение оценки имеет вид

$$\frac{\partial \widehat{\vec{A}}(t)}{\partial t} = \vec{F}[\widehat{\vec{A}}(t)] + \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{R}^T(\vec{A})}{\partial \vec{A}} N_v^{-1} [\vec{R}^* - \vec{R}(\vec{A})] \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}. \quad (8)$$

Запишем уравнение ковариационной матрицы ошибок $\vec{K}(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{K}(t)}{\partial t} &= \left[\frac{\partial \vec{F}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \vec{K}(t) + \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{F}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} - \right. \\ &- \left. \vec{K}(t) \frac{\partial}{\partial \vec{A}} \left\{ \left[\frac{\partial \vec{R}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \right]^T N_v^{-1} \frac{\partial \vec{R}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \right\} K(t) \right] \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}} \end{aligned} \quad (9)$$

Для приближения второго порядка уравнение оценки имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \widehat{\vec{A}}(t)}{\partial t} &= \vec{F}(\widehat{\vec{A}}) + \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \vec{F}(\vec{A})}{\partial \vec{A}^2} : \vec{K}(t) + \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{R}^T(\vec{A})}{\partial \vec{A}} N_v^{-1} \times \right. \\ &\times \left. \left\{ \vec{R}^* - \vec{R}(\vec{A}) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \vec{R}(\vec{A})}{\partial \vec{A}^2} : \vec{K}(t) \right\} \right] \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение для вычисления ковариационной матрицы ошибок:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{K}(t)}{\partial t} &= \left\{ \frac{\partial \vec{F}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \vec{K}(t) + \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{F}^T(\vec{A})}{\partial \vec{A}} - \vec{K}(t) \frac{\partial \vec{R}^T(\vec{A})}{\partial \vec{A}} N_v^{-1} \times \right. \\ &\times \left. \frac{\partial \vec{R}(\vec{A})}{\partial \vec{A}} \vec{K}(t) + \vec{E}[\vec{K}(t), \vec{A}(t)] \right\} \Big|_{\vec{A}=\widehat{\vec{A}}}. \end{aligned} \quad (11)$$

ной фильтрации — линеаризованного фильтра Калмана [4]. Для его реализации необходимо задаться траекторией \widehat{A}_n .

Пусть отклонения $\delta \vec{R}^*(t) = \vec{R}^*(t) - \vec{R}[\widehat{A}_n(t)]$ вдоль заданного наблюдения $\vec{R}_n(t) = \vec{R}[\widehat{A}_n(t)]$ малы. Заддим траекторию:

$$\widehat{A}_n(t) = \vec{F}[\widehat{A}_n(t)]; \quad \widehat{A}_n(t_0) = M[\widehat{A}(t_0)]. \quad (14)$$

Линеаризованный алгоритм фильтрации Калмана имеет вид

$$\delta \widehat{A} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial \widehat{A}} \delta \widehat{A}_n - \vec{K}(t) \left[\delta \vec{R}^* - \frac{\partial \vec{R}}{\partial \widehat{A}_n} \delta \widehat{A}_n \right], \quad (15)$$

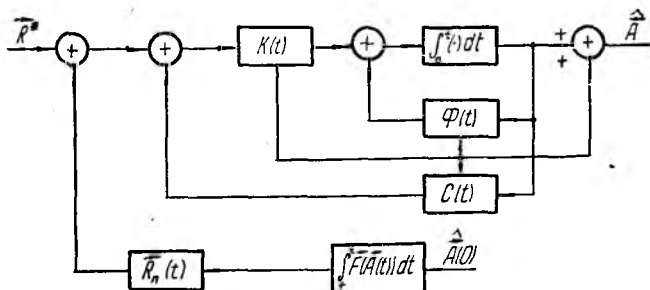


Рис. 2

где $\vec{K}(t) = \vec{K} \rightarrow \frac{\partial \vec{R}^*}{\partial \widehat{A}_n} N_n^{-1}$, а ковариационная матрица ошибок удовлетворяет уравнению

$$\vec{K}_{\delta A} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial \widehat{A}_n} \vec{K}_{\delta A} + \vec{K}_{\delta A} \frac{\partial \vec{F}}{\partial \widehat{A}_n} - \vec{K}_{\delta A} \frac{\partial \vec{R}}{\partial \widehat{A}_n} N_n^{-1} \frac{\partial \vec{R}}{\partial \widehat{A}} \vec{K}_{\delta A}. \quad (16)$$

Линеаризованная оценка вектора состояния определяется выражением $\widehat{A}(t) = \widehat{A}(t) + \delta \widehat{A}(t)$ (17). На рис. 2 показана схема устройства, реализующего линеаризованный фильтр Калмана. Здесь

$$\Phi(t) = \frac{\partial \vec{F}[\widehat{A}_n(t)]}{\partial \widehat{A}}; \quad C(t) = \frac{\partial \vec{R}(\widehat{A}_n)}{\partial \widehat{A}_n}.$$

Из сравнения с рис. 1 видно, что данная схема значительно проще. В частности, ковариационная матрица ошибок не зависит от наблюдения и, следовательно, вычисляется заранее. Однако необходимость задания априорной траектории, близкой к наблюдаемой, представляет значительные неудобства, и на практике это приводит к многоканальной структуре.

