

В. И. АНТЮФЕЕВ, канд. техн. наук, *В. А. КУЛАКОВ*, *А. С. ЛАРИНА*,
Ю. В. ОВСЯННИКОВ, *А. С. СУЛТАНОВ*, канд. техн. наук

**СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА ДЛЯ
КОМПЕНСАЦИОННОГО РАДИОМЕТРА С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ
КАЛИБРОВКОЙ**

Радиотепловые изображения участков земной поверхности и расположенные на них объекты получают с помощью радиометров, расположенных на борту летательных аппаратов, движущихся с высокой скоростью. Решение такой задачи связано с получением большого объема информации за ограниченное время, что предопределяет поиск методов обеспечения высокой чувствительности радиометра. Ограничениями являются малое время последетекторного накопления сигнала, максимальные простота и надежность конструкции радиометра.

Повышения чувствительности в этом случае можно достичь в результате периодической калибровки усилительного тракта радиометра, что позволяет снизить уровень флюктуаций выходного сигнала, обусловленных нестабильностью коэффициента усиления. Достижимая вследствие этого степень повышения чувствительности радиометра существенно зависит от характеристик цифрового фильтра (ЦФ), обрабатывающего калибровочные сигналы. Однако вопрос о выборе типа и параметров ЦФ, обеспечивающего максимальную чувствительность радиометра при заданных условиях функционирования, остается открытым.

Рассмотрим решение задачи синтеза ЦФ, оптимального по критерию минимума дисперсии оценки антенной температуры.

На рис. 1 представлена структурная схема компенсационного радиометра с периодической калибровкой. Принцип его работы поясняется импульсно-временной диаграммой (рис. 2). С помощью переключателя (П), управляемого от синхронизатора (С), вход приемника с периодом t_0 на промежуток времени τ_k подключается к выходу калибровочного генератора шума (ГШ) с известной шумовой температурой T . Формируемая на выходе интегратора И1, коммутируемого от синхронизатора, последовательность $\{V_k(nt_0)\}$ усредненных на интервале τ_k калибровочных отсчетов

выходного напряжения радиометра пропускается через нерекурсивный ЦФ, алгоритм которого описывается соотношением

$$v_k(nt_0) = \sum_{i=0}^N h_i v_k[(n-i)t_0],$$

где $v_k(nt_0)$ — выходная цифровая функция ЦФ, h_i — весовые коэффициенты ЦФ.

Для каждого измерительного отсчета

$$\bar{U}_n(t_n) = \frac{1}{\tau_n} \int_{nt_0+t_n-\tau_n/2}^{nt_0+t_n+\tau_n/2} v(t) dt, \quad 0 < t_n \leq t_0,$$

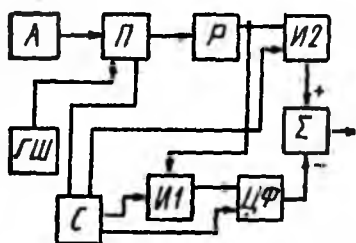


Рис. 1

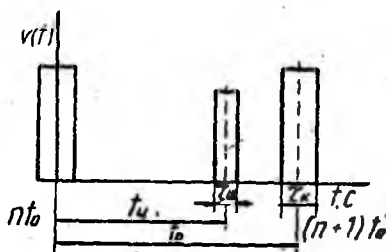


Рис. 2

вырабатываемого на выходе интегратора И2, оценка антенной температуры [1]

$$T_{An}(t_n) = c[\bar{U}_n(t_n) - V_k(nt_0)] + T.$$

Здесь коэффициент c определяется при калибровке радиометра.

Для того чтобы оценка $T_A(t_n)$ была несмещенной, необходимо выполнять условие $\sum_{i=0}^N h_i = 1$ (1), а для дисперсии оценки справедлива формула

$$\sigma_{T_A}^2(t_n) = c^2 \int_0^{\infty} S_v(f) |H(f)|^2 df, \quad (2)$$

где $S_v(f)$ — односторонняя спектральная плотность выходного параметра; $|H(f)|^2$ — частотная характеристика вычитающего устройства Σ (рис. 1)

$$\begin{aligned} |H(f)|^2 = & B^2(f, \tau_n) + B^2(f, \tau_k) \sum_{l, l=0}^N h_l h_l \cos 2\pi f t_0 (l - l) - \\ & - 2B(f, \tau_n) B(f, \tau_k) \sum_{l=0}^N h_l \cos 2\pi f (l t_0 + t_n). \end{aligned} \quad (3)$$

В выражении (3) $B(f, \tau)$ — модуль амплитудно-частотной характеристики идеального интегратора, $B(f, \tau) = \sin \pi f \tau / (\pi f \tau)$.

