УДК 681.3; 681.5 : 007

Н. В. АЛИПОВ, д-р техн. наук

ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫЕ К СИНУСОИДАЛЬНЫМ ПОМЕХАМ АЛГОРИТМЫ ПОИСКА ТОЧКИ НА ОТРЕЗКЕ [0, 1]

Многие задачи искусственного интеллекта (узнавание букв некоторого алфавита [1], поиск некоторого элемента множества или точки с определенным признаком на отрезке [0, 1] и др.) решаются путем проведения конечного числа экспериментов. Причем эксперименты так размещают по интервалам неопределенности, чтобы наименьшим их числом получить интервал неопределенности относительно искомого элемента требуемой длины.

Планирование экспериментов и их анализ составляют предмет исследования теории поиска [2]. Известные алгоритмы поиска не являются помехоустойчивыми. Нами [3] синтезированы помехоустойчивые к импульсным помехам алгоритмы поиска точки с характерным признаком на отрезке единичной длины.

В процессе поиска наиболее опасны синусоидальные помехи. Применение в таких случаях известных помехоустойчивых алгоритмов [3] приведет к существенному увеличению погрешности поиска. Последнее можно значительно уменьшить, используя помехоустойчивые к синусоидальным помехам алгоритмы поиска. Рассмотрим такие алгоритмы поиска точки с характерным признаком на отрезке единичной длины.

Для синусоидальной помехи характерно то, что ее амплитуда не изменяется в процессе преобразования, а интервал между импульсами равен нулю.

Если выбрать к тому же длительность хода алгоритма, равную

$$\Delta t = \pi / \omega_{\text{ср}_{\text{н}}},$$

где $\omega_{\text{ср}_{\text{н}}}$ — нижняя частота среза спектральной плотности помехи, то синусоидальную помеху можно считать частным случаем A_2-последовательности [3], для которой $a = \text{const}$, $a \in [0, a_{\max}]$; $l = 1$; $\text{н} = 0$.

Этот частный случай импульсной последовательности назовем П $(a, 1)$-последовательностью, для которой справедлива запись: $B_1B_2B_1B_2 \ldots$, где B_1 — положительный (отрицательный) импульс последовательности; B_2 — отрицательный (положительный) импульс последовательности.

Действие П $((a, 1)$-последовательности можно обнаружить посредством принципа «повторных сравнений» [3]. Действительно, пусть на x аддитивно накладывается П $(a, 1)$-последовательность, тогда, сопоставляя $X(t)$ с составляющими α-набора на двух соседних шагах алгоритма, получим исходы:

$$a_0)\ X(t_1) \in [x^1_{\gamma_1},\ x^1_{\gamma_1+1});\ X(t_2) \in [x^1_{\gamma_1},\ x^1_{\gamma_1+1});$$

$$a_1)\ X(t_1) \in [x^1_{\gamma_1},\ x^1_{\gamma_1+1});\ X(t_2) \in [x^2_{\beta},\ x^2_{\beta+1});$$

$$a_2)\ X(t_1) \in [x^1_{\gamma},\ x^1_{\gamma_1+1});\ X(t_2) \in [x^2_{q},\ x^2_{q+1});$$

где $\gamma_1 = \overline{0, k}$; $\beta > \gamma_1$; $q < \gamma_1$; $t_2 = t_1 + \Delta t$.

Для исхода $a_0)$ $x \in [x^1_{\gamma_1},\ x^1_{\gamma_1+1})$, для исходов $a_1)$, $a_2)$ характерно действие П $(a, 1)$-последовательности; причем для исхода $a_1)$ B_1 — отрицательный импульс; для исхода $a_2)$ B_1 — положительный импульс. Следовательно, принцип «повторных сравнений» позволяет обнаружить действие П $(a, 1)$-последовательности и полярность ее первого импульса.

Найдем оптимальные комбинации помехоустойчивых алгоритмов и алгоритмов, используемых принцип «повторных сравнений», корректирующих действие синусоидальных помех (П $(a, 1)$-последовательностей).

