УДК 519.6

О. О. Литвин, Ф. Ф. Коваль, О. С. Чорна
УІПА, м. Харків, Україна, e-mail: lena1402@ukr.net

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРИВИМІРНОГО РОЗПОДІЛУ КОРИСНИХ КОПАЛИН ЗА ДАННИМИ ПРО НИХ В СИСТЕМІ ПОХИЛИХ СВЕРДЛОВИН

У роботі викладаються методи побудови тривимірної моделі розподілу корисних копалин на основі даних у кожній точці заданої системи похилих свердловин і методів інтерлінації функцій трьох змінних. Викладаються методи побудови поліноміальних формул інтерлінації функцій на системі похилих свердловин, сплайн-інтерлінації функцій на системі похилих свердловин, розміщених, як в одній площині, так і довільним чином, а також формули інтерлінації функцій трьох змінних з використанням узагальнень глобальних інтерполяційних формул Дональда Шепарда й Олега М. Литвина.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, СПЛАЙН-ІНТЕРЛІНАЦІЯ, КЕРНИ, ПОХИЛІ СВЕРДЛОВИНИ

Вступ

Буріння в нашій країні ведеться на території Донецько-Дніпровської западини, Карпатського регіону і на шельфі Чорного моря. Головна особливість спорудження свердловин в цих регіонах полягає в тому, що буріння ведеться в складних геологічних умовах і на значних глибинах. Це ускладнює проводку свердловин, вимагає значних матеріальних, енергетичних та фінансових затрат.

Результати тих або інших регіональних досліджень стають найбільш інформативними тоді, коли вони отримані на основі вивчення природного об'єкту в цілому, в нашому випадку – кернів свердловинного буріння. Модель, що не враховує місця і ролі описуваного родовища в загальній структурі керну, неминуче буде однобокою, якщо не помилковою, в певних базових положеннях.

При вирішенні прикладних завдань, перш за все це завдання має бути "перекладене" формальною математичною мовою, тобто для реального об'єкту, процесу або системи має бути побудована його математична модель.

Тому актуальною є розробка та дослідження нових методів побудови математичних моделей розподілу корисних копалин, на основі використання даних з кернів похилих свердловин і сучасних методів теорії наближення функцій багатьох змінних.

Великий внесок у математичне моделювання об'єктів, процесів, явищ внесли Сергієнко І.В., Дейнека В.С., Скопецький Ст.Ст., Самарський А.А., Марчук Р.В., Яненко М.М., Рвачов Ст.Л., Литвин О.М. та ін.

У даній роботі вважається справедливою наступна гіпотеза: вважаються відомими функції $\gamma_k(z), k=\overline{1,M}$ розподілу щільності або деякого показника якості вугілля, руди тощо у залежності від глибини z, у кожній свердловині $\Gamma_k(z), k=\overline{1,M}$.

У роботі пропонуються та досліджуються математичні моделі для опису структури кори Землі за допомогою аналізу результатів свердловинного буріння.

Метою роботи є побудова математичних моделей розподілу корисних копалин на базі даних з кернів похилих свердловин, формул поліноміальної, узагальненої поліноміальної, сплайн-інтерлінації функцій трьох змінних і узагальнених глобальних інтерполяційних формул Д. Шепарда або О. М. Литвина.

1. Основні твердження роботи

Проблема створення математичних моделей, ідентифікації їх параметрів, синтезу алгоритмів виявлення змін умов буріння та відпрацювання доліт, а на цій основі розроблення методів та принципів побудови адаптивних систем керування є вельми актуальною для нафтогазовидобувного комплексу України і потребує подальшого розвитку.

Актуальною є задача побудови просторових математичних моделей розподілу корисних копалин для випадку, коли інформацію про функцію розподілу корисних копалин $f(x,y,z)$ задано у M похилих свердловинах (допускаються також вертикальні свердловини). Для того, щоб побудувати математичні моделі для цього випадку, дамо спочатку математичне означення похилої свердловини.

Означення. Будемо вважати похилою свердловиною множину точок такого вигляду

$$\Gamma_k = \{(x,y,z) : x = X_k(z), y = Y_k(z), -H \le z \le 0\},$$

$$k=\overline{1,M},$$

де функції $X_k(z), Y_k(z)$ задовольняють умові

$$r_k'(z) < 0,$$

де $r_k = \sqrt{\left(X_k(z) - X_k(0)\right)^2 + \left(Y_k(z) - Y_k(0)\right)^2}$ (рис. 1) [1].

