

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Електронної та біомедичної інженерії  
(повна назва)

Кафедра Фізичних основ електронної техніки  
(повна назва)

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**  
**Пояснювальна записка**

рівень вищої освіти другий (магістерський)

ДВОВИМІРНІ ФОТОННО-КРИСТАЛІЧНІ ХВИЛЕВОДИ  
З РЕШІТКОЮ КАГОМЕ  
(тема)

Виконав:  
здобувач 2 року навчання,  
групи ФТОІм-24-1  
Микита КІРЮШИН  
(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

Спеціальність 175 Інформаційно-вимірювальні технології  
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна  
(освітньо-професійна або освітньо -наукова)

Освітня програма «Фотоніка та оптоінформатика»  
(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. каф. ФОЕТ Євген ОДАРЕНКО  
(посада, Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

Допускається до захисту

Завідувач кафедри ФОЕТ  
(підпис)

Олександр ГНАТЕНКО  
(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

2025 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет \_\_\_\_\_ Електронної та біомедичної інженерії \_\_\_\_\_

Кафедра \_\_\_\_\_ Фізичних основ електронної техніки \_\_\_\_\_

Рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ другий (магістерський) \_\_\_\_\_

Спеціальність \_\_\_\_\_ 175 Інформаційно-вимірювальні технології \_\_\_\_\_

(код і повна назва)

Тип програми \_\_\_\_\_ освітньо-професійна \_\_\_\_\_

освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма \_\_\_\_\_ «Фотоніка та оптоінформатика» \_\_\_\_\_

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри \_\_\_\_\_

(підпис)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ р.

## ЗАВДАННЯ

### НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві \_\_\_\_\_ Кірюшину Микиті Олександровичу \_\_\_\_\_

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Двовимірні фотонно-кристалічні хвилеводи з решіткою Кагоме \_\_\_\_\_

затверджена наказом університету від « 10 » листопада 2025 р. № 1025 Ст \_\_\_\_\_

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 17 грудня 2025 р. \_\_\_\_\_

3. Вихідні дані до роботи конфігурації двовимірних фотонних кристалів та фотонно-кристалічних хвилеводів; дисперсійні властивості двовимірних фотонно-кристалічних хвилеводів; конфігурація решіток Кагоме та варіанти їх застосування для формування оболонки фотонно-кристалічних хвилеводів; фізичні властивості волоконних оптичних хвилеводів з решіткою Кагоме; засоби комп'ютерного моделювання фотонно-кристалічних структур та визначення характеристик їх власних режимів. \_\_\_\_\_

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі \_\_\_\_\_

1 Ознайомитися із закономірностями фізичних процесів в фотонно-кристалічних структурах та методами обчислення характеристик їх власних режимів. 2 Проаналізувати основні конфігурації, що застосовуються при формуванні фотонно-кристалічних хвилеводів з решіткою Кагоме. 3 Побудувати модель двовимірного фотонно-кристалічного хвилеводу та решіткою Кагоме для розрахунку характеристик власних режимів. 4 Проаналізувати дисперсійні та польові характеристики фотонно-кристалічних хвилеводів та визначити механізми локалізації електромагнітної енергії в хвилеводних каналах. \_\_\_\_\_

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій  
Демонстраційний матеріал – 14 слайдів.

---

---

---

---

---

---

---

---

### КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

| № | Назва етапів роботи (проєкту)   | Термін виконання етапів роботи (проєкту) | Примітка |
|---|---|--|----------|
| 1 | Інформаційно-тематичний пошук та огляд літературних джерел про різновиди та властивості фотонних кристалів та хвилеводів на їх основі | 02.09.25–20.09.25                        | Виконано |
| 2 | Ознайомлення з методами моделювання фотонних кристалів та фотонно-кристалічних хвилеводів в пакеті MIT Photonic Bands                 | 21.09.25–05.10.25                        | Виконано |
| 3 | Побудова двовимірної моделі фотонно-кристалічного хвилеводу з решіткою кагоме   | 06.10.25–18.10.25                        | Виконано |
| 4 | Чисельні розрахунки дисперсійних та польових характеристик фотонно-кристалічного хвилеводу  | 19.10.25–29.10.25                        | Виконано |
| 5 | Оформлення пояснювальної записки  | 30.10.25–10.11.25                        | Виконано |
| 6 | Оформлення демонстраційних матеріалів   | 11.11.25–20.11.25                        | Виконано |
| 7 | Проходження нормоконтролю та перевірки тексту КвР на унікальність   | 21.11.25–08.12.25                        | Виконано |
| 8 | Отримання відгуку та рецензії   | 09.12.25–12.12.25                        | Виконано |
| 9 | Підготовка та захист кваліфікаційної роботи   | 15.12.25–18.12.25                        | Виконано |

Дата видачі завдання 02 вересня 2025 р..