Поскольку для П $(a, 1)$-последовательности $|B_1| = |B_2|$, то для ее подавления будем исходить из соотношения

$$x = \{X(t_1) + X(t_2)\}/2, \tag{1}$$

где $X(t_1) = x + B_1$; $X(t_2) = x + B_2$, $B_1 + B_2 = 0$; $|B_1| \leqslant a = a_{\max}$.

Для кодирования x, как вытекает из соотношения (1), необходимо определить наименьшее значение $X_{\min}(t)$ и наибольшее $X_{\max}(t)$, для которых справедливо неравенство

$$|X_{\max}(t) - X_{\min}(t)| \leqslant 2a. \tag{2}$$

Так как в процессе преобразования определяется не x, а $X(t)$, необходимо вместо интервала неопределенности $[0, 1]$ $(x \in [0, 1])$ рассматривать интервал $[-a, 1+a]$, $X(t) \in [-a, 1+a]$. Для этого интервала неопределенности принцип «пересечения отрезков» запишется в следующем виде:

$$\begin{gathered} X(t_1) \in [x^1_{\beta},\ x^1_{\beta+1}),\ \beta = \overline{0, k}; \\ X_{\min}(t_1) \in [x^{1,1}_{\beta},\ x^1_{\beta+1});\ X_{\max}(t) \in [x^1_{\beta},\ x^{1,2}_{\beta+1}); \\ x^{1,1}_{\beta} = x^1_{\beta} - 2a;\ x^{1,2}_{\beta+1} = x^1_{\beta+1} + 2a. \end{gathered} \tag{3}$$

Поскольку в процессе преобразования необходимо одновременно кодировать $X_{\min}(t)$ и $X_{\max}(t)$, после совершения первого шага алгоритма интервалом неопределенности относительно $X_{\min}(t)$, $X_{\max}(t)$ будет интервал $[x_\beta^{1,1},\ x_{\beta+1}^{1,2})$.

Проанализируем все возможные исходы, возникающие после совершения ρ-го шага алгоритма ($\rho=\overline{2, i}$). Из принципа «пересечения отрезков» [3] вытекает истинность утверждения.

Утверждение 1. Если установлено, что $X(t_{\rho-1}) \in [x_q^{\rho-1},\ x_{q+1}^{\rho-1})$, $X(t_\rho) \in [x_\beta^\rho,\ x_{\beta+1}^\rho)$, то $X_{\min}(t)$, $X_{\max}(t) \in [x_\beta^{\rho,1},\ x_{\beta+1}^{\rho,2})$, где $x_\beta^{\rho,1}$, $x_{\beta+1}^{\rho,2}$ определяются соотношениями:

$$a_1)\ x_\beta^\rho \leqslant x_q^{\rho-1}$$

$$x_\beta^{\rho,1}=\begin{cases} x_\beta^\rho-2a, & \text{если } x_\beta^\rho-2a \geqslant x_q^{\rho-1,1},\\ x_q^{\rho-1,1}, & \text{в противном случае;}\end{cases}$$

$$a_2)\ x_\beta^\rho > x_q^{\rho-1}$$

$$x_\beta^{\rho,1}=\begin{cases} x_\beta^\rho-2a, & \text{если } x_\beta^\rho-2a \geqslant x_q^{\rho-1},\\ x_q^{\rho-1}, & \text{в противном случае;}\end{cases}$$

$$a_3)\ x_{\beta+1}^\rho \geqslant x_{q+1}^{\rho-1}$$

$$x_{\beta+1}^{\rho,2}=\begin{cases} x_{\beta+1}^\rho+2a, & \text{если } x_{\beta+1}^\rho+2a \leqslant x_{q+1}^{\rho-1,2},\\ x_{q+1}^{\rho-1,2}, & \text{в противном случае;}\end{cases}$$

$$a_4)\ x_{\beta+1}^\rho < x_{q+1}^{\rho-1}$$

$$x_{\beta+1}^{\rho,2}=\begin{cases} x_{\beta+1}^\rho+2a, & \text{если } x_{\beta+1}^\rho+2a \leqslant x_{q+1}^{\rho-1},\\ x_{q+1}^{\rho-1}, & \text{в противном случае.}\end{cases}$$