Таким чином, у даному означенні свердловини ми свідомо вважаємо, що діаметр свердловини дорівнює нулю, тобто що множина точок, які належать свердловині, є у своїй сукупності деякою лінією.

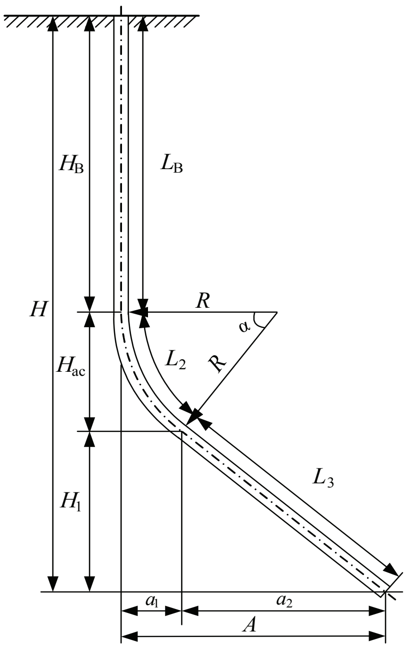

Рис. 1. Графічне зображення похилої свердловини

Теорема 1. Оператор

$$O_{MN}f(x,y,z)=\sum_{k=1}^{M}\sum_{l=1}^{N}s_{1k}(x,z)s_{2l}(y)f_{k,l}(z)$$

є оператором інтерлінації функції $f(x,y,z)$ на системі похилих свердловин, регулярно розміщених у просторі,

$$\Gamma_{k,l}=\begin{Bmatrix}(x,y,z):x=X_k(z),y=Y_l=const,\\ -H\le z\le 0\end{Bmatrix},$$

$k=\overline{1,m};l=\overline{1,n}$, який має властивості:

1. $O_{MN}f\left(X_p(z),Y_q,z\right)=f\left(X_p(z),Y_q,z\right)=f_{p,q}(z),$

$p=\overline{1,M};q=\overline{1,N}$

2. Для кожного фіксованого z оператор $O_{MN}f(x,y,z)$ є оператором поліноміальної інтерполяції функції за двома змінними x та y якщо допоміжні функції $s_{1k}(x,z),s_{2l}(y,z),k=\overline{1,m},\ l=\overline{1,n}$ задовольняють умові

$$s_{1k}\left(X_p(z),z\right)=\delta_{k,p},\ \ s_{2l}\left(Y_q(z),z\right)=\delta_{l,q}. \qquad (1)$$

Д о в е д е н н я. Враховуючи властивості (1) для допоміжних функцій можна записати

$$O_{MN}f\left(X_p(z),Y_q(z),z\right)=$$

$$=\sum_{k=1}^{M}\sum_{l=1}^{N}s_{1k}\left(X_p(z),z\right)s_{2l}\left(Y_q(z)\right)f_{k,l}(z)=$$

$$=\sum_{k=1}^{M}\sum_{l=1}^{N}\delta_{k,l}\delta_{l,q}f_{k,l}(z)=f_{p,q}(z),p=\overline{1,M},$$

$$q=\overline{1,N},-H\le z\le 0$$

Таким чином, перше твердження теореми 1 доведене.

Для доведення другого твердження теореми 1 достатньо зауважити, що при фіксованому z базисні функції $s_{1k}(x,z),\ s_{2l}(y,z),k=\overline{1,M},l=\overline{1,N}$ є базисними поліномами лагранжевої інтерполяції за змінними x та y відповідно.

Теорема 1 доведена.

Вважаємо, що для довільної функції $f(x,y,z)\in C\left(R^3\right)$ (взагалі кажучи невідомої), яка є розподілом корисних копалин в корі планети, нам відомі її сліди $f\left(X_k(z),Y_k(z),z\right)=\gamma_k(z),k=\overline{1,M}$ в точках M довільно розміщених похилих свердловин