Здобувач \_\_\_\_\_  
(підпис)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ проф. каф. ФОЕТ Євген ОДАРЕНКО  
(підпис) (посада, Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка кваліфікаційної роботи: 61 с., 28 рис., 1 додаток, 42 джерела.

ВЛАСНІ РЕЖИМИ, ДИСПЕРСІЙНА ДІАГРАМА, МЕТОД РОЗКЛАДАННЯ ПО ПЛОСКИМ ХВИЛЯМ, МЕХАНІЗМИ ЛОКАЛІЗАЦІЇ ПОЛЯ, РЕШІТКА КАГОМЕ, ФОТОННО-КРИСТАЛІЧНИЙ ХВИЛЕВІД.

Об'єкт дослідження – фотонні кристали та фотонно-кристалічні хвилеводи, сформовані на основі двовимірної решітки кагоме.

Мета роботи – дослідження дисперсійних характеристик, механізмів локалізації світла в фотонно-кристалічних хвилеводах з решіткою кагоме.

Метод дослідження – чисельний на основі застосування методу розкладання по плоским хвилям, який імплементовано в пакет MIT Photonic Bands.

В кваліфікаційній роботі побудована комп'ютерна модель двовимірного фотонно-кристалічного хвилеводу з решіткою кагоме, яка формує оболонку пустотілого хвилеводного каналу. Проведено чисельні розрахунки дисперсійних діаграм та просторових розподілів поля для фотонно-кристалічних структур. Проаналізовано вплив геометричних розмірів елементів фотонного кристалу на характеристики власних режимів хвилеводу. Показано реалізацію двох фізичних механізмів локалізації енергії поля.

## ABSTRACT

Explanatory note of the qualification work: 61 p., 28 fig., 1 appendix, 42 sources.

DISPERSION DIAGRAM, EIGENMODES, KAGOME LATTICE, MECHANISMS OF FIELD LOCALIZATION, PHOTONIC CRYSTAL WAVEGUIDE, PLANE WAVE DECOMPOSITION METHOD.

The object of the study is photonic crystals and photonic crystal waveguides formed on the basis of a two-dimensional kagome lattice.

The purpose of the work is to study the dispersion characteristics, mechanisms of light localization in photonic crystal waveguides with a kagome lattice.

The research method is numerical based on the application of the plane wave decomposition method, which is implemented in the MIT Photonic Bands package.

In the qualification work, a computer model of a two-dimensional photonic crystal waveguide with a kagome lattice, which forms the cladding of a hollow waveguide channel, is developed. Numerical calculations of dispersion diagrams and spatial field distributions for photonic crystal structures are performed. The influence of the geometric dimensions of the photonic crystal elements on the characteristics of the waveguide's eigenmodes is analyzed. The implementation of two physical mechanisms for field energy localization is shown.

## ЗМІСТ

|  |    |
|--|----|
| Скорочення та умовні позначки.....   | 7  |
| Вступ.....   | 8  |
| 1 Фотонні кристали та хвилеводи на їх основі.....  | 10 |
| 1.1 Фотонні кристали.....  | 10 |
| 1.1.1 Походження фотонних кристалів.....   | 10 |
| 1.1.2 Теоретичні основи.....   | 13 |
| 1.1.3 Фотонні заборонені зони та локалізація світла.....   | 15 |
| 1.2 Фотонно-кристалічні хвилеводи.....   | 18 |
| 1.2.1 Керування дисперсією фотонно-кристалічних хвилеводів.....  | 22 |
| 1.2.2 Втрати в фотонно-кристалічних хвилеводах.....  | 23 |
| 1.3 Решітки КагOME.....  | 24 |
| 1.3.1 Решітки КагOME та теоретичні моделі.....   | 24 |
| 1.4 Фотонно-кристалічне волокно з решіткою КагOME.....   | 30 |
| 1.4.1 Характеристики втрат та просторові розподіли поля мод.....   | 31 |
| 2 Дослідження електродинамічних властивостей фотонно-кристалічних хвилеводів на основі решітки КагOME..... | 37 |
| 2.1 Дисперсійні характеристики фотонного кристалу з решіткою кагOME.....                                   | 37 |
| 2.2 Розрахунок характеристик фотонно-кристалічних хвилеводів з решіткою КагOME.....                        | 44 |
| Висновки.....  | 57 |
| Перелік джерел посилання.....  | 58 |
| Додаток А Демонстраційний матеріал.....  | 62 |

