

УДК 519.7



МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ АДАПТАЦИИ ОРГАНОВ ЧУВСТВ

М.Ф. Бондаренко¹, Ю.П. Шабанов-Кушнаренко²

¹ ХНУРЭ, г. Харьков, Украина

² ХНУРЭ, г. Харьков, Украина

В статье исследованы динамические реакции модели адаптации зрения на различные виды входных сигналов. Представлены диаграммы, дающие представление о характере изменения яркости и светлоты зрительного ощущения во времени. Приведен анализ опытов Криса и формально описана выявленная зависимость. Исследованы ступенчатые реакции модели адаптации зрения.

МОДЕЛЬ АДАПТАЦИИ ЗРЕНИЯ, СКАЧОК ЯРКОСТИ, ОПЫТЫ КРИСА

Введение

В этой статье мы продолжим рассмотрение вопросов адаптации зрения. В отличие от предыдущей статьи [1], в которой рассматривались статические реакции модели адаптации, теперь нас будет интересовать динамика адаптационного процесса. Как и прежде, будем исходить из модели адаптации зрения в виде системы уравнений:

$$Q = c \lg dB; \quad (1)$$

$$m \frac{dT}{dt} + T = k_a Q; \quad (2)$$

$$R = Q - T; \quad (3)$$

$$S = r \cdot 10^R + s. \quad (4)$$

В случае, когда сигнал $Q(t)$ изменяется во времени по произвольному закону, решение уравнения (2) запишется в виде:

$$T(t) = \frac{k_a}{m} \int_{-\infty}^t Q(\tau) e^{-\frac{t-\tau}{m}} d\tau. \quad (5)$$

1. Исследование модели адаптации зрения на скачок яркости

Подадим на вход модели адаптации ступенчатый сигнал:

$$B = \begin{cases} B_1 & \text{при } t < 0, \\ B_2 & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (6)$$

В этом случае светлота зрительного ощущения определится зависимостью (4), где

$$R(t) = \begin{cases} (1 - k_a) c \lg dB_1 & \text{при } t < 0, \\ (1 - k_a) c \lg dB_2 + k_a c \lg \frac{B_2}{B_1} e^{-\frac{t}{m}} & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

На рис. 1 а и б представлены диаграммы, дающие представление о характере изменения яркости зрительной картины и светлоты зрительного ощущения во времени. Из диаграммы видим, что сразу же после изменения яркости зрительной картины с низкого уровня на высокий наблюдается скачкообразный рост светлоты зрительного ощущения. Однако в

дальнейшем уровень светлоты постепенно снижается к некоторому установившемуся значению. Такая же, по крайней мере в качественном отношении, картина изменения светлоты наблюдается и в процессе адаптации органа зрения.

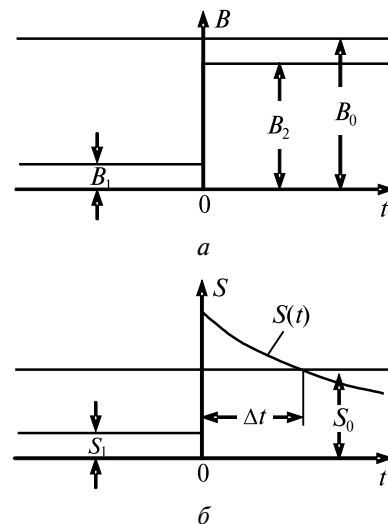


Рис. 1

Модель адаптации можно было бы легко проверить на опыте, если бы мы имели возможность записать осциллограмму изменения светлоты зрительного ощущения во времени в ответ на скачок яркости. Однако, к сожалению, сознание наблюдателя не удастся использовать в роли достаточно точного самопишущего прибора, поэтому осуществить такой прямой опыт затруднительно. В то же время известно, что сознание может быть использовано в качестве очень точного нулевого прибора, отмечающего равенство или неравенство светлот двух полей сравнения. Это обстоятельство мы и используем при экспериментальной проверке модели адаптации зрения.

