

НЕЛИНЕЙНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ СВЯЗИ

Для решения задач анализа и синтеза пространственно-временной обработки сигналов (ПВОС) необходимо задавать характеристики сигналов, помех и шума [1]. При этом часто приходится считаться с тем, что реальные системы обработки содержат нелинейные элементы (НЭ) того или иного вида. Иногда НЭ специально включают в систему для получения требуемых свойств [2]. Рассмотрим более подробно модели и вероятностные характеристики пространственно-временных сигналов при прохождении их через НЭ.

Общепризнанным является тот факт, что многие реальные процессы и поля можно с требуемой точностью аппроксимировать марковскими моделями [3]. Вопрос о принадлежности случайных процессов и полей к марковским однозначно связан с их представлением в форме стохастических дифференциальных уравнений, если последние записаны в форме уравнений состояния [1]

$$\frac{\partial \bar{x}(t, r)}{\partial t} = F(\bar{x}, t, r) + G(\bar{x}, t, r) \bar{\xi}(t, r), \quad (1)$$

где $\bar{x}(t, r)$ – вектор состояния, зависящий от времени и пространственной координаты r ; $F(\bar{x}, t, r)$, $G(\bar{x}, t, r)$ – в общем случае матричные функции, отображающие состояние и возбуждение поля; $\bar{\xi}(t, r)$ – порождающее векторное белое гауссовское поле с нулевым средним.

На практике часто можно перейти от исходного представления случайного поля (1) непосредственно к модели векторного случайного процесса. В предположении, что отсутствует пространственная динамика, а также при изотропности процесса распространения уравнение упрощается:

$$\frac{dx(t)}{dt} = F(\bar{x}(t), t) + G(\bar{x}(t), t) \bar{\xi}(t). \quad (2)$$

С помощью уравнений состояния (2) получаем N -мерный пространственно-временной случайный процесс.

НЭ в системе может быть несколько, и их характеристики разнообразны. Вместе с тем для простоты расчетов и исследований их можно заменить одним [2].

В ряде работ в качестве универсальной нелинейной модели используются определенные функции, так называемые усилители Нуссбаума [6].

Функция $f(x)$ из этого класса должна быть интегрируемой и обладать такими свойствами:

$$\sup_{x>0} \left(\frac{1}{x} \int_x^{\infty} xf(x) dx \right) = +\infty; \quad \inf_{x>0} \left(\frac{1}{x} \int_x^{\infty} xf(x) dx \right) = -\infty.$$

Примеры усилителей Нуссбаума: $x^2 \cos(x^2)$, $x^2 \cos(x)$, $\text{sgn}(\cos(x))$, $\text{erf}(x)$.

В приемных трактах систем ПВОС весовые коэффициенты $w(t)$, другие усилительные элементы имеют характеристику сглаженного ограничителя, описываемую функцией

$$y(x) = \text{erf}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx, \quad (3)$$

где x — входной сигнал с дисперсией σ^2 ; l — параметр, который указывает на особенности нелинейности функции и определяет угол наклона кривой α .

При $l \rightarrow 0$ функция (3) переходит в выражение для идеального симметричного ограничителя:

$$l = 1/k = 1/\text{tg} \alpha,$$

где k — коэффициент усиления элемента.

На рис. 1 показано семейство характеристик симметричного ограничителя при $l = 0,5 \dots 5$.

Предположив, что случайный входной сигнал является стационарным с нулевым математическим ожиданием, т.е. $m_x(t) = m_x = \text{const} = 0$, рассмотрим, как он будет искажаться при прохождении через НЭ (3).

При малом уровне сигнала, когда входное воздействие не выходит за пределы линейного участка, выходной сигнал $y(t) \approx kx(t)$.

Когда уровень входного воздействия выходит за линейный участок характеристики НЭ, уровень сигнала на выходе НЭ равен какому-то пороговому значению, которое соответствует зоне насыщения НЭ. В данном случае всем значениям входного сигнала $x > 1$ или $x < -1$ соответствует выходной сигнал $y = 1$ или $y = -1$.