## СКОРОЧЕННЯ ТА УМОВНІ ПОЗНАКИ

ФЗЗ – фотонна заборонена зона;

ФК – фотонний кристал;

ФКХ – фотонно-кристалічний хвилевод;

ТЕ – поперечно-електричні моди;

ТМ – поперечно-магнітні моди.

## ВСТУП

Сучасний розвиток оптичних і нанофотонних технологій відкрив можливість цілеспрямованого керування поширенням світла на мікро- та нанорівнях. Одним із найперспективніших напрямів у цій сфері є створення та дослідження фотонних кристалів – штучних матеріалів із періодичною зміною показника заломлення, здатних формувати фотонні заборонені зони, аналогічні до електронних зон у напівпровідниках. Завдяки цій властивості фотонні кристали дозволяють ефективно маніпулювати світловими потоками, створювати компактні хвилеводи, резонатори, фільтри та інші елементи інтегрованої оптики.

Особливу увагу дослідників привертають фотонно-кристалічні хвилеводи (ФКХ), у яких поширення світла здійснюється завдяки дефектним модам усередині фотонної забороненої зони. Такі хвилеводи поєднують високу ступінь оптичного утримання з можливістю керування дисперсією та швидкістю групового поширення, що відкриває широкі перспективи для застосування в інтегрованій фотоніці, оптичних комунікаціях та сенсорних системах. Водночас практична реалізація ФКХ стикається з рядом технологічних викликів, пов'язаних із точністю виготовлення наноструктур та мінімізацією втрат випромінювання.

Одним з інноваційних підходів до вдосконалення фотонно-кристалічних систем є використання решітки КагOME – двовимірної періодичної структури, утвореної переплетенням трикутників і шестикутників. Такі решітки мають унікальні хвильові властивості, включаючи плоскі зони та особливості типу Дірака, що забезпечують можливість локалізації та керування світлом з високою точністю. Інтеграція решітки кагOME у фотонно-кристалічні волокна дозволяє створювати широкосмугові спрямовуючі структури з низькими втратами, які перевершують традиційні волокна з гексагональною оболонкою за ефективністю передачі.

Фотонно-кристалічні волокна з решітками кагоме характеризуються унікальним механізмом направлення, який базується не на фотонній забороненій зоні, а спирається на слабку взаємодію мод серцевини з модами оболонки. Це забезпечує значне зниження втрат, розширення спектрального діапазону пропускання та стабільність характеристик у широкому діапазоні довжин хвиль. Такі властивості роблять структури цього типу перспективними для використання в нелінійній оптиці, генерації суперконтинууму, передачі ультракоротких імпульсів і спектроскопічних дослідженнях.

В даній роботі досліджуються фотонно-кристалічні хвилеводи із решіткою Кагоме, аналізуються фізичні механізми локалізації електромагнітної енергії та дисперсійні властивості.

# 1 ФОТОННІ КРИСТАЛИ ТА ХВИЛЕВОДИ НА ЇХ ОСНОВІ

## 1.1 Фотонні кристали

Нещодавні досягнення в технологіях та інструментах виготовлення та ступінь контролю над реалізованими характеристиками штучних матеріалів фактично привели до нової технологічної ери. Здатність долати обмеження доступних макроскопічних властивостей матеріалів та заглиблюватися в мезоскопічний і тепер наноскопічний світи принесла можливість подолати технологічні виклики, які інакше було б дуже важко, якщо не неможливо, подолати. У цьому контексті розвиток фотонних кристалів (ФК) можна розглядати як синтез штучних оптичних матеріалів з бажаними оптичними властивостями. Цей процес синтезу зазвичай виконується шляхом введення періодичного шаблону в певний матеріал. Застосовність і потужність використання ФК вже були продемонстровані в широкому спектрі застосувань, включаючи лазери, антени та фільтри [1].