Таким образом, для решения задачи исследования динамических процессов в ионосферной плазме по НР сигналам процедуру обработки целесообразно синтезировать в два этапа. На первом может быть оптимально решена задача достижения требуемого временного разрешения изменяющихся параметров, на втором — задача достижения требуемой статистической точности оценки параметров с учетом известной априорной модели поведения параметров ионосферы во времени. Описание модели наблюдения в виде нелинейной связи достаточной статистики некогерентно рассеянного сигнала с его информационными параметрами позволяет избежать сложных вычислений при оценке ионосферных параметров по форме статистических характеристик наблюдаемых сигналов и избежать дополнительных ошибок, связанных с динамикой поведения ионосферных параметров. Получаемые на практике соотношения интервала корреляции НР сигнала и характерных периодов изменчивости ионосферных параметров позволяют линеаризовать основное уравнение фильтрации и описать поведение во времени оптимального коэффициента передачи фильтра заранее независимо от наблюдаемого сигнала.

Список литературы: 1. *Метод некогерентного рассеяния радиоволн* / Б. Е. Брюнелли, М. И. Кочкин, И. Н. Пресняков и др. — Л.: Наука, 1979. — 188 с. 2. *Ярлыков М. С., Миронов М. О.* О стохастических дифференциальных уравнениях в задачах оценки параметров и нелинейной фильтрации сигналов на фоне белого шума // *Радиотехника и электрон.* — 1973. — 18, № 9. — С. 1826 — 1831. 3. *Стратонович Р. Л.* К теории оптимальной нелинейной фильтрации сигналов случайных функций // *Теория вероятностей и ее применение.* — 1959. — 4, вып. 2. — С. 239 — 242. 4. *Сайдж Э. П., Мелса Дж. Л.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Пер. с англ. под ред. Б. Р. Левина. — М.: Связь, 1976. — 494 с.

Поступила в редколлегию 27.03.86

УДК 621.3.013

В. А. АРТЕМЕНКО, канд. техн. наук, Б. В. ДЗЮНДЗЮК, канд. техн. наук,
В. К. ЯРМОЛЮК, канд. физ.-мат. наук

РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНТУРОВ С ТОКОМ. СООБЩЕНИЕ 2. КУСОЧНО-ЛИНЕЙНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Исследуем контур с проходящим по нему током I , произвольно расположенный в пространстве и состоящий из прямолинейных отрезков. Поскольку мы рассматриваем линейные среды, магнитное поле такого контура определяется путем наложения полей, создаваемых отдельными отрезками.

Определим магнитное поле, создаваемое одиночным отрезком с током I . Конечными размерами сечения пренебрегаем, т. е. считаем отрезок бесконечно тонким. Пусть отрезок с током (рисунок) задан отординатами точек $1(x_1, y_1, z_1)$, $2(x_2, y_2, z_2)$. Рассмотрим поле, создаваемое

этим отрезком в произвольной точке P . По закону Био—Савара вектор магнитной индукции [1]

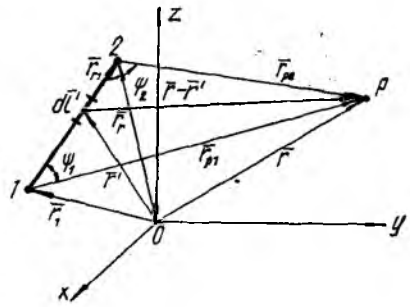
$$\vec{B}_1 = \frac{\mu I}{4\pi} \int_{(1)}^{(2)} \frac{d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad (1)$$

где интегрирование проводится вдоль отрезка $1-2$.

Представим интеграл в явном виде. Переменный вектор \vec{r}' может быть представлен в виде суммы векторов \vec{r}_1 и $\vec{r}_{21}t$, где t — переменный параметр, принимающий значения от нуля до единицы. Из рисунка следует, что $\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$; $\vec{r}' = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)t + \vec{r}_1$ (2). Кроме того, $d\vec{l}' = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) dt$ (3). Используя представление (2), получаем

$$\begin{aligned} (\vec{r} - \vec{r}') &= \vec{r} - (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)t - \vec{r}_1 = \\ &= (\vec{r} - \vec{r}_1) - (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)t = \vec{r}_{p1} - \vec{r}_{21}t. \end{aligned} \quad (4)$$

Обозначения \vec{r}_{21} , \vec{r}_{p1} введены в соответствии с рисунком. Подставляя выражение (3), (4) и (1), после деления на μ имеем



$$\begin{aligned} \vec{H}_{(1,2)} &= \\ &= \frac{I}{4\pi} \int_0^1 \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) dt \times (\vec{r}_{p1} - \vec{r}_{21}t)}{|\vec{r}_{p1} - \vec{r}_{21}t|^3} = \\ &= \frac{I}{4\pi} (\vec{r}_{21} \times \vec{r}_{p1}) \int_0^1 \frac{dt}{(r_{21}^2 t^2 - 2r_{21}r_{p1}t \cos \psi_1 + r_{p1}^2)^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \frac{I}{4\pi} (\vec{r}_{21} \times \vec{r}_{p1}) \left[\frac{4r_{21}(r_{21} - r_{p1} \cos \psi_1)}{(r_{21}^2 - 2r_{21}r_{p1} \cos \psi_1 + r_{p1}^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{4r_{p1}r_{21} \cos \psi_1}{r_{p1}} \right] \times \\ &\times \frac{1}{4r_{21}^2 r_{p1}^2 (1 - \cos^2 \psi_1)} = \frac{I}{4\pi} (\vec{r}_{21} \times \vec{r}_{p1}) \frac{r_{21} + (r_{p2} - r_{p1}) \cos \psi_1}{r_{p1}^2 r_{p2} r_{21} \sin^2 \psi_1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $r_{p2} = (r_{21}^2 - 2r_{21}r_{p1} \cos \psi_1 + r_{p1}^2)^{\frac{1}{2}}$. Соотношение (5) с помощью равенства $r_{21} = r_{p1} \cos \psi_1 + r_{p2} \cos \psi_2$ приводится к виду

$$\vec{H}_{(1,2)} = \frac{I}{4\pi} (\vec{r}_{21} \times \vec{r}_{p1}) \frac{\cos \psi_1 + \cos \psi_2}{r_{p1}^2 r_{21} \sin^2 \psi_1}. \quad (6)$$

Компоненты поля в произвольной точке вычисляем, используя формулу (5) или (6).