$$\Gamma_k=\left\{(x,y,z):x=X_k(z),y=Y_k(z),-H\le z\le 0\right\},$$

$$k=\overline{1,M}\ .$$

Введемо позначення

$$X(z)_k=X_k(z);Y(z)_k=Y_k(z),\ k=\overline{1,M}$$

$$O_{M,\lambda}f\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)=$$

$$=\sum_{k=1}^{M}\gamma_k(z)\ell_{M,k,\lambda}\left(x,y;X(z),Y(z)\right),$$

$$\lambda\ge 1,M=2,3,...,$$

$$\ell_{M,k,\lambda}\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)=$$

$$=\prod_{i-1,\,j\ne k}^{M}\frac{d_i\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)^{\lambda}}{d_{i,k}^{\lambda}}=$$

$$=\prod_{i=1,\,j\ne k}^{M}\left(\frac{d_i\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)}{d_{i,k}}\right)^{\lambda},$$

$$d_i\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)=$$

$$=\sqrt{\left(X_i(z)-x\right)^2+\left(Y_i(z)-y\right)^2},$$

$$d_{i,k}=\sqrt{\left(X_i(z)-X_k(z)\right)^2+\left(Y_i(z)-Y_k(z)\right)^2},$$

які для випадку

$$\gamma_k(z)=\gamma_k=const,k=\overline{1,M}\ ,$$

є інтерполяційними операторами на нерегулярній сітці вузлів, запропонованими О. М. Литвином [2] у 1990 р.

Теорема 2. Якщо у формулі для

$$O_{M,\lambda}f\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)$$

покласти

$$\ell_{M,k,\lambda}\left(x,y;X(z),Y(z)\right)=$$

$$=\frac{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M}\left|\left(x-X_i(z)\right)\left(X_k(z)-X_i(z)\right)+\left(y-Y_i(z)\right)\left(Y_k(z)-Y_i(z)\right)\right|^{\lambda}}{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M}\left(X_k(z)-X_i(z)\right)^2+\left(Y_k(z)-Y_i(z)^2\right)^{\lambda}}$$

то оператор $O_{M,\lambda}f\left(x,y,z;X(z),Y(z)\right)$ буде мати властивості

1. для $\dfrac{\lambda}{2}\in N$ (N – множина натуральних чисел) допоміжні функції $\ell_{M,k,\lambda}\left(x,y;X(z),Y(z)\right)$ будуть поліномами від двох змінних степеня $(M-1)\lambda$;

2. $O_{M,\lambda}f\left(X_p(z),Y_p(z),z;X(z),Y(z)\right)=\gamma_p(z),p=\overline{1,M}.$

2. Алгоритм побудови операторів сплайн-інтерлінації

Алгоритм викладемо по крокам.

Крок 1. Виконуємо тріангуляцію поверхні: введемо позначення $\mu=(\mu_1,\mu_2,\mu_3)$, $T_\mu=T_\mu(z)$ – трикутник на глибині z з вершинами

$$P_k\left(X_k(z),Y_k(z),z\right),$$
$$k=\mu_1,\mu_2,\mu_3;\mu_1,\mu_2,\mu_3\in\{1,2,...,M\},$$

тобто $\overline{T_\mu}(z)=\left\{(x,y,z):(x,y,z)\in T_\mu(z)\right\}$ є криволінійною призмою.

Крок 2. Будуємо для кожного трикутника $T_\mu(z)$ оператор інтерлінації $O_\mu(x,y,z)$ у вигляді

$$O_\mu(x,y,z)=\gamma_{\mu_1}(z)\left(\frac{\varphi_{\mu_2,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right)+$$
$$+\gamma_{\mu_2}(z)\left(\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right)+\gamma_{\mu_3}(z)\left(\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_2}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right),$$

$$\varphi_{p,q}(x,y,z)=\begin{vmatrix} x & y & 1\\ X_p(z) & Y_p(z) & 1\\ X_q(z) & Y_q(z) & 1\end{vmatrix},$$

$$\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)=\begin{vmatrix} X_{\mu_1}(z) & Y_{\mu_1}(z) & 1\\ X_{\mu_2}(z) & Y_{\mu_2}(z) & 1\\ X_{\mu_3}(z) & Y_{\mu_3}(z) & 1\end{vmatrix}=$$
$$=\varphi_{\mu_2,\mu_3}\left(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z),z\right).$$

Введемо до розгляду оператор

$$O_M F(x,y,z)=O_\mu f(x,y,z),$$
$$(x,y,z)\in T_\mu(z)\times[-H,0],$$
$$T_\mu(z)\subset D=\bigcup_\mu T_\mu(z).$$

Нехай Q – кількість криволінійних трикутних призм, відповідних вибраній тріангуляції поверхні.

