

ПРЕЦИЗИОННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ МАЛЫХ $\text{tg } \delta$ НА СВЧ

Ю. Е. Гордиенко, Н. К. Соболев, Ю. А. Дудкин

Харьков

Часто при физических исследованиях возникает необходимость измерения на СВЧ с высокой точностью малых $\text{tg } \delta$. Обычно применяемый для таких исследований резонаторный метод [1] имеет погрешность не меньше 10—15%, которая обусловлена в основном погрешностью измерения добротности резонатора. Ее нельзя существенно уменьшить без значительного усложнения аппаратуры.

При определении начальной концентрации кристаллических включений в тонких стеклообразных слоях по исследованию их на СВЧ [2] высокую точность измерения $\text{tg } \delta$ необходимо обеспечить при ограниченном объеме исследуемого образца. Последнее обстоятельство в ряде случаев исключает применение обычного резонаторного метода по той причине, что изменение добротности резонатора, вызванное внесением в него исследуемого образца, оказывается меньшим абсолютной ошибки измерения добротности.

Метод передачи через резонатор избавлен от необходимости точного определения изменений ширины резонансной кривой резонатора и поэтому может быть более точным при измерении малых $\text{tg } \delta$. Однако в таком виде, как он изложен в работе [3], метод вряд ли может быть использован из-за принципиальных трудностей, возникающих при определении некоторых коэффициентов.

В настоящей работе, используя реальные параметры нагруженного резонатора, получено соотношение, связывающее $\text{tg } \delta$ исследуемого образца с изменением мощности на выходе резонатора. Кроме этого показано, что при $\text{tg } \delta$ меньше 10^{-3} — 10^{-4} , ошибка, обусловленная неучетом изменения добротности резонатора, вызванного изменением запасенной в нем энергии при внесении образца и настройке на прежнюю частоту, может достигать значительной величины.

Измерение $\text{tg } \delta$ методом передачи через резонатор основано на факте существования функциональной связи между коэффициентом передачи резонатора с исследуемым образцом и $\text{tg } \delta$ образца. Соотношение, отражающее эту связь, и является расчетной формулой для измерения $\text{tg } \delta$.

Для установления этого соотношения запишем изменение ненагруженной добротности резонатора, обусловленное внесением в него исследуемого образца, в следующем виде:

$$\Delta Q = Q_0 - Q_1 = \omega_0 \frac{W_{з.о}}{P_0} - \omega_0 \frac{W_z}{P_0 + \Delta P}, \quad (1)$$

где Q_0 и Q_1 — ненагруженная добротность пустого резонатора и резонатора с исследуемым образцом;

ω_0 — резонансная частота резонатора;

$W_{з.о}$ — энергия электромагнитного поля, запасенная в пустом резонаторе за период;

W_s — энергия электромагнитного поля, запасенная в резонаторе с образцом;

P_0 — мощность потерь в стенках резонатора;

ΔP — мощность потерь в образце.

При подобных измерениях на СВЧ желательно поддерживать постоянной резонансную частоту резонатора ω_0 , поэтому

$$W_s = W_{s,0} + \Delta W_s - \Delta W_n, \quad (2)$$

где ΔW_s — электромагнитная энергия, запасенная в образце за период СВЧ поля;

ΔW_n — изменение запасенной за период энергии в объеме резонатора, которое вызвано подстройкой его на прежнюю частоту,

ΔW_n входит в выражение (2) с минусом, так как внесение образца в резонатор всегда сопровождается уменьшением резонансной частоты последнего, поэтому для настройки резонатора на прежнюю частоту ω_0 необходимо уменьшить его объем. С учетом формулы (2) выражение (1) преобразуется к виду

$$\Delta Q = Q_0 \left(\frac{\omega_0 W_{s,0}}{Q_0 \Delta P} + 1 \right)^{-1} - \omega_0 \left(\frac{\Delta W_s - \Delta W_n}{P_0 + \Delta P} \right). \quad (3)$$

В этом выражении первое слагаемое учитывает только изменение добротности за счет потерь в образце, второе же включает в себя и изменение добротности резонатора за счет изменения запасенной в нем энергии. Обычно вторым слагаемым пренебрегают ввиду малости входящих в него ΔW_s и ΔW_n .

