

РАДИО-
ТЕХНИКА

174/2013



СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА, АНТЕННЫ И МИКРОВОЛНОВЫЕ УСТРОЙСТВА, РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

<i>В. А. Дорошенко, А. М. Титаренко, А. А. Стрельницкий</i> Полупрозрачный конус с продольной щелью в поле электрического радиального диполя	5
<i>М. А. Гнатюк, В. М. Морозов, А. М. Сьянов</i> Алгоритм метода Шварца решения трехмерной задачи дифракции	10
<i>И.Н. Бондаренко, А.В. Галич</i> Резонаторные структуры для безэлектродных СВЧ ламп	16
<i>Г.А. Руднев, Г.И. Хлопов</i> Флуктуации прямого сигнала миллиметрового диапазона радиоволн на низкопрофильных трассах	20
<i>А.В. Богомаз</i> Влияние ширины спектра зондирующего радиоимпульса на точность расчёта параметров ионосферной плазмы в методе некогерентного рассеяния радиоволн	27

ТЕОРИЯ И ТЕХНИКА РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

<i>Е.Н. Белов, О.А. Войтович, В.А. Кабанов, А.М. Линкова, Г.А. Руднев, Т.А. Ткачева, Г.И. Хлопов, С.И. Хоменко</i> Применение активно-пассивного зондирования для исследования профиля водности облаков	32
<i>М.А. Анохин, И.В. Корытцев</i> Построение информативных признаков подвижных объектов для их распознавания в видеопотоке	43
<i>И. Е. Антипов, Р. В. Шандренко, А. И. Шкарлет</i> Предварительные результаты моделирования параметров метеорной РЛС с целью оптимизации её работы	47
<i>Р. И. Белоус, С. П. Мартынюк, А. П. Моторненко, И. Г. Скуратовский, О. И. Хазов</i> Свойства волноводно-диэлектрического резонатора с резонансным короткозамыкающим поршнем	53

ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

<i>Ю.В. Черкас, Ю.И. Волощук</i> Оценивание трендов применительно к распределениям околоземных астероидов по большой полуоси	58
<i>В.И. Василишин</i> Повышение эффективности спектрального анализа собственноструктурными методами с использованием технологии суррогатных данных для собственных векторов ковариационной матрицы наблюдения	66
<i>О.Г. Аврунин</i> Повышение достоверности риноманометрической диагностики путем учета статистических характеристик измеряемых сигналов	73

ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ

В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

<i>Л. Б. Макаров, О. М. Бітченко, О. І. Цопа, О.О. Кузнецов</i> Ентропійна оцінка характеристик захищеності систем передачі інформації	81
--	----

ФИЗИКА ПРИБОРОВ, ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ

<i>А.М. Семеней, Н.Н. Рожницкий</i> Электрохемилюминесцентное определение билирубина на электроде, модифицированном алмазоподобными пленками	90
<i>С.А.Зуев</i> Учет непараболичности энергетических зон при моделировании GaAs полупроводниковой структуры	96
<i>Н.П. Стогний, Н.К. Сахненко</i> Плазмоны в кластере нанопроводов треугольной или четырехугольной конфигурации	105
<i>А.И. Лучанинов, Е.А. Медведев, Уайд С. Р.</i> Использование уравнения Поклингтона для анализа антенн из углеродных нанотрубок	112

РЕФЕРАТЫ	122
----------	-----

УДК 517.958:537.8

В.А. ДОРОШЕНКО, д-р физ.-мат. наук, А.М. ТИТАРЕНКО, канд. физ.-мат. наук,
А.А. СТРЕЛЬНИЦКИЙ

