

**ВЫБОР ПОРОГОВ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СТАТИСТИЧЕСКИХ
АЛГОРИТМАХ АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Иерархические структурные алгоритмы обнаружения объектов на изображении путем сравнения с эталоном [1] эффективны в ситуациях, когда анализируемый объект может частично искажаться локальными помехами. Локальные помехи (ложные объекты и фон) действуют на отдельные участки изображения путем замены яркости объекта яркостью помехи. Применение иерархического подхода сводится к тому, что вначале вычисляется сходство отдельных фрагментов изображения и эталона, а затем принимается окончательное решение по результатам этих вычислений.

Статистическое обоснование иерархических алгоритмов [1] состоит в построении функции среднего риска и оптимизации ее по порогам принятия решений на двух уровнях иерархии. Порог δ_1 отражает величину сходства для отдельных фрагментов, а порог δ_2 — количество фрагментов, по которому принимается решение о соответствии эталону. Показано, что путем оптимального выбора порогов в условиях действия локальных помех можно добиться того, что минимум среднего риска у иерархического метода будет меньше, чем у традиционного, основанного на величине сходства для всего изображения без разбиения на фрагменты. Проведенные эксперименты подтверждают эффективность такого подхода при обнаружении объектов в условиях действия локальных помех [2].

В работе обсуждается вопрос о выборе порогов δ_1 , δ_2 и их связи с порогом для отношения правдоподобия.

Как известно [3; 4], минимум среднего риска при обнаружении объекта путем проверки статистических гипотез достигается в случае применения правила

$$\frac{pW(B/H_1)}{qW(B/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{\Pi_{01} - \Pi_{00}}{\Pi_{10} - \Pi_{11}}, \quad (1)$$

согласно которому принимается H_1 (объекта нет) по верхнему неравенству условия (1) и принимается гипотеза H_0 по нижнему неравенству. Здесь q — вероятность гипотезы H_0 ; $p = 1 - q$ — вероятность гипотезы H_1 ; (Π_{ij}) — матрица штрафов; W — условная плотность распределения изображения B при каждой из гипотез. Положив равными вероятности гипотез, штрафы за ошибки и нулевые штрафы за правильные решения, приходим к правилу максимума правдоподобия, согласно которому принимается H_1 в случае выполнения неравенства

$$l = \frac{W(B/H_1)}{W(B/H_0)} > 1 \quad (2)$$

и H_0 — в противном случае.

Правило (2) минимизирует риск

$$R^* = \int_{\Omega_1} W(B/H_0) dB + \int_{\Omega_0} W(B/H_1) dB, \quad (3)$$

где интегрирование производится по областям Ω_1 , Ω_0 , в которых принимаются гипотезы H_1 , H_0 .

Рассмотрим задачу обнаружения объекта в следующей постановке [1]. Гипотеза H_0 соответствует наличию эталонного объекта G на изображении, в таком случае $\tilde{B} = G + U$, при выполнении гипотезы H_1 сигнал изображения определяется как $B = U$. Здесь G — детерминированная функция эталона; U — аддитивная помеха с нормальным распределением (параметры a , σ^2), причём предполагаем, что значения помехи не зависят от яркости объекта и от значений помехи в других точках.

Тогда условные плотности распределения матрицы изображения B размером $N \times N$ имеют вид

$$W(B/H_0) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N^2/2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^{N^2} (b_i - a - G_i)^2 \right];$$

$$W(B/H_1) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N^2/2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^{N^2} (b_i - a)^2 \right], \quad (4)$$

где B_i , G_i — отсчеты анализируемого изображения и эталона. Запишем отношение правдоподобия

$$l = \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^{N^2} [(B_i - a)^2 - (B_i - a - G_i)^2] \right]$$

и возьмем логарифм от l . После упрощений имеем

$$\ln l = -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^{N^2} (2B_i - 2a - G_i) G_i. \quad (5)$$

Представим сумму в (5) в виде s отдельных слагаемых, т. е.

$$\ln l = -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^{n^2} G_j^k (2B_j^k - 2a - G_j^k). \quad (6)$$

Здесь B_j^k , G_j^k — отсчеты с номером j изображения и эталона в k -м фрагменте; s — количество фрагментов; n^2 — количество точек в одном фрагменте; $N^2 = sn^2$.