Все величины, входящие в эти формулы, выражаются через координаты точек 1, 2 (см. рисунок) следующим образом:

$$r_{21} = [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]^{\frac{1}{2}};$$

$$\begin{aligned}
r_{p1} &= [(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2]^{\frac{1}{2}}; \\
r_{p2} &= [(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2]^{\frac{1}{2}}; \\
\cos \psi_1 &= \frac{(x_2-x_1)(x-x_1) + (y_2-y_1)(y-y_1) + (z_2-z_1)(z-z_1)}{r_{21} \cdot r_{p1}}; \\
\cos \psi_2 &= \frac{(x_2-x_1)(x-x_2) + (y_2-y_1)(y-y_2) + (z_2-z_1)(z-z_2)}{r_{21} \cdot r_{p2}}; \\
\bar{r}_{21} \times \bar{r}_{p1} &= \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ (x_2-x_1) & (y_2-y_1) & (z_2-z_1) \\ (x-x_1) & (y-y_1) & (z-z_1) \end{vmatrix}.
\end{aligned} \quad (7)$$

Если контур состоит из n отрезков, то результирующую напряженность магнитного поля устанавливаем покомпонентным сложением напряженностей, создаваемых каждым отрезком в отдельности:

$$H_{\text{рез}} = \sum_{k=1}^n H_{(k, k+1)}. \quad (8)$$

Итак, выражения (5)—(8) позволяют определить точное значение напряженности магнитного поля, создаваемого кусочно-линейным контуром. Для прогнозирования напряженности поля на больших расстояниях полезно иметь формулы расчета поля для дипольной и квадрупольной составляющих. Получим их для кусочно-линейного контура. В работе [2] приведено выражение дипольной составляющей поля. Для отдельного прямолинейного отрезка

$$\bar{H}_{(1,2)}^{\text{дип}} = \frac{I}{4\pi} \left[\frac{1}{r^3} \int_{(1)}^{(2)} \bar{r}' \times d\bar{l} - \frac{3\bar{r}}{r^5} \times \int_{(1)}^{(2)} (\bar{r} \cdot \bar{r}') d\bar{l}' \right].$$

Используя представления (2) и (3), имеем

$$\begin{aligned}
\bar{H}_{(1,2)}^{\text{дип}} &= \frac{I}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r^3} \int_0^1 (\bar{r}_{21}t + \bar{r}_1) \times \bar{r}_{21} dt - \right. \\
&- \frac{3\bar{r}}{r^5} \times \int_0^1 [\bar{r}(\bar{r}_{21}t + \bar{r}_1)] \bar{r}_{21} dt \left. \right\} = \frac{I}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r^3} (\bar{r}_1 \times \bar{r}_2) - \right. \\
&- \left. \frac{3}{2r^5} [\bar{r}(\bar{r}_2 + \bar{r}_1)] [\bar{r} \times (\bar{r}_2 - \bar{r}_1)] \right\}. \quad (9)
\end{aligned}$$

Запишем выражение (9) в координатном виде:

$$\begin{aligned}
\bar{H}_{(1,2)}^{\text{дип}} &= \frac{I}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r^3} \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} - \frac{3}{2r^5} \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x & y & z \\ (x_2-x_1) & (y_2-y_1) & (z_2-z_1) \end{vmatrix} \times \right. \\
&\times \left. [x(x_2+x_1) + y(y_2+y_1) + z(z_2+z_1)] \right\}. \quad (10)
\end{aligned}$$

С помощью формулы (10) вычисляем любую компоненту дипольной составляющей напряженности магнитного поля прямолинейного отрезка с током.

Например, x -компонента (коэффициент при единичном векторе \bar{i})

$$H_{x(1,2)}^{\text{дип}} = \frac{I}{4\pi r^3} \left\{ (y_1 z_2 - y_2 z_1) - \frac{3}{2} [(x_2 + x_1) \cos \alpha + (y_2 + y_1) \cos \beta + (z_2 + z_1) \cos \gamma] [(z_2 - z_1) \cos \beta - (y_2 - y_1) \cos \gamma] \right\}, \quad (11)$$

где $\cos \alpha = \frac{x}{r}$, $\cos \beta = \frac{y}{r}$, $\cos \gamma = \frac{z}{r}$ — направляющие косинусы вектора \bar{r} . Аналогично, как коэффициенты при единичных векторах \bar{j} , \bar{k} , выпишем остальные компоненты дипольной составляющей.

Квадрупольную составляющую определим согласно работе [2]:

$$\begin{aligned} \bar{H}_{(1,2)}^{\text{кв}} = \frac{I}{4\pi} \left[\frac{3}{r^5} \int_{(1)}^{(2)} (\bar{r} \cdot \bar{r}') (\bar{r}' \times d\bar{l}') - \right. \\ \left. - \frac{15}{2r^7} \bar{r} \times \int_{(1)}^{(2)} (\bar{r} \cdot \bar{r}')^2 d\bar{l}' + \frac{3}{2r^5} \bar{r} \times \int_{(1)}^{(2)} (\bar{r}')^2 d\bar{l}' \right]. \quad (12) \end{aligned}$$

