

УДК 519.876.5

**Д.И. Чумаченко¹, С.В. Яковлев²**¹Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»,
г. Харьков, Украина, dichumachenko@gmail.com²Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт», г. Харьков, Украина, svsyak@mail.ru

О НЕЧЕТКИХ РЕКУРРЕНТНЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ ПРИ МУЛЬТИАГЕНТНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ

В статье рассмотрены проблемы анализа мультиагентных моделей популяционной динамики из-за ряда неопределенностей, связанных с переменными, граничными условиями, начальными состояниями, значениями параметров и т.д. Для решения данной проблемы разработана лингвистическая нечеткая модель, позволяющая описать системы популяционной динамики более реалистичным способом. Популяционная динамика описывается набором правил, каждое из которых предполагает вход и выход в виде нечетких множеств или нечетких функций, применяемых итеративно. Сложность описания процессов систем популяционной динамики, наличие алгоритмов фаззификации и дефаззификации, а также использование нечетких множеств и лингвистических переменных приводят к необходимости разработки новых методов анализа подобных систем.

СИСТЕМА ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ, МУЛЬТИАГЕНТНАЯ МОДЕЛЬ, ЛИНГВИСТИЧЕСКАЯ НЕЧЕТКАЯ МОДЕЛЬ, РЕКУРРЕНТНАЯ МОДЕЛЬ, НЕЧЕТКИЕ МНОЖЕСТВА, ПРОДУКЦИОННАЯ СИСТЕМА

Введение

Динамика любой системы описывается математической моделью, которая отражает зависимости между тремя множествами переменных: входа, выхода и состояния. Основное свойство любой динамической системы заключается в том, что ее поведение в любой момент времени зависит не только от переменных, действующих на нее в данный момент времени, но и от переменных, действовавших на нее в прошлом.

Мультиагентное моделирование является одним из наиболее актуальных способов создания имитационных моделей. При решении задачи моделирования динамических систем исследователи сталкиваются с проблемой описания сложной структуры взаимодействующих элементов, которые не однородны и не подлежат типизации по своим свойствам. Аналитические модели и традиционные дискретно-событийные модели оказываются не эффективными, а возможность их применения в определенных системах отсутствует. В таких случаях прибегают к применению мультиагентного моделирования, выстраиваемого снизу вверх, т.е. глобальная динамика системы формируется за счет взаимодействия автономных моделей. Быстро увеличивающаяся вычислительная мощность персональных компьютеров, которая допускает моделирование большого числа независимых объектов, является существенным катализатором развития мультиагентного моделирования в применении к системам популяционной динамики.

Исследователи систем популяционной динамики сталкиваются с целым рядом препятствий при

попытке проверить свои модели, в частности, из-за ряда неопределенностей, связанных с переменными, граничными условиями, начальными состояниями, значениями параметров и т.д. [1]. На практике для исследования доступны только данные о зарегистрированных процессах, кроме того, такие данные демонстрируют расплывчатость в определении таких понятий, как факторы риска, опасности, силы воздействия, контактных шаблонах и т.д. [2]. Таким образом, возможным альтернативным подходом может быть комбинация методов нечеткой логики и нелинейных динамических систем с целью обеспечения всестороннего анализа и разработки инструментов прогнозирования в системах популяционной динамики.

Известно, что с помощью продукционных моделей представляется возможным естественно описать декларативный опыт человека, его интуицию и логику поведения. Зачастую целесообразно также использовать нечеткие лингвистические переменные, с помощью которых можно адекватно отразить приблизительное описание взаимодействующих элементов, в том случае, когда точное детерминированное описание отсутствует. При этом следует учесть, что многие нечеткие категории, описанные лингвистически, зачастую не менее информативны, чем точное описание.

1. Современное состояние вопроса

Основываясь на том, что нечеткие динамические системы являются относительно новой областью исследований, их основная идея заключается в расширении стандартной динамической

системы, модель которой построена при помощи дифференциальных уравнений либо другого подхода в теоретические рамки нечеткого множества. Эти методы позволяют учитывать неопределенности, связанные с переменными, параметрами, граничными условиями и начальными состояниями, моделировать их эволюцию, соблюдая основные правила и закономерности динамики системы.

Нечеткие модели основаны на концепции нечеткого разбиения информации и могут быть классифицированы в две общие группы в зависимости от того, как представлена информация: 1) лингвистические модели, у которых наиболее известным примером является модель типа Мамдани, и 2) модель Такаги-Сугено. Обе модели основаны на использовании нечетких правил и лингвистических переменных. Тем не менее, лингвистические модели являются качественным описанием поведения системы с использованием естественного языка, а модели Такаги-Сугено — это комбинация нечетких и стандартных структур.

