

УДК 004.89+612.82



СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ В МОДЕЛЯХ НЕЙРОДИНАМИКИ

С.В. Смеляков¹¹ ХУВС, г. Харьков, Украина, agni@vlink.kharkov.ua

На основе анализа данных о значениях типовых периодов осцилляций, генерируемых популяциями нейронов, показано, что их значения распределены по степенному ряду Золотого сечения, который определяет значительную часть базовых периодов в природе и обществе — от циклов солнечной активности и тропического года до биологических и экономических циклов. Показано, что изменения в ритмах мозга следуют алгебраическим свойствам этого ряда, определяя негармонические резонансы.

ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ, АУРИЧЕСКАЯ ШКАЛА ВРЕМЕНИ, ОСЦИЛЛЯЦИЯ НЕЙРОНА, ЭЭГ, ЧАСТОТА, ПЕРИОД

Введение

Золотое сечение владело мыслью многих выдающихся мыслителей, и не только из-за своих математических свойств. С древнейших времен в нем находят выражение гармонии в природе, признак структурного единства объектов в архитектуре, музыке, биологии, технике. Об этом свидетельствует, например, то, что это число, наряду с числом π , определяет форму Великой пирамиды в Гизе и иных сооружений Древнего мира. Леонардо да Винчи дает ему имя *Sectio Aurea* (Золотое сечение), а ранее, открытием ряда Фибоначчи в 1202 г., было положено начало его математическому изучению.

Золотое сечение продолжает притягивать внимание ученых и в наше время, поскольку открываются все новые проявления этого числа в различных явлениях природы и социальных процессах. Особый интерес в этом отношении вызывает то, что в отличие от традиционных физических моделей колебательных процессов, где резонансные явления возникают на натуральных гармониках, Золотое сечение проявляет себя в том, что обнаруживается в резонансах на иррациональных гармониках, которые в отношении основной частоты кратны целым степеням числа Золотого сечения.

Подобный феномен в большинстве случаев не имеет физического объяснения, но достоверно выявляется в колебательных процессах и циклах, которые наблюдаются в геологии, астрономии, криминалистике, биологии и иных областях [1 – 10], где, однако, обычно рассматривают не частоты, а периоды, которые и представляют основной предмет анализа.

Более того, установлено, что речь идет не о спорadicческой корреляции периодов для отдельных явлений, а о систематическом совпадении основных и резонансных периодов различных процессов со значениями *единой* дискретной шкалы периодов, образованной степенями Золотого сечения. Поэтому ввиду высокой значимости объектов, порождаемых этим числом, для удобства ссылок на них было введено [4] прилагательное «аурический» — от латинского названия Золотого сечения.

Например, как определительное для аурической шкалы периодов/времени (ATS), которая и задает эту дискретную шкалу. Между тем, эта шкала определяет не только периоды, но и эволюционное время [6].

Феноменальное совпадение разнородных базовых периодов со значениями аурических рядов (для определенности назовем его синхронизмом) имеет не только общенаучный интерес, но и важен при решении многих практических задач, поскольку выявление резонансов на системе аурических периодов и порождаемых ими гармоник позволяет более точно моделировать и прогнозировать развитие различных процессов, в том числе — биологических систем. В этом отношении безусловный интерес представляет получение математической модели, описывающей осцилляции популяций нейронов, которые отображаются на электроэнцефалограмме (ЭЭГ) в графическом или цифровом виде, поскольку частоты периодических сигналов и латентность (время задержки между внешним воздействием и реакцией нейронов) тесно связаны с реакцией мозга на поступающую информацию — как в виде сигналов, так и когнитивных задач, требующих принятия решения по распознаванию символов, лиц, текста и др. Поскольку получение сигналов от популяций нейронов не представляет принципиальных сложностей, адекватный анализ этих сигналов открывает широкие перспективы в области когнитивистики, включая вопросы создания искусственного интеллекта, нейрокомпьютерного интерфейса, и в иных областях [8, 9].

Поэтому идентификация модели, которая определяет параметры электрических осцилляций популяций нейронов и характер их взаимодействия, представляет актуальную научную проблему, решение которой будет способствовать более адекватному решению задач в смежных областях, где эти ритмы используются для оценивания ситуаций и принятия соответствующих решений; например, при создании детектора лжи нового поколения, который реагирует на практически не контролируемые сознанием реакции мозга.

В развитие гипотез о синхронизации отдельных ритмов числом Золотого сечения в данной работе обосновывается модель осцилляций, которая с единых позиций и с учетом точности данных отвечает на два вопроса: как ритмы мозга синхронизированы между собой и как система этих ритмов связана с аурической шкалой времени, определяемой степенными рядами Золотого сечения, которую можно рассматривать как «всеобщую» для Земных процессов, поскольку она соотносит солнечные ритмы с земными периодами в диапазоне от геологических эпох до долей секунды. В качестве исходных данных для этого используются известные статистически устойчивые данные о ритмах мозга.

1. Основные элементы модели ATS

Золотое Сечение исторически пришло к нам как закон пропорциональной связи целого и составляющих его частей, который широко применялся в архитектуре. Классическим примером является деление отрезка в средне пропорциональном отношении, когда целое ($c = a + b$) так относится к большей своей части (b), как большая часть к меньшей (a):

$$\Phi \equiv \frac{a+b}{b} = \frac{b}{a}. \tag{1}$$

В этом отношении говорят, что прямоугольник со сторонами b и a отражает “форму” Золотого сечения.

Соотношение (1) задают и в обратном виде, как отношение меньшего к большему, части к целому:

$$\phi \equiv \frac{1}{\Phi} = \frac{b}{a+b} = \frac{a}{b}. \tag{2}$$

Решение пропорций (1) или (2) дает единственное значение для чисел Φ и ϕ :

$$\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1.618\ 033\ 9\dots, \tag{3}$$

$$\phi = 0.618\ 033\ 9\dots, \tag{4}$$

где совпадение мантисс не случайно, поскольку

$$\Phi = 1 + \phi. \tag{5}$$

Аурический ряд (в узком смысле) — это геометрическая прогрессия $\Gamma = \{\Phi^i\}_{i \in (-\infty, \infty)}$ вида

$$\dots, \Phi^{-3}, \Phi^{-2}, \Phi^{-1}, \Phi^0 = 1, \Phi^1, \Phi^2, \Phi^3, \dots, \tag{6}$$

которую, без использования отрицательных степеней, можно представить в виде

$$\dots, \phi^3, \phi^2, \phi^1, \phi^0 \equiv \Phi^0 = 1, \Phi^1, \Phi^2, \Phi^3, \dots, \tag{7}$$

где $\phi^k < 1$, а $\Phi^k > 1$, $k > 0$.

Гармоническим сопряжением ряда Γ порядка k (аурическим рядом в широком смысле) назовем ряд $\Gamma_k = \{k \cdot \Phi^i\}_{i \in (-\infty, \infty)}$, полученный из Γ посредством домножения каждого его члена на натураль-

ное число $k > 0$. Важнейшим для последующего является ряд порядка 2, то есть ряд

$$\dots, 2\phi^2, 2\phi^1, 2\phi^0 \equiv 2\Phi^0 = 2, 2\Phi^1, 2\Phi^2, \dots \tag{8}$$

Обозначим его G и будем называть *сопряженным рядом*, если иные значения k не рассматриваются.

Ряд (числа) Фибоначчи $U = \{u_i\}_{i=1,2,\dots}$ — это ряд из натуральных чисел, который задается начальными членами $u_1 = u_2 = 1$ и рекуррентным правилом

$$u_{n+1} = u_n + u_{n-1}. \tag{9}$$

Также рассматривается ряд $V = \{v_i\}_{i=1,2,\dots}$, который построен по тому же рекуррентному правилу (9), но с начальными членами $v_1 = 1$ и $v_2 = 3$. Связь между этими рядами определяется равенствами

$$v_n = u_{n-1} + u_{n+1}, n > 1, \tag{10}$$

а двенадцать их первых значений даны в табл.1.

Таблица 1

Первые двенадцать значений рядов U, V и Γ

Номер члена ряда, i	$U = \{u_i\}_{i=1,2,\dots}$	$V = \{v_i\}_{i=1,2,\dots}$	$\Gamma = \{\Phi^i\}_{i \in (-\infty, \infty)}$
0	—	—	$\Phi^0 = 1$
1	1	1	1,618...
2	1	3	2,618...
3	2	4	4,236...
4	3	7	6,854...
5	5	11	11,090...
6	8	18	17,944...
7	13	29	29,034...
8	21	47	46,978...
9	34	76	76,013...
10	55	123	122,991...
11	89	199	199,005...
12	144	322	321,996...