С учетом (2), (3)

$$\begin{aligned} \bar{H}_{(1,2)}^{\text{кв}} = \frac{I}{4\pi} \left\{ \frac{3}{r^5} \int_0^1 [\bar{r} (\bar{r}_{21} t + \bar{r}_1)] [(\bar{r}_{21} t + \bar{r}_1) \times \bar{r}_{21} dt] - \right. \\ \left. - \frac{15}{2r^7} \bar{r} x - \int_0^1 [\bar{r} \cdot (\bar{r}_{21} t + \bar{r}_1)]^2 \bar{r}_{21} dt + \right. \\ \left. + \frac{3}{2r^5} \bar{r} x - \int_0^1 (\bar{r}_{21} t + \bar{r}_1)^2 \bar{r}_{21} dt \right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

После интегрирования имеем

$$\begin{aligned} \bar{H}_{(1,2)}^{\text{кв}} = \frac{I}{4\pi} \left\{ \frac{3}{2r^5} [\bar{r} (\bar{r}_2 + \bar{r}_1)] (\bar{r}_1 \times \bar{r}_2) - \right. \\ \left. - \frac{5}{2r^7} [\bar{r} \times (\bar{r}_2 - \bar{r}_1)] [(\bar{r} \cdot \bar{r}_2)^2 + (\bar{r} \cdot \bar{r}_1) (\bar{r} \cdot \bar{r}_2) + (\bar{r} \cdot \bar{r}_1)^2] + \right. \\ \left. + \frac{1}{2r^5} [(\bar{r}_2)^2 + (\bar{r}_1 \cdot \bar{r}_2) + (\bar{r}_1)^2] [\bar{r} \times (\bar{r}_2 - \bar{r}_1)] \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

Представляя выражение (14) в координатном виде, выписать компоненты поля квадрупольной составляющей не трудно. Например, x — компонента

$$\begin{aligned} H_{x(1,2)}^{\text{кв}} = \frac{I}{8\pi r^4} \{ 3 [(x_2 + x_1) \cos \alpha + (y_2 + y_1) \cos \beta + (z_2 + z_1) \cos \gamma] \times \\ \times (y_1 z_2 - y_2 z_1) - 5 [(x_2 \cos \alpha + y_2 \cos \beta + z_2 \cos \gamma)^2 + (x_1 \cos \alpha + \\ + y_1 \cos \beta + z_1 \cos \gamma) (x_2 \cos \alpha + y_2 \cos \beta + z_2 \cos \gamma) + (x_1 \cos \alpha + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + y_1 \cos \beta + z_1 \cos \gamma)^2] [(z_2 - z_1) \cos \beta - (y_2 - y_1) \cos \gamma] + \\
& + [(x_2^2 + y_2^2 + z_2^2) + (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2) + (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2)] \times \\
& \times [(z_2 - z_1) \cos \beta - (y_2 - y_1) \cos \gamma] \}. \quad (15)
\end{aligned}$$

Очевидно, что результирующее значение напряженности поля как дипольной, так и квадрупольной составляющих для контура, состоящего из n -отрезков, определится покомпонентным сложением в соответствии

с выражением (11) или (15): $H_{\text{рез}}(t) = \sum_{k=1}^n H_{k, k+1}(t)$ (16), где $t = x, y, z$.

Для практических целей иногда существенно построить диполь, эквивалентный диполю, определяемому соотношениями (15), (16). Найдем магнитный момент этого диполя и его ориентировку в пространстве. Осуществим это с помощью радиальной компоненты дипольной составляющей. В работе [2] найдено, что

$$H_r^{\text{дип}} = \frac{I\bar{r}}{4\pi r} \oint \bar{r}' \times d\bar{l}'. \quad (17)$$

В случае прямолинейного отрезка с током, учитывая выражения (2) и (3), имеем

$$H_{r(1, 2)}^{\text{дип}} = \frac{I\bar{r}}{4\pi r^3} \int_0^1 (\bar{r}_{21}t + \bar{r}_1) \times \bar{r}_{21} dt = \frac{I\bar{r}}{4\pi r^3} (\bar{r}_1 \times \bar{r}_2)$$

или в координатном виде

$$\begin{aligned}
H_{r(1, 2)}^{\text{дип}} &= \frac{I\bar{r}}{4\pi r^3} [(y_1 z_2 - y_2 z_1) \bar{i} + (x_2 z_1 - x_1 z_2) \bar{j} + (x_1 y_2 - x_2 y_1) \bar{k}] = \\
&= \frac{I}{4\pi r^3} [(y_1 z_2 - y_2 z_1) \cos \alpha + (x_2 z_1 - x_1 z_2) \cos \beta + (x_1 y_2 - x_2 y_1) \cos \gamma]. \quad (18)
\end{aligned}$$

Для контура, состоящего из n отрезков, получим

$$H_{r(n)}^{\text{дип}} = \sum_{k=1}^n H_{r(k, k+1)}^{\text{дип}}. \quad (19)$$

Введя обозначения

$$\begin{aligned}
L_x &= \sum_{k=1}^n (y_k z_{k+1} - y_{k+1} z_k); & L_y &= \sum_{k=1}^n (z_k x_{k+1} - z_{k+1} x_k); \\
L_z &= \sum_{k=1}^n (x_k y_{k+1} - x_{k+1} y_k), \quad (20)
\end{aligned}$$

выражение (19) запишем в виде

$$H_r^{\text{дип}} = \frac{I}{4\pi r^3} (L_x \cos \alpha + L_y \cos \beta + L_z \cos \gamma). \quad (21)$$

Здесь индекс n для простоты опущен.

