

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

МАТЕРІАЛИ 25-го МІЖНАРОДНОГО МОЛОДІЖНОГО ФОРУМУ

**«РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА МОЛОДЬ
У XXI СТОЛІТТІ»**

20-22 квітня 2021 р.

Том 1

**КОНФЕРЕНЦІЯ
«ЕЛЕКТРОННА, ЛАЗЕРНА ТА БІОТЕХНІЧНА ІНЖЕНЕРІЯ»**

Харків 2021

УДК 621.38+621.373.8+573.6](06)

25-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті». Зб. матеріалів форуму. Т. 1. – Харків: ХНУРЕ. 2021. – 192 с.

В збірник включені матеріали 25-го Міжнародного молодіжного форуму «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті».

Видання підготовлено факультетом електронної та біомедичної інженерії
Харківського національного університету радіоелектроніки

61166 Україна, Харків, просп. Науки, 14
тел./факс: (057) 7021397

E-mail: mref21@nure.ua

© Харківський
національний університет
радіоелектроніки (ХНУРЕ), 2021

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АНГИОГЕНЕЗА, ИМЕЮЩЕГО МЕСТО В ПРОЦЕССЕ ЗАЖИВЛЕНИЯ РАНЫ

Кокорев А.Э.

Научный руководитель – д.т.н., проф. Аврунин О.Г.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

(61166, Харків, пр. Науки, 14, каф. Біомедичної інженерії)

e-mail: andrii.kokorev@nure.ua

An important stage in the process of wound healing is angiogenesis. We will consider the model proposed in [1] (with minor modifications), which takes into account: the density of capillary tips, the concentration of chemoattractant, and the density of blood vessels. The results of modeling are consistent with medical evidence [2].

Ангиогенез – рост капилляров в область раны из уже существующей сосудистой сети в соседней неповрежденной ткани [1]. Исследование этого процесса *in vivo* затруднено, поэтому альтернативой являются изучение математических моделей. Результаты моделирования затем могут быть использованы для создания более рациональной стратегии лечения [1].

Мы рассмотрим модель, предложенную в работе [2], которая принимает во внимание 3 величины: плотность капиллярных кончиков $n(x, t)$, концентрацию хемоаттрактанта $a(x, t)$ и плотность кровеносных сосудов $b(x, t)$. Модель одномерна (рана представлена как прямоугольная полоса бесконечной длины) и состоит из 3-х безразмерных ДУЧП:

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= \mu_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \chi \frac{\partial}{\partial x} \left(n \frac{\partial a}{\partial x} \right) + \lambda_1 ab - \lambda_2 n - \lambda_0 n^2 \\ \frac{\partial a}{\partial t} &= \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} - \frac{\lambda_4}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{1-b}{\delta} \right) \right) - (\lambda_4 + \lambda_5 b) a \\ \frac{\partial b}{\partial t} &= \mu_b \frac{\partial}{\partial x} \left(n \frac{\partial b}{\partial x} \right) - \mu_n \frac{\partial n}{\partial x} + \chi n \frac{\partial a}{\partial x}\end{aligned}$$

со следующими граничными:

$$\begin{aligned}n(0, t) &= \hat{n} e^{-at}, & \frac{\partial a}{\partial x}(0, t) &= \lambda_7 a(0, t) \hat{b}, & b(0, t) &= \hat{b} \\ \frac{\partial n}{\partial x}(1, t) &= \frac{\partial a}{\partial x}(1, t) = \frac{\partial b}{\partial x}(1, t) = 0, & t &> 0\end{aligned}$$

и начальными условиями:

$$\begin{aligned}n(x, 0) &= \begin{cases} \hat{n}, & \text{если } x = 0 \\ 0, & \text{если } x \neq 0 \end{cases}, & a(x, 0) &= 0, \\ b(x, 0) &= \begin{cases} \hat{b}, & \text{если } x = 0 \\ 0, & \text{если } x \neq 0 \end{cases}\end{aligned}$$

Значение и смысл констант приведены в [2]. Система была решена в пакете Wolfram Mathematica с помощью метода конечных элементов (FEM). Изменения по сравнению с исходной моделью [2] заключались в упрощении начальных условий: сложные исходные функции