Величину, обратную от длины интервала неопределенности, полученного на i-м шаге алгоритма, обозначим через $\psi^n(i, k)$. Для функции $\psi^n(i, k)$ справедливо утверждение.

Утверждение 2. Для двухшагового алгоритма справедливо соотношение $\psi^n(i, k)=k+1$. Действительно, пусть $X(t_1) \in$ $\in [x_{\gamma_1}^1,\ x_{\gamma_1+1}^1)$, $X(t_1+\Delta t) \in [x_\beta^2,\ x_{\beta+1}^2)$, $\gamma_1=\overline{0, k}$; $\beta=\overline{0, k}$. Тогда на основании соотношения (1) имеем

$$x \in [(x_{\gamma_1}^1+x_\beta^2)/2,\ (x_{\gamma_1+1}^1+x_{\beta+1}^2)/2).$$

Поскольку в силу принципа повторных сравнений $x_q^1=x_q$ $q=\overline{1, k}$, то $(x_{\gamma_1+1}^1+x_{\beta+1}^2)/2-(x_{\gamma_1}^1+x_\beta^2)/2=(1+2a)/(k+1)$.

В этом случае для исходного интервала неопределенности $(-a,\ 1+a)$ справедливо соотношение $\Psi^n(2, k)=k+1$.

Пусть не выполняется принцип «повторных сравнений», т. е. $x_q^1 \neq x_q^2$. Тогда из неравномерности распределения составляющих a-набора возможно, что

$$x^2_{\rho_1+1} - x^2_{\rho_1} > (1+2a)/(k+1),\ \rho_1 = 0,\ k,$$

а для исхода

$$X(t_1) \bar{\in} [x^1_{\gamma_1},\ x^1_{\gamma_1+1});\ X(t_1+\Delta t) \in [x^2_{\rho_1},\ x^2_{\rho_1+1})$$

справедливы соотношения:

$$x \in [(x^1_{\gamma_1} + x^2_{\rho_1})/2,\ (x^1_{\gamma_1+1} + x^2_{\rho_1+1})/2),$$

$$L = (x^1_{\gamma_1+1} + x^2_{\rho_1+1})/2 - (x^1_{\gamma_1} + x^2_{\rho_1}/2, \tag{4}$$

где L — длина интервала неопределенности, полученного после совершения 2-го шага алгоритма.

Преобразуем выражение (4) к виду:

$$L = (x^1_{\gamma_1+1} - x^1_{\gamma_1})/2 + (x^2_{\rho_1+1} - x^2_{\rho_1}).$$

Поскольку

$$x^1_{\gamma_1+1} - x^1_{\gamma_1} = (1+2a)/(k+1);$$

$$x^2_{\rho_1+1} - x^2_{\rho_1} > (1+2a)/(k+1),$$

то, очевидно, что $L > (1+2a)/(k+1)$.

Следовательно, для $i=2$ отступление от принципа повторных сравнений только лишь ухудшает оценку алгоритма, что доказывает утверждение.