### 1.1.1 Походження фотонних кристалів

Парселл був першим, хто обговорив той факт, що наявність дзеркала може істотно змінити радіаційні властивості електромагнітного диполя. Це розуміння розвивалося протягом років і в 1987 році привело до народження фотонних заборонених зон (ФЗЗ), концепції, яка була запозичена з напівпровідникових кристалів за аналогією з їх електронною забороненою зоною [2]. Загальна ідея полягає в тому, що ФК роблять з фотонами те ж саме, що напівпровідникові кристали роблять з електронами, тобто вони створюють ситуацію, в якій фотони в певному енергетичному діапазоні не можуть рухатися через кристал і відбиваються при попаданні на кристал. Після періоду теоретичних досліджень було переконливо показано, що діелектричні матеріали з ФЗЗ дійсно можливі. Перші експериментальні демонстрації з'явилися в 1991 році, використовуючи масив отворів, просвердлених у

матеріалі з високим показником заломлення. Ще одна особливість, що нагадує напівпровідники – це можливість легування цих структур. Включивши дефект, тобто локально додавши або видаливши діелектричний матеріал, вдалося продемонструвати локалізовані стани в забороненій зоні. Концептуально дуже важливо відзначити, що в межах ФЗЗ фотон не випромінюється з вбудованого джерела, оскільки не існує квантово-механічного стану, в який він може перейти. Аналогія з напівпровідниками поширюється й на тип домішки: додавання матеріалу призводить до донорного типу дефекту, тобто стану поблизу зони провідності кристалічної зонної структури, а видалення матеріалу призводить до акцепторного стану поблизу валентної зони.

Застосування цих фізичних явищ було знайдено шляхом розміщення антени на вершині (нелегованого) кристала [3]. Оскільки випромінювання не може входити в кристал з одного боку антени, випромінювання в повітряну сторону було значно підсилено, таким чином чітко показавши, що ФК можуть змінювати сам процес випромінювання. Було запропоновано численні пропозиції інших нових застосувань ФК з робочими частотами від мікрохвильового до оптичного діапазону, включаючи лазери з нульовим порогом, резонатори та порожнини з низькими втратами, та ефективні мікрохвильові антени. Пригнічення спонтанного випромінювання в ФЗЗ пропонує новий підхід до керування електромагнітним полем та створення високоефективних світловипромінювальних структур. Було визначено, що шляхом налаштування ФЗЗ для перекриття з краєм електронної зони можна контролювати процес рекомбінації електрон-дірка в матеріалі з ФЗЗ, що призводить до підвищення ефективності та зменшення шуму в роботі напівпровідникових лазерів. Матеріали з ФЗЗ також можуть знайти застосування в частотно-селективних дзеркалах, смугових фільтрах та резонаторах. Окрім таких технічних застосувань, вчені зацікавлені в можливості спостереження локалізації електромагнітних хвиль шляхом введення дефектів в матеріал з ФЗЗ. Ще один цікавий ефект полягає в тому,

що нульові флуктуації, які присутні навіть у вакуумі, відсутні для частот всередині ФЗЗ. Такі інноваційні способи керування світлом можуть мати глибокий вплив на науку та технології.

Однією з основних особливостей структур ФК є їх здатність контролювати та формувати потік фотонів на фундаментальному масштабі довжини, тобто довжині хвилі самого світла. Потенціал фотонних ФК забороняти поширення світла та їх функціонування як досконалих дзеркала дозволяє утримання світла в порожнинах та хвилеводах на основі ФК. Ця здатність генерувати, підсилювати, перемикати, фільтрувати, виявляти та обробляти електромагнітні поля в найменшому фізично можливому вимірі, тобто в вимірах порядку довжини хвилі світла, фактично створила нову сферу технічних застосувань, відому як чип-масштабна фотоніка. Метою чип-масштабної фотоніки є кардинальне зменшення фізичного розміру фотонних компонентів з мікрометрового масштабу до наноскопічних розмірів. Застосування таких мініатюрних фотонних компонентів включає оптичну обробку сигналів, оптичний зв'язок, оптичні з'єднання та хімічне і біологічне зондування.

На додаток до застосувань ФК як досконалих дзеркал, можна також контролювати дисперсійні властивості ФК шляхом проектування їх геометричних періодичних характеристик через виготовлення. Така можливість дозволяє нам модифікувати оптичні властивості ФК для світла, що поширюється через структуру, за потребою. Детальне вивчення заломлення та кутової дисперсії світла в структурах ФК призводить до нової сфери досліджень, в якій ФК розглядаються як оптичні матеріали з контрольованою дисперсією [4].