Теорема 3. *Оператор* $O_\mu(x,y,z)$ *має наступні властивості:*

а) він є оператором інтерлінації функцій трьох змінних $f(x,y,z)$ *на системі похилих свердловин* $\Gamma_k, k=\overline{1,M}$ *, тобто*

$$O_M f\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=f\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=\gamma_p(z),$$
$$-H\le z\le 0, p=\overline{1,M};$$

б) кожній неперервній функції $f(x,y,z)\in C(D)$ *цей оператор ставить у відповідність теж неперервну функцію* $O_M f(x,y,z)\in C(D)$ *:*

$$f(x,y,z)\in C\left(\bigcup_\mu T_\mu\times[-H,0]\right),T_\mu(z)\subset D\Rightarrow$$
$$\Rightarrow O_M f(x,y,z)\in C\left(\bigcup_\mu T_\mu\times[-H,0]\right).$$

Доведення. Інтерлінаційні властивості «*а*» випливають з наступної властивості детермінантів: детермінант з двома однаковими рядками дорівнює нулю. Тому, якщо $p\in\{\mu_1,\mu_2,\mu_3\}$, то

$$O_M f\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=O_\mu\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=$$
$$=\gamma_{\mu_1}(z)\frac{\varphi_{\mu_2,\mu_3}\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}+$$
$$+\gamma_{\mu_2}(z)\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_3}\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)}{\Delta_{\mu_2,\mu_1,\mu_3}(z)}+$$
$$+\gamma_{\mu_3}(z)\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_2}\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)}{\Delta_{\mu_3,\mu_1,\mu_2}(z)}=\gamma_p(z),$$
$$(x,y)\in T_\mu, z\in[-H,0], p\in\{\mu_1,\mu_2,\mu_3\}.$$

Тут враховано, що

$$\varphi_{\mu_2,\mu_3}\left(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z),z\right)=1,$$
$$\varphi_{\mu_2,\mu_3}\left(X_{\mu_2}(z),Y_{\mu_2}(z),z\right)=0,$$
$$\varphi_{\mu_2,\mu_3}\left(X_{\mu_3}(z),Y_{\mu_3}(z),z\right)=0,$$
$$\varphi_{\mu_1,\mu_3}\left(X_{\mu_2}(z),Y_{\mu_2}(z),z\right)=1,$$
$$\varphi_{\mu_1,\mu_3}\left(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z),z\right)=0,$$
$$\varphi_{\mu_1,\mu_3}\left(X_{\mu_3}(z),Y_{\mu_3}(z),z\right)=0,$$
$$\varphi_{\mu_1,\mu_2}\left(X_{\mu_3}(z),Y_{\mu_3}(z),z\right)=1,$$
$$\varphi_{\mu_1,\mu_2}\left(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z),z\right)=0,$$
$$\varphi_{\mu_1,\mu_2}\left(X_{\mu_2}(z),Y_{\mu_2}(z),z\right)=0.$$

Іншими словами, оператор $O_M f(x,y,z)$ є оператором кусково-лінійної інтерполяції за змінними $x,y\ \forall z\in[-H,0]$.

Для доведення того, що $O_M f(x,y,z)\in C(D)$, досить зазначити, що функції $O_{p,q,r}f(x,y,z)$ та $O_{p,q,r'}f(x,y,z)$ на спільній криволінійній, взагалі кажучи, грані призм зі свердловинами Γ_p та Γ_q мають однакові сліди, тобто функція $F(x,y,z)=O_M f(x,y,z)$ при переході від тригранної призми з ребрами $\Gamma_p(z),\Gamma_q(z),\Gamma_r(z)$ до тригранної призми з ребрами $\Gamma_p(z),\Gamma_q(z),\Gamma_{r'}(z)$ зберігає неперервність. Те, що у випадку неперервних слідів $\gamma_p(z)\in C[-H,0], p=\overline{1,M}$ функції $O_\mu f(x,y,z)$ теж будуть неперервними, випливає з формули для операторів $O_\mu f(x,y,z)$ і відомої властивості неперервних функцій: сума неперервних функцій є неперервною функцією [4].

Теорема 3 доведена.