ПОЛУПРОЗРАЧНЫЙ КОНУС С ПРОДОЛЬНОЙ ЩЕЛЮЮ В ПОЛЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАДИАЛЬНОГО ДИПОЛЯ

Введение

Интерес к изучению электродинамических свойств импедансных, в том числе и полупрозрачных, структур обусловлен их широким применением в антенной технике и технике СВЧ [1]. Построение адекватных физических и математических моделей процессов взаимодействия электромагнитных полей с такими структурами позволяет качественно и количественно проанализировать их электродинамические свойства и характеристики. В работах [2 – 5] приведены результаты теоретического исследования задач дифракции электромагнитных волн на импедансных плоских, цилиндрических, сферических экранах. Авторами работы [6] предложен поход к решению задачи дифракции волн на сплошном неограниченном импедансном конусе и получено решение в случае постоянного поверхностного импеданса. Одна из сложностей решения краевых электродинамических задач для конической структуры заключается в том, что на ее поверхности есть сингулярная точка – вершина, вблизи которой решение имеет интегрируемую особенность [7]. Наличие поверхностных неоднородностей в виде щелей на конусе с одной стороны значительно усложняют решение соответствующей краевой электродинамической задачи, а с другой существенно расширяет диапазон использования такой геометрии в практических приложениях. Из имеющихся литературных источников неизвестны решения задачи рассеяния электромагнитных волн на полупрозрачном конусе с продольной щелью. Поэтому целью данной работы является исследование задачи возбуждения электрическим радиальным диполем полубесконечного кругового полупрозрачного конуса с прорезанной вдоль образующей продольной щелью.

Постановка задачи

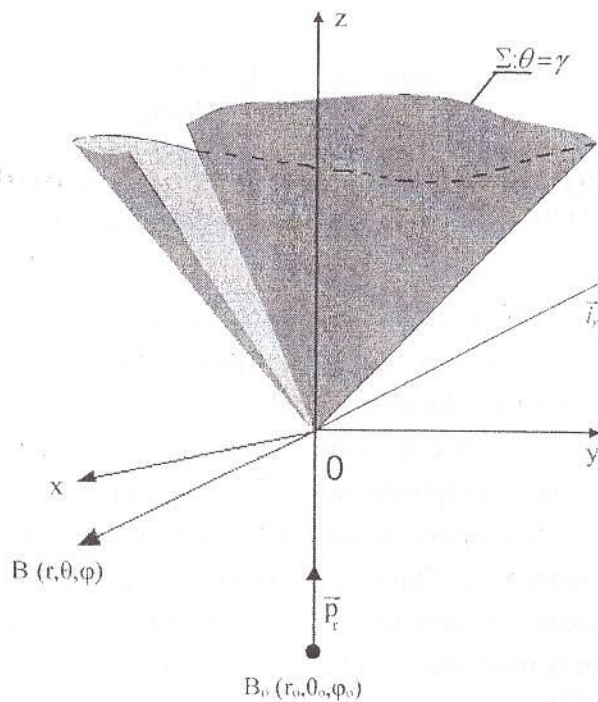
Полубесконечный круговой полупрозрачный конус Σ с прорезанной от вершины вдоль образующей щелью и углом раствора 2γ находится в электромагнитном поле электрического радиального диполя с моментом

$$\vec{P}_r(\vec{r}, t) = \vec{i}_r \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) e^{-i\omega t},$$

где $\vec{i}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$, расположенного вне и на оси конуса в точке $B_0(\vec{r}_0)$ (рисунок 1). Угловая ширина

щели d по величине равна величине двугранного угла, который образован плоскостями, проведенными через ось конуса и кромки щели. Во введенной сферической системе координат r, θ, φ с началом в вершине конуса ($r = 0$) полупрозрачная коническая структура определяется уравнением $\theta = \gamma$. Рассматриваемая полупрозрачная коническая поверхность с параметром прозрачности $W > 0$ обладает свойством пропускать и отражать падающее на

нее поле источника \vec{E}_0, \vec{H}_0 и задача заключается в нахождении поля \vec{E}_1, \vec{H}_1 , обусловленного присутствием рассеивающей поверхности Σ .



Полное поле

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1, \quad \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_1 \quad (1)$$

удовлетворяет:

- 1) уравнениям Максвелла вне полупрозрачного конуса и источника;
- 2) краевым условиям на поверхности конуса:

$$\vec{n} \times \left\{ \vec{n} \times \left[\vec{E}^+ + \vec{E}^- \right] \right\} = 2R \vec{n} \times L^{(1)} \left[\vec{H}^+ - \vec{H}^- \right], \quad (2)$$

$$\vec{n} \times \vec{E}^+ = \vec{n} \times \vec{E}^-, \quad (3)$$

где $\vec{E}^\pm = \vec{E}|_{\theta=\gamma \pm 0}$; $R = \frac{w}{q} W \sin \gamma$, $q = -ik$, $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$, $w = \sqrt{\mu/\epsilon}$ – волновое сопротивление среды, ϵ и μ – проницаемости среды, в которую помещен незамкнутый полупрозрачный конус, \vec{n} – внешняя нормаль к поверхности конуса Σ , $L^{(1)}$ – дифференциальный оператор 2-го порядка по радиальной координате;

- 3) условию на бесконечности в пространстве;
- 4) условию ограниченности энергии.