Принцип повторных сравнений позволяет не только обнаружить проявление синусоидальной помехи, но и определить полярность B_1 — импульса П $(a,\ 1)$-последовательности. Действительно, если предположить, что на $(\rho-1)$-м шаге алгоритма выделен интервал $(x_q^{\rho-1},\ x_{q+1}^{\rho-1})$, а на ρ-м шаге применен принцип повторных сравнений в сочетании с принципом «пересечения отрезков» ($x^\rho_{\gamma_1} \leqslant x^{\rho-1}_{q+1}$, $x^\rho_\beta \geqslant x^{\rho-1}_{q+1}$, то возможны следующие исходы:

$$\text{а)}\ X(t_{\rho-1} + \Delta t) < x^\rho_{\gamma_1};$$

$$\text{б)}\ X(t_{\rho-1} + \Delta t) > x^\rho_\beta;$$

$$\text{в)}\ X(t_{\rho-1} + \Delta t) \in [x^\rho_{\gamma_1},\ x^\rho_\beta). \tag{5}$$

Поскольку $X(t_{\rho-1}) \geqslant x_q^{\rho-1}$, $X(t_{\rho-1}) \leqslant x_{q+1}^{\rho-1}$,

то для исходов а), б) возникает противоречие, которое свидетельствует о действии П$(a,\ 1)$-последовательности.

С учетом соотношений (5) для исхода а) B_1-импульс имеет отрицательную полярность; для исхода б) — положительную полярность. Относительно $X_{\min}(t_{\rho-1}+\Delta t)$; $x_{\max}(t_{\rho-1}+\Delta t)$ возникают интервалы неопределенности:

для исхода а)

$$X_{\min}(t_{\rho-1}+\Delta t) \in [x_q^{\rho-1,1},\ x_{\gamma_1}^{\rho}),$$
$$X_{\max}(t_{\rho-1}+\Delta t) \in [x_{\gamma_1}^{\rho},\ x_{\gamma_1}^{\rho,2}); \tag{6}$$

для исхода б)

$$X_{\min}(t_{\rho-1}+\Delta t) \in [x_{\beta}^{\rho,1},\ x_{\beta}^{\rho}),$$
$$X_{\max}(t_{\rho-1}+\Delta t) \in [x_{\beta}^{\rho},\ x_{q+1}^{\rho-1,2}, \tag{7}$$

где

$$x_{\gamma_1}^{\rho,2} = \begin{cases} x_{\gamma_1}^{\rho}+2a, & \text{если } x_{\gamma_1}^{\rho}+2a \leqslant x_{q+1}^{\rho-1}; \\ x_{q+1}^{\rho-1}, & \text{в противном случае}; \end{cases}$$

$$x_{\beta}^{\rho,1} = \begin{cases} x_{\beta}^{\rho}-2a, & \text{если } x_{\beta}^{\rho}-2a \geqslant x_{q}^{\rho-1}; \\ x_{q}^{\rho-1}, & \text{в противном случае}. \end{cases}$$

Справедливость соотношений (6), (7) вытекает из принципа пересечения отрезков.

После обнаружения $\Pi(a,\ 1)$-последовательности, определения полярности B_1-импульса и выделения интервалов относительно $X_{\max}(t)$, $X_{\min}(t)$ необходимо применить оптимальный непомехоустойчивый алгоритм в каждом из интервалов.

Следует заметить, что уменьшать интервал неопределенности относительно $X_{\min}(t)$ либо $X_{\max}(t)$ можно только через шаг алгоритма. Эта особенность алгоритма вытекает из свойств $\Pi(a,\ 1)$-последовательности (импульсы положительной и отрицательной полярности чередуются таким образом, что если на ρ-м шаге действовал импульс положительной полярности, то на $(\rho+1)$-м шаге будет действовать импульс отрицательной полярности). Следовательно, если исходы а) и б) возникли на ρ-м шаге алгоритма, то отрезки $[x_{\gamma_1}^{\rho},\ x_{\gamma_1}^{\rho,2}]$, $[x_{\beta}^{\rho,1})$ будут уменьшены в m_1 раз; отрезки $[x_q^{\rho-1,1},\ x_{\gamma_1}^{\rho})$, $[x_{\beta}^{\rho},\ x_{q+1}^{\rho-1,2})$ — в m_2 раза;

$$m_1 = \begin{cases} (k+1)^{](i-\rho)/2[}, & \text{если } (i-\rho) \text{ — четное число}; \\ (k+1)^{](i-\rho)[+1}, & \text{в противном случае}; \end{cases}$$

$$m_2 = (k+1)^{](i-\rho)/2[}. \tag{8}$$

На основании соотношений для m_1 и m_2, а также свойства принципа пересечения отрезков (длина взаимного пересечения отрезков равна 2 а) вытекает истинность утверждения.

