

### АНАЛИЗ СТРУКТУР ФУРЬЕ-ПРОЦЕССОРОВ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕМЫ ОТСЧЕТОВ

В последнее время в отечественной и зарубежной литературе для анализа дисперсионных Фурье-процессоров часто используются операции умножения и свертки. Преобразование сигналов с помощью указанных операций достаточно компактно и качественно наглядно можно проанализировать при дискретной форме их представления на основе теоремы отсчетов. Такой подход дает возможность сравнить основные параметры Фурье-процессоров разных типов. Рассмотрим входной узкополосный сигнал вида

$$f(t) = A(t) \cos [\omega_0 t + \varphi(t)] \text{ при } t \in [0, T_a] \quad (1)$$

и  $\Delta f \ll f_0$  ( $\Delta f$  — полоса частот входного сигнала). Как известно, при этих ограничениях  $f(t) = A(t) \exp j[\omega_0 t + \varphi(t)]$  можно представить «длинными» выборками

$$f(t) = \sum_n \bar{A}(nT) \text{rect} \frac{t-nT}{T} \exp j[\omega_0(t-nT)], \quad (2)$$

где

$$\text{rect } x = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

$$\bar{A}(nT) = A(nT) \exp j\varphi(nT).$$

Проанализируем сущность операции умножения. Согласно [1] она сводится к введению в исследуемый сигнал ЛЧМ заполнения. По-

видимому, более удачным названием этой операции следует считать ЛЧМ-преобразование (ЛЧМП).

Для анализа ЛЧМП-операции введем символ  $\wedge\{f(t)\}$  и вспомогательный ЛЧМ-сигнал:

$$f_1(t) = \exp j\left(\omega_k t + \gamma \frac{t^2}{2}\right) = \exp j[\omega_k + \omega(t)]t, \quad (3)$$

где

$$\omega(t) = \gamma \frac{t}{2}; \quad \gamma = \frac{\Delta F}{Tn}.$$

Заменим  $f_1(t)$  суммой «длинных» выборок, для каждой из которых частота заполнения постоянна и равна

$$\omega_k + \gamma(n-1)\frac{T}{2};$$

$$f_1(t) = \sum_n \text{rect} \frac{t-nT}{T} \exp j\left[\omega_k + \gamma(n-1)\frac{T}{2}\right](t-nT).$$

Перемножим соответствующие выборки  $f(t)$  и  $f_1(t)$ ; т. е. выполним ЛЧМП-операцию:

$$\wedge\{f(t)\} = f(t) f_1(t) = \sum_n \bar{A}(nT) \text{rect} \frac{t-nT}{T} \times$$

$$\times \exp j\left[\omega_{ok} + \gamma \frac{n-1}{2}\right](t-nT).$$

Здесь

$$\omega_{ok} = \omega_o + \omega_k.$$

Обозначим

$$\omega_n = \omega_{ok} + \gamma \frac{n-1}{2}.$$

Тогда

$$\wedge\{f(t)\} = \sum_n \bar{A}(nT) \text{rect} \frac{t-nT}{T} \exp j \omega_n(t-nT). \quad (5)$$

Как следует из соотношения (5), ЛЧМ-преобразование приводит к различной частотной «окраске» каждой выборки. Действительно, после преобразования Фурье  $\wedge\{f(t)\}$  получим

$$F\{\wedge\{f(t)\}\} = T \sum_n A(nT) \exp[-j\omega(n-1)T] \sin c \frac{\omega - \omega_n}{2} T \exp \times$$

$$\times \left[-j \frac{\omega T}{2}\right] = T \sum_n \bar{A}(nT) \sin c \frac{\omega - \omega_n}{2} T \exp j\left[-\frac{\omega T}{2} - \omega(n-1)T\right].$$

Таким образом, приходим к выводу, что ЛЧМП-операция обеспечивает перенос выборок с оси времени на ось частот. Далее проанализируем операцию свертки [1; 2], под которой понимается пропускание