Аурические ряды и числа Фибоначчи. Для того чтобы геометрическая прогрессия $\{a \cdot q^i\}_{i=-\infty, \infty}$, $a > 0$ удовлетворяла свойству (9), необходимо и достаточно, чтобы ее знаменатель q был равен числу Φ . Это утверждение вытекает из того, что подстановка соответствующих членов прогрессии в (9) приводит к уравнению $q^2 - q - 1 = 0$, определяющему число Золотого сечения. Поэтому все аурические ряды, т.е. ряд Γ и гармонические сопряжения Γ_k , удовлетворяют равенству

$$\gamma_i + \gamma_{i+1} = \gamma_{i+2}, \tag{11}$$

определяющему свойство Фибоначчи. Вместе с тем, в отличие от рядов Фибоначчи, составленных из натуральных чисел, для аурических рядов это свойство выполняется и для обратных величин

$$1/\gamma_{i+2} + 1/\gamma_{i+1} = 1/\gamma_i. \tag{12}$$

Поэтому систему (11), (12) назовем *характеристическим свойством аурических рядов*. Заметим,

что если члены этих рядов соотносятся с временем, то равенство (11) определяет свойства периодов, а (12) – частот.

Таким образом, аурические ряды и числа Фибоначчи представляют вещественную и целочисленную реализацию одного и того же соотношения (9); первые – обобщение рядов Фибоначчи на вещественные числа, а сами ряды U и V , которые выражаются через Золотое сечение, – целочисленное приближение рядов G и Γ на интервале $i \in (0, \infty)$. Кроме того, эти ряды связаны следующими соотношениями.

Для рядов Γ и G имеем: $2 \cdot \gamma_i = g_i$.

Для рядов U и V имеем (10) и $v_n = u_{2n} / u_n$.

Ряды Γ и U связаны соотношениями

$$u_n = [\Phi^n - (-\phi)^n] / \sqrt{5},$$

$$\Phi^n = u_n \cdot \Phi + u_{n-1}.$$

Член Φ^i ряда Γ дает Золотое сечение отрезка $[u_{i+1}, u_{i+2}]$ для членов ряда Фибоначчи (рис.1)

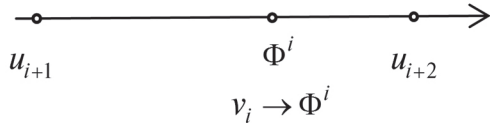
$$u_{i+1} + (u_{i+2} - u_{i+1}) \cdot \Phi = \Phi^i \equiv \gamma_i. \quad (13)$$


Рис.1. Член Φ^i ряда Γ делит отрезок $[u_{i+1}, u_{i+2}]$ между членами ряда Фибоначчи в Золотом сечении

При этом имеют место следующие асимптотические приближения рядов Γ_k натуральными числами с экспоненциально убывающей погрешностью:

– число Золотого сечения аппроксимируется отношением чисел Фибоначчи: $\Phi \approx u_{i+1} / u_i$;

– ряд V приближает ряд Γ , т.е. $\gamma_i = \Phi^i \approx v_i$. Это следует из $v_i = \Phi^i + (-\phi)^i$. Так, уже при $n = 7$ расхождение между членами $\Phi^7 \approx 29,034$ и $v_7 = 29$ (см. табл.1) составляет величину порядка 0,1%;

– члены ряда Γ , отнесенные к $\sqrt{5}$, также аппроксимируются числами Фибоначчи: $\Phi^i / \sqrt{5} \approx u_i$;

– ряд Γ дает точные, а ряд V – асимптотические точки Золотого сечения для ряда U (см. рис.1).

Таким образом, аурические ряды Γ и G , порождаемые степенями Золотого сечения, и ряды Фибоначчи U и V , порождаемые рекуррентным суммированием натуральных чисел, по сути представляют одни и те же свойства, но мультипликативно и аддитивно, т.е. на множестве вещественных и натуральных чисел соответственно.

Это единство аурических и рекуррентных свойств рассмотренных рядов, а также асимптотическая близость их значений важна при анализе корреляций наблюдаемых периодов со значениями аурических рядов типа Γ_k , поскольку объясняет, почему наряду с их значениями возникают

корреляции с числами Фибоначчи [3, 7]. По этим причинам далее все эти ряды рассматриваются как аурические в широком смысле.

Аурической шкалой времени (ATS) в узком смысле назовем аурический ряд Γ , единица которого $\Phi^0 = 1$ соответствует выбранной единице времени. Она определяет дискретные значения времени степенями Золотого сечения; так, если единице шкалы Γ сопоставлен тропический год (365,24 средних солнечных суток), то члену Φ^1 соответствует 1,618 года, члену Φ^2 – 2,618 года, члену Φ^3 – 0,618 года, члену $2 \cdot \Phi^1$ ряда G – 3,263 года. Эти значения можно представить и в иных единицах; например, Φ^1 соответствует значению 365,24 $\cdot \Phi^1 \approx 590,97$ суток, а ближайший к 1 с член ряда Γ есть Φ^{36} (лет) $\approx 0,94523$ с.

Аурической шкалой времени в широком смысле понимается совокупность аурического и сопряженных рядов с единицей времени, определяемой рядом Γ , а также ряд Фибоначчи. Вместе с тем, следует иметь в виду, что хотя наблюдаемые корреляции описываются всеми этими рядами, ядро этой алгебраической системы составляет аурический ряд Γ , члены которого преимущественно и совпадают с большей частью базовых периодов в природе и обществе, тогда как сопряженные ряды Γ_k , и прежде всего – ряд G и ряд Фибоначчи U , выполняют роль, подобную натуральным гармоникам.

В частности, оказывается [3, 7, 10], что значения аурической шкалы времени с высокой точностью коррелируют с периодами обращения (вокруг Солнца) планет и иных объектов со средней длительностью T_0 11-летнего цикла солнечной активности. При этом и распределение максимумов этих циклов имеет аурическую структуру [5].

Так, в тропических годах период T_0 составляет 11,07, а периоды Венеры и Меркурия – 0,6152... и 0,2408... лет, соответственно. Поэтому, если за единицу времени аурической шкалы Γ принять тропический год, то этим периодам будут соответствовать длительности (в годах), определяемые следующими членами ряда: $\Phi^5 \approx 11,09$, $\Phi^{-1} \approx 0,618...$ и $\Phi^{-3} \approx 0,236...$, а величину, сопоставимую с секундой, представляет член ряда $\Phi^{36} \approx 0,945$ с. Если же за единицу времени ряда Γ принять период T_0 , то периоды обращения Земли, Венеры и Меркурия составят Φ^{-5} , Φ^{-6} и Φ^{-8} . С достаточно малой погрешностью эта корреляция выполняется и для иных объектов Солнечной системы – для ряда Γ или его гармонических сопряжений [3].

Иначе говоря, периоды планетарных обращений и средней длительности цикла солнечной активности в совокупности совпадают с членами геометрической прогрессии (7), а значит выбор единицы времени (т.е. соотношение члена ряда $\Phi^0 = 1$ с длительностью того или иного процесса)

является *вопросом удобства*. Поэтому далее считаем, что эту единицу времени определяет тропический год.

Более того, базовые и резонансные периоды многих процессов в природе и обществе также совпадают со значениями аурической шкалы [1, 10, 11], которая, тем самым де факто соотносит не только указанные астрономические периоды, но и многие иные процессы в диапазоне от секунд до миллионов лет, которые определяют ритмы биологических объектов, экономических и геологических процессов.

В этом отношении выявление основных периодов процессов, которые соответствуют членам ряда Γ , представляет не только общенаучный интерес, подтверждая универсальную значимость АШВ, позволяющей достаточно точно и системно соотносить периоды процессов, разнородных как по порядку величины, так и по природе описываемых ими явлений, но и позволяет на более глубоком уровне производить структурную и параметрическую идентификацию моделей изучаемых процессов.

Анализ точности корреляций составляет необходимый аспект изучения рассматриваемой проблемы, который, к сожалению, в большинстве случаев не имеет системного характера или вовсе игнорируется. Речь о том, что выводы о наличии или отсутствии корреляций с периодами АШВ в рамках *системы* периодов должны приниматься на основе сравнения погрешностей рассматриваемых величин с принятым предельным значением погрешности. Так, при анализе описанных выше корреляций отклонение значения τ наблюдаемого периода от точного значения t оценивалось аналогом относительной погрешности и сравнивалось с пороговым значением δ_* . Именно, считаем, что периоды τ и t в рамках рассматриваемой системы периодов совпадают, если относительное отклонение

$$\delta_{\tau,t} = |\tau - t| / \min \{ \tau, t \} \quad (14)$$

не превышает порогового значения δ_* . В этом случае равенство периодов обозначим $X \cong Y (\delta_{\tau,t})$.

Значение δ_* выбиралось из наименее точных, но принципиально важных периодов, модулирующих земные процессы. Таким является средняя длительность 11-летнего цикла Солнечной активности с относительной погрешностью 0,6%. Тогда с порогом $\delta_* = 0,6\%$ период $T_0 = 11,07$ совпадает с членом $\Phi^5 = 11,09$ ряда Γ , поскольку для этих величин погрешность (14), равная 0,2%, меньше, чем δ_* .