Известно, что у магнитного диполя радиальная составляющая достигает максимума на оси диполя. Определим направление этого максимума. Перепишем формулу (21):

$$H_r^{\text{дип}} = \frac{I}{4\pi r^3} (xL_x + yL_y + zL_z). \quad (22)$$

Поскольку она имеет особенность в точке $r = 0$, чтобы отыскать максимум, положим $x^2 + y^2 + z^2 = r_0^2$ (23). Выражение в скобках — это скалярное произведение векторов \vec{r} , \vec{L} , и оно достигает максимума при коллинеарности этих векторов:

$$\frac{x}{L_x} = \frac{y}{L_y} = \frac{z}{L_z}. \quad (24)$$

Так как косинус угла между векторами равен единице, выполняется соотношение

$$xL_x + yL_y + zL_z = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} (L_x^2 + L_y^2 + L_z^2)^{\frac{1}{2}},$$

или с учетом (23) $xL_x + yL_y + zL_z = r_0 L$, где $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ (25). Используя условие коллинеарности (24), из выражения (25) имеем

$$x = r_0 \frac{L_x}{L}; \quad y = r_0 \frac{L_y}{L}; \quad z = r_0 \frac{L_z}{L},$$

так что направляющие косинусы оси диполя

$$\cos \alpha_0 = \frac{L_x}{L}; \quad \cos \beta_0 = \frac{L_y}{L}; \quad \cos \gamma_0 = \frac{L_z}{L}. \quad (26)$$

Подставив (26) в (21), получим

$$H_{r(\text{макс})}^{\text{дип}} = \frac{I}{4\pi r^3} L. \quad (27)$$

Коэффициенты L_x , L_y , L_z имеют смысл удвоенных площадей проекций распределения токов на соответствующие координатные плоскости. Поэтому выражение (27) представим в виде $H_{r(\text{макс})}^{\text{дип}} = M/(2\pi r^3)$ (28), где $M = \frac{1}{2} IL$ — модуль магнитного момента эквивалентного дипольного источника.

Приведенные выражения позволяют вычислить декартовы компоненты магнитного поля, создаваемого кусочно-линейным контуром с током — их точные значения в дипольно-квадрупольном приближении. Кроме того, с помощью выражений (25) — (28) определяются направление и модуль магнитного момента эквивалентного дипольного источника. В создании такого источника может возникнуть необходимость, например, для ослабления вредного воздействия помехонесущего магнитного поля.

Список литературы: 1. Джексон Дж. Классическая электродинамика. — М.: Мир, 1985. — 156 с. 2. Артеменко В. А., Дзюндзюк Б. В., Ярмолюк В. К. Расчет магнитного поля пространственных контуров. Сооб. 1. Разложение по составляющим // Радиотехника. — 1987. — Вып. 80. — С. 54 — 60.

Поступила в редколлегию 27.12.85.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| <i>Холодов В. И., Хижняк Н. А.</i> Взаимодействие электронного пучка с продольной электромагнитной волной в приближении заданного поля | 3 |
| <i>Тиховский В. Ю., Пащенко Ж. Ф., Пироженко В. К.</i> Автоматизированное проектирование волноводных щелевых мостов. <i>Сообщение 1.</i> Математическая модель щелевого H -моста | 8 |
| <i>Одаренко Е. Н., Шматько А. А.</i> Конкуренция колебаний двухмодового режима в приборах оротронного типа | 13 |
| <i>Вавриш Д. М., Третьяков О. А.</i> О возможности разработки малошумящих усилителей на основе эффекта дифракционного излучения | 19 |
| <i>Моляко В. И., Петров С. И.</i> Об интерференционных искажениях сигналов в соединениях волоконно-оптических систем передачи | 22 |
| <i>Луганский А. М., Писаренко В. М., Чурюмов Г. И.</i> Расчет характеристик замедляющих систем по запросу на естественном языке в системе автоматизированного проектирования СВЧ-приборов | 25 |
| <i>Овчаренко В. В., Антюфеев В. М., Макарущенко Н. П.</i> Одномерная обобщенная внутренняя задача электродинамики | 30 |
| <i>Яцук Л. П., Пенкин Ю. М.</i> Рассеяние волны H_{10} узкой щелью в прямоугольном волноводе в присутствии Г-образного пассивного вибратора | 35 |
| <i>Письменный Г. В.</i> Анализ расчета параметров слоистых поглотителей методом ориентированных графов | 42 |
| <i>Горбач И. В.</i> Метод модового базиса в теории резонаторов с кусочной поверхностью | 47 |
| <i>Пренцлау Н. Н., Бескорный А. П., Харченко И. Ф., Офицеров М. Н., Орлов И. Е.</i> Повышение добротности охлаждаемых резонансных систем термообработкой | 54 |
| <i>Белявцев В. Б., Юдин С. Н.</i> Эффективный коэффициент отражения теплового преобразователя мощности СВЧ с эллиптическим чувствительным элементом | 60 |
| <i>Иванов М. А.</i> Формирование дискретных сигналов с комбинированной фазово-частотной модуляцией | 64 |
| <i>Горбенко И. Д., Замула А. А., Бессарабенко К. В.</i> Ускоренные алгоритмы формирования систем характеристических дискретных сигналов | 69 |
| <i>Голиков В. С.</i> Оптимальная циклическая обработка при поиске и обнаружении случайных сигналов на фоне помех | 72 |
| <i>Пакин В. В., Науменко С. В., Малофеев О. П., Тупкало В. Н.</i> Метод быстрой оценки энергетического и фазового спектров в радиоканалах с нелинейными характеристиками | 76 |
| <i>Алексеев Г. А., Хоменко С. И.</i> Особенности спектра отраженного сигнала при пропеллерной модуляции. Ч а с т ь 2. Модельные эксперименты | 89 |
| <i>Андрианов Н. С., Васильченко Е. В.</i> К вопросу о применении цифрового согласованного фильтра для измерения скоростей метеорных частиц | 83 |