Эксперимент можно осуществить следующим образом. Пусть имеются два смежных поля сравнения (рис. 2). Наблюдатель длительно фиксирует точку о на линии раздела полей. На левое поле вначале длительно подается яркость B_1 , которая в момент времени $t = 0$ сменяется большей яркостью B_2 . На правое поле постоянно подается некоторая

яркость сравнения B_0 , выбираемая с таким расчетом, чтобы было $B_0 > B_2$ (рис. 1 а).

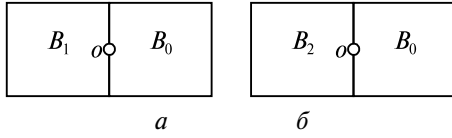


Рис. 2

При $t > 0$ испытуемый будет отмечать на левом поле постепенное изменение светлоты $S(t)$ во времени. Если яркость B_0 правого поля выбрана не слишком большой, то в некоторый момент времени $t = \Delta t$ светлота $S(\Delta t)$ левого поля сравняется со светлотой правого поля S_0 :

$$S_0 = S(\Delta t). \quad (8)$$

Другим уровням светлоты S_0 правого поля будут соответствовать иные значения времени Δt , при котором произойдет выравнивание светлоты полей сравнения. С помощью такого эксперимента может быть обследован весь переходный адаптационный процесс, происходящий при скачкообразном изменении яркости зрительной картины.

Установим, исходя из модели адаптации, в каком соотношении должны находиться яркости B_0, B_1, B_2 , и время Δt . Согласно модели светлота S_0 равна:

$$S_0 = r10^{(1-k_a)c \lg dB_0} + S. \quad (9)$$

Для светлоты $S(\Delta t)$, используя равенства (6) и (7), при $t = \Delta t > 0$ найдем:

$$S(\Delta t) = r10^{(1-k_a)c \lg dB_2 + k_a c \lg \frac{B_2}{B_1} e^{-\frac{\Delta t}{m}} + S}. \quad (10)$$

Подставляя (9) и (10) в (8), имеем:

$$\Delta t = m \ln \left(\frac{k_a}{1-k_a} \cdot \frac{\lg \frac{B_1}{B_2}}{\lg \frac{B_2}{B_0}} \right) \quad (11)$$

Полученная зависимость допускает непосредственную проверку опытом. Ниже описываются выполненные с этой целью эксперименты. Опыты выполнялись на вертушке, описанной в работе [1] при освещенности 130 лк. Отличие методики проведения опытов состояло лишь в том, что яркость B_0 принималась несколько иной по сравнению с той, которая обеспечивает равенство светлот в первый момент времени после скачка яркости. Теперь равенство светлот полей сравнения отмечалось испытуемым через некоторый промежуток времени Δt после скачка яркости. Это время фиксировалось испытуемым с помощью секундомера. Эксперименты, как и прежде, выполнялись на одном испытуемом и повторялись многократно (не менее 10 раз). В расчет принимались средние значения времени Δt . Разброс

в значениях времени Δt в отдельных опытах, как правило, не превышал $10 \div 20 \%$ от значения Δt .

В первых двух строках табл. 1 представлены результаты одного из экспериментов при $\phi_0 = 2$ дел. и $\phi_1 = 128$ дел.

Таблица 1

ϕ_2 , дел	15	14	12	10	8	6	5	4
Δt , сек (эксп)	0	5	15	30	50	65	80	130
Δt , сек (теор)	4	9	19	32	48	72	89	113

В третьей строке той же таблицы указаны теоретические значения времени Δt , вычисленные при $m = 70$ сек и $k_a = 0,5$ по формуле

$$\Delta t = m \ln \left(\frac{k_a}{1-k_a} \cdot \frac{\lg \frac{\phi_1}{\phi_2}}{\lg \frac{\phi_2}{\phi_0}} \right), \quad (12)$$

вытекающей из (11) при замене B на ϕ .