Резонанс и гармоники. Резонансом обычно называется явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний осциллирующей системы, которое наступает при приближении частоты

внешнего воздействия к некоторым значениям — резонансным частотам, которые определяются гармониками основной (собственной) частоты колебаний этой системы. Примерами таких систем являются электрические контуры, гравитационно связанные объекты и др.

Основная частота — это, как правило, частота, на которой система функционирует в некотором расчетном режиме; если таких частот несколько, то под основной понимается минимальная из них.

Гармоника — это частота (или компонента сигнала), которая представляет натуральное кратное $n \cdot f$ основной частоты f , где $n = 2, 3, \dots$ — натуральное число. В ряде случаев значимый эффект оказывают и дробные гармоники, где n представляет отношение малых целых чисел (1/2, 3/4, 2/3 и др.). Говорят также, что высшая гармоника — это спектральная компонента периодического сигнала с частотой, кратной частоте основного тона.

Резонанс и гармоники в широком смысле. Однако возникновение колебаний и возрастание амплитуды могут возникать и когда внешнее воздействие отсутствует или неизвестно. Поэтому при анализе циклов в природе и обществе теоретический интерес и практическую значимость представляет резонанс в *широком смысле* — как возникновение устойчивых колебаний с определенными периодами или усиление их амплитуды на некоторых частотах. Но основную резонансную частоту можно выделить не всегда; в ряде случаев наблюдается система типовых частот, причины возникновения которых не всегда известны или воспроизводимы.

Мы можем не знать, по какой причине в этих процессах некоторые значения частот проявлены чаще, чем другие, но имеем возможность выявлять эти частоты с помощью методов спектрального анализа (геологические эпохи [1], циклы солнечной активности [2]), или статистически — посредством построения плотности распределения частот для однотипных процессов (ритмы мозга [9]). В этом смысле о резонансе и резонансных частотах говорят как о доминирующих значениях, определяющих реакцию изучаемого явления на известные или неизвестные воздействия. И по сути, это — тоже резонанс по амплитуде, поскольку анализируемый фактор проявляется лишь на отдельных частотах.

Вместе с тем, при изучении циклов основным предметом анализа чаще являются длительности, поэтому основной интерес представляют периоды процессов. При этом выделяют период T некоторого основного цикла, а также периоды циклов, длительность которых как в n раз меньше, чем T (они соответствуют рассмотренным выше гармоникам), так и в n раз больше, которые называют субгармониками. Это связано с тем, что хотя подобные периоды могут быть выявлены из наблюдений, не

всегда известны причины их возникновения или нет оснований для выбора основного периода.

Более того, у подобных резонансных периодов во многих процессах наблюдаются гармоники, которые не укладываются в традиционную концепцию физического резонанса и гармонического анализа, поскольку они связаны с основным периодом иррациональными множителями; например, в геологических циклах [1], причем типичным в этом отношении является соотношение периодов по Золотому сечению и его степеням, т.е. посредством членов ряда Γ или сопряженных рядов, прежде всего — ряда G . При этом на резонансных частотах (периодах), определяемых членами ряда Γ , как на основной частоте, часто возникают резонансы на частотах (периодах) $n \cdot \Phi^k$, где $n = 2, 3, \dots$.

Но самым замечательным при этом является даже не возникновение подобных гармоник, которые назовем аурическими, а то, что сами основные периоды и гармоники значительного числа базовых процессов представлены членами одного и того же ряда Γ с фиксированной единицей времени, соответствующей члену $\Phi^0 = 1$. Фундаментальной особенностью этого ряда является то, что он связывает периоды планетарных обращений и циклов солнечной активности с процессами, протекающими на Земле, причем в диапазоне от геологических периодов до долей секунд. Поскольку эта синхронизация периодов разнородных процессов не зависит от выбора единицы времени, АШВ и представляет по сути всеобщую шкалу периодов.

2. Ритмы мозга и их отображение в ЭЭГ

В собирательном смысле под *ритмами мозга* понимаются изменения *электрического потенциала* нейронов в различных областях коры головного мозга, которые характеризуют активность мозга субъекта как в различных состояниях бодрствования и сна, так и его реакцию на *стимулы* — внешние воздействия, которые вызывают рефлекторную реакцию организма или требуют принятия решения в отношении достаточно простых задач распознавания и др.

Хотя существует возможность изучения потенциалов отдельных нейронов, обычно речь идет о рассмотрении потенциалов *популяций нейронов*, которые, ввиду синхронности и единообразия их ориентации как диполей, формируют достаточно сильные сигналы, чтобы их можно было зарегистрировать с помощью доступных средств без внедрения электродов в мозг — посредством наложения электродов на кожный покров черепа.

Получаемые при этом электрические сигналы регистрируются графически — в виде *электроэнцефалограммы* (ЭЭГ) или в цифровом виде, причем каждая область коры, от которой идет сигнал, рассматривается как отдельный канал; это связано и

с тем, что различные популяции нейронов в одно и то же время могут генерировать сигналы, в которых доминируют различные частоты, характеризующие активность соответствующего отдела мозга. При этом полярность сигнала определяется относительно выбранной зоны коры. Если потенциалы рассматриваются только как электрические сигналы, безотносительно областей их возникновения в коре головного мозга, говорят о волнах ЭЭГ, или, собирательно — о *волнах мозга*. В качественном отношении эти сигналы можно разбить на две основные группы.

Периодические осцилляции характеризуется достаточно высокой стабильностью частоты и амплитуды, хотя на отдельных интервалах могут возникать веретенообразные модуляции и другие особенности. Как показывают лабораторные эксперименты, даже одна область неокортекса может генерировать частоты в диапазоне от 1 до 100 Гц, причем одна и та же частота может порождаться вследствие разных причин (например, α и μ ритмы). Эти колебания характеризуют активность мозга в определенных состояниях субъекта (бодрствование, ментальная концентрация, фазы сна и др.).

Первая важная особенность этих осцилляций состоит в том, что их частоты концентрируются вокруг определенных дискретных значений. Именно в результате спектральной обработки наблюдаемых ритмов установлено конечное число *частотных диапазонов*, обозначаемых греческими буквами. В каждом из них распределение частот имеет явно выраженное островершинное распределение [9], определяющее *модальную частоту*; обозначается она той же буквой, что и диапазон.

Вторая особенность состоит в том, что даже в лабораторных условиях частоты не генерируются «по одной»: попытки вызвать осцилляции на отдельных частотах, как правило, приводят к возникновению ряда модальных частот, причем алгебраические свойства основных и вторичных частот кардинально отличаются от того, что наблюдается в случае гармонических колебаний: даже приближенные оценки показывают, что эти частоты не соотносятся как натуральные гармоники, а обладают свойствами рядов Фибоначчи.

Таким образом, дискретный спектр модальных частот определяет общие свойства ритмов мозга в отношении генерации и трансформации частот, а диапазоны характеризуют область их распределения с учетом психофизических различий субъектов; поэтому далее рассматриваются усредненные характеристики — модальные частоты и границы диапазонов.

Переходные процессы описывают осцилляции электрического потенциала популяций нейронов, который быстро развивается до максимума, а затем — так же быстро замирает. В ответ на внешнее воз-

действие они возникают в тех популяциях, которые соответствуют типу стимула. Форма этих сигналов характеризуется амплитудой и латентностью пиков, а также полярностью волны. Амплитуда указывает на степень проявленности реакции, а *латентность* определяет время между воздействием стимула и максимумом потенциала как наиболее выраженной фазой реакции нейронов. Поэтому латентность, как основной временной параметр колебательного процесса, можно соотносить с периодами осцилляций первого типа и со значениями шкалы АТС, а обратную ей величину — с частотами.

Латентность также обладает определенной стабильностью, однако в меньшей степени, чем частоты периодических колебаний, поскольку зависит не только от реакции субъекта, но и от стимула в пределах типового класса. В этом отношении усредненные значения латентности представляют конечную совокупность, определяемую основными типами стимулов. Точнее говоря, для определенных классов однотипных стимулов (световой или звуковой раздражитель, тип задачи на принятие решения и др.) латентность имеет тенденцию принимать значения в определенном *интервале*, обозначаемом буквой и цифрой (например, РЗ или Р300 — максимум положительного потенциала с латентностью 300 мс), в пределах которого распределение латентностей имеет не столь выраженную моду как в случае периодических процессов. Кроме того, в пределах одного процесса иногда рассматривают и латентности, определяемые локальными экстремумами потенциала. В связи с этим в литературе значения латентности определяются интервалами и приближенными значениями, округленными до десятков или сотен миллисекунд. Поэтому в целях данной работы для них используются средние для границ диапазонов.

Таким образом, ритмы мозга, зависящие как от внутреннего состояния субъекта, так и от внешних воздействий, описываются колебаниями электрического потенциала, основной временной параметр которого характеризуются дискретностью средних значений; для единообразия, назовем его *периодом*.