Условия (1) – (4) определяют единственность решения поставленной краевой электродинамической задачи. При решении краевых задач с конической геометрией удобно использовать потенциал Дебая v [8], вследствие чего исходная электродинамическая задача сводится к третьей краевой задаче [9] для потенциала v , который соответствует полю \vec{E}, \vec{H} и удовлетворяет уравнению Гельмгольца всюду вне незамкнутой полупрозрачной конической поверхности и источника, краевым условиям на конусе, соответствующим (2), (3):

$$v|_{\Sigma} - rW \sin \gamma \left[\frac{\partial}{\partial n} v \right]_{\Sigma} = 0, \quad (4)$$

$$[v]_{\Sigma} = 0, \quad (5)$$

где

$$[f]_{\Sigma} = f|_{\Sigma^+} - f|_{\Sigma^-}, \quad \Sigma^{\pm} : \theta = \gamma \pm 0;$$

принципу предельного поглощения, условию ограниченности энергии.

В соответствии со структурой полного поля (1), потенциал Дебая v для полного поля представляется в виде

$$v = v_0 + v_1.$$

где v_0 – потенциал поля источника, а v_1 – потенциал рассеянного конусом поля.

Метод решения

Для решения смешанной краевой задачи воспользуемся интегральными преобразованиями Конторовича – Лебедева [10] и запишем искомый потенциал v_1 так

$$v_1 = \frac{\hat{p}}{2\pi^2 r_0} \int_0^{\infty} \tau \operatorname{th} \pi \tau \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma) \hat{U}_{i\tau}(\theta, \varphi) d\tau,$$

где $K_{i\tau}(qr)$ – функция Макдональда, $P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma)$ – функция Лежандра 1-го рода,

$$\hat{U}_{i\tau}(\theta, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n \frac{P_{-1/2+i\tau}^n(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^n(\pm \cos \gamma)} e^{in\varphi}, \quad \hat{p} = \frac{M_r}{\varepsilon}, \quad (6)$$

где x_n – неизвестные коэффициенты разложения. Знак «+» в (6), (7) соответствует области $0 < \theta < \gamma$, а «-» – области $\gamma < \theta < \pi$. Для нахождения воспользуемся краевыми условиями (4), (5), условиями непрерывности поля в щели, а также математическим аппаратом рядов Фурье, получим систему линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа (СЛАУ-2) относительно искомых коэффициентов:

$$x_p = \frac{1}{2W\varpi_p + B_{p,p}(\delta)} \left[B_{0,p}(\delta) - \sum_{n \neq p}^{+\infty} B_{n,p}(\delta) x_n \right], \quad p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (7)$$

$$\varpi_p = |n|(1 - \varepsilon_p) = \frac{(-1)^p \operatorname{ch} \pi \tau}{\pi} \frac{\Gamma(1/2 + i\tau + p)}{\Gamma(1/2 + i\tau - p)} \frac{1}{P_{-1/2+i\tau}^p(-\cos \gamma) P_{-1/2+i\tau}^p(\cos \gamma)},$$

$$B_{n,p}(\delta) = \begin{cases} -\frac{1}{\pi} \frac{\sin(n-p)\delta}{n-p}, & n \neq p, \\ \frac{1}{\pi}(\pi - \delta), & n = p; \end{cases} \quad \delta = d/2, \quad 0 \leq \delta < \pi,$$

где $\Gamma(z)$ – гамма-функция. В предельном случае исчезновения щели ($d = 0$) из (7) следует с точностью до $O(W^{-2})$, что

$$x_0 = \frac{1}{2W\varpi_0 + 1}, \quad x_p = 0 \quad \text{для } p \neq 0 \quad (8)$$

Коэффициенты Фурье (8) соответствуют коэффициентам при возбуждении сплошного полупрозрачного конуса [10].