На рис. 3 представлена построенная по данным табл. 1 теоретическая кривая, на которую наложены в виде кружков результаты эксперимента. Как видим, имеет место достаточно хорошее согласование теории и опыта. Подобного рода опыты были проведены также и при многих других значениях углов раствора вертушки ϕ_1 . Во всех случаях получена

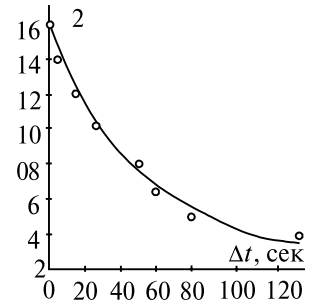


Рис. 3

аналогичная картина согласования теоретических данных при тех же значениях параметров модели $m = 70$ сек и $k_a = 0,5$. Поскольку эти опыты не дают ничего существенно нового по сравнению с описанным опытом, во избежание загромождения работы они здесь не приводятся. Следует, однако, отметить, что степень рассогласования теории с опытом значительно возрастает (увеличивается разброс точек для пар значений углов ϕ_0 и ϕ_1 , соответствующих ячейкам табл. 1 под жирной чертой). Это связано с тем, что точность опыта существенно снижалась в этом случае ввиду необходимости сравнивать по светлоте не точно одинаковые по окраске оттенки. Подобного рода ухудшение степени согласования теории с опытом наблюдалось также и в опытах по статике адаптации зрения. Описанные выше опыты были повторены затем на пяти испытуемых. Результаты опытов весьма незначительно отличаются для различных испытуемых. Различия в значениях постоянной времени адаптации m для отдельных наблюдателей составляют величину не более 25%.

2. Модель адаптации и опыты Криса

В литературе описаны опыты по исследованию адаптационных реакций органа зрения, выполненные Крисом [2]. Опыты выполнялись с помощью вертушки, имеющей два поля сравнения, по следующей методике. Наблюдатель фиксирует точку на границе двух полей. В течение длительного времени наблюдения, достаточного для полной адаптации глаза, оба поля сравнения имеют одинаковую яркость B_0 . В некоторый момент времени $t = 0$ яркость одного из полей (назовем его первым) скачкообразно меняется и в дальнейшем сохраняет постоянное значение B_1 . По прошествии периода времени Δt в момент $t = \Delta t$ яркость первого поля вновь скачкообразно меняется, причем уровень ее B_2 подбирается с таким расчетом, чтобы в первое мгновение после вторичного изменения яркости первого поля его светлота была такой же, как и у второго поля. Яркость второго поля в продолжение всего опыта остается неизменной и равной B_0 . В результате опыта выявляется связь между яркостями B_0 , B_1 , B_2 и временем Δt :

$$f(B_0, B_1, B_2, \Delta t) = 0. \quad (13)$$

Ни Крис, ни последующие авторы не предлагают теоретически обоснованных формул для математического описания зависимости (13), устанавливаемой в эксперименте в виде таблиц. Выведем вид зависимости (13) из предложенной модели адаптации зрения. Исходя из условий опыта, входной сигнал модели изменяется во времени для первого поля следующим образом:

$$B(\Delta t) = \begin{cases} B_0 & \text{при } t < 0, \\ B_1 & \text{при } 0 \leq t < \Delta t, \\ B_2 & \text{при } t \geq \Delta t. \end{cases} \quad (14)$$

Характер изменения входного сигнала $B(t)$ во времени показан на рис. 4 а.

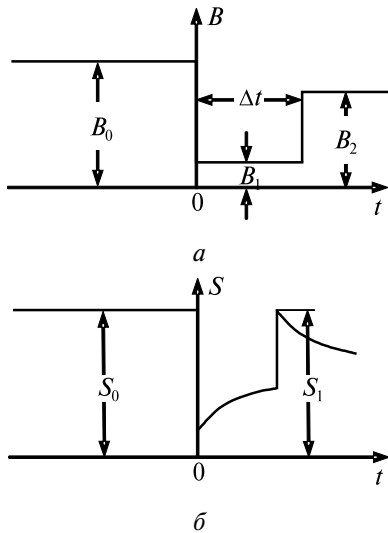


Рис. 4

Характер изменения светлоты $S(t)$ во времени показан на рис. 4б.