Представим внутреннюю сумму в (6) как

$$z^k = 2 \sum_{j=1}^{n^2} G_j^k B_j^k - 2a \sum_{j=1}^{n^2} G_j^k - \sum_{j=1}^{n^2} (G_j^k)^2 = 2r_k - t_k,$$

где вторая и третья суммы — постоянные (обозначим их t_k), а первая ($2r_k$) определяет скалярное произведение (корреляционное сходство) изображения и эталона. Тогда запишем (6) следующим образом:

$$\ln l = -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^s r_k + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^s t_k,$$

где

$$r_k = \sum_{j=1}^{n^2} G_j^k B_j^k; \quad t_k = \sum_{j=1}^{n^2} (2aG_j^k + (G_j^k)^2). \quad (7)$$

Для реализации решения, минимизирующего (3), нужно проверять условие

$$-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^s r_k + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^s t_k > 1 \quad (8)$$

и, если оно выполняется, принимать гипотезу H_1 . После сокращения положительных сомножителей условие (8) относительно H_0 приобретает вид

$$H_0: \sum_{k=1}^s r_k > \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s t_k. \quad (9)$$

При выполнении (9) принимается H_0 , в противном случае — H_1 .

Согласно иерархическому алгоритму [1] принимается гипотеза H_0 , если суммарное сходство фрагментов изображения и эталона превышает величину $\delta = \delta_1 \cdot \delta_2$, при этом сходство каждого фрагмента должно быть больше δ_1 , т. е. решающее правило имеет вид

$$H_0: \sum_{k=1}^s r_k P_r(r_k) > \delta_1 \cdot \delta_2 = \delta, \quad (10)$$

где Pr — предикат,

$$Pr(r_k) = \begin{cases} 1, & r_k \geq \delta_1; \\ 0, & r_k < \delta_1. \end{cases}$$

Сравнивая (9) и (10), видим, например, что при $r_k \geq 0$, $k = \overline{1, s}$ (это условие всегда выполняется для изображений) и выборе $\delta = 0,5 \sum_{k=1}^s t_k$ из выполнения условия (10) автоматически следует (9).

Один из порогов можно фиксировать, а значение другого порога становится зависимым от него. В этом случае иерархический алгоритм обеспечивает решение по максимуму правдоподобия относительно всей совокупности фрагментов, поскольку порог δ в (10) соответствует порогу для отношения правдоподобия в (9).

Другой частный случай — при $n = N$, $\delta_2 = s = 1$ все изображение представляет собой один фрагмент. Если выбрать δ_1 равным правой части (9), то правила (10), (9) также будут эквивалентными, а иерархический метод преобразуется в традиционный [4].

Строго говоря, величина скалярного произведения r_k в (10) отражает сходство фрагментов лишь косвенным образом, так как из увеличения r_k еще не следует увеличение близости фрагментов изображений. Поэтому в строгом смысле порог δ_1 определяется допустимым отклонением r_k от произведения норм векторов, участвующих в скалярном произведении.

Приведенные примеры показывают, что иерархическая процедура обнаружения тесно связана с классическим подходом. Пороги δ_1 , δ_2 могут выбираться так, чтобы осуществлять максимально правдоподобное решение по всему множеству фрагментов. В работе [1] функция среднего риска вида (3) строится на основе вычисления сходства фрагментов, а пороги δ_1 , δ_2 находятся ее минимизацией. Применение в этой ситуации классического подхода путем построения отношения правдоподобия вызывает математические трудности, так как отношение правдоподобия — сложная функция порогов δ_1 , δ_2 .

Рассмотрим в связи с этим более простые схемы применения иерархического подхода, воспользовавшись тем, что число фрагментов, как правило, фиксировано, а максимально правдоподобное решение можно принять независимо по каждому фрагменту либо по подмножеству фрагментов.