Особенности распределения периодов. Было замечено, что пики плотности распределения частот периодических ритмов мозга точно попадают в соответствующие диапазоны, причем распределены, в целом, по логарифмическому закону относительно центральной частоты. Но число этих диапазонов оказалось примерно вдвое больше того, что следовало бы ожидать в случае натурального логарифма. Именно, было отмечено [9], что эти частоты возрастают примерно с коэффициентом 1,6 (т.е. в Золотом сечении), а не по основанию натурального логарифма $e = 2,718\dots$, которое ас-

социируется с организацией многих систем естественного происхождения. Хотя «механизм» порождения аурического распределения базовых частот остается неизвестным, как и в небесной механике, и в других областях, в условиях возникновения натуральных гармоник оно имеет очевидное проявление — предотвращать гармонические резонансы между гармониками, порождаемыми разными базовыми частотами. В частности, высказывается предположение, что «для обеспечения минимального взаимодействия между диапазонами, в каждом из которых закодировано управление определенным видом активности, необходимо, чтобы их частоты относились как иррациональные числа. В этом отношении разнесение базовых частот по ряду Золотого сечения дает возможность неокортексту упаковать в ограниченной частотной области максимальное число минимально взаимодействующих между собой диапазонов частот» [9].

Однако численного анализа этих соответствий и их соотношения с единицами времени, не связанными с искусственной мерой — секундой — не производилось, как и численного и алгебраического анализа наблюдаемых аурических преобразований частот.

Также установлено [8], что объем памяти определяется *натуральными* гармониками фундаментальной для когнитивистики частоты Р300, для которой авторами предложено приближение 2Φ Гц. Можно было бы допустить, что они правы, считая, что при имеющейся точности данных поиск более точного приближения для фундаментальной частоты нецелесообразен, если речь вести лишь о численном приближении в рамках условной системы единиц — Гц. Вместе с тем, совпадение периодов и латентностей ритмов мозга со значениями аурической шкалы времени позволяет по новому взглянуть на этот вопрос и выявить наличие системы корреляций ритмов мозга с ритмами природы и общества.

Таким образом, наличие в нейродинамике отдельных концепций о связи ритмов мозга с Золотым сечением имеет эмпирические основания, но они не представляют системной модели, обоснованной численно и алгебраически.

3. Распределение частот волн мозга по значениям Аурической шкалы

В работе [9] приводится распределение частот устойчивых ритмов, генерируемых неокортексом *in vitro* (в лабораторных образцах) в интервале от 1 до 100 Гц, причем в течение длительного промежутка времени, что позволило использовать статистические методы обработки данных. При этом указывается на соответствие полученных результатов данным *in vivo* (в живом организме), прямая генерация которых в течение длительного

времени невозможна из-за переходных процессов, приводящих к возникновению ряда других частот. Представленный в работе график демонстрирует сильно выраженную модальность распределений на отмеченных частотах и то, что значения частот, соответствующих пикам распределений, попадают в ясно различимые диапазоны, определяемые пересечениями графиков распределений, которые ранее были введены из эмпирических соображений.

Отмечается, что число этих диапазонов выглядят приближенно распределенными по логарифму Золотого сечения Φ ; однако числовые обоснования этого утверждения в работе [9] отсутствуют. В соответствии с этой гипотезой оценим параметр a распределения

$$r_i = a \cdot \Phi^{i-1}, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (15)$$

определяющего модельные частоты r_i дискретного спектра наблюдаемых ритмов мозга ($n = 8$), которые, для определенности, назовем базовыми. В качестве наблюдаемых значений f_i (табл. 2, колонка 2) рассмотрим частоты [9], которые в этих диапазонах соответствуют пикам распределений.

Таблица 2

Наблюдаемые частоты f_i базовых ритмов мозга, их МНК-аппроксимация r_i по (15) и частоты $z_i = z_1 \cdot \Phi^{i-1}$ сопряженного ряда аурической шкалы времени, $z_1 = \omega_{39} = 2,2407$ Гц.

Номер i и название диапазона	Частота (Гц)			Логарифм частоты	
	f_i	r_i	z_i	$\lg_{\Phi} f_i$	$\lg_{\Phi} r_i$
1, δ_1	1,5	2,23	2,24	0,843	1,670
2, δ_2	2,5	3,61	3,63	1,904	2,670
3, θ	7	5,85	5,87	4,044	3,670
4, α	10	9,46	9,49	4,785	4,670
5, β_1	15	15,31	15,36	5,628	5,670
6, β_2	24,5	24,78	24,85	6,647	6,670
7, γ_1	40	40,09	40,21	7,666	7,670
8, γ_2	65	64,86	65,06	8,675	8,670

Для получения эмпирических значений частот данные усредняются за достаточно длительные промежутки. Это приводит к потере части информации, поскольку динамика активности коры чрезвычайно высока и чувствительна к сенсорным и иным воздействиям, которые могут вызвать изменения в масштабах нескольких миллисекунд. Поэтому можно считать, что относительная погрешность δ_f для частот f_i не меньше 0,01 (т.е. 1%) и, в среднем, не превышает 0,1 (т.е. 10%).

Поскольку наблюдаемые базовые частоты имеют естественное рассеяние, для оценивания пара-

метра a воспользуемся методом наименьших квадратов (МНК). В этом случае оценка для параметра a из (15) примет вид

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \times \Phi^{i-1}}{\sum_{i=1}^n \Phi^{2(i-1)}} = 2,233975 \approx 2,23 \quad (16)$$

с СКО $\sigma = 0,7$. При этом если средняя погрешность для всех частот составляет порядка 10%, то для последних пяти диапазонов – лишь 1%; по-видимому это связано с большей неточностью исходных данных для низкочастотных диапазонов, что частично отмечено в [9].

Сама по себе оценка (16) интересна тем, что с высокой точностью связана с числом Φ , так как $a \approx 2 \cdot \Phi - 1$ ($\delta = 0,1\%$). Поэтому в единицах числа Φ уравнение (15) выражается через это число:

$$R_i = (2 - \Phi) \cdot \Phi^i, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (17)$$

Но несравненно более важно то, что частота r_i с достаточно высокой точностью совпадают с частотой $\omega_{39} = 1/g_{39}$, определяемой членом $g_{39} = 2 \cdot \Phi^{39}$ сопряженного ряда G , где в качестве единицы времени выбран тропический год: $g_{39} = 2 \cdot \Phi^{39} = 0,44628$ (с), т.е.

$$\omega_{39} = 2,24073 \text{ Гц}; \quad (18)$$

именно,

$$\omega_{39} \approx r_1 \quad (\delta = 0,3\% \text{ или } \Delta = 0,007 \text{ Гц}). \quad (19)$$

Поэтому с той же точностью и все остальные частоты r_i совпадают с частотами z_i ряда G .

Таким образом, частоты r_i , определяемые аурической моделью (15), достаточно точно описывают значения центров f_i частотных диапазонов ритмов мозга и, что наиболее важно, практически точно совпадают со значениями частот z_i , определяемыми аурической шкалой времени. Высокую точность этой корреляции демонстрирует рис.2, где для наглядности (за счет приведения к линейной зависимости) для частот используется логарифмический масштаб. Соответствующие числовые значения приведены в табл. 2 (колонки 5, 6).

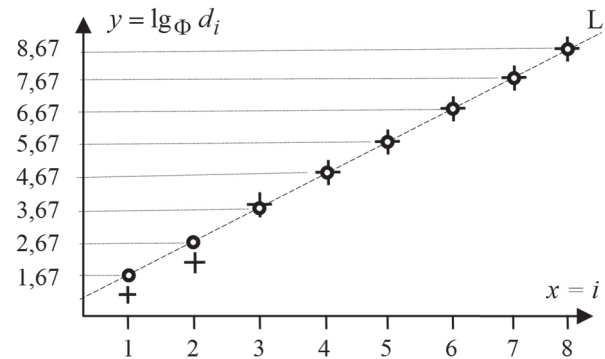


Рис. 2. Логарифмы по основанию Φ для частот r_i и f_i , соотносимых с номером диапазона i , ($i = 1, 2, \dots, 8$). Логарифмы частот f_i для ритмов мозга обозначены $+$, а членов прогрессии $r_i = a \cdot \Phi^{i-1}$ – знаком \circ . Последние лежат на прямой регрессии L с уравнением $y = \lg_{\Phi} a + x$, где $\lg_{\Phi} a = 1,67$

Сказанное можно заключить следующим.

1. МНК-аппроксимант (15) базовых частот ритмов мозга *практически точно* (с погрешностью 0,3%) определяется значениями сопряженного ряда G аурической шкалы времени. Поэтому можно считать, что в пределах точности исходных данных именно аурический ряд G является теоретическим приближением для наблюдаемого спектра частот ритмов мозга.