| | |
|--|-----|
| <i>Бородин А. В., Письменецкий В. А., Новиков В. Н.</i> Влияние погрешности периода следования электродов встречно-штыревого преобразователя на амплитудно-частотные характеристики фильтров на ПАВ | 85 |
| <i>Нестеров К. П., Жолобенко А. Б.</i> Анализ качества типовой радиотехнической системы с флюктуирующим параметром | 90 |
| <i>Алехин В. И., Карташов В. М., Корытцев И. В., Сидорев Г. И.</i> Алгоритм обработки оценок доплеровской частоты в радиоакустическом зондировании | 94 |
| <i>Бабкин С. И., Куценко В. И., Максимова Н. Г., Панченко А. Ю., Прошкин Е. Г., Ульянов Ю. Н.</i> Оценка погрешности двух методик радиоакустического температурного зондирования атмосферы. <i>Сообщение 2.</i> Экспериментальные результаты | 98 |
| <i>Мазманишвили А. С.</i> Рекуррентная процедура нахождения статистики фотосчетов амплитудно-модулированного гауссового излучения с лоренцевым спектральным контуром | 106 |
| <i>Пресняков И. Н., Кочкин М. И., Смольянинов С. С., Бут В. А.</i> Нелинейная фильтрация нестационарных процессов в ионосфере по сигналам некогерентного рассеяния | 108 |
| <i>Артемченко В. А., Дзюндзюк Б. В., Ярмолюк В. К.</i> Расчет магнитного поля пространственных контуров с током. <i>Сообщение 2.</i> Кусочно-линейная аппроксимация | 114 |

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

РАДИОТЕХНИКА

Выпуск 84

Редактор В. В. Арнаутова
Художественный редактор Т. П. Короленко
Технический редактор Г. П. Александрова
Корректор А. Г. Долгова

ИБ № 12240

Сдано в набор 24.09.87 Подписано в печать 13.07.88. БЦ 00462. Формат 60×90/16. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Печ. л. 8. Кр.-отг. 8,25. Уч.-изд. л. 9,8. Тираж 1300 экз. Изд. № 1606. Зак. 7-413. Цена 1 р. 40 к.

Издательство при Харьковском государственном университете издательского объединения «Выща школа». 310003 Харьков, ул. Университетская, 16.

Отпечатано с матриц Книжной фабрики им. М. В. Фрунзе в Харьковской городской типографии № 16. 310003 Харьков, ул. Университетская, 16. Зак. 1450

УДК 621.385.6

Взаимодействие электронного пучка с продольной электромагнитной волной в приближении заданного поля / В. И. Холодов, Н. А. Хижняк // Радиотехника. — 1983. — Вып. 84. — С. 3—7.

Исследован процесс захвата частиц пучка цепочкой резонаторов, разнесенных на определенное расстояние, но запитываемых одной частотой. Методом усреднения получены решения, которые позволяют определить поведение функции деформации пучка, представляющей собой отклонение частиц пучка от их невозмущенного движения. Показаны два возможных режима: частицы пучка равномерно сдвигаются по фазе медленной электромагнитной волны и не захватываются волной; волна захватывает частицы электронного пучка.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.372

Автоматизированное проектирование волноводных щелевых мостов. Сообщ.

1. Математическая модель щелевого Н-моста / В. Ю. Тиховский, Ж. Ф. Пашенко, В. К. Пироженко // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 8—13.

Разработана математическая модель для системы автоматизированного проектирования волноводных щелевых мостов, основанная на применении методов частичных областей и Галеркина. Учтены высшие типы волн в области связи, проведен анализ полученных результатов.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.385.6

Конкуренция колебаний двухмодового режима в приборах оротронного типа / Е. Н. Одаренко, А. А. Шматько // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 13—18.

Рассматриваются процессы установления генерации в автоколебательной системе типа ГДИ при условии одновременного возбуждения двух типов колебаний: основного и первого высшего по продольному индексу. Анализ проводится на основе совместного решения уравнений возбуждения и движения в приближении слабой нелинейности. Показано, что в результате конкуренции колебаний в зоне двухмодового возбуждения происходит подавление высшего типа колебаний основным, даже если инкремент нарастания амплитуды последнего меньше.

Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.373

О возможности разработки малощумящих усилителей на основе эффекта дифракционного излучения / Д. М. Баврив, О. А. Третьяков // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 19—21.

Решена задача о преобразовании теплового и дробового шумов электронного пучка в резонансных системах с распределенным взаимодействием. Получено выражение для минимального коэффициента шума. Доказана перспективность разработки узкополосных малощумящих усилителей на основе открытых колебательных систем.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.373

Об интерференционных искажениях сигналов в соединениях волоконно-оптических систем передачи / В. И. Молявко, С. И. Петров // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 22—25.

Рассмотрены искажения сигналов в соединениях волоконно-оптических систем передачи при многомодовом возбуждении. Отмечено, что при передаче сигналов модуляция мощности излучения полупроводниковых лазеров сопровождается модуляцией концентрации носителей, инжектируемых в активную область лазера. Полученные результаты показывают, что при многомодовой передаче сигналов амплитуды паразитных гармоник будут больше, чем при одномодовой.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 681.3.621

Расчет характеристик замедляющих систем по запросу на естественном языке в системе автоматизированного проектирования СВЧ-приборов / А. М. Лутанский, В. М. Писаренко, Г. И. Чурюмов // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 25—29.

Рассмотрен один из подходов к решению задач автоматизации проектирования изделий электронной техники. На примере расчета Т-образной гребенчатой замедляющей системы показан диалог пользователь — ЭВМ, основанный на естественно-языковой системе. Проанализирована работа непрограммирующего пользователя с данной системой.

Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.372

Одномерная обобщенная внутренняя задача электродинамики / В. В. Овчаренко, В. И. Антюфеев, Н. П. Макарущенко // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84 — С. 30—35.

Исследуется множество решений одномерной обобщенной внутренней задачи электродинамики с нелинейным граничным условием, заключающимся в равенстве нулю нормальной составляющей вектора Умова-Пойнтинга на границе области. Показано, что, помимо дискретной части спектра оператора Максвелла, появляется сплошная компонента, соответствующая решениям с неподвижной энергией.

Табл. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 621.396

Рассеяние волны H_{10} узкой щелью в прямоугольном волноводе в присутствии Г-образного пассивного вибратора / Л. П. Яцук, Ю. М. Пенкин // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 35—42.

Решена задача об электромагнитном взаимодействии узкой продольной щели в прямоугольном волноводе со стенками конечной толщины и Г-образного рассеивающего вибратора над идеально проводящей плоскостью, совпадающей с плоскостью щели. Исследованы энергетические параметры щели для различной геометрии рассматриваемой системы. Результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными, что подтверждает правомерность использования предложенной в работе методики для решения подобных задач.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

Анализ расчета параметров слоистых поглотителей методом ориентированных графов / Г. В. П и с ь м е н н ы й // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 42—47.

Проанализированы зависимости коэффициента отражения слоистого поглотителя от характера нарастания диэлектрических потерь. Найдены оптимальные значения толщин слоев и коэффициентов уравнения, описывающего закон нарастания потерь. Проведен анализ полученного оптимума.

Ил. 3. Библиогр.: 5 назв.

УДК 530.1

Метод модового базиса в теории резонаторов с кусочной поверхностью / И. В. Г о р б а ч // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 47—54.

Решена задача о колебаниях в резонаторе с кусочной границей произвольной формы, заполненном нестационарной неоднородной средой. В основу метода ее решения положено построение базиса обобщенных роторного и дивергентного операторов. Найдена полная система вектор-функций координат для этих операторов, действующих на векторах из гильбертова функционального пространства $L_2(V)$, подвергнутого ортогональному разбиению Вейля.

Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 621.372

Повышение добротности охлаждаемых резонансных систем термообработкой / Н. Н. П р е н ц л а у, А. П. Б е с к о р с ы й, И. Ф. Х а р ч е н к о и др. // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 54—60.

Приведены результаты экспериментального исследования влияния отжига на добротность охлаждаемых резонансных систем дециметрового диапазона, выполненных из электротехнической меди и алюминия марок А9995 и А9997. Установлены оптимальная температура, а также время отжига, необходимые для получения максимальной добротности резонансных систем.

Ил. 3. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.317

Эффективный коэффициент отражения теплового преобразователя мощности СВЧ с эллиптическим чувствительным элементом / В. Б. Б е л я в ц е в, С. Н. Ю д и н // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 60—64.

Выполнен расчет и показана возможность минимизации в диапазоне частот модуля эффективного коэффициента отражения преобразователя проходящей мощности СВЧ с эллиптическим поглощающим участком в широкой стенке прямоугольного волновода. Выбором размеров эллиптического чувствительного элемента и его положения на широкой стенке уменьшается переменная составляющая погрешности рассогласования примерно в 2—10 раз по сравнению с преобразователем с поглощающей узкой стенкой.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.376

Формирование дискретных сигналов с комбинированной фазово-частотной модуляцией / М. А. И в а н о в // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 64—69.

Разработаны прямой и два косвенных метода формирования полосно-эффективных дискретных сигналов с комбинированной фазово-частотной модуляцией (ФЧМ). Исследованы возможные принципы построения и важнейшие особенности аппаратурной реализации ФЧМ-модуляторов. Обоснованы конкретные рекомендации по их практическому применению для высокоскоростных систем цифровой передачи дискретных сообщений.

Ил. 4. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.391

Ускоренные алгоритмы формирования систем характеристических дискретных сигналов / И. Д. Горбенко, А. А. Замула, К. В. Бессарабенко // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 69—72.

Разработаны два метода построения характеристических дискретных сигналов (ХДС). Метод, ориентированный на построение изоморфизма ХДС, обеспечивает выигрыш по времени формирования ХДС по сравнению с известным, например, при значении длительности сигнала $L = 4000$ почти в 360 раз. Метод децимации реализует построение всей системы изоморфизмов ХДС. Показано, что вычислительная эффективность последнего примерно в 5 раз выше, чем метода разностных множеств.

Табл. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.396

Оптимальная циклическая обработка при поиске и обнаружении случайных сигналов на фоне помех / В. С. Голиков // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 72—76.

Рассмотрена задача синтеза оптимального алгоритма обнаружения по критерию Неймана — Пирсона при задании аргумента на конечной циклической группе. Показано, что для нормальных случайных сигналов и помех оптимальный алгоритм обнаружения на конечной циклической группе выражается квадратичной формой с циркулянтной матрицей обработки. Приведены методика и характеристики обнаружения, полученные для некоторых частных случаев на ЭВМ.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.391

Метод быстрой оценки энергетического и фазового спектров в радиоканалах с нелинейными характеристиками / В. В. Пакин, С. В. Науменко, О. П. Малюфей, В. Н. Тупкало // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 76—79.

Получено выражение для комплексных амплитуд составляющих спектра выходного сигнала нелинейного радиоканала, удобное для расчета на ЭВМ. Применение аппроксимации колебательной характеристики рядом Фурье—Бесселя значительно упростило конечные соотношения и позволило, по крайней мере, на порядок сократить необходимое время счета при достаточно высокой точности полученных результатов.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.396.961.06

Особенности спектра отраженного сигнала при пропеллерной модуляции. Часть 2. Модельные эксперименты / Г. А. Алексеев, С. И. Хоменко // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 79—83.