Аналитическое решение для незамкнутого полупрозрачного конуса с большим уровнем поверхностной прозрачности

В силу свойства СЛАУ-2 (7) ее оператор является сжимающим в случае большого параметра прозрачности ($W \gg 1$), что позволяет использовать для решения (7) метод последовательных приближений и найти аналитическое решение задачи. Ограничиваясь первым приближением, получаем такое представление для потенциала v_1 вдали от щели:

$$v_1 = -\frac{2}{\pi^2} \frac{\beta^*}{2W} \int_0^{+\infty} \frac{\tau \operatorname{sh} \pi \tau c_{0\tau}}{1/D_{it}^{(0)} + \beta^*/2W} \frac{K_{it}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{P_{-1/2+it}(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+it}(\pm \cos \gamma)} d\tau + \quad (9)$$

$$+ \frac{2}{\pi^3} \frac{\beta^*}{W} \sum_{n=1}^{+\infty} \cos n\varphi \int_0^{+\infty} \frac{\tau \operatorname{sh} \pi \tau c_{0\tau}}{1/D_{it}^{(-pN)} + \beta^*/2W} \frac{\sin n\delta}{n} \frac{K_{it}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{P_{-1/2+it}^{-n}(\pm \cos \theta)}{P_{-1/2+it}^{-n}(\pm \cos \gamma)} d\tau + O(W^{-2}),$$

$$c_{0\tau} = -\frac{\hat{p}}{4 \operatorname{ch} \pi \tau} \frac{K_{it}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} P_{-1/2+it}(\cos \gamma), \quad D_{it}^{(M)} = 1/\sigma_M, \quad \beta^* = 1 - \frac{\delta}{\pi}, \quad 0 < \beta^* \leq 1.$$

Верхние знаки у функции Лежандра в подынтегральных выражениях (9) соответствуют области $0 < \theta < \gamma$, а нижние знаки – области $\gamma < \theta < \pi$. Осуществляя в (9) формальный переход к пределу $W \rightarrow +\infty$ или $\beta^* \rightarrow 0$, что соответствует исчезновению полупрозрачной конической поверхности, получаем предельное нулевое значение для потенциала Дебая $v_1^{(1)}$ для рассеянного поля. Преобразовав интегралы в (9) и замкнув контур интегрирования, а также используя теорему Коши о вычетах, можно получить представление для v_1 в виде ряда по полюсам подынтегральной функции, которая является мероморфной. Множество полюсов подынтегральных функций в (9) образуют спектр рассматриваемой краевой задачи. Используя выражения составляющих электромагнитного поля через потенциалы Дебая, можно записать представление составляющих в виде ряда, члены которого являются модами соответствующих полей. Такое представление удобно при определении поведения поля вблизи вершины конуса и в случае близкого расположения источника к вершине.

В соответствии с (9) спектр краевой задачи для незамкнутого полупрозрачного конуса с большим параметром прозрачности ($W \gg 1$) определяется корнями таких уравнений

$$\frac{\cos \pi \zeta}{\pi} \frac{1}{P_{-1/2+\zeta}(\cos \gamma) P_{-1/2+\zeta}(-\cos \gamma)} + (1 - \delta/\pi)/2W = 0, \quad (10)$$

и

$$(-1)^p \frac{\cos \pi \zeta}{\pi} \frac{\Gamma(1/2 + \zeta - p)}{\Gamma(1/2 + \zeta + p)} \frac{1}{P_{-1/2+\zeta}^{-p}(\cos \gamma) P_{-1/2+\zeta}^{-p}(-\cos \gamma)} + (1 - \delta/\pi)/2W = 0, \quad p = 1, 2, \dots \quad (11)$$

При $W \gg 1$ корни уравнения (10) находятся вблизи нулей функции $\cos \pi \zeta$:

$$\tilde{\zeta}_s^{(1)*} = \frac{1}{2} + s + \frac{1 - \delta/\pi}{2W} [P_s(\cos \gamma)]^2 + O(W^{-2}), \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad (12)$$

а уравнения (11) – вблизи нулей функции $\Gamma(1/2 + \zeta - p) \cos \pi \zeta$.