Выходной сигнал $S(t)$ определим, решая для условий (14) уравнения модели. В результате получим:

$$S(t) = \begin{cases} r10^{(1-k_a)c \lg dB_0} + s & \text{при } t < 0 \\ r10^{(1-k_a)c \lg dB_1 - k_a c \lg \frac{B_0}{B_1} e^{-\frac{t}{m}}} + s & \text{при } 0 < t \leq \Delta t \\ r10^{c \lg dB_2 - k_a c \lg B_0 e^{-\frac{t}{m}} - k_a c \lg B_1 e^{-\frac{t}{m}(\frac{\Delta t}{m} - 1)}} \times \\ \times 10^{-k_a c \lg B_2 e^{-\frac{t}{m}(\frac{t}{m} - \frac{t}{m} - \frac{\Delta t}{m})}} + s & \text{при } t > 0. \end{cases} \quad (15)$$

Определим уровень светлоты S_0 в момент времени $t = -0$ и S_1 в момент времени $t = \Delta t + 0$. Согласно формулам (15) находим:

$$S_0 = (1 - k_a)c \lg dB_0, \quad (16)$$

$$S_1 = c \lg dB_2 - k_a c \lg B_1 - k_a c \lg \frac{B_0}{B_1} e^{-\frac{\Delta t}{m}}. \quad (17)$$

Светлоты, согласно условиям эксперимента, равны:

$$S_0 = S_1. \quad (18)$$

Подставляя (16) и (17) в (18), получаем искомую зависимость (13) в виде:

$$\Delta t = m \ln \frac{1}{\lg \frac{B_2}{B_1} \left(1 - \frac{1}{k_a} \cdot \frac{\lg \frac{B_1}{B_0}}{\lg \frac{B_1}{B_0}} \right)}. \quad (19)$$

Для экспериментальной проверки формулы (19) воспользуемся одним из экспериментов Криса [2, с. 14], результаты которого помещены в первых двух строках табл. 2.

Таблица 2

$B_2/B_1, \%$	91	81	66	58	43	23	15
Δt , сек (эксп)	3	6	10	20	40	70	100
Δt , сек (теор)	2,9	6,8	14	19	32	71	120

При проведении опыта было принято $B_1/B_2 = 1\%$. В третьей строке табл. 2 даны результаты теоретического подсчета времени Δt по формуле (19). При подсчетах принято $k_a = 0,5$, $m = 70$ сек, то есть взяты те же значения параметров модели, что и в опыте, описанном выше. На диаграмме рис. 5 изображена теоретическая кривая, на которую наложены в виде кружков экспериментальные данные. Как видим, имеет место хорошее согласование теории с опытом.

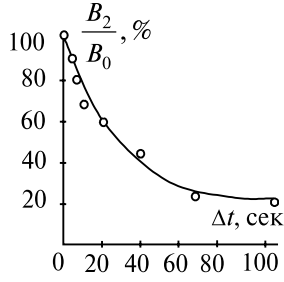


Рис. 5

3. Исследование ступенчатых реакций модели адаптации зрения

Выше были получены такие теоретические зависимости, экспериментальная проверка которых может быть выполнена лишь для отдельных точек адаптационного процесса. Однако заманчиво поставить такой опыт, в котором бы непосредственно заснималась вся кривая адаптационного процесса. Поскольку, как уже отмечалось выше, закон изменения светлоты зрительного ощущения во времени записать не удастся, поставим задачу в несколько иной плоскости. До сих пор мы по заданному входному сигналу $B(t)$ модели адаптации определяли вид выходного сигнала $S(t)$. Теперь поставим обратную задачу: задан вид выходного сигнала $S(t)$, нужно определить вид входного сигнала $B(t)$, порождающего заданную реакцию. Решение этой задачи приводит к следующим равенствам, позволяющим по заданному выходному сигналу $S(t)$ определить входной сигнал:

$$B = \frac{1}{d} 10^{\frac{1}{c} Q}, \quad (20)$$

$$Q(t) = R(t) + \frac{k_a}{m} \int_{-\infty}^t R(\tau) e^{-\frac{1-k_a}{m}(t-\tau)} d\tau, \quad (21)$$

$$R = \lg \frac{1}{r} (S - s). \quad (22)$$

Поставим теперь следующую задачу. Требуется отыскать вид входного сигнала $B(t)$ такого, чтобы при его подаче в модель последняя реагировала ступенчатой функцией $S(t)$ вида:

$$S(t) = \begin{cases} S_1 & \text{при } t < 0, \\ S_0 & \text{при } t \geq 0. \end{cases} \quad (23)$$