2. Базовые периоды ритмов мозга $T_i = 1 / f_i$, ($i = 1, 2, \dots, 8$) в пределах точности, определяемой погрешностью исходных данных, совпадают с периодами сопряженного ряда G . В единицах тропического года они принимают значения

$$2 \cdot \phi^{39}, 2 \cdot \phi^{40}, \dots, 2 \cdot \phi^{46}.$$

В единицах средней длительности циклов солнечной активности эти значения примут вид $2 \cdot \phi^{44}, \dots, 2 \cdot \phi^{51}$.

3. Поскольку погрешность аппроксимации (15) для 5 верхних из 8 базовых частот ритмов мозга имеет точность порядка 1%, можно предположить, что значения частот для δ и θ ритмов [9] модифицируются действием факторов, природа которых неизвестна или игнорировалась при измерениях.

4. Распределение длительности реакции на стимулы по значениям аурической шкалы

4.1. Вызванный и событийно ориентированные потенциалы. Помимо периодических сигналов, в ответ на стимулы в коре мозга могут генерироваться как периодические колебания (как правило — с рассмотренными выше частотами), так и переходные процессы, среди которых выделяют два основных типа сигналов: *вызванный потенциал* (ВП) и *событийно ориентированный потенциал* (СОП). Первые связаны с рефлекторной реакцией на внешние раздражители (вспышки света и т.п.), а вторые — с необходимостью принятия решений. Поскольку форма волны как правило определяется типом стимула и областью коры, с которой снимают сигнал, термин *потенциал* обычно используют для соотнесения определенного комплекса условий с волной, которая им вызвана. При этом сам потенциал обозначают буквой и цифрой, означающими полярность и латентность в микросекундах (или сотнях мс).

Оказывается, что в отношении волновых форм потенциалы проявляют некую инвариантность к изменению стимулов и высокий уровень воспроизводимости [9], причем среди всех типов потенциалов значения латентности, так же как и частоты ритмов мозга, имеют тенденцию принимать дискретные значения, концентрирующиеся вокруг нескольких типовых периодов.

Однако точечные и интервальные оценки для этих периодов не столь точны, как для периодичес-

ких сигналов, поскольку параметры переходных процессов определяются на малых промежутках времени, где в большей мере проявляется зависимость от *артефактов* (помех, обусловленных электрическими сигналами от дрожания век и иных причин), а также от разброса физиологических особенностей субъектов и различий в стимулах. Тем не менее, несмотря на то, что в качестве точечных значений латентности для одного типа потенциала иногда рассматриваются разные значения, чаще всего — округленные до сотен мс, имеется обширная статистика, которая дает достаточно точные интервальные оценки для этих величин. Они и используются ниже при анализе распределений латентностей.

Кроме того, различные потенциалы (по типу стимула или нейронных популяций, с которых снимается сигнал) могут иметь близкие или совпадающие значения латентности. Поэтому близость значений латентности не означает, что они определяют один и тот же потенциал. В этом отношении выделение фундаментальных зависимостей, которые позволили бы более точно дискриминировать латентности и потенциалы, представляет актуальную задачу нейродинамики.

4.2. Потенциал P3 (или P300) с латентностью порядка $L_3 = 300$ мс, которая может изменяться в интервале $I_3 = [300, 600]$, считается важнейшим среди потенциалов, имеющих отношение к когнитивной активности мозга, поскольку является определяющим в реакциях мозга на стимулы, связанные с восприятием информации и принятием решений [8, 9]. Позже он был идентифицирован как *суперпозиция* двух близких потенциалов: «нового» $P3a$ и «классического» $P3b$. В качестве точечных оценок их периодов воспользуемся [9, 13] серединами $L_a = 265$ мс, $L_b = 360$ мс интервальных оценок: $I_a = [250, 280]$ и $I_{b,1} = [310, 380]$, $I_{b,2} = [250, 500]$.

Дополнительным свидетельством адекватности выбора этих оценок служит эмпирическое наблюдение, состоящее в том, что пик потенциала $P3a$ обычно предшествует пику потенциала $P3b$ на 75 — 100 мс.

При анализе реакций мозга на широкий класс когнитивных задач [8] потенциалу $P3$ (теперь — точнее сказать $P3b$) с периодом L_3 ставят в соответствие частоту

$$f_3 = 1 / L_3 \approx 3,3 \text{ (Гц)}, \quad (20)$$

которую аппроксимируют величиной $2 \cdot \Phi$ Гц с относительной погрешностью порядка $\delta_w \approx 0,02$ (или 2%), высказывая, как отмечено выше, предположение о том, что более точная аппроксимация не имеет смысла.

Проанализируем эту гипотезу. Вначале рассмотрим частоты, отвечающие потенциалам $P3a$ и $P3b$:

$$f_a = 1/0,265 = 3,7736 \approx 3,77 \text{ (Гц)}, \quad (21)$$

$$f_b = 1/0,360 = 2,77(7) \approx 2,78 \text{ (Гц)}. \quad (22)$$

В то же время, из соотношения (18) следует, что периоду $\gamma_{38} = 0,36105$ (с) соответствует частота

$$\eta_{38} = 2,76971 \approx 2,77 \text{ (Гц)}. \quad (23)$$

Следовательно, с точностью $\delta_{38} \approx 0,3\%$ частота f_b потенциала P3b совпадает с частотой η_{38} , определяемой членом γ_{38} ряда Г аурической шкалы времени.

При этом отношение частот f_a и f_b базовых потенциалов удовлетворяет аурическому соотношению $2 - \phi \approx 1,38$ с погрешностью порядка 1%

$$\frac{f_a}{f_b} = \frac{3,7736}{2,7778} \approx 1,36 \approx 2 - \phi \text{ (1\%)}. \quad (24)$$

Т.е. с этой точностью частоты, определяющие потенциал P3, связаны соотношением $f_a = (2 - \phi) f_b$ с тем же коэффициентом, что и в (17). Но здесь имеется гораздо еще более глубокая аурическая связь.

Поскольку период $L_3 = 300$ мс точностью $\delta_3 = 0,4\%$ совпадает с точкой Золотого сечения (301 мс) интервала периодов $(L_a, L_b) = (265, 360)$, то все три периода: L_3, L_a и L_b , как и соответствующие им частоты f_3, f_a и f_b , связаны Золотым сечением (рис. 3).

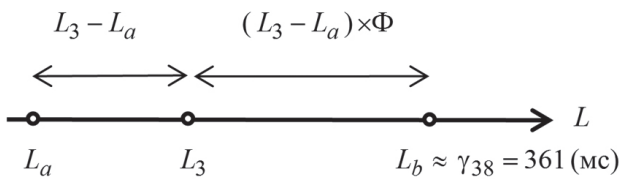


Рис. 3. Распределение периодов L_3, L_a и L_b потенциалов P3, P3a и P3b по Золотому сечению

4.3. Аурические свойства латентности типовых потенциалов. Как следует из табл. 3, средние латентности типовых потенциалов также распределены по членам аурических рядов Г и G несмотря на то, что диапазоны наблюдаемых значений для них достаточно широки, а приводимые в литературе значения латентностей, как правило, даются в округлении до десятков или сотен мс. Средние значения латентностей в этой таблице брались как центры интервальных оценок [9, 13], поскольку их символические значения дают округление наблюдаемых значений до сотен или десятков мс. Отдельно указаны значения, для которых интервальные оценки отсутствуют, или значения которых достаточно точно отражены в обозначении (например, N170).

Имеются и иные важные корреляции. Например, установлено [12], что базовый период обработки информации (VIP), определяющий длительность обработки 1 бита, имеет физиологическую основу и представляет устойчивую характеристику общего уровня развития интеллекта. Для среднего

взрослого с IQ = 100 его значение составляет 1/15 с (VIP100 = 67 мс); соответственно для IQ = 78 и IQ = 122 оценки длительности равны VIP78 = 100 мс и VIP122 = 50 мс. Кроме того, для некоторых потенциалов установлены функциональные связи; например, потенциал N2 образует комплекс с N1 и P3b, а N1 – с P2. Также обращает на себя внимание, что границы интервалов латентности (50, 100) и (65, 90) для потенциала C1 совпадают с членами рядов Г и G со средней погрешностью порядка 4%. Однако, хотя значения для некоторых латентностей совпадают, они представляют различные потенциалы, т.е. комплексы условий, порождающие волны с подобными периодами.

Таблица 3

Распределение латентностей для типовых потенциалов

Члены рядов		Потенциал и оценки для его латентности			
Г (мс)	G(мс)	Тип	Среднее	Интервал	δ %
52,68		VIP122	50**		5 %
	65,11	VIP100	67**		2 %
85,23		P1	80	70 – 90***	6 %
	105,3	VIP78 N1 (N100) P1 (P100)	100** 100 105	80 – 120 80 – 130***	5 % 5 % 0,3 %
137,9					
	170,5	N170 Visual N1	170* 175	130 – 200 150 – 200	0,3 % 3 %
223,1		P2 (P200)	212	150 – 275	5 %
	275,8	N2 P3a	275 265	200 – 350 250 – 280	0,3 % 4 %
361,1		N400 P3b	375 360	250 – 500 310 – 380 и 250 – 500	4 % 0,3 %
	446,3				
584,2		P600	600*	500 – 600	3 %

*) Средние, взятые из определения потенциала.

