

ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ АНАЛИЗ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИЗБЫТОЧНЫХ БАЗИСОВ И НЕЙРОННОЙ СЕТИ, РЕШАЮЩЕЙ ЗАДАЧУ МИНИМИЗАЦИИ

ЖУРАВЕЛЬ В.В., ЛАГУТИН М.Ф., КУЗИН А.И.

Рассматривается новый метод частотно-временного анализа сигналов, основанный на концепции нейронных сетей, решающих задачу минимизации и избыточных базисов. Показывается, что получено улучшение разрешающей способности по частоте в 3,75 раза в сравнении с методом, основанным на использовании БПФ.

1. Введение

Сигнал $s(t)$ может быть представлен во временной области как зависимость мгновенного значения от времени, в частотной области — как зависимость спектральной плотности мощности от частоты. Но можно также представить его в частотно-временной области как зависимость частотного состава сигнала от времени. Указанные области представления сигналов показаны на рис. 1.

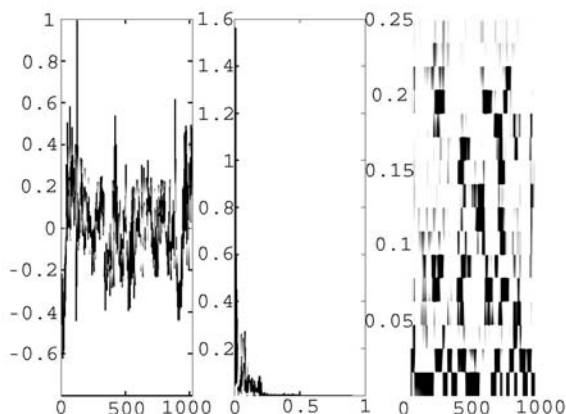


Рис. 1. Области представления сигнала: временная (слева), частотная (посередине) и частотно-временная (справа)

Применение частотно-временного анализа сигналов представляет интерес в тех случаях, когда необходимо знать не только доминирующую частоту (или частотный состав) в сигнале, но и ее динамику во времени. Например, при анализе биодинамики желудка человека, т.е. электрогастрограммы или электроэнтерограммы, динамика доминирующей частоты позволяет судить о состоянии перистальтики желудка или тонкого кишечника.

Для получения частотно-временного представления сигнала необходимо проводить его спектральный анализ в скользящем окне, как показано на рис. 2.

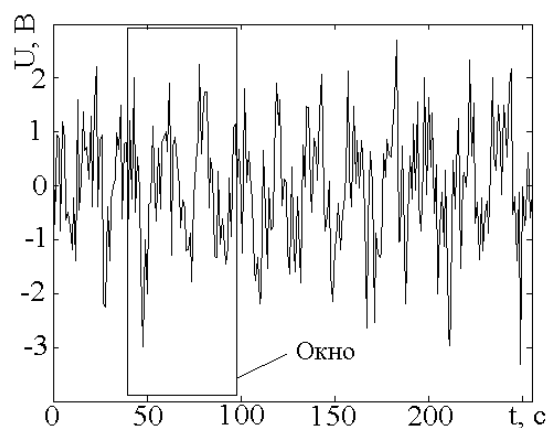


Рис. 2. Спектральный анализ сигнала в скользящем окне

Для получения точной информации о частотном составе сигнала в момент t_1 нужно уменьшать окно анализа, в котором вычисляется СПМ. Однако такое уменьшение, в случае использования для получения СПМ метода БПФ, приводит к уменьшению разрешения по частоте, что в частотно-временной области способствует расширению спектральных линий.

Повышение требований к разрешающей способности по частоте, по сравнению с БПФ при тех же размерах окна анализа, вызывает необходимость поиска новых методов спектрального анализа сигналов.

2. Избыточный базис

Традиционно сигнал представляется в виде разложения в некотором ортогональном базисе [1], таком как Фурье-базис, базис дискретного косинусного преобразования, вэйвлет-базис, основанный на квадратурных зеркальных фильтрах, и др. В переносных случаях число используемых базисных компонент эквивалентно числу частотных компонент сигнала. При этом разложение сигнала является единственным и называется полным.