Для $\frac{W_{s,0}}{\Delta P}$ можно записать следующее соотношение:

$$\frac{W_{s,0}}{\Delta P} = \frac{\int_{\nu_0}^{\nu_p} \epsilon_0 E^2 d\nu}{\frac{1}{2} \int_{\nu_0}^{\nu_p} \sigma E^2 d\nu} = (\omega_0 \epsilon_1 \eta \operatorname{tg} \delta)^{-1}, \quad (4)$$

где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость воздуха;

ϵ_1 — относительная диэлектрическая проницаемость исследуемого образца на данной частоте;

η — коэффициент заполнения поля резонатора исследуемым образцом. В случае цилиндрического резонатора на волне H_{102} и размещении образца в виде диска толщиной d на $\frac{\lambda_p}{4}$ от дна резонатора

$$\eta = \frac{2d}{l} f \left(\frac{\rho}{a} \right). \quad (5)$$

В этом выражении l — длина резонатора, а

$$f \left(\frac{\rho}{a} \right) = \frac{J_0^2 \left(3,832 \frac{\rho}{a} \right)}{\left(\frac{\rho}{a} \right)^2 \left[J^2 \left(3,832 \frac{\rho}{a} \right) - J_0 \left(3,832 \frac{\rho}{a} \right) J_2 \left(3,832 \frac{\rho}{a} \right) \right]},$$

где $\frac{\rho}{a}$ — отношение радиусов образца и резонатора;

J_n — функция Бесселя.

Подставляя выражение (4) в (3), получим

$$\Delta Q = Q_0 \left(\frac{1}{Q_0 \epsilon_1 \eta \operatorname{tg} \delta} + 1 \right)^{-1} - \omega_0 \left(\frac{\Delta W_s - \Delta W_n}{P_0 + \Delta P} \right), \quad (6)$$

откуда нетрудно заметить, что при малых $\operatorname{tg} \delta$ правомерность пренебрежения вторым слагаемым нуждается в проверке. Для этой цели преобразуем второе слагаемое к более удобному виду. В результате несложных преобразований можно записать

$$\omega_0 \frac{\Delta W_\varepsilon}{P_0 + \Delta P} = \left(\frac{W_{3.0}}{Q_0 \Delta W_\varepsilon} + \frac{\Delta P}{\omega_0 \Delta W_\varepsilon} \right)^{-1}. \quad (7)$$

Тогда, учитывая, что

$$\frac{W_{3.0}}{\Delta W_\varepsilon} = \frac{\int_{v_p}^{\infty} \varepsilon_0 E^2 dv}{\frac{1}{2} \int_{v_0}^{\infty} \varepsilon_0 \varepsilon_1 E^2 dv} = (\eta \varepsilon_1)^{-1}, \quad (8)$$

а

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{\Delta W_\varepsilon} &= \omega_0 \operatorname{tg} \delta, \\ \omega_0 \frac{\Delta W_\varepsilon}{P_0 + \Delta P} &= \left(\operatorname{tg} \delta + \frac{1}{\eta \varepsilon_1 Q_0} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Выражение $\omega_0 \frac{\Delta W_\pi}{P_0 + \Delta P}$ может быть преобразовано следующим образом:

$$\Delta W_\pi = W_{3.0} - W'_{3.0} = \int_{v_p}^{\infty} \varepsilon_0 E^2 dv - \int_{v_p - \Delta \lambda_p}^{\infty} \varepsilon_0 E^2 dv, \quad (10)$$

где $\Delta \lambda_p$ — изменение длины резонатора при настройке его на частоту ω_0 после внесения образца.