Применяя общее решение для случая (23), получим:

$$Q(t) = \begin{cases} \frac{1}{1-k_a} R_1 & \text{при } t < 0, \\ \frac{1}{1-k_a} R_0 - \frac{k_a}{1-k_a} (R_0 - R_1) e^{-\frac{1-k_a}{m} t} & \text{при } t \geq 0, \end{cases} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} R_1 &= \lg \frac{1}{r} (S_1 - s), \\ R_0 &= \lg \frac{1}{r} (S_0 - s). \end{aligned} \quad (25)$$

Входной сигнал $B(t)$ найдем, подставляя (24) в (21). Характер изменения выходного $S(t)$ и входного $B(t)$ сигналов во времени изображен на диаграммах а и б рис. 6. Введем значения Q_1 и Q_0 промежуточного сигнала Q модели, соответствующие значениям S_1 и S_0 выходного сигнала для установившегося режима работы модели. В этом случае имеем:

$$\begin{aligned} Q_1 &= (1 - k_a) Q_1, \\ Q_0 &= (1 - k_a) Q_0. \end{aligned} \quad (26)$$

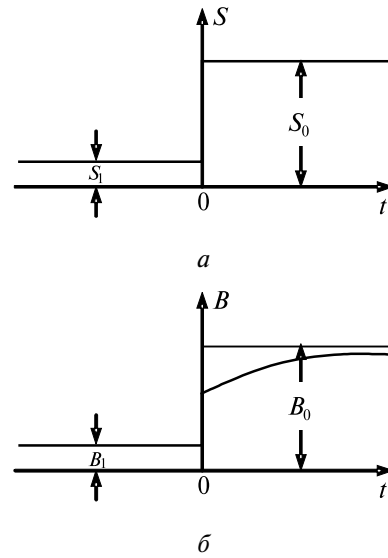


Рис. 6

Подставим найденные значения R_0 и R_1 в уравнение (24). Тогда для $t \geq 0$ получаем:

$$Q(t) = Q_0 - k_a (Q_0 - Q_1) e^{-\frac{1-k_a}{m} t}. \quad (27)$$

Введем в рассмотрение также значения постоянных входных сигналов B_1 и B_0 , которым в установившемся режиме соответствуют постоянные промежуточные сигналы Q_1 и Q_0 . Согласно (1) имеем:

$$\begin{aligned} Q_1 &= c \lg dB_1, \\ Q_0 &= c \lg dB_0. \end{aligned} \quad (28)$$

Производя по (28) замену Q_1 и Q_0 на B_1 и B_0 преобразуем равенство (27) к виду:

$$B(t) = B_0 \left(\frac{B_1}{B_0} \right)^{k_a e^{-\frac{1-k_a}{m} t}}. \quad (29)$$

В равенстве (29), кроме того, произведена замена $Q(t)$ на $B(t)$ по формуле (1).

Формула (29) допускает экспериментальную проверку. Постановка опыта осуществляется сле-

дующим образом. Наблюдатель длительное время фиксирует точку на границе раздела двух полей (рис. 7а).