Успешное применение нечеткой лингвистической модели в моделировании контроллеров показало, что это наиболее прикладная структура. Нечеткая лингвистическая модель основана на приближенных рассуждениях, которые обеспечивают основу для построения гипотез с неточной информацией с помощью адекватных механизмов логического вывода [3]. Данная модель может быть определена как экспертная система, так как она включает в себя базу знаний и механизм логического вывода, оба из которых основываются на экспертных знаниях человека. Большинство нечетких приложений основаны на нечетких лингвистических системах. Они широко используются в разработке нечетких контроллеров медицинских аппаратов, оценке риска и в диагностических системах [4-7]. В эпидемиологии также существуют несколько нечетких лингвистических систем [8, 9].

Нечеткие модели, основанные на правилах, имеют простую структуру и состоят из четырех основных компонентов: 1) модуль фаззификации, который переводит четкие входы (классические измерения) в нечеткие значения при помощи лингвистических переменных; 2) нечеткая база правил If-Then, которая состоит из набора условных нечетких суждений; 3) метод логического вывода, который применяет нечеткие механизмы для получения результатов или, другими словами, способ вычисления с нечеткими правилами; 4) модуль дефаззификации, который переводит нечеткие выходы обратно к четким значениям, если это необходимо.

В работе [10] была предложена структура для решения систем линейных дифференциальных

уравнений для одного класса нечетких множеств, основанная на α -уровне. Тем не менее, предложенные методы трудно применять в системах популяционной динамики, так как такие модели обладают явными нелинейностями и должны быть рассмотрены по-другому. Эти нелинейности обусловлены тем, что ход эпидемического процесса динамической системы зависит, помимо всего прочего, от доли людей, находящихся в различных состояниях, которые, по своей природе неопределенны и, следовательно, являются идеальными объектами для анализа при помощи нечеткой логики.

В работе [11, 12] предложен новый подход в описании динамики экологической модели в дифференциальных уравнениях, описывающий динамическую систему с использованием нечетких параметров. В этом случае решением системы уравнений является, так называемое, нечеткое ожидаемое значение. Применение этого подхода в системах популяционной динамики не является очевидным потому, что некоторые детали и параметры могут трактоваться неоднозначно. Несмотря на это, данный метод является возможным способом смоделировать систему популяционной динамики более реалистично.

2. Постановка задачи исследования

Существующие подходы показали некоторые теоретические трудности, в связи с которыми, учитывая особенности математики нечеткой логики, трудно показать эффективные практические результаты. Для того, чтобы исследовать, насколько нечеткая логика может описывать системы популяционной динамики более реалистичным способом, в данном исследовании разработана лингвистическая нечеткая модель, примененная к мультиагентной модели, описанной в работах [13, 14].

3. Построение нечеткой лингвистической модели популяционной динамики

Предлагаемый подход состоит в том, что системная динамика описывается набором правил, которые применяются итеративно. Каждое правило предполагает вход и выход в виде нечетких множеств или нечетких функций. Из эмпирического опыта группы экспертов мы можем создать нечеткую функцию принадлежности для каждой переменной и/или параметра, а также лингвистические правила, которые регулируют динамику системы. Таким образом, нечеткая модель состоит из набора правил и соответствующего логического вывода конечного автомата. Лингвистическая модель принимает следующую форму:

IF $U = B_1$ AND $W_1 = A_{11}$ AND ... AND $W_n = A_{1n}$
 THEN $\bar{W}_1 = \hat{A}_{11}$ AND ... AND $\bar{W}_n = \hat{A}_{1n}$ AND $V = D_1$
 IF $U = B_2$ AND $W_1 = A_{21}$ AND ... AND $W_n = A_{2n}$
 THEN $\bar{W}_1 = \hat{A}_{21}$ AND ... AND $\bar{W}_n = \hat{A}_{2n}$ AND $V = D_2$
 ...
 IF $U = B_m$ AND $W_1 = A_{m1}$ AND ... AND $W_n = A_{mn}$
 THEN $\bar{W}_1 = \hat{A}_{m1}$ AND ... AND $\bar{W}_n = \hat{A}_{mn}$ AND $V = D_m$

где U – входная переменная, W_i – переменные состояний системы, V – выходная переменная, $\bar{W}_i$ – переменные состояний системы после каждой итерации, B_i и A_{ij} – входные нечеткие множества, D_i и $\hat{A}_{ij}$ – выходные нечеткие множества.