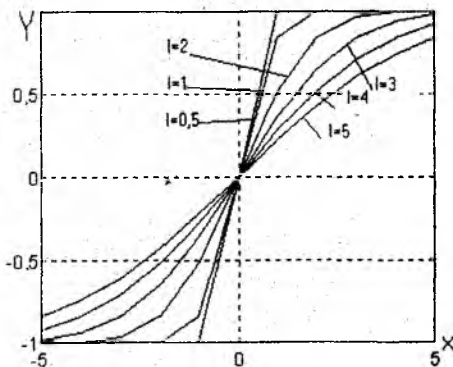


Рис. 1

Рассмотрим, каким образом проявляются изменения вероятностных характеристик сигнала (2) вследствие прохождения его через НЭ (3). Машинный эксперимент состоял в том, что на выходе формирующего фильтра (2) генерировался сигнал, гистограмма плотности распределения вероятности которого в интервале $[-2, +2]$ аппроксимировалась функцией Гаусса (кривая 1 на рис. 2) [4].

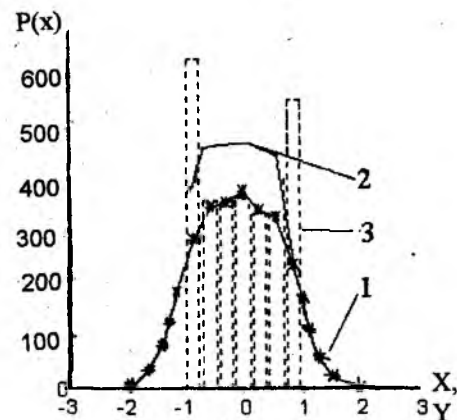


Рис. 2

На выходе НЭ фиксировались соответственные значения, и были построены гистограммы. Среди множества гистограмм определены две наиболее характерные (кривые 2 и 3). Кривая 2 отвечает малым искажениям ($l = 1,5$), при этом гистограмма остается еще одномодальной. С уменьшением параметра ($l < 1,5$) начинает проявляться ее двухмодальный характер. Кривая 3 соответствует заметным искажениям ($l = 1$). Преобразование корреляционной функции стационарного централизованного гауссовского процесса $x(t)$

с дисперсией σ^2 НЭ с характеристикой (3) осуществляется согласно [5]:

$$B(\tau) = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{R(\tau)}{1 + l^2}, \quad (4)$$

где $B(\tau)$ — корреляционная функция сигнала на выходе НЭ (кривые 2, 3 на рис. 3); $R(\tau)$ — корреляционная функция на входе НЭ (кривая 1).

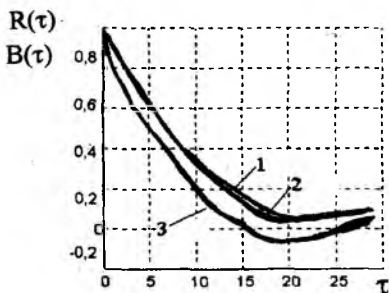


Рис. 3

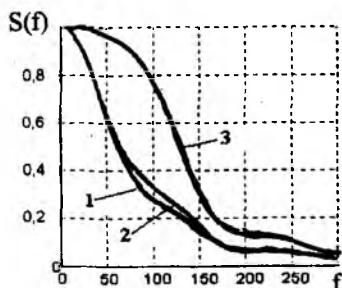


Рис. 4

Кривая 2 (см. рис. 3) соответствует одномодальной плотности распределения вероятности при $l = 1,5$, кривая 3 — двумодальной плотности распределения вероятности при $l = 1$. Видно, что при больших искажениях сигнала корреляционная функция претерпевает заметные изменения. Одновременно с этим изменяется спектральный состав выходного случайного сигнала (кривая 3 на рис. 4) по сравнению со спектром входного сигнала (кривая 1 на рис. 4). Полоса пропускания на выходе НЭ увеличивается. При небольших искажениях (кривая 2) спектр на выходе НЭ практически совпадает со спектром входного сигнала.

