

МЕТОД ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ СТОИМОСТИ ТЕРРИТОРИАЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

БЕСКОРОВАЙНЫЙ В. В.

Анализируется задача оценки оптимального количества подсистем и стоимости территориально распределенных объектов. Предлагается эвристический метод ее решения, базирующийся на идее формирования оптимальных по стоимости подмножеств элементов в потенциальных подсистемах. Описываются эмпирические оценки точности и временной сложности метода.

Для многих из проектируемых, создаваемых и эксплуатируемых в настоящее время объектов, относящихся к различным сферам человеческой деятельности, характерны сложность структуры и значительные территориальные расстояния [1]. При этом увеличение последних между функциональными подсистемами приводит к появлению нового системного свойства, не характерного для территориально сосредоточенных систем. Оно связано с тем, что структурные, стоимостные и функциональные характеристики распределенных объектов во многом определяются топологией (размещением) их подсистем и элементов [2]. Топология подсистем и элементов, в свою очередь, определяет топологию коммуникационных связей, обеспечивающих функционирование объекта как единого целого, реализуя обмен ресурсами, энергией, информацией между элементами и подсистемами.

Важной проблемой при создании и планировании развития подобных объектов является выбор их структуры. Рациональный выбор структурных параметров во многом определяет свойства синтезируемых объектов. Этим объясняется важность рассматриваемой проблемы и внимание к ней ученых и специалистов [1–3].

Системологический анализ проблемы структурного синтеза территориально распределенных систем (ТРС) позволил провести ее декомпозицию и определить схему взаимосвязи задач по входным и выходным данным на всем протяжении их жизненных циклов [4, 5]. На ранних этапах проектирования или управления проектами создания (реорганизации) ТРС в условиях высокой степени неопределенности исходных данных возникает необходимость предварительной оценки их стоимости. Для этого следует хотя бы приближенно определить количества узлов или подсистем, входящих в состав ТРС.

В общем случае территориально распределенные системы создаются для обслуживания множества неравномерно рассредоточенных по территории объектов $Ob = \{ob_i\}$, $i = \overline{1, n_O}$. Вследствие этого обслуживающие элементы ТРС $EI = \{el_i\}$, $i = \overline{1, n_E}$

также неравномерно размещаются по территории. В связи с этим использование для предварительной оценки оптимального количества подсистем (узлов и связанных с ними элементов) и стоимости системы в целом моделей и методов, приведенных в [6, 7], невозможно. Поэтому необходима разработка моделей и методов оценивания другого рода, учитывающих неравномерность размещения элементов систем и пригодных для решения задач синтеза объектов, содержащих до нескольких сотен элементов.

Предлагаемый подход к решению задачи базируется на аналитико-имитационных моделях определения оптимальных подмножеств обслуживаемых объектов и количеств подсистем ТРС [2, 8, 9].

Для вычисления оценок оптимального количества узлов ТРС используется процедура определения для каждого из потенциальных мест размещения узлов подсистем системы $g \in G$, оптимального подмножества связанных с ними элементов, описанная в [10]. Оптимальность подмножества здесь понимается в том смысле, что для заданного места расположения узла относительно центра и элементов удельная стоимость подключения выделенных подмножеств элементов минимальна.

Для определения стоимости системы C^0 используется оценка оптимального количества узлов в ней \tilde{n}_U^0 . Модель оценки стоимости ТРС в общем виде может быть представлена следующим образом [2]:

$$\tilde{n}_U^0 =]w_\Sigma / \tilde{w}^0[, C^0 = C_C + C_E + C_{EUC} , \quad (1)$$

где \tilde{n}_U^0 – оценка оптимального количества узлов системы; w_Σ – вес (суммарная потребность во взаимодействии с узлами) всего множества элементов системы EI , $w_\Sigma = \sum_{i=1}^{n_E} w_i$, где w_i – вес i -го элемента; \tilde{w}^0 – оценка веса оптимального множества элементов подсистемы; $] [$ – операция округления к ближайшему целому; C_C – стоимость центра системы; C_E – стоимость всех элементов системы; C_{EUC} – стоимость связи элементов, узлов и центра.