Поэтому, выбирая подходящий метод логического вывода и, при необходимости, метод дефазификации, на каждом шаге после запуска модели рассчитывается значение переменной состояния, которое будет входным параметром системы на следующем шаге, и так далее, итеративно. Отсюда следует, следующее:

$$U(l+1) = V(l) \quad (1)$$

$$W_i(l+1) = \bar{W}_i(l) \quad (2)$$

где $(l+1)$ – следующий шаг после l .

Существуют и другие нечеткие динамические системы, и выбор конкретной модели зависит от типа имеющейся информации о системе. Иногда часть правил поведения системы известна заранее, тогда правила будут принимать следующий вид:

IF $U(l) = B_m$ AND $W_1(l) = A_{m1}$ AND ... AND

$$W_n(l) = A_{mn}$$

THEN $y(l+1) = f(U(l), W_1(l), \dots, W_n(l))$;

где $y(l+1)$ – некоторая априорная функция, известная из системной динамики.

Разработка нечетких моделей с экспертами в различных областях требует междисциплинарных отношений [15]. Для правильного применения знаний экспертов, важным является построение ими нечетких множеств. В общем виде, нечеткие множества эпидемиологических систем, построенные экспертами, не показывают правильного поведения. Они имеют тенденцию к асимметричной и нерегулярной динамике, отличающейся от поведения нечетких множеств в инженерных областях. Кроме того, у экспертов существуют проблемы с пониманием природы системной динамики, правил поведения и, как следствие, модели в целом [16]. Кроме того, создание следствий из правил поведения является более трудоемкой задачей для эксперта, чем анализ прошлой статистики

динамической системы, т.к. эксперт должен изучить вопрос о динамике системы, учитывая все факторы, и сформулировав конкретную зависимость, соответствующую функции принадлежности. Кроме того, чтобы проводить анализ прошлой статистики, которая может влиять на дальнейшее поведение динамической системы, эксперту достаточно классифицировать переменные функции принадлежности. Поэтому, в целом, эксперт имеет больше возможностей для разработки предпосылок к развитию эпидемического процесса, чем следствий. Учитывая данные особенности, метод, позволяющий разрабатывать апостериорные лингвистические правила, может означать важный прогресс в моделировании динамических систем, которые имеют высокий уровень неопределенности, неточности или неясности в определении переменных и параметров. Кроме того, необходимо учесть, что эпидемические системы – динамические, неавтономные и открытые, и, следовательно, имеют возможности к вводу-выводу достаточно больших объемов данных для построения гибридных моделей крайне редко.

Таким образом, можно формализовать нечеткое рекуррентное отображение [17], которое определяется множеством наборов правил $R = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$, связывающих значения переменных состояния $(x_1, \dots, x_N)$ динамической системы в текущий τ и будущий t моменты времени:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}_t = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \dots \\ r_N \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}_\tau \quad (3)$$

Наборы правил (1) имеют вид

$$r_i : \begin{cases} \text{IF } x_1 = A_1^1 \text{ AND } x_2 = A_2^1 \dots \\ \left[\text{AND } x_k = A_k^1 \right] \dots x_N = A_N^1 \Big|_\tau \\ \text{THEN } x_i = B^1 \Big|_t \\ \text{IF } x_1 = A_1^2 \text{ AND } x_2 = A_2^2 \dots \\ \left[\text{AND } x_k = A_k^2 \right] \dots x_N = A_N^2 \Big|_\tau \\ \text{THEN } x_i = B^2 \Big|_t \\ \dots \dots \dots \\ \text{IF } x_1 = A_1^{K_i} \text{ AND } x_2 = A_2^{K_i} \dots \\ \left[\text{AND } x_k = A_k^{K_i} \right] \dots x_N = A_N^{K_i} \Big|_\tau \\ \text{THEN } x_i = B^{K_i} \Big|_t \end{cases}, \quad (4)$$

где K_i – количество правил в наборе r_i ; элементы в квадратных скобках являются необязательными, т.е. не все переменные состояния могут быть задействованы в правиле; A_i, B – значения лингвистических переменных из соответствующих терм-множеств.

Нетрудно показать, что количество правил набора находится в диапазоне

$$0 \leq K_i \leq \prod_{i=1}^N \text{card}(S(x_i)), \quad (5)$$

где $\text{card}(S(x_i))$ — мощность терм-множества лингвистической переменной x_i . Допускаются также и пустые наборы правил.