Утверждение 3. Если имеет место соотношение $2a=h(k+1)^{]i/2[}$, то оптимальным алгоритмом поиска точки x при действии $\Pi(a,\ 1)$-последовательности будет алгоритм:

$(\rho+1)$-й шаг. Равномерно разместить в интервале $(x_q^\rho, \quad x_{q+1}^\rho)$ составляющие α-набора:

$$x_{\gamma_2}^{\rho+1} = \gamma_2 (x_{q+1}^\rho - x_q^\rho)/(k+1), \quad \gamma_2 = \overline{1, \ k};$$

выделить новый интервал неопределенности

$$(x_{\gamma_1}^{\rho+1}, \ x_{\gamma_1+1}^{\rho+1}), \ \gamma_1 = \overline{0, \ k};$$

$(\rho+2)$-й шаг. Равномерно разместить в интеревале $(x_q^\rho, \ x_{q+1}^\rho)$ составляющие α-набора, выделить новый интервал неопределенности $(x_\beta^{\rho+2}, \ x_{\beta+1}^{\rho+2})$, $\beta = \overline{0, k}$. Если $\gamma_1 = \beta$, то следующие два шага алгоритма совершаются в интервале $(x_{\gamma_1}^{\rho+1}, \ x_{\gamma_1+1}^{\rho+1})$ аналогичным образом, как совершались $(\rho+1)$-й, $(\rho+2)$-й шаги алгоритма. Если $\gamma_1 \neq \beta$, то $(\rho+3)$, $(\rho+4)$-й шаги алгоритма выполняются следующим образом:

$(\rho+3)$-й шаг. Составляющие α-набора разместить равномерно в интервале $x_{\gamma_1}^{\rho+1}$, $x_{\gamma_1+1}^{\rho+1}$, выделить новый интервал $(x_{\gamma+3}^{\rho_3}; \ x_{\gamma_3+1}^{\rho+3})$;

$(\rho+4)$-й шаг. Равномерно разместить в интервале $(x_\beta^{\rho+2}, \ x_\beta^{\rho+2})$, составляющие α-набора, выделить новый интервал $(x_{\beta_1}^{\rho+4}, \ x_{\beta_1+1}^{\rho+4})$, $\gamma_3 = 0, k$, $\beta_1 = \overline{0, k}$. Следующие два шага алгоритма совершить аналогичным образом, как совершались $(\rho+3)$-й, $(\rho+4)$-й шаги алгоритма. Этот алгоритм в дальнейшем будем называть C-алгоритмом.

При размещении составляющих α-набора левее x_q^ρ и правее x_{q+1}^ρ, может, как было показано ранее, возникать исход в), для которого справедливо утверждение.

Утверждение 4. Если установлено, что $X(t_\rho) \in [x_q^\rho, \ x_{q+1}^\rho)$, $x_{\gamma_1}^{+2n+1} \leqslant x_q^\rho$, $x_\beta^{\rho+2n+1} \geqslant x_{q+1}^\rho$, $n = 0, 1, \ldots$, $X(t_\rho + (2n+1)\Delta t) \in$ $\in [x_{\gamma_1}^{\rho+2n+1}, \ x_\beta^{\rho+2n+1})$, то для искомой точки справедливо соотношение $x \in [x_{\gamma_1}^{\rho+2n+1}, \ x_\beta^{\rho+2n+1})$. Действительно, если $x_{\gamma_1}^{\rho+2n+1} = x_q^\rho$ $x_\beta^{\rho+2n+1} = x_{q+1}^\rho$, то истинность утверждения вытекает из принципа повторных сравнений. Для всех других случаев истинность утверждения основывается на утверждении 1.