Бесконечная система действительных функций вида

$$\phi_0(x), \phi_1(x), \dots, \phi_n(x) \quad (1)$$

называется ортогональной на отрезке $[a, b]$, если

$$\int_a^b \phi_n(x)\phi_m(x)dx = 0, \quad n \neq m \quad (2)$$

и при этом предполагается, что

$$\int_a^b \phi_n^2(x)dx \neq 0.$$

Это значит, что никакая из функций рассматриваемой системы (1) не равна тождественно нулю.

Условие (2) выражает попарную ортогональность функций системы (1).

С другой стороны, можно ввести понятие избыточного базиса [2]. В отличие от полного представления, избыточное использует большее количество элементов базиса, чем число частотных компонен-

тов сигнала. Элементами базиса могут быть любые непрерывные функции, не обязательно ортогональные между собой. Избыточный базис может быть получен либо как исходно избыточный, либо путем объединения нескольких полных базисов, например, Фурье- и вэйвлет-базисов.

Каждый из полных базисов является набором волновых форм $(\phi_\gamma)_{\gamma \in \Gamma}$ с индексным параметром γ , и любой заданный сигнал s может быть представлен в виде:

$$s = \sum_{\gamma \in \Gamma} \alpha_\gamma \phi_\gamma, \quad (3)$$

или в виде приближенного разложения:

$$s = \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_{\gamma_i} \phi_{\gamma_i} + r^{(N)}, \quad (4)$$

где $r^{(N)}$ – вектор остатка; α_{γ_i} – весовой коэффициент.

Введение избыточного базиса приводит к тому, что разложение в выражении (3) будет не единственным. В этом случае возникает необходимость поиска некоего оптимального разложения из множества возможных разложений.

3. Задача минимизации топлива

Идея нахождения оптимального разложения сигнала из множества возможных разложений в избыточном базисе D может быть сведена к так называемой задаче минимизации топлива (МТ) [3], которая является одной из классических задач линейного программирования.

Задача МТ формулируется следующим образом. Пусть имеется некий топливный склад A , на котором есть N различных типов топлива, каждое из которых состоит из M различных компонентов. Математически A – это матрица $M \times N$. Представим, что на складе A необходимо найти топливо b , состоящее из M компонентов. Если там идентичного топлива нет, то его можно получить путем смешивания имеющихся на складе топлив. Математически такое смешивание может быть записано в виде $Ax=b$, где x – это N -мерный вектор процентных отношений смешиваемых топлив.

Ясно, что решение, дающее вектор x , может быть не единственным, так как N обычно намного больше M . Целью является нахождение оптимального решения, когда вектор x содержит минимум ненулевых компонентов. Другими словами, необходимо найти минимальное количество топлив на складе A , смешав которые получим искомого топлива b .

Постановка задачи имеет следующий вид.

Необходимо минимизировать K (K – целое, больше нуля), учитывая условия:

$$\begin{cases} Ax = b, A \in R^{M \times N}, x \in R^N, b \in R^M, \\ x_k \neq 0, k = k_1, k_2, \dots, k_K. \end{cases} \quad (5)$$

Однако решить задачу минимизации топлива в виде (5) напрямую очень сложно. Более простым является нахождение приближенного решения путем минимизации одной из норм вектора x (L_1 -нормы, L_2 -нормы или L_∞ -нормы).

L -норма определяется следующим образом:

$$L_1 = \sum_i |x_i|, \quad \forall i \in \{1, \dots, N\},$$

$$L_2 = \sqrt{\sum_i (x_i)^2}, \quad \forall i \in \{1, \dots, N\},$$

$$L_\infty = \sqrt[\infty]{\sum_i (x_i)^\infty}, \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}.$$

Можно показать численно, что только минимизация L_1 -нормы вектора x дает хорошее приближение к решению задачи (5).