Анализ динамических лингвистических систем, представленных в общей форме (3), (4) довольно затруднителен ввиду высокой размерности пространства состояний и нелинейного имплицативного характера взаимосвязи событий, переводящих систему из одного состояния в другое. Поэтому актуальным представляется нахождение такой формы описания динамики процесса, которая позволяла бы решать задачи анализа и синтеза формальными методами. Обычно на практике применяют лингвистическое описание в виде правил

IF $X_k = (x_1 = nb, x_2 = pm, \dots, x_n = ze)$ AND $U_k = (u_1 = pm, u_2 = nb, \dots, u_m = nm)$,

THEN $X_{k+1} = (x_1 = pb, x_2 = ps, \dots, x_n = pb)$,
отражающих отношения изменения состояния системы в зависимости от входных воздействий

$$X_{k+1} = X_k \circ U_k, \quad (6)$$

в котором $X_k = (x_1, x_2, \dots, x_n)_k$ — обобщенный вектор состояния системы, а $U_k = (u_1, u_2, \dots, u_m)_k$ — обобщенный вектор управляющих воздействий, значения которых представляют собой лингвистические переменные из заданного терм-множества $S = \{nb, nm, \dots, ze, \dots, pm, pb\}$, где nb — *negative big*, nm — *negative middle*, ze — *zero*, pm — *positive middle*, pb — *positive big* — нечеткие множества с заданными функциями принадлежности [18].

Отношение (6) можно представить в виде сети переходов обобщенных лингвистических состояний (вершины графа) под действием обобщенных лингвистических управляющих воздействий (ребра графа). Если N — размерность вектора состояния X , P — размерность вектора управления U , M — мощность терм-множества лингвистических переменных S , то максимально возможное количество вершин сети (состояний системы) равно $M \cdot N$, а количество дуг, соединяющих эти вершины (управляющих воздействий), — $M \cdot N \cdot (MN - 1) / 2 \cdot MP$.

Анализ подобных систем на основе имитационного моделирования и синтез оптимальных правил (значения ребер сети) представляют собой комбинаторную проблему.

На практике вместо общего вида отображения (6) используют его частные формы, когда векторы X , Y , U являются скалярными лингвистическими переменными. В случае, когда консеквенты правил являются лингвистическими, рассматриваемая

модель представляет собой модель Мамдани, если функциональными, — модель Сугено.

Как правило, динамическое поведение таких систем описывается в виде таблиц лингвистических правил, связывающих управляющие воздействия U и выходы (либо состояния) объекта X . Пример такого отображения представлен в табл. 1.

Таблица 1

Таблица лингвистических правил $X_{k+1} = X_k \circ U_k$

$U_k \backslash X_k$	nb	nm	ze	pm	pb
nb	nb	nb	nb	nm	ze
nm	nb	nb	nm	ze	pm
ze	nb	nb	ze	pb	pb
pm	nm	ze	pm	pb	pb
pb	ze	pm	pb	pb	pb

Основная проблема анализа модели (6) — отсутствие формальных методов в пространстве лингвистических состояний, аналогичных числовым моделям и методам анализа и синтеза в евклидовом пространстве состояний, что затрудняет решение задач анализа устойчивости динамической модели, синтеза оптимальных систем управления и других задач. Известные методы анализа нечетких динамических систем основаны либо на исследовании функций принадлежности нечетких множеств, либо на анализе переходов в расширяющемся пространстве состояний, либо на эвристических методах лингвистической динамики [19]. Существенным фактором является также размерность набора лингвистических правил, при котором число возможных правил экспоненциально увеличивается с числом входных величин.

Сложность описания процессов систем популяционной динамики, наличие эвристических алгоритмов фаззификации и дефаззификации, а также использование нечетких множеств и лингвистических переменных приводят к необходимости разработки новых методов анализа подобных систем.

Выводы

Предложенные в статье подходы к исследованию систем популяционной динамики позволяют применять унифицированное описание процессов различной природы в виде продукционного набора правил. Дальнейшие исследования будут направлены на развитие методов идентификации хаотической динамики с произвольным количеством правил. Предполагается также исследование в направлении векторных нечетких моделей, характерных для описания динамических систем с высокой размерностью состояний.

