ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ КАНАТА ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ И НЕОДНОРОДНОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ

Н. Н. Вернигора

Харьков

В статье сделана попытка произвести расчет колебаний каната пути переменной длины с грузом на конце, поднимающимся или опускающимся с постоянной скоростью, с учетом ползучести и неоднородного температурного поля.

На основании теории малых упруго-пластических деформаций Н. М. Беляева [1], согласно которой

$$P_{ik} = 2Gu_{ik} + \lambda\delta_{ik}u_{ll} - 2G\Omega u^0_{ik}, \tag{1}$$

где P_{ik} — компоненты тензора напряжений,
u_{ik} — компоненты тензора деформаций
и Ω — функция, зависящая от 2 инварианта тензора деформаций, температуры и времени,

и уравнения состояния сплошной среды

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k} + \rho f_i, \tag{2}$$

нами было получено [2] уравнение для определения деформаций при наличии ползучести:

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} - 2G\frac{\partial(\Omega u^0_{ik})}{\partial x_k} - \left\{\left[\frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial u_{ll}} - 2G\frac{\partial(\Omega u^0_{ik})}{\partial u_{ll}}\right]\alpha^* - 2G\frac{\partial(\Omega u^0_{ik})}{\partial t}\left(\frac{dT}{dt}\right)^{-1}\right\}\frac{\partial T}{\partial x_k} + \rho f_i. \tag{3}$$

Это уравнение нелинейно за счет наличия в нем функции Ω.

В случае продольных колебаний каната, т. е. одномерной задачи, из всех компонент P_{ik} остается только $P_{33}=\sigma$, а из всех компонент u_{ik} — только u_{33} и уравнение (1) примет вид:

$$\sigma = \frac{G(2G+3\lambda)}{G+\lambda}u_{33} - \frac{4}{3}G\Omega u_{33}. \tag{4}$$

Функция Ω связана с функцией, предложенной Н. М. Беляевым, соотношением

$$\Omega = \frac{\psi}{1+\psi}$$

и в нашем случае

$$\Omega = 2\frac{\omega(u_{33}-u_0)^{3/4}t^{1/4}}{1+\omega(u_{33}-u_0)^{3/4}t^{1/4}}. \tag{5}$$

Следовательно,

$$0 \leqslant \Omega \leqslant 2.$$

Уравнение (3) записывается в виде:

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial \Pi}{\partial x}-\frac{4}{3}G\left(\frac{\partial \Omega}{\partial u_{33}}u_{33}+\Omega\right)\frac{\partial u_{33}}{\partial x}-\left\{\left[3\frac{\partial \Pi}{\partial u_{33}}-4G\left(\frac{\partial \Omega}{\partial u_{33}}u_{33}+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+\Omega\right)\right]\alpha^*-\frac{2}{3}G\left(\frac{\partial \Omega}{\partial t}u_{33}+\Omega\frac{\partial u_{33}}{\partial t}\right)\left(\frac{dT}{dt}\right)^{-1}\right\}\frac{\partial T}{\partial x}+\left[m+\frac{1}{2}\rho F(\pm vt+b)\right]g. \quad (6)$$

Для линеаризации этого уравнения предлагается использовать в качестве первого приближения решение упругой задачи, полученное нами в работе [3]:

$$u^*=x\left\{\frac{kf\Phi(\zeta_0)\pm\lambda_1\Phi(\zeta_0)}{f[F(\zeta_0)\Phi(\zeta_0)-\Phi(\zeta_0)F(\zeta_0)]}F(\alpha,\beta,1,\zeta)-\right.$$
$$\left.-\frac{kfF(\zeta_0)\pm\lambda_1F(\zeta_0)}{f[F(\zeta_0)\Phi(\zeta_0)-\Phi(\zeta_0)F(\zeta_0)]}\Phi(\alpha,\beta,1,\zeta)\pm\lambda_1 t+\mu_1\right\}.$$

Выражение в скобках является функцией времени $\varphi(t)$.

Это решение подставляется в члены, содержащие Ω или ее производные, и таким образом эти члены могут рассматриваться как дополнительная объемная сила.