Из соотношения (2) следует, что дисперсия оценки антенной температуры пропорциональна дисперсии выходного напряжения радиометра, пропущенного через полосовой фильтр с частотной характеристикой, определяемой выражением (3). Вышние частоты подавляются в результате фильтрующего действия функций $B(f, \tau_n)$, $B(f, \tau_k)$. Характер убывания частотной характеристики в области низких частот ($f < 1/2t_0$) зависит от параметра N фильтра и его весовых коэффициентов. Отметим, что

$$\lim |H(f)|^2 = 1 + \left(\sum_{i=0}^N h_i \right)^2 - 2 \sum_{i=0}^N h_i = 0$$

в силу условия (1).

Для спектральной плотности низкочастотной флюктуационной компоненты напряжения на выходе квадратичного детектора радиометра, которая попадает в полосу прозрачности фильтра, известна формула [1]

$$S_v(f) = \frac{T_{ш}^2}{c^2} \left[S_g(f) + \frac{2}{\Delta f} \right], \quad (4)$$

где $T_{ш}$ — эквивалентная шумовая температура приемника; $S_g(f)$ — спектральная плотность относительных флюктуаций коэффициенту усиления приемника по мощности, подчиняющаяся фликкерному закону [1; 3]

$$S_g(f) = A/f^\gamma, \quad 1 < \gamma < 3.$$

Подставив выражения (3), (4) в соотношение (2) и выполнив интегрирование, получим

$$\sigma_{T_A}^2(h) = (\delta T_k)^2 + F(h) T_{ш}^2, \quad (5)$$

где δT_k — флюктуационная чувствительность идеального компенсационного приемника, $\delta T_k = T_{ш} (\Delta f \tau_k)^{-1/2}$;

$$F(h) = D(\tau_n, \tau_k) + \sum_{i=0}^N h_i \left[\frac{h_i}{\Delta f \tau_k} + 2c(\tau_n, it_0 + t_n) - \sum_{l=0}^N h_l C(\tau_k, |l-i|t_0) \right], \quad h = (h_0, \dots, h_N) \in R^{N+1}. \quad (6)$$

В формуле (6)

$$C(x, y) = A \int_0^\infty \frac{\sin \pi f x}{\pi f x} \frac{\sin \pi f \tau_k}{\pi f \tau_k} \sin^2 \pi f y \frac{df}{f};$$

$$D(x, y) = \int_0^\infty \left(\frac{\sin \pi f x}{\pi f x} - \frac{\sin \pi f y}{\pi f y} \right)^2 \frac{df}{f}.$$

Интеграл $C(x, y)$ — дифференцированием по второму параметру сводится к табличному [4, с. 436], а вычисление $D(x, y)$ путем введения параметра η .

$$D(x, y, \eta) = A \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin \eta \pi f x}{\pi f x} - \frac{\sin \eta \pi f y}{\pi f y} \right)^2 \frac{df}{f^\gamma}$$

и дифференцирования по этому параметру также приводится к вычислению упомянутого табличного интеграла. Окончательные выражения имеют вид

$$C(x, y) = \frac{A \gamma (-\gamma) \cos\left(\frac{\gamma+1}{2} \pi\right)}{4\pi^2 \tau_k x (\gamma+1)} (2\pi y)^{\gamma+1} \left[\left(1 + \frac{\tau_k x}{2y}\right)^{\gamma+1} - \left(1 + \frac{\tau_k + x}{2y}\right)^{\gamma+1} - \left(1 - \frac{\tau_k - x}{2y}\right)^{\gamma+1} - \left(1 - \frac{\tau_k + x}{2y}\right)^{\gamma+1} \right];$$

$$D(x, y) = \frac{A \cos\left(\frac{\gamma+1}{2} \pi\right) \Gamma(-\gamma) \pi^{\gamma-1}}{\gamma+1} [(y-x)^{\gamma+1} - (y+x)^{\gamma+1} + x(2y)^\gamma + y(2x)^\gamma].$$

Поставим задачу синтеза ЦФ, оптимального по критерию минимума дисперсии оценки антенной температуры, определяемой формулой (5). Для этого достаточно найти набор весовых коэффициентов, т. е. вектор $h = (\hat{h}_1, \dots, \hat{h}_N) \in R^{N+1}$, минимизирующий функцию $F(h)$, заданную соотношением (6), при ограничении вида (1).