исходного сигнала через частотно-зависимую (дисперсионную) линию задержки с параметрами

$$k(\omega) = \sum_n \exp(-j\omega\tau_n) \operatorname{rect} \frac{\omega - (n-1)\Delta\omega_1}{\Delta\omega_1} \tau_n = \tau_0 \pm \frac{\Delta T}{\Delta\omega} (n-1)\Delta\omega_1,$$

представленными с помощью «длинных» частотных выборок. Такое упрощение соответствует реальным структурам дисперсионных линий задержки (ДЛЗ) на основе дискретных встречно-штыревых преобразователей (ВШП).

Обозначим

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_1} = m; \quad \frac{\Delta T}{\Delta\omega} = \beta; \quad \frac{\Delta T}{m} = \Delta\tau.$$

Тогда

$$\tau_n = \tau_0 \pm \beta(n-1)\Delta\omega_1.$$

Представляется более удачным эту операцию называть линейно-частотной задержкой (ЛЧЗ) и ввести символ  $\tau_\omega \{f(t)\}$ .

Рассмотрим ЛЧЗ-операцию (операцию  $\tau_\omega$ ) без и с предварительным ЛЧМ-преобразованием.

В первом случае исходный сигнал (1) можно представить частотными выборками длительностью  $\Delta\omega_1 = \frac{2\pi}{T_0}$ , тогда

$$F\{f(t)\} = \sum_n \bar{S}(\omega_n) \operatorname{rect} \frac{\omega - (n-1)\Delta\omega_1}{\Delta\omega_1}. \quad (6)$$

После прохождения через ДЛЗ каждая выборка будет задержана в соответствии с частотой заполнения на величину  $\tau_n$  и спектр сигнала примет вид

$$F_1\{f(t)\} = \sum_n \bar{S}(\omega_n) \exp(-j\omega\tau_n) \operatorname{rect} \frac{\omega - (n-1)\Delta\omega_1}{\Delta\omega_1}.$$

Запишем отклик на выходе линии с помощью операции обратного преобразования Фурье

$$F'\{F_1\{f(t)\}\} = \sum_n \bar{S}(\omega_n) 2\Delta f_1 \sin c \frac{\Delta\omega_1}{2} t_1 \cos \omega_n t_1,$$

где  $\Delta f_1 = \frac{\Delta\omega_1}{2\pi}$ ;  $\omega_n = (n-1)\Delta\omega_1 + \frac{\Delta\omega_1}{2} = \Delta\omega_1 \left(n - \frac{1}{2}\right)$ .

Для совмещения по частоте всех составляющих  $F'\{F_1\{f(t)\}\}$  выполним ЛЧМП-операцию, используя вспомогательный сигнал  $f_b(t) = \sum \cos \omega - nt_1$ , где  $\omega_n = m\Delta\omega_1 - (n-1)\Delta\omega_1$ , а  $m$ —целое число, превышающее, максимальное значение  $n$ . В результате огибающая  $s(\omega)$  будет представлена теоремой отсчетов

$$\wedge \{F'\{E_1\{f(t)\}\}\} = \sum_n \bar{S}(\omega_n) 2\Delta f_1 \sin c \frac{\Delta\omega_1 t_1}{2} \cos \left(m + \frac{1}{2}\right) \Delta\omega_1 t_1. \quad (7)$$

Так как  $\tau_n = \tau_0 \pm \Delta\tau (n - 1)$ , для неискаженного воспроизведения огибающей  $S(\omega)$  должно соблюдаться условие ортогональности  $\frac{2\pi}{\Delta\omega_1} = \Delta\tau = T_c$ .