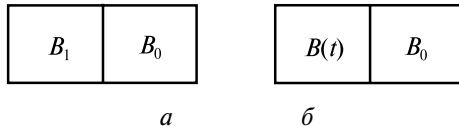


Рис. 7

На левое поле подается постоянный уровень яркости B_1 , на правое — уровень яркости B_0 . В некоторый момент времени ($t=0$) постоянная яркость левого поля заменяется яркостью $B(t)$, регулируемой во времени (рис. 7б). Эта яркость регулируется наблюдателем так, чтобы все время имело место равенство светлот полей сравнения. Если модель адаптации зрения верна, то яркость $B(t)$, подбираемая испытуемым, будет изменяться по закону, предписываемому формулой (29). В этом опыте сознание наблюдателя используется исключительно в роли нулевого прибора, но тем не менее имеется возможность получить осциллограмму адаптационного процесса.

Эксперименты по проверке зависимости (29) осуществлялись с помощью специальной вертушки, у которой яркость одного из двух ее полей может плавно регулироваться испытуемым без остановки вертушки.

Схема вертушки изображена на рис. 8. На оси 1 электромотора, вращающего вертушку, имеется винтовая канавка 2. Вдоль нее движется палец 3, закрепленный в теле полого вала 4. Этот вал может перемещаться испытуемым вдоль оси прибора с помощью рукоятки, которая одновременно служит движком 5 потенциометра 6. Напряжение, снимаемое с движка потенциометра, регистрируется с помощью самопишущего вольтметра. Рукоятка жестко скреплена с кольцом 7, движущимся по кольцевой канавке 8, проточенной в теле вала 4. При фиксированном положении рукоятки ось 1 и вал 4 вращаются синхронно и синфазно, осевое перемещение вала 4 приводит к его повороту относительно оси 1.

На валу 4 закреплена шпонка 9, движущаяся внутри паза 10 полого вала 11. Оба вала 4 и 11 всегда вращаются синхронно и синфазно, несмотря на возможное осевое перемещение вала 4. С валом 11 жестко связан диск 12 вертушки, а на оси 1 укреплен планка 13. К диску 12 крепятся два бумажных кружка 14 и 15 большого диаметра с прорезями, вставленные друг в друга. Угол ϕ_0 раствора кружков может меняться только при остановленной вертушке. К тому же диску одним краем крепится третий бумажный кружок 16 малого диаметра. Четвертый кружок 17, также малого диаметра, противоположным краем крепится к планке 13. Угол раствора ϕ_0

этого кружка может изменяться на ходу без остановки вертушки с помощью осевого перемещения вала 4. Величина угла ϕ_1 регистрируется пишущим вольтметром.