Стоимость связи структурных частей системы C_{EUC} может быть выражена через произведение удельной стоимости связи элемента единичного веса в оптимальном по размеру множестве $\bar{c}(\tilde{n}_U^0)$ на вес всего множества элементов, т.е. $C_{EUC} = \bar{c}(\tilde{n}_U^0) \cdot w_\Sigma$. При одинаковых значениях весов $w_i = 1, \forall i = \overline{1, n_E}$ в качестве w_Σ может выступать количество элементов системы n_E . В таких случаях $w_i = 1, \forall i = \overline{1, n_E}$, а в качестве \tilde{w}^0 будет выступать оценка среднего количества элементов в оптимальном подмножестве $\tilde{n}^0 = |EI^0|$.

Оптимальные подмножества элементов $El_g^0, \forall g \in G$ (где g и G – соответственно место и множество мест возможного размещения узла, причем G является подмножеством мест размещения элементов) определяются по минимуму удельной стоимости взаимодействия с центром через узел, расположенный в пункте g :

$$\bar{c}(w_g) = (c_g + c_{gc} + \sum_{i \in El_g} c_{gi}) / w_g \mu_g \rightarrow \min, \quad (2)$$

где w_g – вес подмножества элементов El_g , непосредственно взаимодействующих с g -м узлом; c_g – стоимость узла, расположенного в пункте g ; c_{gc} – стоимость взаимодействия узла, расположенного в пункте g с центром; c_{gi} – стоимость взаимодействия i -го элемента с узлом, расположенным в пункте g ; $\mu_g = 1$, если $|El_g| > 1$, т.е. подмножество El_g содержит более одного элемента и $\mu_g = 0$, если $|El_g| = 1$.

Функция (2) для многих практически интересных случаев одноэкстремальная [10]. Первые два слагаемых $(c_g + c_{gc}) / w_g \cdot \mu_g$ являются убывающими функциями от значения веса w_g , а третья

$\sum_{i \in El_g} c_{gi} / w_g \cdot \mu_g$ в силу принятого порядка подключения элементов – возрастающая функция от w_g (рис. 1).

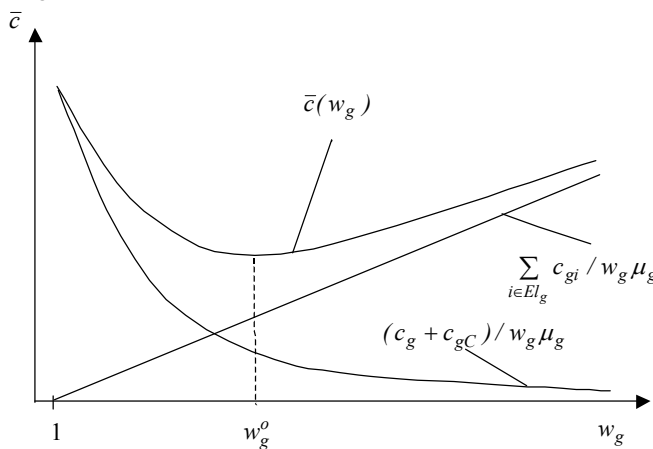


Рис. 1. Зависимость функции (2) от значения w_g

Поиск минимума (2) производится последовательным (по минимуму стоимости или расстояния) включением элементов в подмножество El_g , непосредственно взаимодействующих с g -м узлом.

При этом способы оценки $\sum_{i \in El_g} c_{gi}$ для систем с радиально-узловыми и радиально-кольцевыми структурами различны. В первом случае $\sum_{i \in El_g} c_{gi}$

представляет сумму стоимостей связей каждого из элементов с узлом, а во втором – сумму стоимостей кольца связей из элементов, включаемых в подмножество, и узла.

В качестве оценки веса \tilde{w}^0 оптимального множества элементов подсистемы El_g^0 в (1) может быть использовано его среднее значение для мест возможного размещения подсистем $g \in G$, в которых их создание оказалось целесообразным:

$$\tilde{w}^0 = \sum_{g \in G} w_g^0 / \sum_{g \in G} \mu_g, \quad (3)$$

а также может быть использован вес, при котором минимизируется суммарная удельная стоимость:

$$\tilde{w}^0 = \arg \min_{w_g} \sum_{g \in G} \bar{c}(w_g) \cdot \mu_g. \quad (4)$$

Схема метода оценки стоимости системы на основе модели (3) **MCE** (от *Method of cost estimation*) может быть представлена следующим образом.