Паралельно з розвитком проектування пристроїв та компонентів ФК відбувалося поступове удосконалення технологій, що використовуються для формування та визначення наноструктур у напівпровідниках та інших матеріалах. Точність та продуктивність пристроїв ФК покращувалися стрибкоподібно в міру покращення якості виготовлення. Тому дослідники в

цій галузі більше не задовольняються роботою з демонстрації початкових доказів концепції пристроїв на основі ФК, розроблених з використанням емпіричних та напіваналітичних підходів. Інженери в цій галузі тепер активно проектують складні пристрої та навіть підсистеми, використовуючи будівельні блоки пристроїв ФК, розроблені з використанням повного 3D електромагнітного моделювання, для прогнозування та навіть оптимізації фотонних структур ФК для конкретних застосувань. Здатність змінювати властивості матеріалу в єдиній інтегрованій платформі через виготовлення дозволяє реалізувати монолітну оптичну систему з використанням уніфікованих кроків виготовлення. Ця процедура виготовлення усуває необхідність включення кількох різних оптичних матеріалів у систему для реалізації різних компонентів оптичної системи та виявляється значним кроком вперед з точки зору сумісності та проблем низьковартісної реалізації.

### 1.1.2 Теоретичні основи

Моделювання періодичних структур (включаючи ФК), зазвичай, спирається на теорему Блоха (також відому як теорема Флоке). На основі теореми Блоха-Флоке моди періодичної структури можуть бути виражені як періодична обвідна (з тією ж періодичністю, що й матеріал), що поширюється з константою поширення. Наприклад, для періодичної структури з періодом  $a$  мода, що відповідає константі поширення  $k$ , може бути представлена як [5]:

$$\{\varphi(r) = u_k(z) \exp(-jk \times r), u_k(r + a) = u_k(r)\}. \quad (1.1)$$

У цьому погляді періодичність структури передається її модам через періодичну функцію обвідної  $u_k(r)$ . Теорема Блоха є фундаментальним принципом, що використовується в більшості математичних аналізів періодичних структур. Ми можемо розкласти періодичну частину обвідної моди в термінах її розкладання Фур'є:

$$u_k(r) = \sum_G \tilde{u}_{kG} \exp(jG \times r), \quad (1.2)$$

де  $G$  є будь-яким з векторів періодичності. Подібно до концепції діаграм дисперсії для хвилеводів, графік, що пов'язує характерний хвильовий вектор кожної моди  $k$  з частотою цієї моди, називається діаграмою дисперсії періодичної структури. Всі хвильові вектори, що відрізняються на вектор періодичності  $G$ , пов'язані разом у кожній моді ФК. В результаті діаграма дисперсії періодичної структури (яка зазвичай називається зонною структурою за аналогією з її електронним аналогом) є періодичною за хвильовим вектором.

У зонних структурах таких періодичних середовищ можна ідентифікувати можливі діапазони частот, в яких не існує поширювальної моди в структурі. Ці діапазони частот називаються ФЗЗ за аналогією з електронною забороненою зоною, в якій не існує електронної моди. Одновимірні ФК у формі багат шарових періодичних структур використовуються в цій області як досконалі одновимірні дзеркала. Прикладами застосувань цих досконалих дзеркал є брегівські відбивачі у вертикально-випромінювальних лазерах з поверхневим випромінюванням (VCSEL) та в стінках волокон з порожнистою серцевиною, що використовуються для високопотужних застосувань [6]. Слід зазначити, що заборонена зона, згадана вище в цих 1D структурах, виникає лише для хвиль, що поширюються в напрямку, перпендикулярному до періодичності структури, і хвилі в інших напрямках не обов'язково заборонені в тому ж діапазоні частот.

Модова структура, описана теоремою Блоха-Флоке, надає основне розуміння властивостей мод компонентів ФК та надає корисну інформацію при проектуванні пристроїв, таких як хвилеводи, з'єднувачі та порожнини. Альтернативне розуміння ефектів поширення хвиль всередині періодичних структур отримується шляхом розгляду картини множинного розсіяння. У цій картині ефекти поширення хвиль у періодичних структурах пояснюються через розгляд їх як ефективної суперпозиції кількох подій розсіяння всередині

періодичної структури. Такі ефекти розсіяння, наприклад, надають інтуїтивне пояснення більших часів затримки (або еквівалентно, менших групових швидкостей) поблизу забороненої зони.