**) В источнике [12] значения округлены.

***) Начальный и конечный интервалы проявления P1.

Таким образом, несмотря на достаточно широкие интервалы рассеяния латентностей относительно средних значений (в среднем – 25% относительно центра), сами средние достаточно точно (в среднем – с погрешностью от 0,3% , в 1/3 случаев, и 4%, в 2/3 случаев) совпадают с периодами основных рядов Г, G аурической шкалы. В частности – базовый период обработки информации, отражающий уровень развития интеллекта.

Поэтому можно предположить, что использование этих корреляций позволит более точно про-

изводить дискриминацию и уточнять значения средних подобно тому, как фундаментальный потенциал РЗ был разделен на два аурически связанных потенциала – Р3а и Р3б.

5. Объем памяти и натуральные гармоники фундаментальной частоты, определяемой АШВ

5.1. Объем памяти и частоты ЭЭГ. Вопрос об отображении волнами мозга обрабатываемой информации обсуждается с появлением ЭЭГ. В этом отношении соотнесение психометрических данных со спектральной плотностью ЭЭГ представляет особый интерес [8]. Установлено, что наряду с аурическим распределением частот при выполнении арифметических задач наблюдаются и устойчивые соотношения частот с натуральными гармоникам (2, 3 и 4) относительно базовых частот [9]. Аналогичная ситуация также имеет место при концентрации внимания и в иных когнитивных задачах [8].

С тех пор как внимание стало представлять предмет научных исследований, психологи осознали, что объем памяти обладает количественным измерением в единицах максимального числа объектов, которые субъект может воспринимать одновременно. В настоящее время общепринято считать, что предел емкости краткосрочной памяти составляет семь плюс-минус две единицы [14]. Франк выдвинул утверждение, что когнитивная производительность должна быть ограничена производительностью канала краткосрочной памяти.

За последние десятилетия ряд авторов сообщает об обнаружении не только корреляций между объемом памяти и ментальной скоростью, но и с параметрами ЭЭГ [8]. Либерсон предположил [15], что все значимые каналы ЭЭГ могут быть натуральными гармониками $v_n = n \cdot F$ одной фундаментальной частоты F порядка 3,3 Гц. В соответствии с его эмпирическими данными (табл. 4, кол. 3) число этих гармоник равно девяти, как и максимум объема памяти. В этом число гармоник характеризует объем памяти, а числа от 1 до 9 можно рассматривать как кванты памяти, каждому из которых могут соответствовать различные элементарные объекты (цифры, знаки и т.п.). Полученные данные в дальнейшем были подтверждены [16], как и зависимости [17] для IQ и латентностей компонент ВП. Субъекты с более высоким IQ имеют не только больший объем памяти, но и более сложную форму волн ЭЭГ.

Иначе говоря, объему памяти, выраженному числом квантов n , который мозг способен запомнить, соответствует натуральная гармоника $v_n = n \cdot F$ фундаментальной частоты $F \approx 3,3$ Гц. Однако эмпирический анализ показывает, что фундаментальная частота Либерсона имеет меньшее значение и лежит в диапазоне от 3,1 до 3,3. Для этой час-

тоты в [8] предложена аппроксимация $F = 2 \cdot \Phi$ и сделано допущение, что метрику волн мозга всегда можно понимать как суперпозицию 9 натуральных гармоник f_n (табл.4, кол. 4) этой фундаментальной частоты, половина которой представляет число Золотого сечения как точку резонанса. В этом смысле кодирование информации мозгом представляется основанным на Золотом сечении, что позволяет обрабатывать информацию наиболее эффективным образом.

Таблица 4

Объем памяти соответственно номеру n гармоники ЭЭГ (1), эмпирическая частота гармоник ЭЭГ (3) и их связь с IQ (2), а также исходное (4) и предлагаемое (6) приближения фундаментальной частоты и их погрешности (5), (7)

Номер гармоники (объем памяти) n	IQ**	Частота гармоник ЭЭГ* v_n (Гц)	Исходное приближение $2 \cdot \Phi \approx 3,24$		Предлагаемое приближение $\eta_{38} \approx 2,77$	
			$f_n = 2\Phi \times n$	$\Delta_n = f_n - f $	$f_n^* = \eta_{38} \times n$	$\Delta_n^* = f_n^* - f $
1	2	3	4	5	6	7
9	146	29	29,12	0,12	24,93	4,07
8	139	23	25,88	2,89	22,16	0,84
7	133	21	22,65	1,65	19,39	1,61
6	118	17	19,42	2,42	16,62	0,38
5	93	13	16,18	3,18	13,85	0,85
4	78	10	12,94	2,94	11,08	1,08
3	76	6,5	9,71	3,21	8,31	1,81
2	65	5	6,47	1,47	5,54	0,54
1	–	–	3,24	$\bar{\Delta} = 2,2$	2,77	$\bar{\Delta}^* = 1,4$

*) Экспериментальные данные из [15].

**) Экспериментальные данные приведены в [8].

Там же высказано предположение, что искать более точную аппроксимацию фундаментальной частоты нет смысла, тем более, что Гц – это искусственная единица, которая зависит от определения секунды, считая, что более точное значение может представлять интерес лишь с вычислительной точки зрения, но не имеет значения для нейродинамики. И это по-видимому было бы так, если бы не оказалось, что (1) именно частота из спектра аурической шкалы времени более точно приближает эмпирические данные и при этом (2) соотносит фундаментальную частоту с периодом, определяемым латентностью потенциала Р3б, которая, по последним данным, и соотносится с когнитивными процессами.

5.2. Аурическая природа фундаментальной частоты, определяющей объем памяти. Покажем, что значение частоты $\eta_{38} = 2,77$ (Гц), определяемое аурической шкалой, дает более точное и содержательное приближение фундаментальной частоты и гармоник, определяющих объем памяти, чем приближение $2 \cdot \Phi \approx 3,24$ (Гц), в котором число Φ связано

лишь с условной единицей измерения. Точное значение этой частоты получено следующим образом. Поскольку в ряду Γ длительность периода $\Phi^0 = 1$ равна тропическому году, то значение ϕ^{38} в секундах составляет

$$\phi^{38} (\text{лет}) = 365,24 \times 24 \times 60 \times 60 \times \phi^{38} (\text{с}) \approx 0,36105 (\text{с}),$$

а соответствующая ему частота равна

$$\eta_{38} = 1 / \phi^{38} (= \Phi^{38}) = 1 / 0,36105 = 2,7696... \approx 2,77 (\text{Гц}).$$

Принимая это значение за фундаментальную частоту, получаем гармоники $f_n^* = n \cdot \eta_{38}$ (табл. 4, кол. 6).

Оценим теперь точность, с которой гармоники f_n и f_n^* аппроксимируют наблюдаемые значения частот.

Дисперсии для приближений f_n , f_n^* соответственно равны $V_n = 6,02$, $V_n^* = 3,18$, с F -отношением $F = 1,9$. Однако последняя частота (29 Гц) существенно уходит от общего тренда; кроме того, ее практическая значимость также минимальна. Поэтому если мы рассчитаем дисперсию без этого значения, то получим $V_n' = 6,88$, $V_n^{*'} = 1,27$, со значимым F -отношением $F' = 5,41$ (при критическом значении 3,8 на уровне значимости 5%). Это означает, что дисперсия для приближения $F = \eta_{38}$ не только меньше, но и статистически значимо меньше, чем дисперсия для приближения $F = 2\Phi$.

Исходя из того, что наблюдаемые частоты являются натуральными гармониками фундаментальной частоты F , наилучшей оценкой для нее является коэффициент линейной регрессии для этих наблюдений. Его значение составляет $b = 2,92$ для всех наблюдений, и $b' = 2,796$ без последнего (29 Гц). С этой точки зрения приближение $\eta_{38} = 2,77$ дает вдвое меньшую погрешность при рассмотрении всех наблюдений

$$|2\Phi - b| / b \approx 11\% \quad \text{и} \quad |\eta_{38} - b| / b \approx 5\%,$$

и на порядок меньшую – без последнего значения

$$|2\Phi - b'| / b' \approx 16\% \quad \text{и} \quad |\eta_{38} - b'| / b' \approx 1\%.$$

Не только сравнение абсолютных средних отклонений $\bar{\Delta}$ и $\bar{\Delta}^*$ (табл.4), но и визуальный анализ распределений частот f_n , f_n^* дает дополнительные свидетельства в пользу адекватности приближения $\eta_{38} = 2,77$. Как видно из рис. 4, линия регрессии, построенная по эмпирическим данным, проходит точно по значениям f_n^* , в то время как значения f_n имеют совершенно иной тренд.