3. Математичне моделювання розподілу корисних копалин методом узагальнень глобальної інтерполяційної формули Д. Шепарда та О. Литвина

У багатьох областях для відновлення неперервних поверхонь використовуються експериментальні дані, нерегулярно розміщені у просторі. Однією з загальних інтерполяційних формул, узагальнення яких можна використовувати для інтерлінації функцій трьох змінних у випадку нерегулярно розподілених прямих-свердловин, є двовимірна глобальна інтерполяційна формула Доналда Шепарда.

Узагальнену глобальну формулу Шепарда для системи ліній

$$\left(X_k(z), Y_\ell(z), z\right), -H \le z \le 0,\ k=\overline{1,M}, \ell=\overline{1,N},$$

можна подати так:

$$S_{M,N,\lambda}(f;x,y,z)=$$

$$=\begin{cases} \dfrac{\sum\limits_{k=0}^{M}\sum\limits_{\ell=0}^{N} f\left(X_k(z),Y_\ell(z),z\right)\left(\sqrt{\left(x-X_k(z)\right)^2+\left(y-Y_\ell(z)\right)^2}\right)^{-\lambda}}{\sum\limits_{i=0}^{M}\sum\limits_{j=0}^{N}\left(\sqrt{\left(x-X_i(z)\right)^2+\left(y-Y_j(z)\right)^2}\right)^{-\lambda}}, \\ \left(x-X_k(z)\right)^2+\left(y-Y_\ell(z)\right)^2 \ne 0\ \forall\ k=\overline{1,M},\ \ell=\overline{1,N}, \\ f\left(X_i(z),Y_j(z),z\right),\ \text{якщо}\ \left(x-X_i(z)\right)^2+\left(y-Y_j(z)\right)^2=0, \\ i\in\{1,...,M\}, j\in\{1,...,N\}. \end{cases}$$

Теорема 4. *Оператор* $S_{M,N,\lambda}(f;x,y,z)$ *має властивості*

а) $f(x,y,z)\in C\left(R^3\right) \Rightarrow S_{M,N,\lambda}(f;x,y,z)\in C\left(R^3\right)$,

б) $S_{M,N,\lambda}\left(f;X_i(z),Y_j(z),z\right)=f\left(X_i(z),Y_j(z),z\right)$, [6]

$$i=\overline{1,M},\ j=\overline{1,N}.$$

Недолік 1. Якщо кількість $M\times N$ заданих точок є великою, то кількість арифметичних операцій Q для обчислення $U=S_{M,N,\lambda}(f;x,y,z)$ у одній точці пропорційна $M: Q=cM$ (c – деяка стала). Це означає, що в цьому випадку метод може бути неефективним або непрактичним.

Недолік 2. Рівність нулю градієнта у кожній точці D_k при фіксованому z є небажаними обмеженнями на наближувану функцію.

Недолік 3. Обчислювальна похибка (похибка заокруглення) стає істотною в околі точок $D_k\left(X_k(z),Y_k(z),z\right)$.

Іншими словами, у даній праці припускається, що кожній похилій свердловині ставиться у відповідність не одне число, а одна функція – характеристика розподілу щільності корисних копалин конкретного типу залежно від глибини z.

Розглянемо для довільної

$$f\in C\left(R^3\right),\ f\left(X_k(z),Y_k(z),z\right)=\gamma_k(z), k=\overline{1,M},$$

інтерлінаційні оператори [5]

$$O_{M,\lambda}(f;x,y,z)=\sum_{k=1}^{M}\gamma_k(z)\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z), \lambda\ge 1,\ M=2,3,...,$$

$$\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)=\prod_{i=1,i\ne k}^{M}\frac{d_i(x,y,z)^\lambda}{d_{i,k}^\lambda}=\frac{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_i(x,y,z)^\lambda}{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_{i,k}^\lambda},$$

$$d_i(x,y,z)=\sqrt{\left(X_i(z)-x\right)^2+\left(Y_i(z)-y\right)^2},$$

$$d_{i,k}=\sqrt{\left(X_i(z)-X_k(z)\right)^2+\left(Y_i(z)-Y_k(z)\right)^2}.$$

які для випадку

$$\gamma_k(z)=\gamma_k=const,\ k=\overline{1,M},$$

є інтерполяційними операторами на нерегулярній сітці вузлів, запропонованими О. М. Литвином в 1990 р. [2].