S0. Начало.

S1. Выбрать очередное место возможного размещения узла $g \in G$.

S2. Сформировать начальные условия: $n_g := 0$; $w_g := 0$; $\bar{c}(w_g) := 0$; $El_g := \emptyset$.

S3. Найти следующий элемент i по $\min_{i \notin El_g} c_{gi}$.

S4. Вычислить значение удельной стоимости $\bar{c}(w_g + w_i)$ (2).

S5. Если удельная стоимость уменьшилась $\bar{c}(w_g + w_i) < \bar{c}(w_g)$ и $n_g < n_E$, включить элемент i в подмножество El_g ; $n_g := n_g + 1$; $w_g := w_g + w_i$ и перейти к S3.

S6. Если множество мест возможного размещения не исчерпано, перейти к S1.

S7. Вычислить по (2) значение оценки веса оптимального множества элементов подсистемы \tilde{w}^0 .

S8. Вычислить по (1) значение оценки оптимального количества подсистем $\tilde{n}_U^0 = \lfloor w_\Sigma / \tilde{w}^0 \rfloor$.

S9. Вычислить по (1) значение оценки стоимости системы $\tilde{C}^0 = C_C + C_E + C_{EUC}$.

S10. Конец вычислений. Определены оценки веса оптимального множества элементов подсистемы \tilde{w}^0 , оптимального количества подсистем \tilde{n}_U^0 и стоимости системы \tilde{C}^0 .

При использовании модели (2) следует учитывать ее характерные особенности: она позволяет формировать оптимальные множества элементов отдельной подсистемы El_g^0 без учета мест расположения других подсистем $g \in G$; оптимальные подмножества некоторых подсистем могут включать по одному элементу, т.е. $n_g = |El_g^0| = 1$. На практике это приводит к тому, что полученные по (2) оптимальные подмножества El_g^0 в реальных топологических структурах могут быть трансформированы к субоптимальным El_g^0 . В частности, элементы из множеств, содержащих по одному элементу, будут включены (перераспределены) между другими множествами.

Отмеченные особенности учитываются в модификациях метода *MCE*. Суть их модификаций состоит в том, что элементы полученных множеств $E1_g^0$ с мощностью $n_g=1$ включаются в множества, закрепленные за ближайшими по стоимости подключения из потенциальных узлов (включая центральный).

Экспериментальные исследования точности предложенных оценок проводились при решении 122 задач синтеза топологических структур радиально-узловых ТРС различной размерности ($n_e=10-50$) со случайными значениями координат размещения элементов. При этом оптимальные значения количества узлов n_U^0 определялись с помощью метода направленного перебора локальных экстремумов функции цели [11, 12].

При экспериментальном исследовании точности предложенного метода вычислялись средние и максимальные значения абсолютных Δn и относительных δn погрешностей оценки оптимального количества узлов:

$$\Delta n = |n_U^0 - \tilde{n}_U^0|, \quad \delta n = |n_U^0 - \tilde{n}_U^0| / n_U^0$$

и стоимости системы

$$\Delta C = |C^o - \tilde{C}^o|, \quad \delta C = |C^o - \tilde{C}^o| / \tilde{C}^o,$$

где n_U^0 – оптимальное количество узлов системы; C^o – минимальное значение стоимости системы; \tilde{C}^o – оценка минимальной стоимости системы.

Среднее значение погрешности оценки оптимального количества узлов вида (2) составляет $\Delta n_1 = -0,1718$, а ее модуля – $\Delta n_2 = 0,7587$. Максимальное значение абсолютной погрешности составляет $\max \Delta n_1 = 2,25$, а среднее квадратичное отклонение ее модуля – $\sigma_n = 0,5238$. При этом в 32,8% случаев значение оценки совпадало с точным решением.