Кроме того, в отличие от 2Φ Гц, частота $\eta_{38} = 2,77$ не возникает как одна из множества равнозначных численных аппроксимаций фундаментальной частоты F : она не только порождается аурической шкалой, но и представляет латентность для ключевого потенциала РЗб, определяющего когнитивные реакции.

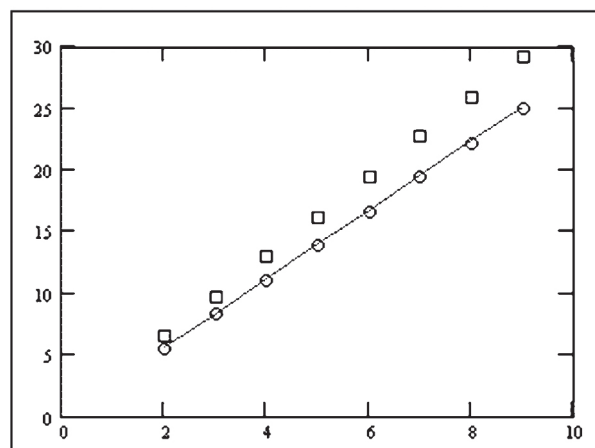


Рис. 4. Линейная регрессия (частота от номера гармоники) для наблюдаемых значений и частоты f_n (□) и f_n^* (○)

Заметим также, что отсутствие точного совпадения гармоник f_n^* с наблюдаемыми значениями может быть обусловлено не только артефактами, но и тем, что различные стимулы (лица, цифры, слова и др.) могут вызывать различные потенциалы (точнее – латентности), тем самым зашумляя данные. Вместе с тем, корректность выводов подтверждается тем, что точность идентификации фундаментальной частоты соответствует точности параметров аурической шкалы времени.

Итак, хотя число $\eta_{38} = 2,77$ Гц не напоминает Золотого сечения, его использование в качестве фундаментальной частоты для данных Либерсона:

- дает *существенно более точное* соответствие с экспериментальными данными, чем значение $2 \cdot \Phi$, и в пределах точности исходных данных совпадает со значением фундаментальной частоты по регрессионной модели, и в этом смысле – *не улучшаемо*;

- *совпадает* со значением *основной частоты потенциала РЗб*, соотносимого с реакцией на когнитивные задачи. В свою очередь, эмпирическое распределение гармоник, определяющих краткосрочный объем памяти, которое определяется значением частоты, практически совпадающим с оценкой для f_b потенциала РЗб, дает дополнительные свидетельства в пользу адекватности последней и ее аурической природы;

- *определяется всеобщей шкалой фундаментальных периодов природы и общества*, связывая ритмы мозга с иными процессами, протекающими в ноосфере;

- приведенные выше проявления аурических частот в ритмах мозга и потенциалах свидетельствуют против гипотезы Либерсона о том, что все частоты мозга являются гармониками одной фундаментальной частоты, кроме как в отношении квантов объема памяти;

- вследствие того, что частота $\eta_{38} = 2,77$ Гц принадлежит всеобщей шкале времени и на порядок более точно приближает фундаментальную час-

тоту, гармоника которой соответствуют квантам объема памяти, можно считать *несостоятельными* предположения [8] о *нецелесообразности поиска более точного* (чем $2 \cdot \Phi$) *приближения* для фундаментальной частоты и *об отсутствии его научной значимости*;

– вместе с тем, мнение [8] о том, что число Золотого сечения Φ как S фундаментальной частоты $2 \cdot \Phi$, представляет точку резонанса, в свете установленных корреляций предстает в более фундаментальном виде, так как всякий член γ_i ряда G представляет такую точку для члена $2 \cdot \gamma_i$ ряда G , причем в условиях, когда оба эти ряда проявлены в важнейших частотах волн мозга.

6. Частотные взаимодействия нейронных популяций

Частотные взаимодействия – это явление, при котором нейронная активность на одной частоте сопровождается возникновением активности на другой частоте. Поэтому ритмы мозга лишь условно можно считать независимыми. В частности, наблюдаются устойчивые эффекты, связанные с уменьшением частоты вторичных осцилляций. При этом волны могут порождать осцилляции на иных частотах (трансформация), а также взаимодействовать между собой (конкатенация) [9], причем по законам, отражающим не столько традиционную концепцию гармонических колебаний, сколько алгебраические свойства аурических рядов.

Трансформация частоты [9] – это явление, при котором популяция нейронов изменяет модальную частоту или вызывает осцилляции другой популяции из-за изменений в ней самой или воздействия стимула. Эффект проявляется в увеличении периода вторичных колебаний в p раз, где p – натуральное число или целая степень числа Φ ; в первом случае будем говорить о натуральной гармонике, а во втором – о Φ -гармонике. Пример первой ситуации дает «удвоения периодов» [9], приводящее к появлению натуральной субгармоники.

Во втором случае колебания с частотами из одного диапазона порождают колебания в диапазоне меньших частот. Поскольку частоты этих диапазонов распределены по значениям аурического ряда, происходит генерация Φ -гармоник с частотой, отличающейся от порождающей частоты в Φ^k раз, где k – целое.

Примером служит гамма-бета сдвиг, при котором осцилляции в γ -диапазоне порождают колебания в β -диапазоне, которые замещают или сочетаются с исходными гамма ритмами. При этом отмечается [18], что гамма и бета ритмы не являются артефактами гармоник альфа ритмов, как это ранее предполагалось, а колебания в диапазоне β_1 следует рассматривать как *субгармонику* продолжающегося гамма-ритма, которая генерируется пирамидальны-

ми нейронами, а не возникает вследствие уменьшение частоты гамма-ритма. При этом β_1 -ритм проявляет гораздо более значимо, чем β_2 , а сам гамма-бета сдвиг сопровождается активностью и в α -диапазоне с латентностью несколько более 100 мс.

Таким образом, не только трансформация частот в гамма-бета-альфа сдвиге следует значениям аурической шкалы, но и проявленная при этом латентность.

Конкатенация периодов – это явление, при котором взаимодействие двух популяций нейронов, осциллирующих на разных частотах, приводит к осцилляциям с периодом, равным *сумме периодов исходных колебаний*.

Например, генерация в неокортексе частот γ_1 (40 Гц) и β_2 (24,5 Гц) порождает один ритм с частотой β_1 (15 Гц) [9]; в этом случае для эмпирических оценок периодов получаем: $1/40 + 1/24,5 \approx 1/15$. Но если бы типовые частоты в соответствии с их распределением по значениям аурического ряда (табл. 2) были заданы точно, то, в соответствии с характеристическими свойствами (11), (12) аурических рядов, значения их периодов также должны были бы удовлетворять равенству $\gamma_{i+2} + \gamma_{i+1} = \gamma_i$ (рост индекса соответствует увеличению периода) точно, как и соотношению для частот $1/\gamma_i + 1/\gamma_{i+1} = 1/\gamma_{i+2}$. Таким образом, несмотря на то, что эти частоты получены усреднением и округлены до целых, точность выполнения равенств (11), (12) весьма высока, так как погрешность составляет всего 1%.

В свою очередь, β_1 - и β_2 -ритмы могут объединяться, образуя α -ритм, и т.д. [9].

Таким образом, не только значения основных периодов и их Φ -гармоник, с которыми осциллируют популяции нейронов, совпадают со значениями членов аурической шкалы времени, но и механизм взаимодействия генерирующих их популяций нейронов описывается алгеброй (11), (12), которая имеет место только для аурических рядов. При этом натуральные гармоника хотя и возникают, но играют вспомогательную роль в рамках эффектов, определяемых базовыми частотами, распределенными по значениям аурических рядов.

Выводы

Опираясь на частные выводы, представленные в разделах, можно подвести следующий итог.

1. Все основные волны ритмов мозга – как периодических осцилляций, так и процессов, определяющих реакцию на внешние воздействия, имеют периоды, которые распределены по соответствующему диапазону значений степенных рядов Золотого сечения $G = \{\Phi^k\}_{k=-\infty, \infty}$ и $G = \{2 \cdot \Phi^k\}_{k=-\infty, \infty}$, образующих ядро аурической шкалы времени, причем с точностью, соответствующей точности исходных данных.

Это означает, что периоды процессов, описывающих электрическую активность популяций нейронов, синхронизированы с описываемыми этой шкалой базовыми периодами значительного числа явлений в природе и обществе в диапазоне от средней длительности цикла солнечной активности, периодов обращения планет и геологических циклов до экономических циклов и объектов живой природы.