Например, пусть матрица A и вектор b имеют следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & -1 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & 1 & -5 & -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ и } b = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Тогда имеем три решения для следующих трех оптимизационных моделей, заданных в виде выражений (6)-(8):

$$L_1\text{-норма} \quad \begin{cases} \text{Min } \|x\|_1 \\ \text{Учитывая } Ax = b, \end{cases} \quad (6)$$

$$L_2\text{-норма} \quad \begin{cases} \text{Min } \|x\|_2 \\ \text{Учитывая } Ax = b, \end{cases} \quad (7)$$

$$L_\infty\text{-норма} \quad \begin{cases} \text{Min } \|x\|_\infty \\ \text{Учитывая } Ax = b, \end{cases} \quad (8)$$

$$x_1 = [0.531; 0; 0.344; 0; 0; 0.562]^T,$$

$$x_2 = [0.635; -0.022; 0.226; -0.026; 0.153; 0.405]^T,$$

$$x_\infty = [0.466; -0.352; 0.466; 0.178; 0.323; 0.466]^T,$$

соответственно.

Число ненулевых компонент (K) вектора x в решении для $\text{Min } \|x\|_1$ наименьшее ($K=3$). Решения $\text{Min } \|x\|_2$ и $\text{Min } \|x\|_\infty$ называются нахождением минимума энергии и минимума амплитуды элементов вектора x соответственно.

Решение $\text{Min } \|x\|_1$ будет не только хорошим приближением к решению задачи МТ в виде (5), но и точным ее решением, если любые два столбца матрицы A не коррелированы между собой.

Существующие методы решения задачи МТ основываются на проблеме, описанной в терминах линейного программирования (ЛП) [4]. Сначала

МТ-задача преобразуется в ЛП – задачу, затем последняя решается одним из численных методов, таких как Симплекс-метод, модифицированный Симплекс-метод, метод внутренней области и другие. Однако такой подход приводит к увеличению сложности поставленной задачи, что не позволяет использовать указанные численные методы для решения в реальном масштабе времени. Приблизиться к решению задачи МТ в реальном масштабе времени позволяет применение искусственных нейронных сетей. Последние благодаря своему расширенному параллелизму могут решить задачу минимизации за время, равное константе времени нейронной сети (несколько миллисекунд).

4. Нейронная сеть, решающая задачу МТ

Сделаем переход от задачи МТ к задаче спектрального анализа. Сигнал определен в виде вектора длиной M , $s = [s(1), s(2), \dots, s(M)]^T \in R^M$. Избыточный базис введен как $D = (\phi_\gamma)_{\gamma \in \Gamma}$, где $\phi_\gamma \in R^M$ определяет базисный компонент с индексом $\gamma \in \Gamma$, $\Gamma \subset L^2(R)$.

Сигнал может быть разложен в виде (3) или приближенно в виде (4).

В матричной форме выражение (4) может быть записано более компактно:

$$b = Ax + r^{(N+1)},$$

где $b = s \in R^M$ – заданный сигнал;

$x = [\alpha_{\gamma_1}, \alpha_{\gamma_2}, \dots, \alpha_{\gamma_N}]^T \in R^N$ – искомый вектор;

$A = \{\phi_{\gamma_1}, \phi_{\gamma_2}, \dots, \phi_{\gamma_N}\} \in R^{M \times N}$ – матрица избыточно-го базиса.

Нейронная сеть, решающая задачу вида (6), описывается следующей системой дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -A^T [Ax - y - b] - P_\Omega(x + A^T y), \\ \frac{dy}{dt} = -A[x + A^T y - P_\Omega(x + A^T y)] + b, \end{cases} \quad (9)$$

здесь $y \in R^M$, $P_\Omega(x) = [P_\Omega(x_1), P_\Omega(x_2), \dots, P_\Omega(x_n)]^T$,

$P_\Omega(x)$ – оператор проекции, определяемый как

$$P_\Omega(x_i) = \frac{1}{2} (|x_i + 1| - |x_i - 1|) = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i > 1, \\ x_i, & \text{иначе,} \\ -1, & \text{если } x_i < -1 \end{cases} \quad (10)$$

при $i = 1, 2, \dots, n$.

Так как нейронная сеть, описываемая выражением (9), является непрерывной во времени сетью, определяемой системой обыкновенных дифференциальных уравнений, то она может быть реализована на перепрограммируемых логических матрицах и применяться в реальном масштабе времени. В такой архитектурной реализации оператор нелинейной проекции $P_\Omega(\cdot)$, описываемый выражением (10),

является ограничителем с единичным порогом. Умножители матриц или векторов с точки зрения теории нейронных сетей являются синаптически взвешенными операциями сложения и могут реализоваться в виде сумматоров с весовыми коэффициентами. Остальные составляющие нейронной сети – простые интеграторы. Наиболее существенной чертой нейронной сети является отсутствие блоков управления или блоков с подстройкой параметров, которые часто необходимы в других методах. Это делает применение НС более простым.