Серед різних реалізацій періодичних структур планарні ФК (або плити 2D ФК) є найпривабливішим варіантом. Сумісність планарних ФК з традиційними інтегрованими оптичними компонентами та можливість використання зрілих технік виготовлення мікроелектроніки для виробництва цих структур є основними причинами, що призводять до зосередженої дослідницької діяльності на таких реалізаціях.

### 1.1.3 Фотонні заборонені зони та локалізація світла

Фактично найважливішою властивістю ФК є існування ФЗЗ. Хоча початковий інтерес до ФЗЗ у ФК був мотивований можливістю пригнічення спонтанного випромінювання на частотах забороненої зони, можливість використання світла в ФК шляхом використання ФЗЗ для утримання та ведення світла в структурах ФК привернула значну увагу до ФК. Формування ФЗЗ у структурах ФК впливає з дуже подібної концепції в електронній забороненій зоні в матеріалах твердого тіла. Вироджені моди на межах зони Бріллюена (ЗБ) решітки ФК зв'язуються через періодичне збурення в показнику заломлення структури ФК. Це зв'язування викликає розщеплення мод і формується частотна щілина між новими модами, які створюються змішуванням початкових вироджених мод. При правильному виборі геометрії решітки можливо досягти спільної частотної щілини для всіх хвильових векторів у ЗБ ФК і, отже, діапазону частот, який не відповідає жодному хвильовому вектору в структурі ФК. Це призведе до повної ФЗЗ, діапазону частот, де світло не може поширюватися в жодному напрямку в структурі ФК.

Хоча можливо досягти повної ФЗЗ у 3D структурі ФК, виготовлення 3D структур ФК для оптичних довжин хвиль та створення функціональних пристроїв у них все ще є складною проблемою виготовлення. Більш

здійсненою платформою для ФК є плита 2D ФК. Плити 2D ФК можуть бути сформовані шляхом патернування 2D періодичної структури ФК у тонкій плиті діелектричного матеріалу. У цій структурі 2D Ф33 може бути отримана лише для ведених мод всередині плити 2D ФК, а не повна 3D Ф33. Хоча повна Ф33 не може бути досягнута в плитах 2D ФК і ведені моди всередині плити 2D ФК все ще можуть розсіюватися з площини ФК, комбінація утримання ФК у площині 2D ФК та утримання повного внутрішнього відбиття (тобто індексного утримання) у третьому вимірі забезпечує дуже хороший рівень контролю над поширенням світла в структурах 2D ФК. Типова плита 2D ФК може бути створена шляхом виготовлення 2D періодичного масиву діелектричних стрижнів з кінцевою товщиною або шляхом травлення 2D періодичного масиву отворів у тонкій діелектричній плиті. Серед різних конфігурацій решітки плит 2D ФК, ФК з 2D трикутною решіткою отворів, протравлених у діелектричній плиті (тобто трикутні решіткові ФК), привернули більше уваги для застосувань всередині Ф33, оскільки вони забезпечують найбільший розмір Ф33 порівняно з альтернативними структурами решіток (наприклад, квадратні решіткові ФК).

Більшість важливих властивостей оптичних мод у плитах 2D ФК можуть бути отримані з зонної діаграми (тобто діаграми дисперсії) ведених мод у плиті ФК. Для аналізу модової структури в ФК плитного типу прямим методом є моделювання повної 3D структури з використанням або методу кінцевих різниць у часовій області (FDTD) [7], або розкладання плоских хвиль (PWE) з використанням методу суперкомірки [8]. Обидва ці підходи потребують відносно великої пам'яті та включають інтенсивні обчислення. Наближений (але ефективний) підхід для швидшого моделювання ФК плитного типу – це використання ефективного індексу. У моделюваннях ефективного індексу діелектричне утримання в напрямку, нормальному до інтерфейсів плити (або площини періодичності ФК), нехтується, і замість цього використовується ефективний індекс (що відповідає цьому утриманню) для діелектричної області. Таким чином, проблема ФК плитного типу

зводиться до 2D структури ФК, яка може бути легко вирішена з використанням будь-якого зі стандартних підходів.