Список литературы:

1. Osborne M. J. A Course in Game Theory [Text] / Osborne M. J., Rubinstein A. — Massachusetts, Cambridge: The MIT Press, 2014. — 352 p.
2. Santos F. S. Fuzzy Dynamical Model

- of Epidemic Spreading Taking into Account the Uncertainties in Individual Infectivity [Text] / F. S. Santos, N. R. S. Ortega, D. M. T. Zanetta, E. Massad // *Advances in Technological Applications of Logical and Intelligent Systems*. — IOS Press, 2009. — P. 180-193. **3.** Massad E. *Fuzzy Logic in Action: Applications in Epidemiology and Beyond* [Text] / E. Massad, N. R. S. Ortega, L. C. de Barros, C. J. Struchiner. — Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. — P. 181-206. **4.** Yager R. R. *Essentials of fuzzy modeling and control* [Text] / R. R. Yager, D. P. Filev. — New York: Wiley, 1994. — 408 p. **5.** Mahfouf M. *Physiological Modelling and Fuzzy Control of Anaesthesia via Vaporisation of Isoflurane by Liquid Infusion* [Text] / M. Mahfouf, A. J. Asbury, D. A. Linkens // *International Journal of Simulation- Systems, Science and Technology*, 2(1). — 2001. — P. 55-66. **6.** Nascimento L. F. C. Fuzzy linguistic model for evaluating the risk of neonatal death [Text] / L. F. C. Nascimento, N. R. S. Ortega // *Revista de Saude Publica*. Volume 36. Issue 6. — Faculdade de Saude Publica da Universidade de Sro Paulo, 2002. — P. 686-692. **7.** Castanho M. A. R. B. *Membrane-active Peptides: Methods and Results on Structure and Function* [Text] / M. A. R. B. Castanho. — International University Line, 2010. — 635 p. **8.** Duarte A. P. *Cellulose acetate reverse osmosis membranes: Optimization of preparation parameters* [Text] / A. P. Duarte, J. C. Bordado, M. T. Cidade // *Journal of Applied Polymer Science*. Volume 103. Issue 1. — Wiley Periodicals, 2006. — P. 134-139. **9.** Tanaka H. *Fuzzy modeling of electrical impedance tomography images of the lungs* [Text] / H. Tanaka, N. R. S. Ortega, M. S. Galizia, J. B. Borges, M. B. P. Amato // *Clinics*. Volume 63. Issue 3. — Faculdade de Medicina/USP, 2008. — P. 363-370. **10.** Jafelice R. M. *Fuzzy modeling in symptomatic HIV virus infected population* [Text] / R. M. Jafelice, L. C. de Barros, R. C. Bassanezi, F. Gomide // *Bulletin of Mathematical Biology*. Volume 66. Issue 6. — Springer, 2004. — P. 1597-1620. **11.** Barros L. C. *A First Course in Fuzzy Logic, Fuzzy Dynamical Systems, and Biomathematics* [Text] / L. C. Barros, R. C. Bassanezi, W. A. Lodwick. — Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2017. — 297 p. **12.** Barros L. C. *The SI epidemiological models with a fuzzy transmission parameter* [Text] / L. C. Barros, M. B. F. Leite, R. C. Bassanezi // *International Journal of Computational Mathematical Applications*. Volume 45. — 2003. — P. 1619-1628. **13.** Чумаченко Д.І. Інформаційна технологія епідеміологічного нагляду [Текст] / Д.І. Чумаченко, Т.О. Чумаченко // Інформаційні технології та інновації в економіці, управлінні проектами і програмами : [монографія] / за заг. ред. В.О. Тимофєєва, І.В. Чумаченко. — Харків: ФОП Панов А.М., 2016. — С.368 — 379. **14.** Chernyshev Y. *Development of intelligent agents for simulation of hepatitis B epidemic process* [Text] / Y. Chernyshev, D. Chumachenko, A. Tovstik // *Proceedings of East West Fuzzy Colloquium 2013 (20th Zittau Fuzzy Colloquium, September 25 — 27, 2013)*. — Institut fur Prozesstechnik Prozessautomatisierung und Messtechnik, 2013. — P.161 — 168. **15.** Ortega N. *Fuzzy gradual rules in epidemiology* [Text] / N. Ortega, L. C. Barros, E. Massad // *Kybernetes*. Vol. 32. Iss. 3. — 2015. — P. 460-477. **16.** Ortega N. R. S. *Fuzzy dynamical systems in epidemic modeling* [Text] / N. R. S. Ortega, P. C. Sallum, E. Massad // *Kybernetes*. Vol. 29. Iss. 2. — 2000. — P. 201-218. **17.** Соколов А. Ю. *Анализ хаотической динамики в нечетких рекуррентных моделях* [Текст] / А. Ю. Соколов, М. Вагенкнехт // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. № 5. — 2007. — С. 54—65. **18.** Кофман А. *Введение в теорию нечетких множеств* [Текст] / А. Кофман. — М.: Радио и связь, 1982. — 432 с. **19.** Поспелов Д. А. *Ситуационное управление. Теория и практика* [Текст] / Д. А. Поспелов. — М.: Наука, 1986. — 288 с.

Поступила в редколлегию 28.10.2016