Первая схема [5] сводится к независимому принятию решения по каждому k -му фрагменту с помощью проверки условия $r_k \geq t_k/2$, а окончательное решение принимается «по большинству» решений первого этапа. Здесь $\delta_1 = t_k/2$, причем δ_1 зависит от k , $\delta_2 = s/2$. При этом достигается максимально правдоподобное решение как для каждого из фрагментов, так и для всей совокупности фрагментов.

Вторая схема строится путем выбора $\delta = 0,5 \sum_{k \in K^*} t_k$, где K^* — подмножество из s^* наиболее информативных фрагментов; $s^* < s$.

Если выбрать $\delta_2 = s^*/2$, то δ_1 определится как $\delta_1 = \sum_{k \in K^*} t_k/s^*$. Эта схема обеспечивает максимально правдоподобное решение по подмножеству наиболее информативных фрагментов. Здесь также можно использовать первую схему для принятия максимально правдоподобного решения относительно каждого из информативных фрагментов.

Третья схема может основываться на комбинациях фрагментов, для каждой из комбинаций выбирается порог σ_1 , решение принимается по совокупности комбинаций. Например, если фрагментов четыре, то проверяется выполнение неравенства для отдельных пар (троек) фрагментов и строится процедура принятия решения. Порог σ_2 определяет количество необходимых комбинаций, по которым принимается гипотеза H_0 . Иерархические процедуры могут быть построены с использованием других мер сходства фрагментов. При этом появляются особенности выбора порогов. Например, максимально правдоподобное решение о классе изображения B соответствует правилу [6]

$$\sum_{i,j} |B_{ij} - G_{ij}^1| < \sum_{i,j} |B_{ij} - G_{ij}^2|, \quad (11)$$

где G^1, G^2 — эталоны классов. Это правило в вычислительном плане проще, чем (9). Применительно к задаче обнаружения с разбиением на фрагменты принимается H_0 , если

$$\sum_{k=1}^s \sum_{l=1}^{n^2} |B_l^k - G_l^k| < \sum_{k=1}^s \sum_{l=1}^{n^2} |B_l^k - a|$$

или в компактном виде

$$\sum_{k=1}^s \rho_k^G < \sum_{k=1}^s \rho_k^a, \quad (12)$$

где ρ_k^G, ρ_k^a — величины сходства фрагментов анализируемого изображения с эталоном и с шумовым полем. Для правила (12) применимы предыдущие рассуждения с учетом того, что появляются дополнительные трудности выбора порогов δ_1, δ_2 , поскольку измерение B_l^k входит в каждую из частей неравенства (12). В этом случае, например, первая схема сводится к проверке неравенства (12) для всех фрагментов в отдельности, т. е. порог δ_1 не фиксируется, а правило (10) приобретает вид

$$H_0: \sum_{k=1}^s Pr(\rho_k^G < \rho_k^a) \geq \delta_2.$$

Здесь Pr — предикат, равный единице при выполнении условия в скобках.

В целом можно отметить, что выбор порогов определяется мерой сходства фрагментов и схемой принятия решения о соответствии структуры фрагментов изображения и эталона.

Список литературы: 1. *Гороховатский В. А., Шляхов В. В.* Оптимизация иерархических корреляционных алгоритмов анализа изображений // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1988. № 1. С. 28—33. 2. *Гороховатский В. А., Кацалап С. Ф., Пулятин Е. П.* Анализ изображений в условиях локальных искажений // Автометрия. 1986. № 6. С. 46—51. 3. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1975. Т. 2. 392 с. 4. *Красильников Н. Н.* Статистическая теория передачи изображений. М., 1976. 184 с. 5. *Ковалевский В. А.* Локальные и глобальные решения в распознавании изображений // Тр. Ин-та инж. по электрон. и радиоэлектронике. 1979. № 5. С. 50—58. 6. *Дуда Р., Харт П.* Распознавание образов и анализ сцен. М., 1976. 512 с.

Поступила в редколлегию 22.06.88