ВЕРОЯТНОСТНО-ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ. ЧАСТЬ I. ТРЕНДОВЫЙ ПОДХОД. (НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ «ГУСЕНИЦА»-SSA И БОКСА-ДЖЕНКИНСА)

Щелкалин В. Н.
Научный консультант – д.т.н., проф. Тевяшев А. Д.
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
(61166, Украина, г. Харьков, пр. Ленина, 14, каф. прикладной математики, тел. +38(057)702-13-35), e-mail: vitalii.shchelkalin@gmail.com

In presented work the further development of Box-Jenkins mathematical models and increasing the accuracy of the SSA-prediction of a noisy signal are produced.

К настоящему моменту времени создано большое количество мат. моделей и методов анализа и прогнозирования временных рядов и наметилась тенденция комбинирования их идей с целью получения лучших характеристик конечной, в смысле формирования, модели.

В работе производится синтез математических моделей, основанных на совместном использовании идей двух методов, к каждому из которых, по отдельности, скептически относятся многие специалисты из области прогнозирования, однако достаточно хорошо теоретически обоснованных. Первый метод – детерминированный метод различных видов анализа и прогнозирования пока ещё не вошедший в состав стандартных математических пакетов – метод «Гусеница»-SSA (далее SSA). Второй – статистический метод – метод Бокса-Дженкинса (далее BJ). Предложенные модели реализовывают трендовый подход, который заключается в моделировании процесса как отклонения фактических значений относительно трендовой составляющей и приводят к синергии, взаимно компенсируя противоположные по природе недостатки составляющих их моделей.

В стандартном методе SSA сигнал или модель определяются только из условия воспроизведения дисперсии временного ряда, при этом характер ошибки воспроизведения в модель не включается. Метод SSA, основанный на LS или MV оценивании, пришедший для решения этой проблемы, больше применим в теории фильтрации, и не включает никакой информации относительно модели шума. Поэтому на настоящий момент появились два подхода решения данной задачи. В основе первого подхода лежит идея увеличения порядка линейной рекуррентной формулы (ЛРФ) рекуррентного прогноза метода SSA при помощи метода HTLS – модификации метода ESPRIT [1]. Второй – путём добавления к SSA-прогнозам прогнозов метода BJ, построенных на остаточной составляющей временного ряда после удаления из него, восстановленного методом SSA, сигнала [2, 3]. По сути – путём добавления к ЛРФ модели АРПСС. Полезный эффект, возникающий уже в результате применения такой аддитивной модели (1) описан в [2, 3]. Впоследствии модель приняла вид (3), а главное, все её параметры уже подстраивались методом оптимизации целевой функции интегрированного критерия точности и адекватности. Модель (3) названа автором моделью авторегрессии – спектрально проинтегрированного скользящего среднего (АРСПСС). Идентифицируемый методом SSA сигнал достаточно хорошо аппроксимируется моделями АРПСС (см. модель (4)). Для случая нескольких сезонных составляющих и экзогенных переменных модели обобщаются, подобным образом как, например, модель (4) обращается в (6).

$$y_t = g(B)s_t + \frac{c(B)}{\nabla a(B)}e_t\,;\ (1) \Rightarrow\ y_t = g(B)y_t + \frac{c'(B)}{\nabla a'(B)}e_t\,;\ (2) \Rightarrow\ g'(B)y_t = \frac{c''(B)}{\omega(B)a''(B)}e_t\,;\ (3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tilde{s}_t = \dfrac{f(B)}{\nabla d(B)}\varepsilon_t; \\ y_t = \tilde{s}_t + \dfrac{c(B)}{\nabla a(B)}e_t; \end{cases} \Rightarrow\ y_t = \frac{f(B)}{\nabla d(B)}\varepsilon_t + \frac{c(B)}{\nabla a(B)}e_t\,;\ (4) \Rightarrow\ y_t = g(B)\frac{f(B)}{\nabla d(B)}\varepsilon_t + \frac{c'''(B)}{\nabla a'''(B)}e_t\,. \quad (5)$$

$$(4) \Rightarrow\ y_t = \left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\omega_i'(B)}{\delta_i'(B)} + \sum_{i=1}^{N}\frac{\omega_i(B)}{\delta_i(B)}\right)B^{m_i'+m_i}x_t + \frac{\prod_{i=1}^{S_n'} f^{S_i'}(B)}{\prod_{i=1}^{S_n'}\nabla_{S_i'}^{D_i'}\prod_{i=1}^{S_n'} d^{S_i'}(B)}\varepsilon_t + \frac{\prod_{i=1}^{S_n} c^{S_i}(B)}{\prod_{i=1}^{S_n}\nabla_{S_i}^{D_i}\prod_{i=1}^{S_n} a^{S_i}(B)}e_t\,, \qquad (6)$$

где s_t – идентифицированный методом SSA сигнал; $g(B)= \sum_{i=1}^{L-1} g_{L-i}B^i$; L – длина окна метода SSA или $g(B)= \sum_{i=1}^{R-1} g''_{R-i}B^i$, где R – порядок ЛРФ минимальной длины; B – оператор задержки; g_i, $i=\overline{1,L-1}$ коэффициенты миннормЛРФ [1]; $g'(B)=1-g(B)$; $\nabla=1-B$. Оператор $g(B)$ может применяться непосредственно к процессу y_t, тогда (1) запишется как (2), а в (3) – $\omega(B)\equiv\nabla$.

В работе, основываясь на предложенные модели, сформирован метод определения точки разладки процессов. Также предложенные модели пригодны и в теории управления для синтеза финитных апериодических регуляторов.

1. Голяндина Н. Э., Шлемов А. Ю. Повышение точности SSA-прогноза зашумленного сигнала за счет увеличения порядка линейной рекуррентной формулы // Материалы IX Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления», SICPRO ’12, Москва, 30 января - 2 февраля 2012 г. С 1035 – 1048.

2. Щелкалин В. Н. Математические модели и методы, основанные на совместном использовании идей методов «Гусеница»-SSA и Бокса-Дженкинса // там же. С. 728 – 773.

3. Vitalii Shchelkalin. ARSIMA Model // Business and Engineering Applications of Intelligent and Information Systems. Rzeszow – Sofia. 2011. Pp. 57 – 69.