Проведено исследование действия ограничителя на смесь сигнала и шума. Так, на НЭ (3) был подан сигнал на фоне белого шума с отношением сигнал-шум на входе НЭ

$$P_{\text{вх}} / P_{\text{ш.вх}} = h_{\text{вх}}^2, \quad \text{при}$$

этом отношении сигнал-шум на выходе НЭ $P_{\text{с.вых}} / P_{\text{ш.вых}} = h_{\text{вых}}^2$. На рис. 5 показаны зависимости $h_{\text{вых}}^2 / h_{\text{вх}}^2$ от параметра l . В ходе машинного эксперимента были зафиксированы два наиболее выраженных случая. При $h_{\text{вх}}^2 = 20$ дБ (кривая 1) $h_{\text{вых}}^2 / h_{\text{вх}}^2$ изменяется не в пользу сигнала. Так, если $l = 1$, то отношение $h_{\text{вых}}^2 / h_{\text{вх}}^2 \rightarrow 1$; если $l < 1$, то значение $h_{\text{вых}}^2 / h_{\text{вх}}^2$ заметно падает. При $h_{\text{вх}}^2 = 0$ (кривая 2) проявляется некоторое улучшение показателя $h_{\text{вых}}^2 / h_{\text{вх}}^2$, что объясняется свойством ограничителя подавлять более сильный сигнал.

Таким образом, модель НЭ, аппроксимирующего нелинейность в приемных трактах, в виде усилителя Нуссбаума является универсальной и пригодна для решения многих задач. Получены условия, при которых плотность распределения вероятности случайного процесса на выходе НЭ остается унимодальной при $l = 1,5$.

В условиях унимодальной плотности распределения вероятности корреляционная функция и спектральная плотность мощности выходного

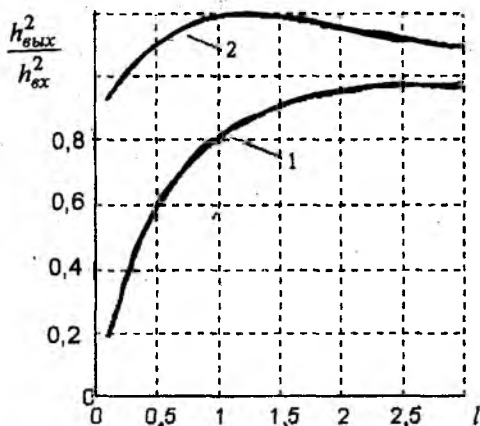


Рис. 5

процесса изменяются незначительно. Значительные изменения наблюдаются при двухмодальной плотности распределения вероятности $I < 1$.

Пространственно-временная модель в виде уравнений состояния и усилителя Нуссбаума в виде амплитудного ограничителя рекомендуется для использования при исследовании алгоритмов ПВОС.

Список литературы: 1. Родимов А.П., Поповский В.В. Статистическая теория поляризационно-временной обработки сигналов и помех. М.: Радио и связь, 1984. 272 с. 2. Теория автоматического управления: В 2 ч. / Под ред. А.А. Воронова. М.: Высш. шк., 1986. Ч. 2: Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления. 504 с. 3. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 623 с. 4. Гришин В.К., Животисцев Ф.А., Иванов В.А. Математическая обработка и интерпретация физического эксперимента. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. 318 с. 5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники: 3-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1989. 656 с. 6. Morse A.S. New directions in parameter adaptive control // Proc. of the 23rd IEEE conf. on decision and control, Las Vegas, 1984. New York, 1984. Vol. 3. P. 6.

Харьковский государственный технический
университет радиоэлектроники

Поступила в редакцию 01.04.99