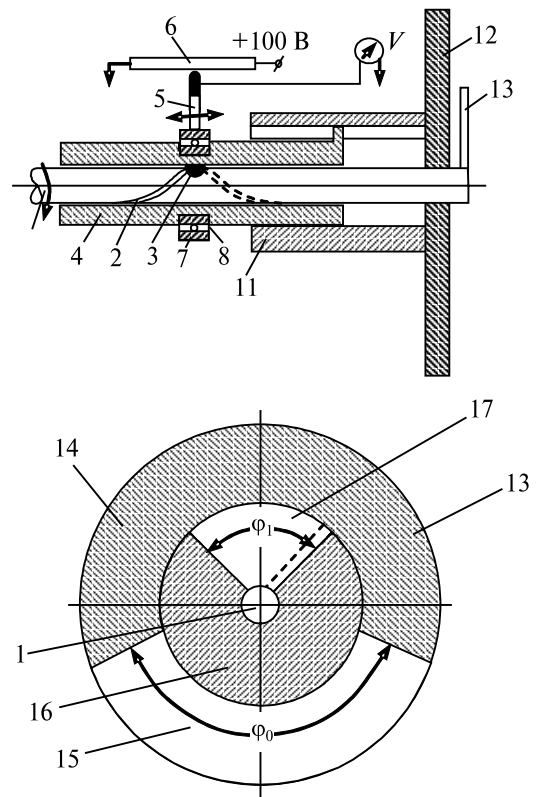


Рис. 8

Опыт ставился следующим образом. Наблюдатель в течение 100 сек фиксирует точку 0 на границе раздела полей вертушки. Внешнее поле имеет яркость B_1 , внутреннее — яркость B_2 , что соответствует углам раствора белых кружков ϕ_1 и ϕ_2 . В некоторый момент времени ($t=0$) испытуемый переводит рукоятку прибора в такое положение, при котором оба поля приобретают одинаковый уровень светлоты. Затем испытуемый совершает колебательное движение рукояткой прибора с таким расчетом, чтобы при крайних положениях рукоятки он впервые замечал отличия в светлоте полей вертушки. Движения рукоятки регистрируются пишущим вольтметром. С помощью такой процедуры испытуемый все время поддерживает яркость внутреннего поля вертушки $B(t)$ на уровне, обеспечивающем равенство светлот полей сравнения. Одновременно с этим автоматически оценивается ошибка опыта в виде зоны нечувствительности, внутри которой совершаются колебания яркости $B(t)$.

По описанной методике было заснято большое число кривых изменения яркости $B(t)$ при различных значениях яркостей B_0 и B_1 . Опыты проводились на одном испытуемом при освещенности 130 лк. Одна из кривых изображена на рис. 9.

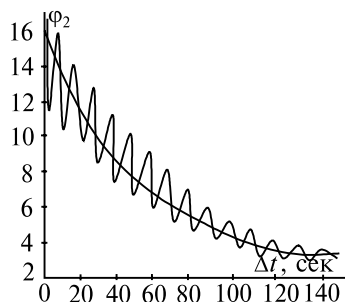


Рис. 9

При постановке опыта было принято $\varphi_0 = 2$ дел., $\varphi_1 = 128$ дел.

На том же графике изображена теоретическая кривая, построенная по формуле:

$$t = \frac{m}{1 - k_a} \ln k_a \frac{\lg \frac{\varphi_1}{\varphi_0}}{\lg \frac{\varphi(t)}{\varphi_0}}, \quad (30)$$

получающейся из (29) при переходе от яркостей B_0 , B_1 и $B(t)$ к соответствующим растровам углов кружков φ_0 , φ_1 и $\varphi(t)$. При построении теоретической кривой приняты прежние значения констант модели $m = 70$ сек, $k_a = 0,5$. Как видим, теоретическая кривая достаточно хорошо согласуется с экспериментальной кривой. Быстрые колебания угла $\varphi(t)$ на экспериментальной кривой принимать во внимание не следует, так как они не имеют отношения к ходу адаптационного процесса, а обусловлены лишь особенностями методики эксперимента. В других выполненных опытах имеет место такая же степень согласования с теорией. Описанные опыты повторялись затем еще на пяти испытуемых и дали результаты, мало отличающиеся от описанных выше.

Завершая статью, заметим, что в трех разнородных опытах по динамике адаптации получено удов-

летворительное согласие теоретических расчетов с экспериментом. Это обстоятельство служит веским доводом в пользу справедливости предложенной модели адаптации зрения.

Выводы

Исследованы динамические реакции модели адаптации зрения на различные виды входных сигналов. Получен ряд зависимостей, допускающих экспериментальную проверку, и выполнены эксперименты, подтверждающие справедливость этих зависимостей. Эти результаты свидетельствуют в пользу вывода о справедливости предложенной модели адаптации зрения. В модель адаптации зрения введены две константы, характеризующие свойства человеческого зрения: постоянная статистики k_a и постоянная времени m адаптации. Экспериментальные исследования, выполненные в работе, позволили установить численные значения этих констант: $k_a = 0,5$, $m = 70$ сек. Справедливость модели адаптации проверялась также на человеческом слухе, и были получены результаты, аналогичные тем, которые обнаружались в зрении. Аналогия зрительных и слуховых процессов наводит на мысль об однотипности законов, лежащих в основе функционирования различных органов чувств, что открывает определенные перспективы для проникновения методов математического моделирования в исследование работы других органов чувств.

Список литературы: 1. Бондаренко М.Ф., Шабанов-Кушнаренко Ю.П. Модель статистики адаптации зрения // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. — № 2 (67) — С. 3-14. 2. Kries J., Ueber Ermudung des Sehnerven, Graefes Arch. f. Ophth., Bd. 23, № 2, 1877.

Поступила в редколлегию 24.09.2007