Нетрудно показать, что для двухполуволнового резонатора

$$\Delta \lambda_p = \frac{\lambda_0 \lambda_{кр}^3 (\varepsilon_1 - 1)}{(\lambda_{кр}^2 - \lambda_0^2)^{3/4}}, \quad (11)$$

где λ_0 — резонансная длина волны в свободном пространстве;

$\lambda_{кр}$ — критическая длина волны.

Дальнейшее преобразование выражения (10) сводится к следующему:

$$\Delta W_\pi = \left(1 - \frac{\int_{v_p - \Delta \lambda_p}^{\infty} E^2 dv}{\int_{v_p}^{\infty} E^2 dv} \right) \int_{v_p}^{\infty} \varepsilon_0 E^2 dv = \frac{2 \Delta \lambda_p}{l} \int_{v_p}^{\infty} \varepsilon_0 E^2 dv. \quad (12)$$

При этом предполагалось, что $\frac{\Delta \lambda_p}{l} \ll 1$.

Учитывая формулы (9), (11), (12), выражение (6) запишется в виде

$$\frac{\Delta Q}{Q_0} = \left(\frac{1}{Q_0 \varepsilon_1 \eta \operatorname{tg} \delta} + 1 \right)^{-1} \left[1 + \frac{\frac{2 \lambda_0 \lambda_{кр}^3 \varepsilon - 1}{3} - \varepsilon}{\varepsilon_1 Q_0 \operatorname{tg} \delta} \right]. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что при $Q_0 = 10^4$; $\eta = 4 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_1 = 7$, $\lambda_0 = 30$ мм, $\lambda_{кр} = 52,5$ мм, $\operatorname{tg} \delta = 10^{-4}$ систематическая ошибка, вызванная пренебрежением вторым слагаемым, составит +50%. При $\operatorname{tg} \delta = 10^{-3}$ ошибка будет не меньше +10%.

Таким образом, при измерении малых $\operatorname{tg} \delta$ пренебрежение вторым членом в формуле (3) не является правомерным даже для образ-

цов с не очень высоким значением относительной диэлектрической проницаемости.

Если в выражении (13) множитель в скобках обозначить через K , то соотношение, связывающее относительное изменение добротности резонатора при внесении диэлектрика с $\text{tg} \delta$ данного диэлектрика, будет иметь вид

$$\text{tg} \delta = \frac{\eta K + \frac{\Delta Q}{Q_0}}{Q_0 \epsilon_1 \eta \left(1 - \frac{\Delta Q}{Q_0}\right)}. \quad (14)$$

Коэффициент передачи резонатора [4]:

$$T = \frac{4\beta_{10}\beta_{20}}{(1 + \beta_{10} + \beta_{20})^2}. \quad (15)$$

Если предположить, что отверстия связи идентичны, то $\beta_{10} = \beta_{20} = \beta_0$ и

$$T = \frac{4\beta_0^2}{(1 + 2\beta_0)^2}, \quad (16)$$

где $\beta_0 = \frac{P_{\text{св}0}}{P_0}$ — коэффициент связи пустого резонатора с волноводом; $P_{\text{св}0}$ и P_0 — безразмерные величины потерь на связь и в стенках резонатора.

При внесении в резонатор исследуемого образца коэффициент связи резонатора с волноводом примет вид

$$\beta_1 = \frac{P_{\text{св}0}}{P_0 + \Delta P} = \frac{\beta_0}{1 + \frac{\Delta P}{P_0}}. \quad (17)$$

Если учесть, что

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{\omega_0 W_{31}}{Q_1 P_0} - 1, \quad (18)$$

то

$$\beta_1 = \beta_0 \frac{Q_1}{Q_0} \left(1 - \frac{\Delta W_{3,0}}{W_{3,0}}\right)^{-1}, \quad (19)$$

Для отношения мощностей, прошедших через пустой резонатор и резонатор с образцом, можно записать следующее выражение:

$$\frac{P_0}{P_1} = \frac{\beta_0^2 (1 + 2\beta_1)^2}{\beta_1^2 (1 + 2\beta_0)^2}. \quad (20)$$