Для повышения точности оценки (2) было проведено ее центрирование. Среднее значение погрешности центрированной оценки оптимального количества узлов \bar{n}_U^0 составляет $\Delta n_1 = 3,2786 \cdot 10^{-6}$, а ее модуля – $\Delta n_2 = 0,7403$. Максимальное значение абсолютной погрешности составляет $\max \Delta n_1 = 2,4218$, а среднее квадратичное отклонение ее модуля – $\sigma_n = 0,5218$ (рис. 2). При этом в 36,06% случаев значение центрированной оценки совпадало с точным решением.

Среднее значение относительной погрешности оценки стоимости структуры ТРС составляет $\delta C = 0,0773$. Максимальное значение модуля относительной погрешности составляет $\max \delta C = 0,1272$, а среднее квадратичное отклонение ее модуля – $\sigma_C = 0,0162$.

Для повышения точности оценки стоимости ТРС было выполнено ее центрирование.

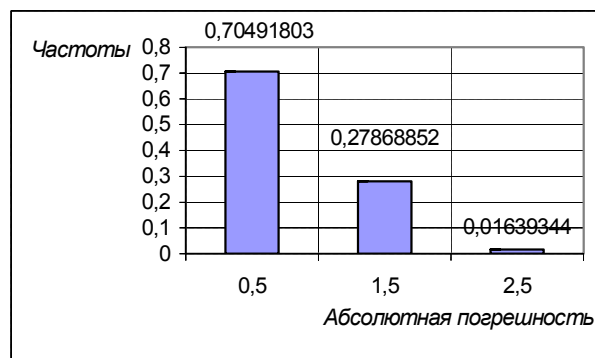


Рис. 2. Распределение частот для модуля погрешности Δn

Среднее значение погрешности центрированной оценки стоимости \bar{C}^o составляет $\delta \bar{C}_1 = 6,5422 \cdot 10^{-6}$, а ее модуля – $\delta \bar{C}_2 = 0,0126$. Максимальное значение относительной погрешности составляет $\max \delta \bar{C}_1 = 0,0499$, а среднее квадратичное отклонение ее модуля – $\sigma_{\bar{C}} = 0,0101$ (рис. 3).



Рис. 3. Распределение частот для модуля относительной погрешности $\delta \bar{C}$

Реализация предложенного метода *MCE* и его модификаций предполагает частичное или полное (в зависимости от исходных данных) упорядочение строк матрицы расстояний между элементами, узлами и центром. Временная сложность быстрого алгоритма сортировки *QuickSort* в худшем случае составляет $O[n_E \log n_E]$ [13]. Таким образом, все модификации предложенного метода имеют временную сложность $O[n_G \cdot n_E \cdot \log n_E]$, где n_G – количество мест возможного размещения узлов синтезируемой системы. Результаты экспериментальных исследований модификаций метода *MCE* для $n_G = n_E$ показали, что они в худшем случае имеют одинаковую полиномиальную (квадратичную) временную сложность (таблица, рис. 4).

Время решения задачи на ПЭВМ *Pentium-600*

n_e	100	110	120	130	140	150
t, c	1,12	1,50	2,27	3,31	4,47	6,15
n_e	160	170	180	190	200	210
t, c	8,11	10,45	13,27	16,70	20,73	25,32

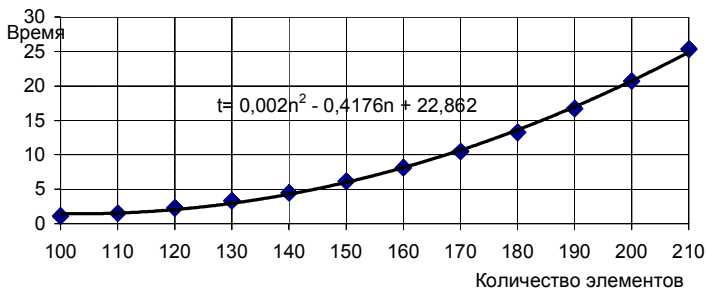


Рис. 4. Полиномиальная аппроксимация временной сложности метода МСЕ

Аппроксимация временной сложности метода полиномом $t(n_E) = 0,002 \cdot n_E^2 - 0,4176 \cdot n_E + 22,862$ дает максимальную абсолютную погрешность $\Delta t(n_E) = 1,95c$, что составляет порядка 7,7%. Среднее время решения практических задач значительно меньше максимального (см. таблицу). Так, для решения задачи оценки минимальной длины связей (стоимости узлов и стоимости единиц длины связей равны 1) в радиально-узловой структуре для $n_E = 1000$ на ПЭВМ *Pentium-600* требуется порядка 2 с.