Для проведения численных экспериментов по анализу сигналов с помощью предложенного метода в MATLAB SIMULINK была собрана модель нейронной сети (рис. 3), описываемой выражением (9).

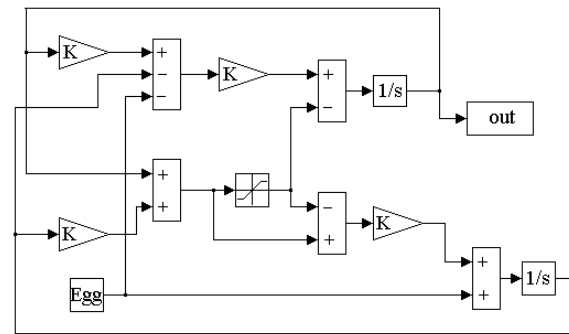


Рис. 3. Структура нейронной сети

Используемый избыточный базис состоит из 240 волновых форм. Длина окна анализа равна 64 отсчетам сигнала.

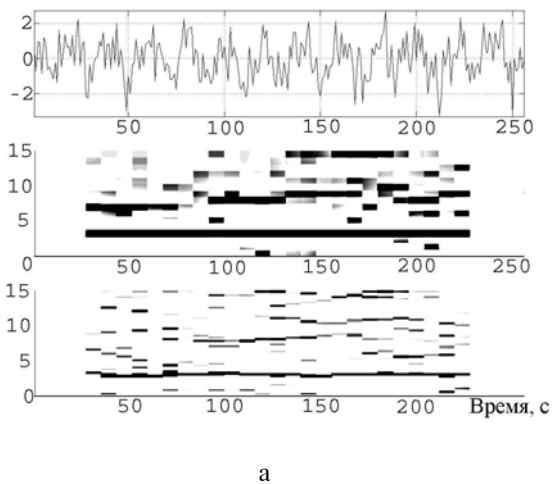
Разрешающая способность по частоте БПФ при размере окна, равном 64 отсчетам сигнала, составляет $1/64$ (частота дискретизации равна 1 Гц). Разрешающая способность предложенного метода определяется используемым базисом и в данном случае составляет $1/4$ цикла в минуту (ц/мин), т.е. $1/(4 \times 60)$ Гц. Повышение разрешающей способности по частоте предложенного метода равно

$$\frac{1/64}{1/(4 \times 60)} = 3,75.$$

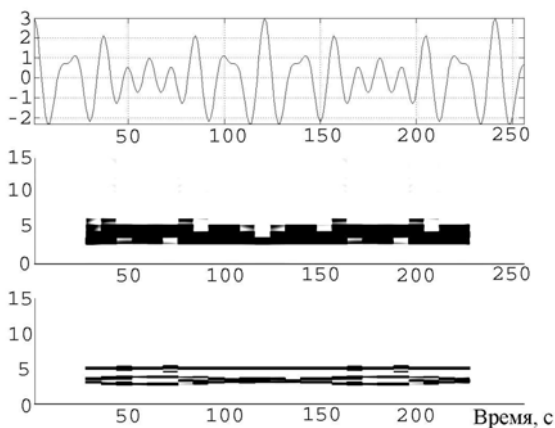
5. Результаты анализа сигналов

Приведем результаты анализа тестовых и реальных сигналов. Анализ проведен с помощью предложенного метода и метода, основанного на БПФ (данный метод иногда называют кратковременным преобразованием Фурье). В качестве реальных сигналов использовалась электрогастрограмма и R-R кардиоинтервалы.

Результат анализа тестового сигнала, представляющего собой зашумленную гармонику частотой 3 ц/мин (отношение сигнал/шум равно 1, шум с гауссовым распределением), показан на рис. 4,а, а представляющего собой сумму трех гармоник с частотами 3; 3,5 и 5 ц/мин, показан на рис.4,б.