Наименьшее из собственных значений рассматриваемой краевой задачи при $W \gg 1$ совпадает с наименьшим значением (12)

$$\tilde{\zeta}_0^{(1)*} = \frac{1}{2} + \frac{1 - \delta/\pi}{2W} + O(W^{-2}), \quad (13)$$

которое и определяет поведение поля у вершины незамкнутого полупрозрачного конуса. Собственные значения (12) для полупрозрачного конуса ($W \gg 1$) с продольной щелью представляют собой собственные значения, возмущенные фактом наличия щели,

$$\zeta_s = \frac{1}{2} + s + \frac{1}{2W} [P_s(\cos \gamma)]^2 + O(W^{-2})$$

для сплошного полупрозрачного конуса при таком же способе возбуждения:

$$\zeta_s^{(1)*} \approx \zeta_s - \frac{\delta/\pi}{2W} [P_s(\cos \gamma)]^2,$$

а собственное значение (13) можно записать так:

$$\zeta_0^{(1)*} \approx \zeta_0 - \frac{\delta/\pi}{2W},$$

причем $\zeta_s^{(1)*} \leq \zeta_s$, $s = 0, 1, 2, \dots$. Электромагнитное поле вблизи вершины ($qr \ll 1$) полупрозрачного конуса ($W \gg 1$) с продольной щелью ведет себя как

$$|\vec{E}| \sim |qr|^{-1+1/2W-\delta/2\pi W}, \quad |\vec{H}| \sim |qr|^{1/2W-\delta/2\pi W}. \quad (14)$$

Из (14) следует, что наличие продольной щели на поверхности конуса усиливает особенность электрического поля у вершины, а магнитное убывает по мере приближения к вершине не так быстро, как у сплошного полупрозрачного конуса. Такой же вывод был сделан и для случая возбуждения идеально проводящего конуса с продольной щелью электрическим радиальным диполем [10].

Заключение

Впервые проведено теоретическое исследование в строгой постановке краевой задачи рассеяния электромагнитных волн на полубесконечном круговом полупрозрачном конусе с продольной щелью. Метод ее решения основан на применении потенциалов Дебая, интегральных преобразований Конторовича – Лебедва и аппарата рядов Фурье, вследствие чего исходная задача сведена к решению системы линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа. В частном случае незамкнутой конической поверхности с высокой степенью прозрачности найдено аналитическое решение, что позволило качественно изучить структуру рассеянного конусом поля и его поведение вблизи вершины конуса. Полученные результаты могут быть, в частности, использованы на стадии проектирования широкополосных и сверхширокополосных щелевых антенн с прозрачными стенками.

Список литературы: 1. Кравченко В. Ф. Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. – М. : Физматлит, 2006. – 280с. 2. Бравер И.М., Гарб Х.Л., Фридберг П.Ш. и др. Явление аномально слабого затухания мощности в волноводе с полубесконечной резистивной пленкой // Радиотехника и электроника. – 1987. – Т.32, №2. – С.264-269. 3. Lindel I.V., Shihvola A.H. Electromagnetic boundary conditions defined in terms of normal field components // IEEE Trans. on Antennas & Propagat. Mag. – 2010. – V.58, № 4. – P. 1128-1135. 4. Звездина М.Ю. Рассеяние электромагнитного поля импедансной цилиндрической поверхностью произвольного сечения // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2003. – Т.6, №4. – С.38-40. 5. Ерофеев В.Т., Кравченко В.Ф. Об импедансных граничных условиях, учитывающих кривизну поверхности // ДАН РАН. – 2000. – Т.45, №11. – С.1-7. 6. Bernard J.M.L., Lyalinov M.A. Electromagnetic scattering by a smooth convex impedance cone // J. of Appl. Math. – 2004. – V.69. – P.285-333. 7. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн : пер. с англ. ; под ред. М.Л. Левина. – М. : Мир, 1978. – Т.1,2; Т1. – 552с., Т2. – 558с. 8. Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свеиников А.Г. Математические модели электродинамики. – М. : Высш. шк., 1991. – 224с. 9. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. – М. : Наука, 1973. – 470с. 10. Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф. Дифракция электромагнитных волн на незамкнутых конических структурах. – М. : Физматлит, 2009. – 272с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 11.05.2013