Таким образом, сформулирована задача оценки оптимального количества подсистем и стоимости ТРС, предложены модели и эвристический метод ее решения для систем с радиально-узловой структурой, основанный на формировании оптимальных подмножеств элементов для потенциальных подсистем. Такая задача решается на ранних этапах проектирования или в процессах планирования развития ТРС. Ее решение позволяет: оценивать затраты на проектируемую или создаваемую систему; оценивать вычислительные затраты на решение задачи структурно-топологической оптимизации и, таким образом, выбирать метод ее решения с учетом требуемого объема вычислений, необходимой точности решения и имеющихся временных и вычислительных ресурсов; сократить время решения задачи структурно-топологической оптимизации методами направленного перебора за счет выбора стартовой точки в окрестности глобального экстремума. Низкая временная сложность разработанного метода позволяет использовать его при синтезе ТРС, включающих до нескольких тысяч элементов.

Направлениями дальнейших исследований в этой области могут стать: повышение точности предложенных оценок; разработка модификаций метода

для ТРС с радиально-кольцевыми и древовидными структурами, что позволило бы расширить область их применения и, таким образом, сократить время проектирования и затраты на создание (реорганизацию) объектов такого класса.

Литература: 1. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К. Структура многоуровневых и крупномасштабных систем. Синтез и планирование развития. М.: Наука, 1993. 160 с. 2. Петров Э.Г., Писклакова В.П., Бескорвайный В.В. Территориально распределенные системы обслуживания. К.: Техника, 1992. 208 с. 3. Свирицева Э.А. Структурный синтез неизоморфных систем с однородными компонентами. Харьков: ХТУ-РЭ, 1998. 256 с. 4. Бескорвайный В.В. Системологический анализ проблемы структурного синтеза территориально распределенных систем // АСУ и приборы автоматики. 2002. Вып. 120. С. 29-37. 5. Бескорвайный В.В. Синтез логической схемы системного проектирования территориально распределенных объектов // Радиоэлектроника и информатика. 2002. № 3. С. 94-96. 6. Ильин В.А., Кабальеро А. Структура сетей телеуправляемых комплексов и АСУ. М.: Энергоатомиздат, 1985. 56с. 7. Optimierung von Telekommunikationsnetzen. Optimale Knoten /Verfasst von L.Schade. — Dresden: ZSF HSFS, 1991. 64 S. 8. Бескорвайный В.В., Петров Э.Г. Оценка рациональных значений структурных параметров территориально рассредоточенных систем // Друга нац. наук. конф. "Інформатика: теорія, технологія, техніка-ІТТТ-95". Одеса, 1995. С. 56-57. 9. Бескорвайный В.В., Имангулова З.А. Оценка количества структурных элементов при синтезе ИВС // Вестник ХГТУ. 2000. № 1(7). С. 199-204. 10. Кустовые вычислительные центры /Под общ. ред. Максименко В.И., Кузьмина И.В. М.: Статистика, 1978. 231 с. 11. Петров Э.Г., Болотов А.Б., Бескорвайный В.В. Алгоритм структурно-топологической оптимизации централизованных сетевых систем // Механизация и автоматизация управления. 1986. №1. С. 28-31. 12. Бескорвайный В.В., Имангулова З.А. Алгоритмы оптимизации топологии ИВС на множестве радиально-узловых структур // Радиоэлектроника и информатика. 2000. №2. С. 100-104. 13. Гудман С., Хидетниеми С. Введение в разработку и анализ алгоритмов. М.: Мир, 1981. 368 с.

Поступила в редколлегию 21.02.2003

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Кошевой Н.Д.

Бескорвайный Владимир Валентинович, канд. техн. наук, доцент кафедры системотехники ХНУРЭ. Научные интересы: структурный синтез территориально распределенных систем, математическое моделирование, теория оценивания и выбора решений. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, к.277, тел. (057)702-10-06.