а



б

Рис. 4. Частотно-временной анализ тестового сигнала

Результат анализа реального сигнала электрогастрограммы показан на рис. 5, а результат анализа сигнала R-R интервалов показан на рис. 6. На рис. 5 и 6 сверху расположен анализируемый сигнал, посередине – частотно-временное представление, полученное с помощью нейронной сети, а внизу – частотно-временное представление, полученное на основании БПФ.

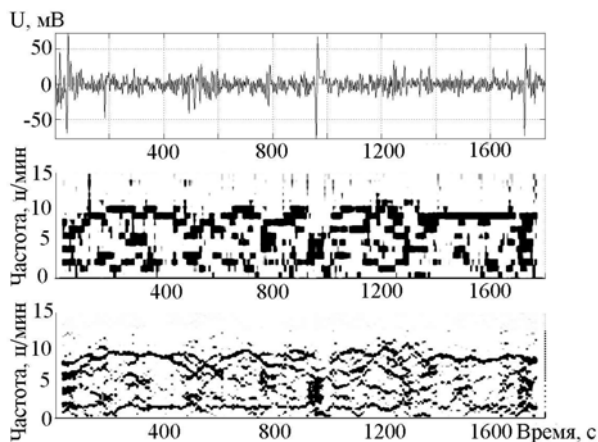


Рис. 5. Частотно-временной анализ электрогастрограммы

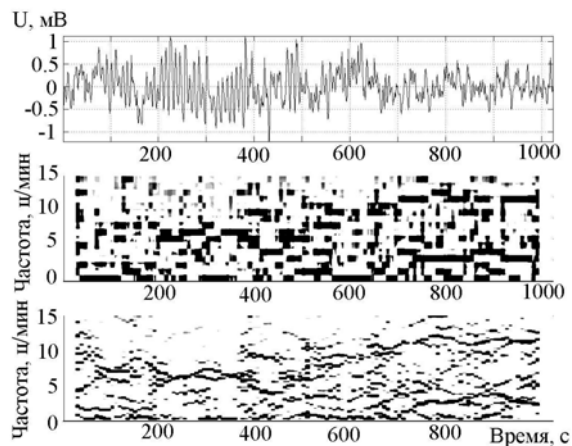


Рис. 6. Частотно-временной анализ R-R интервалов

Выводы

Применение предложенного метода частотно-временного анализа позволяет повысить разрешение по частоте и получить более чистое, с точки зрения визуального восприятия, частотно-временное представление сигнала. С помощью предложенного метода достигнуто повышение разрешающей способности в 3,75 раза по сравнению с анализом, использующим БПФ.

Применение нейронных сетей для решения задачи минимизации позволяет проводить анализ в реальном масштабе времени.

Литература: 1. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. М.: Радио и связь, 1986. 512 с. 2. Wang Z.S., He Z., Chen J.D.Z. Optimized Overcomplete Signal Representation and its Application to Time-Frequency Analysis of Electrogastragram, Ann. Biomed. Eng. 1998. Vol. 26. P. 859-869. 3. Wang Z.S., Cheung J.Y., Xia Y.S., and Chen J.D.Z. Minimum Fuel Neural Networks and Their Application to Overcomplete Signal Representation. IEEE Trans. Circuits. Syst. 2000. Vol. 47. P. 1146-1159. 4. Данциг Д. Линейное программирование. Его применения и обобщения. М.: Прогресс, 1966. 600 с.

Поступила в редколлегию 31.07.2002

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Стрелков А.И.

Журавель Владимир Владимирович, аспирант кафедры радиоэлектронных устройств ХНУРЭ. Научные интересы: цифровой спектральный анализ. Увлечения и хобби: чтение классики, программирование. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (0572) 40-94-44.

Лагутин Михаил Федорович, д-р техн. наук, профессор кафедры радиоэлектронных устройств ХНУРЭ. Научные интересы: синергетика и неравновесные системы. Хобби: растениеводство. Адрес: Украина, 61058, Харьков, ул. Чичибабина, 1, кв. 57, тел. 43-64-86.

Кузин Антон Иванович, канд. техн. наук, науч. сотр. кафедры радиоэлектронных устройств ХНУРЭ. Научные интересы: создание аппаратуры для электрогастрографии, цифровая обработка электрогастрограммы. Увлечения и хобби: Management of human resources. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (0572) 40-94-44.