Составим функцию Лагранжа $L(h, \lambda) = F(h) + \lambda \left(\sum_{i=0}^N h_i - 1 \right)$ и воспользуемся известной теоремой [5]: если \hat{h} — точка локального экстремума в задаче (6), (1), то найдется множитель Лагранжа $\hat{\lambda}$ такой, что выполняется условие стационарности функции Лагранжа по h , т. е. $\frac{\partial L}{\partial h_i}(\hat{h}, \hat{\lambda}) = 0, i = \overline{0, N}$. Для определения оптимального элемента $(\hat{h}, \hat{\lambda})$ получим систему $N+2$ линейных алгебраических уравнений

$$2 \left[\frac{h_i}{\Delta f \tau_n} + C(\tau_n, it_0 + t_n) - \sum_{l=0}^N \hat{h}_l C(\tau_k, |l-t|t_0) \right] \lambda = 0,$$

$$i = \overline{0, N}; \quad \sum_{i=0}^N h_i = 1, \quad (7)$$

решение которой имеет вид

$$\hat{h}_0 = (1 + g_1)/2; \quad \hat{h}_1 = (1 - g_1)/2, \quad N = 1;$$

$$h_0 = (g_2 + g_3)/2, \quad \hat{h}_1 = 1 - g_3, \quad \hat{h}_2 = (g_3 - g_2)/2, \quad N = 2,$$

где

$$g_1 = \frac{C(\tau_n, t_0 + t_n) - C(\tau_n, t_n)}{C(\tau_n, t_0) + 1(\Delta f \tau_n)}; \quad g_2 = \frac{C(\tau_n, 2t_0 + t_n) - C(\tau_n, t_0)}{C(\tau_n, 2t_0) + 1/(\Delta f \tau_n)};$$

$$g_3 = \frac{2[C(\tau_n, t_0) + C(\tau_n, t_0 + t_n) + 1/(\Delta f \tau_n)] - C(\tau_n, t_n) - C(\tau_n, 2t_0 + t_n)}{4C(\tau_n, t_0) - C(\tau_n, 2t_0) + 3/(\Delta f \tau_n)}.$$

Отметим, что в случае отсутствия флюктуаций коэффициента усиления радиометра, когда $A = 0$, $C(x, y) = 0$, решение системы уравнений (7) определяется выражениями $h_i = \frac{1}{N+1}$, $i = \overline{0, N}$, т. е. оптимальным является ЦФ с одинаковыми весовыми коэффициентами, который назовем квазиоптимальным.

Заменой индексов и изменением порядка суммирования в формуле (6) приведем ее к виду

$$F(h) = D(\tau_n, \tau_n) + \frac{1}{\Delta f \tau_n} \sum_{i=0}^N h_i^2 + 2 \left[\sum_{i=0}^N h_i C(\tau_n, it_0 + t_n) - \sum_{i=1}^N \sum_{i=0}^{N-i} h_i h_{i+i} C(\tau_n, lt_0) \right]. \quad (8)$$

Введем в рассмотрение коэффициент $K = \sigma_{T_A}^2 / \delta T_n$, характеризующий ухудшение чувствительности реального радиометра по сравнению с чувствительностью идеального компенсационного приемника. Учитывая выражение (5), имеем $k = \sqrt{1 + \Delta f \tau_n F}$ (9).

На рис. 3 показаны зависимости коэффициента K от отношения t_n/t_0 для оптимального ЦФ (ОЦФ) с $N=2$ (сплошные кривые) и соответствующего квазиоптимального фильтра (КОЦФ) (штриховые кривые), построенные на основании соотношений (9), (8). Расчеты выполнены для радиометра, описанного в работе [1] и имеющего следующие характеристики: $A = 1,3 \cdot 10^{-10} \text{ Гц}^{0,3}$; $\gamma = 1,3$; $\Delta f = 1,5 \text{ ГГц}$; $\tau_n = 0,02 \text{ с}$. Результаты вычислений показывают, что радиометр обладает наименьшей чувствительностью для измерительного отсчета с $t_n \approx t_0$. Кроме того, выигрыш в чувствительности от применения ОЦФ по сравнению с КОЦФ даже при больших значениях t_0 незначителен, поэтому при малых значениях t_0 целесообразно использовать КОЦФ, обладающие более простыми алгоритмами. Для таких ЦФ выражение (8) можно представить в виде

$$F = D(\tau_n, \tau_n) + \frac{1}{N+1} \left\{ \frac{1}{\Delta f \tau_n} + 2 \left[\sum_{i=0}^N C(\tau_n, |it_0 + t_n|) - \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{i}{N+1} \right) C(\tau_n, it_0) \right] \right\}, \quad (10)$$