В процессе поиска x возникает необходимость в распределении составляющих α-набора в интервалах $(x_q^{\rho,1}, \ x_q^\rho)$, $(x_q^\rho, \ x_{q+1}^\rho)$, $(x_{q+1}^\rho, \ x_{q+1}^{\rho,2})$. Закономерность распределения составляющих α-набора обосновывает следующее утверждение.

Утверждение 5. Если имеют место следующие соотношения:

$$X(t_\rho) \in [x_q^\rho, \ x_{q+1}^\rho);$$

$$h(\gamma+1)(k+1)^{](i-\rho-(2n+1))/2[} > x_q^\rho - x_q^{\rho,1};$$

$$h(k+2-\beta)(k+1)^{](i-\rho-(2n+1))/2[} > x_{q+1}^{\rho,2} - x_{q+1}^\rho,$$

где

$$\gamma = \begin{cases} 1, \text{ если } (i-\rho) \text{ — нечетное число;} \\ \leqslant k, \text{ в противном случае;} \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} k, \text{ если } (i-\rho) \text{ — нечетное число;} \\ \leqslant k, \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

то интервал неопределенности относительно точки x формируется на основании таких соотношений:

для $n \geqslant 1$ и $\gamma < \beta$

$$x_{\Delta_1}^{\rho+1} \in [x_q^\rho, x_{q+1}^\rho), \; x_{\Delta_1}^{\rho+1} \neq x_q^\rho, \; x_{\Delta_1+1}^{\rho+1} \neq x_{q+1}^\rho, \; \Delta_1 = \overline{1, k};$$

для $n = 0$

$$x_{\Delta_2}^{\rho+1} = \begin{cases} x_q^{\rho,1} + h\Delta_2 (k+1)^{](i-\rho-1)/2[}, \text{ если } x_{\Delta_2}^{\rho+1} < x_q^\rho; \\ x_q^\rho, \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

$$\Delta_2 = \overline{1, \gamma};$$

$$x_{\Delta_3}^{\rho+1} = \begin{cases} x_{q+1}^{\rho,2} - h(k+1-\Delta_3)(k+1)^{](i-\rho-1)/2[}, \text{ если } x_{\Delta_3}^{\rho+3} > x_{q+1}^\rho; \\ x_{q+1}^\rho, \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

$$\Delta_3 = \overline{\beta, k},$$

$$x_{\Delta_4}^{\rho+1} \in [x_q^\rho, x_{q+1}^\rho), \; \Delta_4 = \overline{(\gamma+1), (\beta-1)};$$

для $n > 1$, $\gamma > \beta$; $\beta < 0$ и $\gamma > k$

$$x_1^{\rho+1} = x_q^\rho, \; x_{\Delta_5}^{\rho+1} \in [x_q^\rho, x_{q+1}^\rho), \; \Delta_5 = \overline{2, k-1},$$

$$x_k^{\rho+1} = x_{q+1}^\rho;$$

для $n > 1$, $\gamma = 0$, $\beta < 0$

$$x_{\Delta_6}^{\rho+1} \in [x_q^\rho, x_{q+1}^\rho), \; \Delta_6 = \overline{1, k-1}, \; x_k^{\rho+1}, = x_{q+1}^\rho;$$

для $n > 1$, $\gamma > k$, $\beta \geqslant k+1$

$$x_1^{\rho+1} = x_q^\rho, \; x_{\Delta_7}^{\rho+1} \in [x_q^\rho, x_{q+1}^\rho), \; \Delta_7 = \overline{2, k}.$$

Истинность утверждения основывается на утверждении 3 и соотношениях (8).

Из утверждения 5 следует: принцип повторных сравнений применяется тогда, когда

$$h(k+1)^{](i-z-2)/2[} \leqslant 2a \leqslant h(k+1)^{](i-z)/2[}, \tag{9}$$

где z — первое целое число, для которого справедливо соотношение (9).