Определим взаимосвязь между параметрами сигнала и ДЛЗ  $m = \Delta T / \Delta\tau = \Delta T / T_c$ ,  $\Delta T = mT_c$  и количество частотных выборок  $m$  с помощью равенства

$$\Delta T \Delta\omega = m \Delta\omega_1 m \Delta\tau = 2\pi m^2, \quad m = \sqrt{\Delta T \Delta f}.$$

Длительность отклика  $S(\omega)$  составит  $T_{\text{откл}} = m \Delta\tau = m T_c$ . Из полученных соотношений можно сделать вывод, что для неискаженного воспроизведения спектра необходимо иметь достаточное количество выборок  $m$  или длительность анализируемого сигнала в  $m$  раз меньше перепада задержки ДЛЗ. При этом длительность отклика  $T_{\text{откл}}$  увеличивается в  $m$  раз по сравнению с длительностью входного сигнала  $T_c$ .

Исследуем далее ЛЧЗ-операцию с предварительным ЛЧМ-преобразованием. После введения ЛЧМ-заполнения

$$f_2(t) = \sum_n \bar{A}(nT) \text{rect} \frac{t - nT}{T} \exp j \omega_n (t - nT).$$

Будем полагать, что спектр каждого слагаемого не превышает  $\Delta\omega_1$  АЧХ ДЛЗ и после прохождения через линию вносится запаздывание

$$\tau_n = \tau_0 \pm \beta (n - 1) \Delta\omega_1;$$

$$S_2(\omega) = \bar{A}(nT) \sin c \frac{\omega - \omega_n}{2} T \exp[-j\omega((n-1)T + \tau_n)] \exp\left(-j \frac{\omega T}{2}\right).$$

Проанализируем сомножитель  $\exp[-j\omega((n-1)T + \tau_n)]$  с учетом  $\tau_n$  и после преобразований получим  $(n-1)T + \tau_n = T(n-1)(1 \pm \xi) + \tau_0$  (8), где  $\xi = \Delta\tau/T$ .

Из равенства (8) следует, что при  $\xi = 1$  возможна компенсация запаздывания выборок после прохождения через ДЛЗ. Следовательно, все выборки приобретают постоянное запаздывание  $\tau_0$ :

$$S_2(\omega) = \bar{A}(nT) T \sin c \frac{\omega - \omega_n}{2} T \exp[-j\omega\tau_0] \exp\left(-j \frac{\omega T}{2}\right).$$

Соответственно на оси времени

$$f_2(t') = \sum_n \bar{A}(nT) \text{rect} \frac{t' - T}{T} \exp j \omega_n t', \quad t' = t - \tau_0;$$

$$f_2(t') = \sum_n \bar{A}(nT) \exp j \omega_n t', \quad t' \in [\tau_0, \tau_0 + T].$$

Нетрудно видеть, что  $f_2(t')$  представляет комплексную огибающую спектра входного сигнала  $f(t)$ , сформулированную на отрезке  $T$  с запаздыванием  $\tau_0$ . Следовательно, длительность отклика не превышает  $T$  и меньше длительности входного сигнала в  $m = T_a/T$  раз.

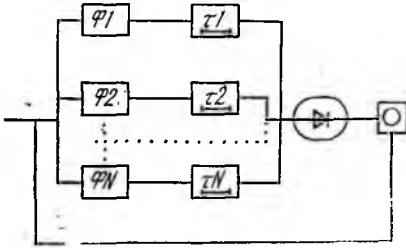
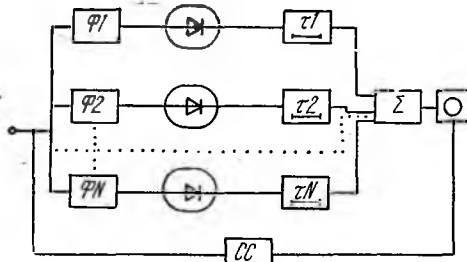