2. В отличие от традиционно рассматриваемых в гармоническом анализе взаимодействий на натуральных гармониках, на всем спектре базовых частот, присущих ритмам мозга, доминируют *трансформация*, при которой вторичные осцилляции определяются Φ -гармониками — множителями, равными целым степеням Золотого сечения, и *конкатенация*, состоящая в возбуждении низкочастотного колебания двумя высокочастотными осцилляциями, период которого равен сумме периодов исходных осцилляций (симметричное равенство выполняется и для частот). Причем эти преобразования частот следуют алгебраическим свойствам, которые присущи лишь бесконечным в обе стороны степенным рядам Золотого сечения.

Это означает, что хотя натуральные гармоники базовых периодов и возникают в ритмах мозга, сами эти гармоники имеют «вторичное» значение, как и принципы гармонического анализа, поскольку все базовые частоты электрических колебаний популяций нейронов коры головного мозга и механизм их взаимодействия определяются конечной последовательностью членов аурических рядов (численно) и только им присущими свойствами (алгебраически).

3. Поэтому, понимая резонанс как возникновение вынужденных колебаний, приходим к тому, что доминирующим типом резонансов, которые возникают в осцилляциях нейронов, играют именно аурические резонансы, возникающие на Φ -гармониках. При этом ряды Γ и G играют определяющую роль и в том, что образуют шкалу резонансов, поскольку члены первого из них (Φ^k) представляют точку резонанса для соответствующего ($2\Phi^k$) члена второго ряда.

В этом отношении законы, по которым функционируют нейронные сети, дают еще один пример того, что аурические резонансы представляют объективную сторону явлений природы, которые не сводятся к принципам гармонического анализа, а также еще одно подтверждение всеобщности аурической шкалы времени в отношении соотношения базовых периодов в природе и обществе.

4. Хотя причины и механизмы, по которым нейронные сети осциллируют с базовыми частотами, распределенными по значениям аурической шкалы времени, и преобразуют их по законам, свойственным этой шкале, остаются неизвестными, ряд

следствий из этого положения имеет весьма ясную интерпретацию с точки зрения обеспечения помехозащищенности и устойчивости генерируемых сигналов и порождаемых ими натуральных гармоник подобно тому, как аурическое соотношение периодов планетарных обращений служит основой для их устойчивости.

5. Установление численного и алгебраического соответствия между аурической шкалой времени и системой дискретных частот базовых ритмов мозга и механизма их взаимодействия открывает путь для более адекватного решения теоретических проблем и практических задач в нейродинамике, нейрокибернетике и других областях — при обработке экспериментальных данных, построении когнитивных моделей и разработке технических устройств, основанных на использовании ритмов мозга. В частности, с учетом известных предложений об использовании свойств рядов Фибоначчи для организации вычислений эта модель может оказаться полезной при создании мозговых интерфейсов и при обработке сенсорной информации в широком диапазоне временных и пространственных шкал.

Список литературы: 1. Циклы природы и общества: материалы IV междунар. конф., 17 — 18 октября 1998г. Ставрополь / редкол.: В.Д. Чурсин (гл. ред.) Ю.Н. Соколов и др. — Ставрополь: Ставропольский ун-т, 1998. — 704 с. 2. *Landscheidt T.* The Cosmic Function of the Golden Section / T. Landscheidt // Kosmos. — 1995. — № 4. — P. 29–44. 3. *Smelyakov S.* The Golden Section in Synchronism of Solar Activity Cycles and Planetary Revolutions / S. Smelyakov. — Kharkov: UkrSib ABC, 1997. — 80 p. 4. *Смеляков, С.В.* Аурическая шкала периодов/времени и ее верификация на феноменах естественного и исторического характера [Текст] / С.В. Смеляков, Ю.Б. Карпенко // Радиоэлектроника и информатика. — 1999. — № 1. — С. 127 — 135; № 2. — С. 128–134; № 3. — С.104 —115. 5. *Smelyakov S.V.* Golden section and solar cycles in natural phenomena and bionics / S. V. Smelyakov // Bionica Intellecta . — 2005. — No. 2 (63). — P. 27– 40. 6. *Смеляков, С.В.* Время как мера длительности движения [Электронный ресурс] / MirKnig.Com. — Режим доступа: [www/URL: http://astrotheos.com/Downloads/TR.zip](http://astrotheos.com/Downloads/TR.zip) — 22.02.2011 г. — Загл. с экрана. 7. *Smelyakov S.V.* ATS as algebraic structure of the basic periods in Nature and society [Электронный ресурс] / Astrotheos. — Режим доступа: [www/URL: http://astrotheos.com/Downloads/Part2.zip](http://astrotheos.com/Downloads/Part2.zip) — 22.02.2011 г. — Загл. с экрана. 8. *Weiss H., Weiss V.* The golden mean as clock cycle of brain waves // Chaos, Solitons and Fractals. — 2003. — No. 4. — P. 643–652. (online version: www.v-weiss.de/chaos.html — 22.02.2011 г. — Загл. с экрана). 9. *Whittington M. A.* Temporal Interactions between Cortical Rhythms / A.K. Roopun, M.A. Kramer, L.M. Carracedo, M. A Whittington et al. // Frontiers in Neuroscience — 2008. — v.2. — Dec 2(2). Режим доступа: [www/URL: www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2622758/](http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2622758/) — 22.02.2011 г. — Загл. с экрана. 10. *Niroma T.* Sunspot cycles and supercycles and their tentative causes [Электронный ресурс] / Tokyo, Japan. — Режим доступа: [www/URL: http://personal.inet.fi/tiede/](http://personal.inet.fi/tiede/)

tilmari/ – 22.02.2011 г. – Загл. с экрана. **11. Landscheidt T.** Sun-Earth-Man: a Mesh of Cosmic Oscillations / T. Landscheidt. – London: Urania Trust, 1989. – 112 p. **12. Lehl S.** A basic information psychological parameter (BIP) for the reconstruction of concepts of intelligence / S. Lehl and B. Fischer // European Journal of Personality – 1990. – N.4 – p.259-286. (online version: www.v-weiss.de/lehl.html). **13. Вызванный потенциал** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [www/URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Evoked_potential](http://en.wikipedia.org/wiki/Evoked_potential) – 22.02.2011 г. – Загл. с экрана. **14. Miller G.A.** The magical number seven, plus or minus two: some limits on our capacity for processing information/ G.A. Miller // Psychological Review. – 1956. – 63. – P.81 – 97. **15. Liberson W.T.** The electrophysiology of intellectual functions (by Giannitrapani D.)/ W.T. Liberson// Basel: Karger. – 1985. – P. 153 – 176. **16. Bennett E.R.** The Fourier transform of evoked responses. Nature, 1974; 239:407-408. **17. Ertl J.P.** Brain response correlate of psychometric intelligence / J.P. Ertl, E.W.P. Schafer // Nature, 1969. – v. 223. – P.421 – 422. **18. Haenschel C.** Gamma and beta frequency oscillations in response to novel auditory stimuli: A comparison of human electroencephalogram (EEG) data with in vitro models / C. Haenschel, T. Baldeweg, R.J. Croft, M. Whittington, J. Gruzelier // Proc Natl. Acad. Sci. USA. – 2000. – vol. 97(13). – P.7645 – 7650. (online version: www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/10852953).

Поступила в редколлегию 24.01.2011.

УДК 004.89+612.82

Ступеневі ряди золотого перетину у моделях нейродинаміки / С.В. Смеляков // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. – 2011. – № 1 (75). – С. 21–34.

Показано, що періоди ритмів мозку розподілені по ступеневим рядам золотого перетину з природною оди-

ницею часу, а їх взаємодія за гармоніками визначається не цілими числами, а золотим перетином відповідно до алгебраїчних властивостей цих рядів. У цьому періоді коливань нейронів відповідають тій же дискретній шкалі, яка визначає значну частину базових періодів у природі та суспільстві. Застосування встановленої чисельної та алгебраїчної відповідностей між аурічною шкалою та системою дискретних частот базових ритмів мозку і механізму їх взаємодії відкриває шлях для більш адекватного вирішення теоретичних проблем та практичних задач у нейродинаміці та нейрокібернетиці, зокрема – при створенні мозкового інтерфейсу і обробці сенсорної інформації.

Табл. 4. Лл. 4. Бібліогр.: 18 найм.

UDC 004.89+612.82

Golden section power series in neurodynamic models / S.V. Smelyakov // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. – 2011. – № 1 (75). – P. 21–34.

It is shown that the brain wave periods are distributed over the Golden section power series supplied with a natural unit of time whereas their interactions are described by algebraic properties of these series, not by the natural harmonics. This gives rise to resonances at the frequencies presenting integer multiples of the Golden section. This way, the neuron oscillations follow the values of the same scale that defines the most part of the basic periods in nature and society. Making use of the established numerical and algebraic correlation between the auric time scale and the system of discrete frequencies of the basic brain rhythms and mechanisms of their interactions clears the way for more adequate solving of theoretical and practical problems in neurodynamics and neurocybernetics; in particular – for creating a brain interface and processing a sensory data.

Fig. 4. Tab. 4. Ref.: 18 items.