На основании утверждения 3 и соотношения (9) сформулируем такое утверждение.

Утверждение 6. Если справедливы соотношения: $x \in [x_{\gamma}^{\rho+2n+1}, x_{\beta}^{\rho+2n+1}, x_{\Delta_1}^{\rho+2n+1} \neq x_{\gamma}^{\rho+2n+1}, x_{\Delta_1}^{\rho+2n+1} \neq x_{\beta}^{\rho+2n+1}, \Delta_1 = \overline{\gamma+1, \beta-1}$, то при выполнении условия $\psi^n(i-\rho-2n, k) > \varphi^n(i-\rho-2n-1, k)$ оценка алгоритма на отрезках $[x_{\gamma}^{\rho+2n+1}, x_{\gamma+1}^{\rho+2n+1})$, $[x_{\beta-1}^{\rho+2n+1}, x_{\beta}^{\rho+2n+1})$ равна оценке $(i-\rho-2n)$-шагового алгоритма на отрезках $[x_0^1 x_1^1]$, $[x_k^1, x_{k+1}^1]$, $x_0^1 = -a$, $x_{k+1}^1 = 1+a$; оценка алгоритма на отрезках $[x_{\Delta_2}^{\rho+2n+1}, x_{\Delta_2+1}^{\rho+2n+1}]$, $\Delta_2 = \overline{\gamma+1, \beta-2}$ равна оценке

$(i-\rho-2n)$-шагового алгоритма на отрезках $[x_{\Delta_3}^1, x_{\Delta_3+1}^1]$, $\Delta_3 = \overline{1, k-1}$; при выполнении условия $\psi^n(i-\rho-2n, k) = \psi^n(i-\rho-2n-1, k)$ оценка алгоритма на отрезке $[x_{\gamma}^{\rho+2n+1}, x_{\beta}^{\rho+2n+1}]$ равна $\psi^n(i-\rho-2n-1, k)$; для $\gamma+1 > \beta-1$ оценка алгоритма на отрезке $[x_{\gamma}^{\rho+2n+1}, x_{\beta}^{\rho+2n+1})$ равна $\psi^n(i-\rho-2n-1, k)$.

Действительно, как вытекает из соотношения (9), принцип повторных сравнений применяется для такого z, которое удовлетворяет соотношению (9). Следовательно, для $(i-z)$-шагового алгоритма выполняются условия утверждения 3 и поэтому оптимальным $(i-z)$-шаговым алгоритмом будет C-алгоритм с тем отличием, что первый его шаг состоит в размещении $(\beta-\gamma)$ составляющих α-набора на отрезке $[x_{\gamma}^{\rho+2n+1}, x_{\gamma+1}^{\rho+2n+1}]$. Из этой особенности следует: $[x_{\gamma}^{\rho+2n+1}, x_{\gamma+1}^{\rho+2n+}]$ соответствует $[x_0^0, x_1^1])$ $(i-\rho-2k)$-шагового алгоритма; $[x_{\Delta_2}^{\rho+2n+1}, x_{\Delta_2+1}^{\rho+2n+1}]$ соответствует $-[x_{\Delta_3}^1, x_{\Delta_3+1}^1]$ $(i-\rho-2n)$-шагового алгоритма; $[x_{\beta-1}^{\rho+2n+1}, x_{\beta}^{\rho+2n+1}$ соответствует $[x_k^1, x_{k+1}^1]$ $(i-\rho-2n)$-шагового алгоритма, что и доказывает утверждение.

Утверждения 1—6 определяют следующий алгоритм поиска при действии $\Pi(a, 1)$-последовательности.