На рис. 1.1 показано зонну діаграму двох різних плит 2D ФК, а саме 2D квадратної решітки діелектричних стрижнів та 2D трикутної решітки отворів, протравлених у діелектричній плиті. Межа між веденою модою та витікальними модами (заштрихована область) показана як світловий конус.

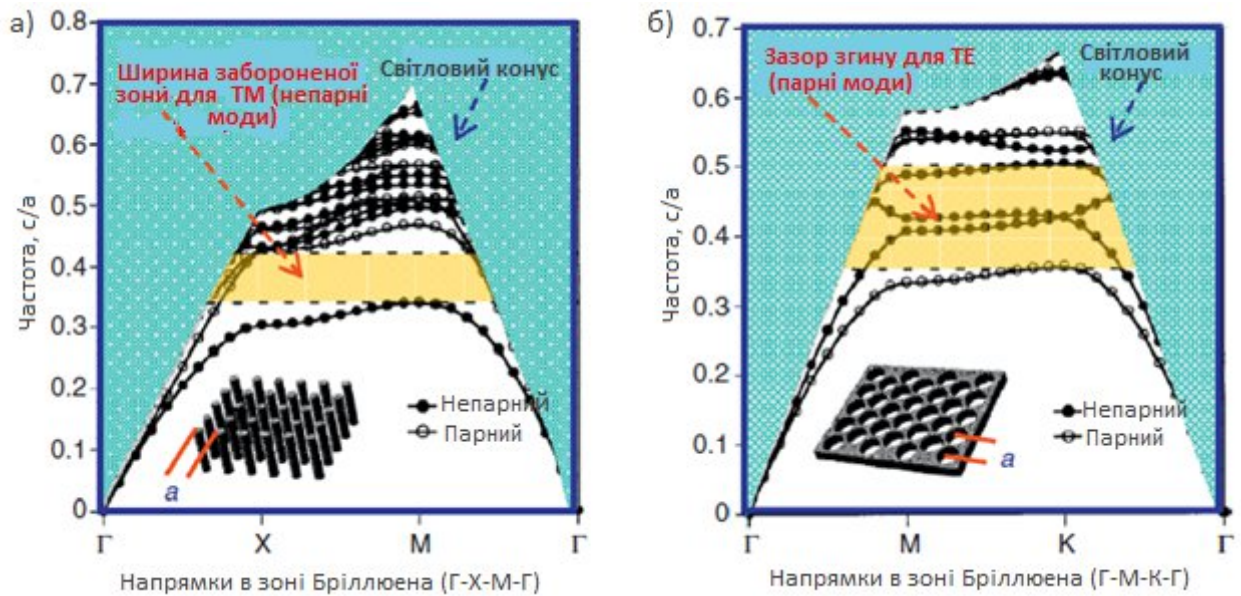


Рисунок 1.1 – Дисперсійні діаграми для двох типів фотонно-кристалічних плит

У 2D та симетричних структурах плитного типу моди ФК можуть бути розділені на дві групи ортогональних мод, тобто поперечно-електричні (TE: магнітне поле в напрямку, перпендикулярному до площини плити 2D ФК) моди та поперечно-магнітні (TM: електричне поле в напрямку, перпендикулярному до площини плити 2D ФК) моди. У симетричній структурі TE та TM моди мають різні симетрії (тобто парну та непарну симетрії відповідно) в напрямку, нормальному до площини плити. Тому зонні структури цих двох наборів мод (тобто TE та TM мод) можуть вивчатися окремо (оскільки вони можуть бути селективно збуджені та використані для роботи фотонних пристроїв).

Модова структура плити 2D ФК може бути спроектована шляхом налаштування різних геометричних параметрів, таких як тип решітки, товщина плити та розмір характеристик ФК (стрижнів або отворів). Одним з важливих аспектів структур 2D ФК є розмір забороненої зони. Для застосувань ФК всередині ФЗЗ зазвичай більша заборонена зона є більш бажаною, оскільки вона відповідає ширшому діапазону частот та потенційно сильнішому пригніченню світла на частотах забороненої зони.

Тому карта діапазонів частот ФЗЗ, розрахована для різних параметрів проектування, надає корисну інформацію для проектування структур ФК. На рис. 1.2 показано карти частот ФЗЗ для структур відносно відношення радіуса отворів до константи решітки ФК. Карта ФЗЗ для двох різних товщин плит порівнюється з тією, що розрахована для нескінченно товстих 2D ФК.