$n(x, 0)$ и $b(x, 0)$ были заменены константами при $x = 0$. При выбранном методе решения эта замена не влияет на количественные результаты, зато позволяет упростить расчеты. Хемоаттрактант (рис. 1b), в процессе заживления раны смещается к ее центру ($x = 1$), «уводя» за собой растущие капиллярные кончики (рис. 1a). Кровеносные сосуды (рис. 1c) равномерно разрастаются в зажившей части раны. Эти результаты согласуются с медицинскими данными [2] как минимум на качественном уровне, следовательно, данная модель может служить отправной точкой дальнейших исследований.

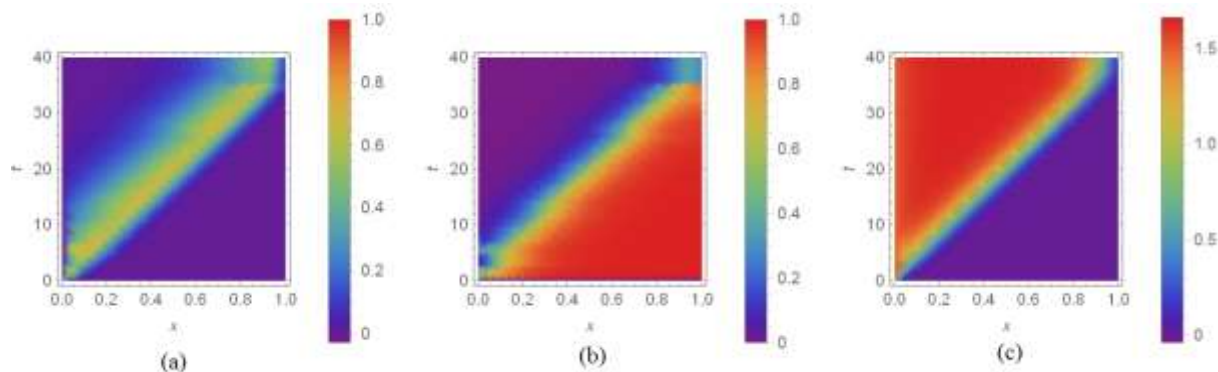


Рисунок 1 – Визуализация функций (a) $n(x, t)$, (b) $a(x, t)$, (c) $b(x, t)$. По горизонтальной оси – расстояние от края раны (в условных единицах), по вертикальной – время

Например, возможно изменение геометрии задачи (с 1D на 2D), что позволит учесть реальную форму раны каждого конкретного пациента и большей достоверностью [5] предсказать время ее заживления.

Список использованной литературы

1. Pettet G.J. A Model of Wound-Healing Angiogenesis in Soft Tissue / G.J. Pettet, H.M. Byrne, D.L.S. McElwaing, J. Norbury // *Mathematical Biosciences*. – 1996. – Vol. 136. – P. 35-63.
2. Flegg J.A. On the mathematical modeling of wound healing angiogenesis in skin as a reaction-transport process / J.A. Pettet, Sh, N. Menon, Ph. K. Maini, D.L.S. McElwaing// *FrontiersinPhysiology*.–2015.–V. 6.– P.1-17.
3. Обзор механических и термодинамических моделей кожи человека в контексте пластической хирургии. / А. А. Киряк [и др.] // *Наука та виробництво : зб. наукових праць / ДВНЗ «ПДТУ»*. – Маріуполь, 2019. – Вип. 21. – С. 171–177.
4. Возможности компьютерного планирования при лечении ожогов методом экспандерной дермотензии / А. А. Киряк, А. Э. Кокорев, О. Г. Аврунин, В. А. Кремень, Г. А. Олейник // *Наука та виробництво: міжвуз.темат. зб. наук. пр. / ДВНЗ «ПДТУ»*. Вип.. 20. – Маріуполь, ПДТУ, 2019. – С. 150-156.
5. Щапов П. Ф. Получение информационной избыточности в системах измерительного контроля и диагностики измерительных объектов / П. Ф. Щапов, О. Г. Аврунин // *Український метрологічний журнал*. – 2011.– No 1.– С. 47–50.