а суммирование в соотношении (3) для частотной характеристики устройства приводит к формуле

$$|H(f)|^2 = B^2(f, \tau_n) + B(f, \tau_n) E(f) \{ B(f, \tau_n) E(f) \cos^2 N \pi f t_0 - 2B(f, \tau_n) \cos[\pi f (N t_0 + 2 t_n)] \}, \quad (11)$$

где

$$E(f) = \frac{\sin(N+1)\pi ft_0}{(N+1)\sin\pi ft_0}$$

Для расчетов удобнее использовать усредненное на интервале $[0, t_0]$ по параметру t_n выражение (11), которое имеет вид

$$|H(f)|^2 = B^2(f, \tau_n) + B(f, \tau_n)E(f) \{B(f, \tau_n)E(f) \cos^2 N\pi ft_0 - 2B(f, \tau_n)B(f, t_0) \cos[(N+1)\pi ft_0]\}$$

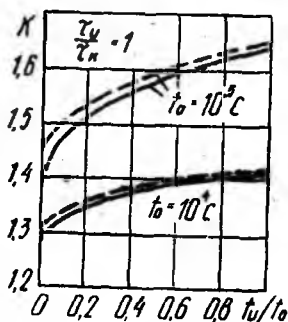


Рис. 3

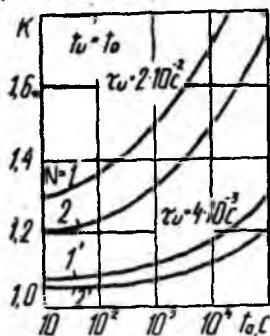


Рис. 4

Зависимости коэффициента K для КОЦФ с $N = 1, 2$ при различных отношениях τ_n/τ_k , вычисленные по формулам (9), (10), показаны на рис. 4. Из результатов расчетов следует, что при малых значениях τ_n/τ_k можно реализовать чувствительность радиометра, близкую к потенциальной.

На рис. 5 представлена рассчитанная по формуле (12) усредненная частотная характеристика устройства, использующего КОЦФ с $N = 2$. В высокочастотной области ее форма определя-

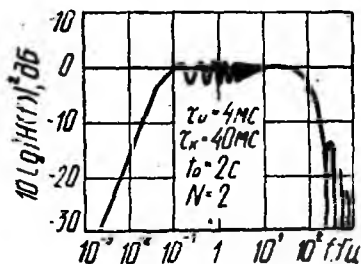


Рис. 5

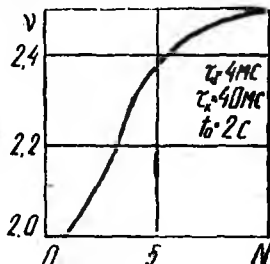


Рис. 6

ется функцией $B(f, \tau_k)$, а в низкочастотной области характеристику можно аппроксимировать функцией $\Psi(f) = Qf^\nu$. Показатель ν характеризует скорость убывания передаточной функции при уменьшении частоты. Его зависимость от порядка N фильтра изображена на рис. 6. При большом увеличении N выигрыш в подавлении нижних частот незначителен, поэтому применять ЦФ $N \geq 5$ практически нецелесообразно.

Таким образом, использование оптимальных ЦФ с весовыми коэффициентами, зависящими от параметров радиометра, позволяет повысить чувствительность приемника. Однако в практически интересных случаях (в частности, при $\tau_n \ll T_0$) выигрыш от применения таких ЦФ по сравнению с квазиоптимальными незначителен.

Список литературы: 1. *Hersman M. S., Poo G. A., Sensitivity of the total power radiometer with periodic absolute calibration // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techn.* — 1981. — V. 1, N 1. — P. 32—40. 2. *Гольденберг Л. М., Левчук Ю. П., Поляк М. Н.* Цифровые фильтры. — М.: Связь, 1974. — 159 с. 3. *Гольцев В. Я., Корольков Д. В., Фридман П. А.* Адаптивный радиометр с пилот-сигналом // *Астрофиз. исслед. Изв. спец. астрофиз. обсерватории.* 1981. — 13. — С. 52—61. 4. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматгиз, 1962. — 1100 с. 5. *Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В.* Оптимальное управление. — М.: Наука, 1979. — 432 с.

Поступила в редколлегию 26.12.85