Теорема 5. *Для кожної* $f(x,y,z)\in C\left(R^3\right)$ *виконуються співвідношення*

$$O_{M,\lambda}(f;x,y,z)\in C\left(R^3\right),$$

$$O_{M,\lambda}\left(f;X_p(z),Y_p(z),z\right)=\gamma_p(z),\ p=\overline{1,M}\ \text{[6]}.$$

Доведення. Дослідимо властивості допоміжних функцій $\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)$. Перш за все зазначимо, що знаменники $\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_{i,k}^\lambda$ у формулах для $\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)$ – сталі величини і $d_{i,k}^\lambda>0\forall i,k\in\{1,...,M\}, i\ne k, \lambda>0$, а чисельник – невід'ємна функція $\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_i(x,y,z)^\lambda\ge 0$.

Тому $\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)\ge 0\forall k=\overline{1,M};\lambda>0$.

Крім того, $\ell_{M,k,\lambda}\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=$

$$=\prod_{i=1,i\ne k}^{M}\frac{d_i\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)^\lambda}{d_{i,k}^\lambda}=\frac{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_i\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)^\lambda}{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_{i,k}^\lambda}=$$

$$=\frac{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_{i,p}^\lambda}{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_{i,k}^\lambda}=\delta_{k,p}, k,p=\overline{1,M},$$

оскільки

$$\frac{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_{i,p}^\lambda}{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M} d_{i,k}^\lambda}=\begin{cases}1, p=k,\\ 0,\ \text{якщо}\ p=i, p\in\{1,2,..,M\},\ p\ne k.\end{cases}$$

Таким чином,

$$\ell_{M,k,\lambda}\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=\delta_{k,p}, k,p=\overline{1,M}.$$

Враховуючи це, можна записати таку послідовність рівностей:

$$O_{M,\lambda}\left(f;X_p(z),Y_p(z),z\right)=\sum_{k=1}^{M}\gamma_k(z)\ell_{M,k,\lambda}\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=$$

$$=\sum_{k=1}^{M}\gamma_k(z)\delta_{k,p}=\gamma_p(z),\ p=\overline{1,M}.$$

Теорема 5 доведена.

Теорема 6. *Якщо у формулі для* $O_{M,\lambda}(f;x,y,z)$ *замінити* $\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)$ *на* $L_{M,k,\lambda}(x,y,z)$ *з раціональними допоміжними функціями,*

$$L_{M,k,\lambda}(x,y,z)=\frac{\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)}{\sum\limits_{p=1}^{M}\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)},$$

і якщо $\frac{\lambda}{2}\in N$, *то* $O_{M,\lambda}(f;x,y,z)$ *є додатним оператором інтерлінації*

$$\forall f\ge 0, O_{M,\lambda}(f;x,y,z)\ge 0,$$

$$O_{M,\lambda}\left(f;X_p(z),Y_p(z),z\right)=\gamma_k(z),k=\overline{1,M}\;.$$

Теорема 7. *Якщо у формулі для* $O_{M,\lambda}(f;x,y,z)$ *покласти*

$$\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)=$$
$$=\prod_{i=1,i\neq k}^{M}\frac{\left(x-X_i(z)\right)\left(X_k(z)-X_i(z)\right)+\left(y-Y_i(z)\right)\left(Y_k(z)-Y_i(z)\right)}{\left(X_k(z)-X_i(z)\right)^2+\left(Y_k(z)-Y_i(z)\right)^2},$$

то оператор $O_{M,\lambda}(f;x,y,z)$ *теж буде оператором інтерлінації з поліноміальними допоміжними функціями, якщо* $\lambda>0,\lambda=2q,q\in N$,

$$O_{M,\lambda}\left(f;X_k(z),Y_k(z),z\right)=\gamma_k(z),k=\overline{1,M}\;.$$

Висновки

Оператор $O_M f(x,y,z)$ є оператором інтерлінації функцій трьох змінних, який дозволяє відновлювати розподіл корисних копалин між похилими свердловинами $\Gamma_k(z)$, $k=\overline{1,M}$ з використанням інформації про розподіл у свердловинах $\Gamma_k(z)$, $k=\overline{1,M}$. Кожній неперервній функції $f(x,y,z)\in C(D)$ цей оператор ставить у відповідність теж неперервну функцію $O_M f(x,y,z)\in C(D)$.

