

## ЗВ'ЯЗОК АЛГЕБРАЇЧНОГО ТА ТОПОЛОГІЧНОГО ВИВОДУ ПРАВИЛА МЕЗОНА

Гапон Н.Я.

e-mail: [nataliia.zaichenko@nure.ua](mailto:nataliia.zaichenko@nure.ua)

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПЕЕА  
м. Харків, Україна

This work is devoted to Mason's rule that is used to reduce and simplify signal flow graphs and allow to get the gain expression. Signal flow graphs are used in the analysis of microwave devices. Signal flow graphs are associated with matrices, and linear algebra methods, such as Cramer's rule, are used to derive Meson's formula. The aim of this work is the comparison of algebraic and topological derivation of Mason's rule.

Правило Мезона застосовується для редукції, тобто спрощення, орієнтованих графів та дозволяє виразити коефіцієнт передачі від вершини до вершини графа. Орієнтовані графи використовуються в аналізі НВЧ пристроїв. Орієнтовані графи пов'язані з матрицями, тому під час виведення формули Мезона використовуються методи лінійної алгебри, такі як правило Крамера [1]. Метою цієї роботи є порівняння алгебраїчного та топологічного виводу.

Згідно з формулою Мезона передатна функція системи від будь-якої вхідної змінної до будь-якої вихідної змінної може бути визначена

$$T = \frac{P_1 \left( 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \dots \right) + P_2 \left( 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \dots \right)}{1 - \sum L_1 + \sum L_2} \quad (1)$$

де  $T$  – коефіцієнт передачі, що з'єднує дві змінні (тобто  $b = Ta$ ),  $P_1$  – перший шлях від  $a$  до  $b$ ;  $P_2$  – другий шлях від  $a$  до  $b$ , тощо;  $\sum L_1$  – сума всіх контурів першого порядку;  $\sum L_2$  – сума всіх контурів другого порядку тощо;  $\sum L_1$  – сума всіх контурів першого порядку, які не торкаються  $P_1$ ;  $\sum L_2$  – сума всіх контурів другого порядку, які не торкаються  $P_1$ ;  $\sum L_1$  – сума всіх контурів першого порядку, які не торкаються  $P_2$ ;  $\sum L_2$  – сума всіх контурів другого порядку, які не торкаються  $P_2$ , тощо.

Шлях – це безперервна спрямована послідовність ланок між двома змінними, званими вхід і вихід, у якій жодна змінна не зустрічається двічі. Контур – це замкнутий шлях, де вхідна та вихідна змінні збігаються. Контур, що не торкається, (до іншого контуру або шляху) – це контур, який не має жодної спільної вершини з іншим контуром або шляхом.

На рис.1 показаний орієнтований граф з трьома вершинами.

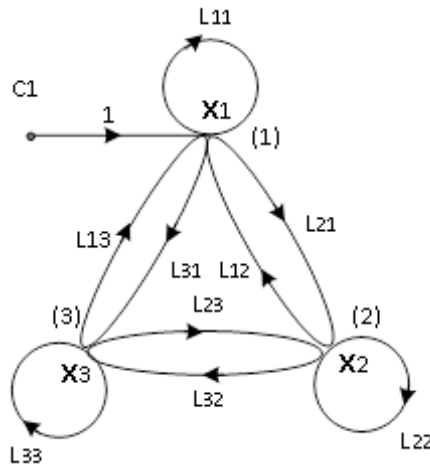


Рис.1 Орієнтований граф з трьома вершинами  
 Припустимо, що потрібно визначити змінну  $x_2$ . Тоді згідно з правилом Крамера [1]

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1-L_{11} & C_1 & -L_{13} \\ -L_{21} & 0 & -L_{23} \\ -L_{31} & 0 & -L_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-L_{11} & -L_{12} & -L_{13} \\ -L_{21} & 1-L_{22} & -L_{23} \\ -L_{31} & -L_{32} & 1-L_{33} \end{vmatrix}} \quad (2)$$

де  $\Delta$  – визначник.

Якщо обчислювати знаменник за правилами визначення детермінанта, то отримаємо шість доданків, перший з яких добуток елементів, які стоять на головній діагоналі, що йде з лівого верхнього кута в правий нижній кут визначника. Кожний елемент добутку – це різниця виду  $(1-L_{ii})$ . Саме через такий добуток подається при топологічному виводі визначник графа, отже є зв'язок між алгебраїчним та топологічним виведенням правила Мезона. Правило Мезона відкидає недіагональні члени матриці під час розрахунку визначника, що в часи, коли правило було виведено справдовується малим розповсюдженням обчислювальної техніки, таким чином можна пояснити похибки та деякі розбіжності під час використання інших методів редукції орієнтованих графів порівняно з правилом Мезона [2,3].

#### Список використаних джерел:

1. Силаєв М. А., Брянцев С. Ф. Застосування матриць та графів до аналізу НВЧ пристроїв. Радіо, 1970. 248 с.
2. Мезон С., Цимерман Г. Електронні кола, сигнали та системи. ІЛ, 1963. 620 с.
3. Гапон Н. Я., Зайченко О. Б. Орієнтовані графи як математичний апарат опису дефектів філаменту 3D друку. *Visnyk NTUU KPI Serii-Radiotekhnika Radioaparatabuduvannia*. 2024. Т. 96. С. 42–49.