1. Если $2a \leqslant h(k+1)^{|t/2|}$, то применить C-алгоритм; в противном случае выполнить следующую последовательность операции.
2. Разместить составляющие α-набора на отрезке $[-a, 1+a$, положить $q=0$, $\rho=1$.
3. Выделить интервал $(x_q^{\rho}, x_{q+1}^{\rho})$.
4. На основании утверждения 5 определить γ и β; затем увеличить ρ и q на единицу и положить $\gamma_{\rho} = \gamma$, $\beta_{\rho} = \beta$, $q_{\rho} = \gamma$.
5. Если $\gamma_{\rho} = 0$ и $\beta_{\rho} = k+1$, то перейти на 3, иначе 6.
6. На основании утверждения 6 определить оценку алгоритма на отрезке $[x_{\Delta_1}^{\rho}, x_{\Delta_1+1}^{\rho}]$, $\Delta_1 = \overline{\gamma_{\rho}, \beta_{\beta}-1}$.
7. Найти оценку алгоритма на отрезке $[x_{q_{\rho-1}}^{\rho-1}, x_{q+1}^{\rho-1}]$, просуммировав оценки алгоритма на отрезке $[x_{\Delta_1}^{\rho-1}, x_{\Delta_1+1}^{\rho-1})$.
8. Положить $\rho = \rho-1$, $q_{\rho} = q_{\rho}+1$.

9. Если $\rho>0$ и $q_\rho \leqslant k+1$, то перейти на 3; если $q_\rho=k+2$, то перейти на 7; если $\rho=1$, $q_\rho=k+2$, то оценка алгоритма равна x^1_{k+1}. процесс построения алгоритма окончен.

Приведенная схема построения помехоустойчивых и $\Pi(a, 1)$-последовательности алгоритмов позволяет для заданных параметров алгоритма и последовательности i, k и a синтезировать для конкретных условий применения помехоустойчивый алгоритм.

Список литературы: 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Теория интеллекта. Математические средства. Х., 1984. 140 с. 2. *Алсведе Р., Вегенер И.* Задачи поиска. М., 1982. 355 с. 3. *Алипов Н. В.* Синтез помехоустойчивых алгоритмов поиска точки на отрезке 0,1//Пробл. бионики. 1986. Вып. 37. С. 72—84.

Поступила в редколлегию 28.12.89

УДК 658.5.011.56

Б. В. ДЗЮНДЗЮК, канд. техн. наук, *Т. И. СТЕПАНОВА*, канд. техн. наук

ДОЗА ВОЗДЕЙСТВИЯ КАК ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛА ЭФФЕКТА

Авторами [1] был проведен анализ понятия «доза вредного воздействия» и дано аксиоматическое определение дозового функционала D, для чего введены следующие аксиомы:

$A1$. Аддитивность.

$$\forall x(t) \in X, \ \forall [t_1, t_2] \subset R_t, \ \forall t \in [t_1, t_2]$$

имеет место равенство

$$D(x(t);\ t_1, t) + D(x(t);\ t, t_2) = D(x(t);\ t_1, t_2).$$

$A2$. Инвариантность во времени.

$\forall [t_1, t_2] \subset R_t$, $\forall \tau : [t_1+\tau, t_2+\tau] \subset R_t$ (сдвиг интервала времени на τ не выводит из R_t), $\forall x^{(1)}(t)$, $x^{(2)}(t) \in X$, таких, что $x^{(2)}(t) = x^{(1)}(t+\tau)$ $\forall t \in [t_1, t_2]$ следует, что

$$D(x^{(2)}(t);\ t_1, t_2) = D(x^{(1)}(t);\ t_1+\tau, t_2+\tau).$$

$A3$. Положительность.

$$\forall x(t) \in X, \ \forall [t_1, t_2] \subset R_t$$

имеет место неравенство

$$D(x(t);\ t_1, t_2) \geqslant 0.$$

Функционал D, удовлетворяющий аксиомам $A1$ и $A2$, назовем дозовым функционалом, а величину $D(x(t);\ t_1, t_2)$ — измеренной функционалом D дозой воздействия при интенсивности $x(t)$ на интервале $[t_1, t_2]$.