Запропоновані в роботі просторові ММ розподілу корисних копалин між свердловинами, розміщеними нерегулярним чином на поверхні Землі методами кусково-поліноміальної інтерлінації функцій $f(x,y,z)$, допоміжні функції яких є кусково-лінійними або кусково-квадратичними за змінними *x, y* можна використовувати для оцінки запасів корисних копалин у випадку свердловин, нерегулярно розміщених на поверхні Землі.

Список літератури: 1. *Литвин О.О.* Математичне моделювання розподілу корисних копалин за допомогою поліноміальних інтерлінантів на системі похилих свердловин / Н.І. Штепа, С. І. Кулик, О. С. Чорна. – Харків: Журнал “Проблеми машинобудування”. Том 17, випуск 2. – 2014. – С. 33–39. **2.** Л*итвин О.М.* Інтерлінація функцій та деякі її застосування. – Харків: Основа, 2002. – 544 с. **3.** *Литвин О.О.* Математичне моделювання розподілу корисних копалин між системою нерегулярно розміщених похилих свердловин методами сплайн-інтерлінації функцій / Н.І. Штепа, С. І. Кулик, О. С. Чорна. – Харків: Журнал “Проблеми машинобудування”. Том 16, випуск 1. – 2013. – С. 61-67. **4.** *Литвин О. М.* Математичне моделювання розподілу корисних копалин між похилими свердловинами методом поліноміальної сплайн-інтерлінації функції / О.О. Литвин, Н.І. Штепа, О. С. Чорна. // Матеріали ІІ Всеукраїнської науково-практичної конференції «Інформатика та системні науки» ІСН-2011 17-19 березня 2011 / За ред. д. ф-м. н., проф. Ємця О. О. – Полтава: РВВ ПУЄТ, 2011. – 355 с. **5.** *Литвин О.М.* Математичне моделювання розподілу корисних копалин за допомогою інтерлінації функцій трьох змінних/ Н.І. Штепа // Праці міжнародного симпозіуму «Питання оптимізації обчислень (ПОО-XXXV)», Крим, смт. Кацивелі, 24-29 вересня 2009. т.2.Київ. –2009. – С. 20-24. **6.** *Литвин О.О.* Математичне моделювання розподілу корисних копалин між системою нерегулярно розміщених похилих свердловин методами глобальної інтерлінації функцій / Н.І. Штепа, С. І. Кулик, О. С. Чорна. – Харків: Журнал “Проблеми машинобудування”. Том 16, випуск 4. – 2013. – С. 39-48. **7.** *Литвин О.М.*. Методи обчислень. Додаткові розділи. – Київ: Наук. думка, 2005. – 331 с.

Надійшла до редколегії 11.09.2014

УДК 519.6

Математическое моделирование трехмерного распределения полезных ископаемых по данным о них в системе наклонных скважин / О.О. Литвин, Ф.Ф. Коваль, Е.С. Черная // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. – 2014. – № 2 (83). – С. 83–87.

В статье исследуются методы построения математических моделей, а также перспективы их использования для разведки полезных ископаемых. Описаны методы построения математических моделей пространственного распределения полезных ископаемых между наклонными скважинами позволяют, после соответствующих обобщений, строить математические модели структуры коры Земли с использованием всех составляющих кернов наклонных скважин, которое приведет к созданию эффективных методов разведки полезных ископаемых и разработки месторождений. Информация, которая используется для такого типа математического моделирования, является значительно более доступной и простой в сравнении с информацией, что полученна методами сейсмической томографии. В то же время, она позволяет представить распределение полезных ископаемых в области месторождения в виде единой функции трех переменных.

Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

UDK 519.6

Mathematical minerals distribution of three-dimensional model even of according to their system of inclined chinks / O.O. Lytvyn, F.F. Koval, O.S. Chorna // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. – 2014. – № 2 (83). – P. 83–87.

Methods of built math models and perspectives of their using for mineral exploration are investigated in the article.. This building methods of math models of three-dimensional distribution of minerals between inclined boreholes allows, after appropriate generalization, build math models of earth crust structure with using of all core components of inclined boreholes, which will lead to effective mineral exploration and prospecting methods creation. Using information for such math modeling type is more accessible and easy in comparison with information getting by seismic tomography methods. At the same time it allows present mineral distribution at deposit place in the form of three variable single functions.

Fig. 1. Ref.: 7 items.