Приведены данные экспериментального исследования особенностей пропеллерной модуляции, возникающей при отражении монохроматического радиосигнала от вращающейся осесимметричной структуры типа пропеллера. Сравнение доплеровских спектров сигналов, отраженных от пластинчатых моделей и реальных пропеллеров, с расчетными показало, что для качественного описания пропеллерной модуляции можно использовать упрощенные модели, правильно отражающие зависимость энергетических спектров от угла наблюдения и конфигурации объекта.

Ил. 3. Библиогр.: 1 назв.

К вопросу о применении цифрового согласованного фильтра для измерения скоростей метеорных частиц / Н. С. Андрианов, Е. В. Васильченко // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 83—85.

Показана возможность применения цифрового согласованного фильтра для оптимизации измерения скорости метеорных частиц при радиолокации метеорных следов дальномерными импульсами.

Для устранения потерь сигнала в шуме дискретизация по времени осуществляется на высокой частоте, в то время как фильтрация сигнала в целях измерения скорости производится с прореживанием по времени и с применением быстрых преобразований Фурье, что позволило увеличить точность и скорость процесса измерения.

Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.374

Влияние погрешности периода следования электродов встречно-штыревого преобразователя на амплитудно-частотные характеристики фильтров на ПАВ / А. В. Бородин, В. А. Письменецкий, В. Н. Новиков // Радиотехника.— 1987.— Вып. 84.— С. 85—90.

Проанализировано влияние погрешностей взаимного расположения электродов встречно-штыревого преобразователя на амплитудно-частотную и фазовую характеристики фильтра. Произведена оценка смещения по частоте нулевых значений амплитудно-частотной характеристики фильтра.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 62-501.12

Анализ качества типовой радиотехнической системы с флюктуирующим параметром / К. П. Нестеров, А. Б. Жолобенко // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 90—94.

Анализируются точность и устойчивость работы типовой радиотехнической системы первого порядка с флюктуирующей крутизной статической характеристики устройства сравнения. Приводятся графики для относительных математического ожидания и дисперсии ошибки воспроизведения полезного сигнала в зависимости от дисперсии флюктуирующего параметра. Анализ выполнен при условии, что кумулянты четвертого порядка и выше равны нулю.

Ил. 3. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.396

Алгоритм обработки оценок доплеровской частоты в радиоакустическом зондировании / В. И. Алехин, В. М. Карташов, И. В. Корытцев, Г. И. Сидоров // Радиотехника.— 1988.— Вып. 84.— С. 94—98.

Предложен алгоритм последовательного сглаживания оценок доплеровской частоты для повышения точности измерения профилей температуры атмосферы методом радиоакустического зондирования. Суммарный сигнал на входе устройства обработки представлен в виде аддитивной смеси полезного сигнала и помехи. В качестве математической модели профиля используется полиномиальная модель. Распределение ошибок считается нормальным. Дан пример обработки результатов измерений по предложенному алгоритму, иллюстрирующий его эффективность.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.371

Оценка погрешности двух методик радиоакустического температурного зондирования атмосферы. Сообщение 2. Экспериментальные результаты / С. И. Бабкин, В. И. Куценко, Н. Г. Максимова и др. // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 98—106.

Приведены экспериментальные результаты температурного зондирования атмосферы с подстройкой под условие Брэгга и без подстройки. Определены оптимальные условия применения рассматриваемых методик. Показано, что при стабилизации уровня входного напряжения измерителя частоты доплеровского сдвига инструментальная погрешность измерения температуры воздуха для обеих методик практически равна 0,1 К.

Табл. 3. Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

УДК 530.1+621.375

Рекуррентная процедура нахождения статистики фотоотсчетов амплитудно-модулированного гауссового излучения с лоренцевым спектральным контуром / А. С. Мазманишвили // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 106—108.

Задача о распределении отсчетов оптического излучения с лоренцевым спектральным контуром линии распространена на случай переменной во времени интенсивности потока фотонов. Предложен приближенный рекуррентный метод вычисления производящей функции фотоотсчетов, являющейся функциональным интегралом по мере, отвечающей нормальному марковскому процессу. Приведены результаты расчетов для модуляции потока фотонов по экспоненциальному и показательному законам.

Ил. 1. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.391.

Нелинейная фильтрация нестационарных процессов в ионосфере по сигналам некогерентного рассеяния / И. Н. Пресняков, М. И. Кочкин, С. С. Смольянинов, В. А. Бут // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 108—114.

На основе гидродинамических уравнений для ионосферной плазмы и теории марковской нелинейной фильтрации разработаны эффективные алгоритмы оценивания параметров нестационарных процессов в ионосфере. На практике интервал корреляции сигнала некогерентного рассеяния обычно меньше характерного времени изменений в ионосферной среде, что позволило свести структуру алгоритма к линеаризованному фильтру Калмана.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.3.013

Расчет магнитного поля пространственных контуров с током. Сообщение 2. Кусочно-линейная аппроксимация / В. А. Артеменко, Б. В. Дзюндзюк, В. К. Ярмолюк // Радиотехника. — 1988. — Вып. 84. — С. 114—119.

Выведены формулы для расчета магнитного поля пространственных кусочно-линейных контуров с током. Даны их точные значения и в дипольно-квадрупольном приближении. Полученные выражения позволяют определить модуль и направление момента эквивалентного магнитного дипольного источника, компенсирующего исходное пемехоустойчивое поле.

Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.