Подставляя в выражение (20) значение β_1 из формулы (19) и заменяя Q_1 на $Q_0 - \Delta Q$, получим

$$\frac{\Delta Q}{Q_0} = 1 - \left(1 - \frac{\Delta W_{3,0}}{W_{3,0}}\right) \left[(1 + 2\beta_0) \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{1}{2}} - 2\beta_0 \right]^{-1}. \quad (21)$$

Выражение (21) связывает относительное изменение проходящей через резонатор мощности при внесении образца с относительным изменением добротности резонатора. Подставляя равенство (21) в (14) и учитывая, что

$$\frac{\Delta W_{3,0}}{W_{3,0}} = \eta K, \quad (22)$$

получим окончательное выражение для $\operatorname{tg} \delta$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2}{(1 + 2\beta_0) Q_n \epsilon_1 \eta} \left\{ (1 + 2\eta K) \left[1 + 2\beta_0 \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{1}{2}} - 2\beta_0 \right] - 1 \right\}, \quad (23)$$

где Q_n — нагруженная добротность резонатора.

В выражении (23) параметры Q_n и β_0 измеряются один раз с высокой точностью. ϵ_1 может быть измерено обычным способом по сдвигу резонансной частоты резонатора.

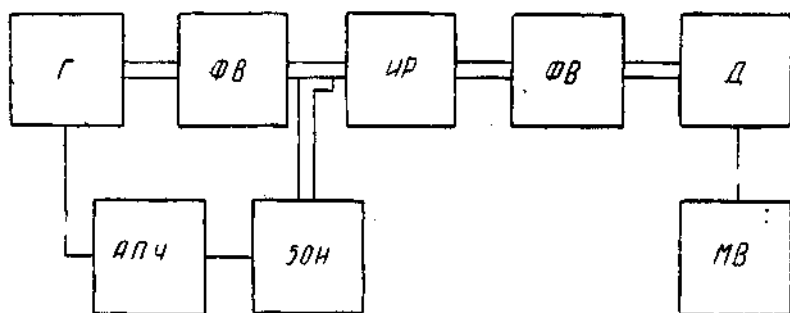


Рис. 1.

Процесс определения $\operatorname{tg} \delta$, таким образом, сводится к подсчету η и K по известным размерам образца и резонатора и измерению величин ϵ_1 и $\frac{P_0}{P_1}$. В случае линейного СВЧ детектора $\left(\frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{1}{2}}$ будет равно отношению показаний прибора на выходе детектора при пустом и заполненном резонаторе.

Блок-схема измерительной установки приведена на рисунке, где Г — СВЧ генератор; ФВ — ферритовый вентиль; ИР — измерительный резонатор; Д — СВЧ детектор; МВ — милливольтметр; АПЧ — система автоматической подстройки частоты. В установке предусмотрена система автоматической подстройки частоты генератора по высокودобротному эталонному резонатору типа 50И. Необходимость такой системы становится понятной, если учесть, что флуктуации частоты клистронного генератора сравнимы с шириной полосы пропускания измерительного резонатора. Кроме того, применение системы автоматической подстройки частоты по такому высококачественному волномеру как эхо-резонатор 50И, позволяет измерить ϵ_1 с точностью до 1%.

Анализ выражения (23) показал, что точность описанного выше метода на порядок выше точности обычного резонаторного метода. Измеренные с помощью этого метода ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ слюды, тефлона, аморфного селена и органического стекла находятся в хорошем согласии с приведенными в справочной литературе данными по этим материалам.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Брандт. Исследование диэлектриков на СВЧ. Физматгиз, 1963.
2. Ю. Е. Гордиенко. Тонкие полупроводниковые пленки. Материалы Всесоюзного совещания, г. Ужгород, 1966. Изд-во «Наукова думка», Киев, 1966.
3. Е. Б. Зальцман. ПТЭ 6, 101, 1965.
4. Техника измерений на сантиметровых волнах, т. 1. Изд-во «Советское радио», 1949.