Рис. 1

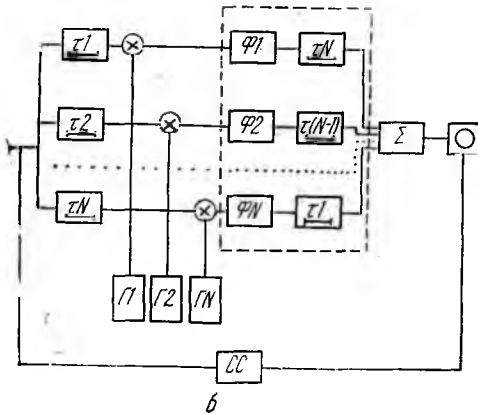
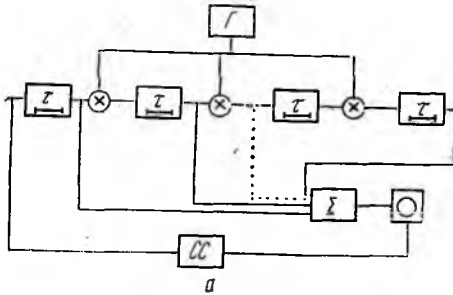


Рис. 2

Перепад задержек ДЛЗ с учетом условия  $\xi = 1$  должен быть равен  $T_c$ . Для измерения фазовых спектров необходимо применить ЛЧМП-операцию для фазового детектирования отклика.

Рассмотренные ЛЧЗ-преобразования с предварительной ЛЧМП-операцией и без нее описывают общие закономерности синтеза Фурье процессоров на основе теоремы отсчетов; ЛЧЗ-преобразование просто исследовать работу дисперсионного АС при воздействии коротких импульсов [3] и АС одновременного типа [4]. Во втором случае отдельные фильтры имеют АЧХ, отличную от прямоугольной, а для получения информации об  $S(\omega_k)$  после детектирования отклики каналов задерживаются пропорционально их центральным частотам. Из структурных схем дисперсионного (рис. 1, а) и одновременного (рис. 1, б) АС видно, что в АС одновременного типа, в отличие от дисперсионного, отсутствует однозначная зависимость между перепадами задержек отдельных каналов и центральными частотами фильтров.

Последовательное выполнение ЛЧМП- и ЛЧМЗ-операций имеет место в интерференционном (рис. 2, а) и дисперсионном АС (рис. 2, б) при формировании спектров примыкающих реализаций сигнала. В интерференционном АС (рис. 2, а) эти операции выполняются одновременно при многократном по-

следовательном выполнении запаздывания и сдвига по частоте в процессе работы рециркулятора.

Следовательно, описанные в работах [1; 2] структуры С — У, и С — У — С обеспечивают выполнение операции ЛЧМЗ и последующее удаление ЛЧМ-заполнения или, кроме указанных преобразований, дополнительную ЛЧМЗ-операцию для обратного Фурье-преобразования. Структуры У—С—У [1; 2] обеспечивают предварительную ЛЧМП-операцию, прохождение через ДЛЗ и ЛЧМ-детектирования.

**Список литературы:** 1. Долбня Е. В., Соболев Н. В., Кочемасов В. Н. Спектральная и кепстральная обработка радиосигналов с применением устройств на поверхностных акустических волнах // Зарубеж. радиоэлектроника. 1982. № 4. С. 3—32. 2. Джен А. М., Грант М. П., Коллинз Дж. Х. Теория, проектирование и применение Фурье-процессоров на поверхностных акустических волнах // Тр. Ин-та инж. по электронике и радиоэлектронике. 1980. Т. 68, № 4. С. 22—43. 3. Письменецкий В. А., Соболев Н. В., Завертанный В. В. Воздействие на дисперсионный анализатор спектра одиночных радиоимпульсов // Методы и аппаратура спектрального и корреляционного анализа сложных сигналов. 1978. Вып. 2. С. 114—119. 4. Письменецкий В. А., Яшков О. В. Особенности формирования спектров импульсных сигналов различной длительности // Методы и аппаратура спектр. и корреляц. анализа слож. сигналов. 1974. Вып. 1. С. 129—136.

*Поступила в редакцию 13.05.88*