$\frac{dT}{dt}$ определяется из уравнения распределения температуры

$$T(r,t)=T_c+(T_0-T_c)\sum_{t=1}^{n}A_n^1 I_0\left(\mu_n\frac{r}{R}\right)\exp\left(-\mu^2\frac{at}{R^2}\right);$$

$\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{\Delta T}{h}$, где h — глубина шахты.

$$\Omega=2\frac{\omega(u^*-u_0)^{3/4}t^{1/4}}{1+\omega(u^*-u_0)^{3/4}t^{1/4}};$$

$$u^*_{33}=\frac{\partial u^*}{\partial x}=\varphi(t);\ \frac{\partial u^*_{33}}{\partial x}=0;$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial u_{33}}=\frac{\partial \Omega}{\partial \varphi};\quad \frac{\partial \Pi}{\partial x}=\frac{G(2G+3\lambda)}{G+\lambda}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u_{33}}=\frac{G(2G+3\lambda)}{G+\lambda};$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t}=\frac{1}{2}\frac{\omega(u^*-u_0)^{3/4}t^{-3/4}}{[1+\omega(u^*-u_0)^{3/4}t^{1/4}]^2};$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}=A\frac{dF(\alpha,\beta,1,\zeta)}{dt}-B\frac{d\Phi(\alpha,\beta,1,\zeta)}{dt}\pm\lambda_1.$$

Производные по времени от гипергеометрических функций первого и второго рода берутся согласно [4].

Также учитывается, что в случае равномерного движения $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0$. Подстановка всех этих производных в (6) приводит к линейному уравне-

нию для продольных колебаний каната переменной длины при наличии ползучести и неоднородного температурного поля:

$$\frac{G(2G+3\lambda)}{G+\lambda}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\left[3\frac{G^2(2G+3\lambda)}{G+\lambda}\alpha^*-4G\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\varphi}\varphi+\Omega\right)\alpha^*-\right.$$

$$\left.-\frac{2}{3}G\left(\frac{\partial\Omega}{\partial t}\varphi+\Omega\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)\left(\frac{dT}{dt}\right)^{-1}\right]\frac{\partial T}{\partial x}-\left[m+\frac{1}{2}\rho F(\pm vt+b)\right]g.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. М. Беляев. Применение теории пластических деформаций к расчетам на ползучесть деталей при высоких температурах. «Изв. АН СССР», № 7, 1948.

2. Н. Н. Вернигора. Расчет температурных напряжений при ползучести. «Приборы и системы автоматики», вып. 10, Изд-во ХГУ, Харьков, 1968.

3. Н. Н. Вернигора. К расчету продольных колебаний упругой нити переменной длины. «Стальные канаты», вып. 5, «Техника», Киев, 1968.

4. А. Д. Коваленко. Развитие теории гипергеометрических функций в связи с задачами об упругом равновесии пластин и оболочек. ПММ, т. 31, вып. 4, М., 1967.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

П. И. Костенко, П. К. Курносенко, Ю. В. Шагаев, В. Г. Харченко

Харьков

Оперативное планирование является заключительным этапом плановой работы на промышленном предприятии, важнейшей задачей которого является организация повседневной планомерной и ритмичной работы производственных участков. Многовариантность данной задачи предполагает использование для ее решения математических методов и ЭВМ. Попытки точного решения на оптимум (с помощью полного перебора и целочисленного программирования) задач оперативного планирования имели ограниченный успех [1], [2]; исключение составляет лишь особый случай, описанный Джонсоном [3]. Наибольшая трудность, с которой приходится сталкиваться при использовании точных алгоритмов, состоит в быстром росте объема необходимых вычислений по мере увеличения размера задачи (пропорционально кубу или экспоненциально), с другой стороны, при математическом моделировании с использованием эвристических методов трудности, связанные с проведением вычислений, возрастают с увеличением размера задачи, но уже линейно. В связи с этим математическое моделирование находит себе практическое применение и стало объектом большого числа теоретических исследований. В данной статье рассматривается эвристический алгоритм решения одной задачи календарного планирования.

Общая постановка и метод решения задачи.

Пусть заданы n деталей d_i, $i=1, 2, ..., n$, подлежащих обработке на некотором участке, состоящем из m станков R_j, $j=1, 2, ..., m$. В основе любой задачи календарного планирования лежит определение такой последовательности системы элементов операций, которая будет являться планом их осуществления на различных видах оборудования. Эту последовательность будем называть «отношением предшествования». и обозначать символом $\leqslant$. Запись $a \leqslant b$ показывает, что операция a должна начаться или раньше операции b или одновременно