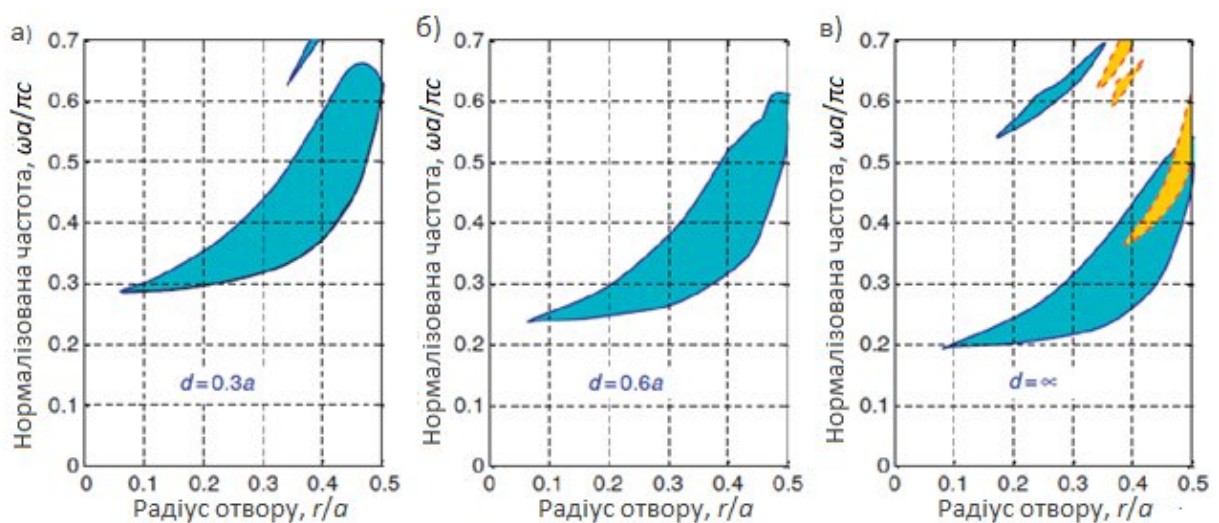


Рисунок 1.2 – Карты фотонних заборонених зон для різних значень товщини фотонно-кристалічної плити

## 1.2 Фотонно-кристалічні хвилеводи

Можливість заборони поширення світла для певних частот (заборонена зона) всередині структури ФК дозволила нові способи контролю світла та

створення інтегрованих оптичних пристроїв. Введення 1D періодичного збурення в одному ряді (або кількох рядах) інакше періодичного ФК створить 1D періодичний хвилевід. Фотони з частотами всередині ФЗЗ, запущені в область дефекту, не можуть поширюватися в структурі ФК; тому вони можуть (за певних умов) вестися шляхом відбивання взад-вперед між двома оточуючими областями ФК [9].

Лінійне збурення в плиті 2D ФК може бути реалізоване шляхом збільшення або зменшення розмірів або зміни положення одного або кількох рядів отворів ФК (протравлених у матеріалах з вищим показником заломлення). Це збурення призводить до локального збільшення або зменшення ефективного показника заломлення області дефекту порівняно з оточуючою структурою ФК та формує фотонно-кристалічний хвилевід (ФКХ). Мода ФКХ у цих структурах створюється змішуванням блохівських мод плити ФК з різними константами поширення в напрямку, де симетрія порушена. Ці блохівські моди ФК, які спочатку відповідали частотам вище або нижче забороненої зони ФК (також називаються зонами провідності та валентними зонами), змішуються для формування дефектних мод ФКХ всередині частот забороненої зони ФК.

Невелике локальне збільшення ефективного показника заломлення структури ФК призводить до червоного зсуву частоти блохівських мод ФК в області дефекту. Тому блохівські моди ФК вище частот забороненої зони зсуваються всередину забороненої зони, і моди ФКХ у цих структурах переважно формуються змішуванням зони провідності ФК. Ці типи мод ФКХ називаються донорними модами через аналогію з електронними станами в напівпровідникових матеріалах. Подібно, моди ФКХ, створені локальним зменшенням ефективного показника заломлення, називаються акцепторними модами. Акцепторні моди ФКХ не мають аналогів у традиційному індексному утриманні енергії за рахунок повного внутрішнього відбиття. Оскільки ефективний індекс хвилеводу в області ведення (тобто серцевині хвилеводу) нижчий за індекс оточуючих областей (тобто оболонки), у площині ФК мода

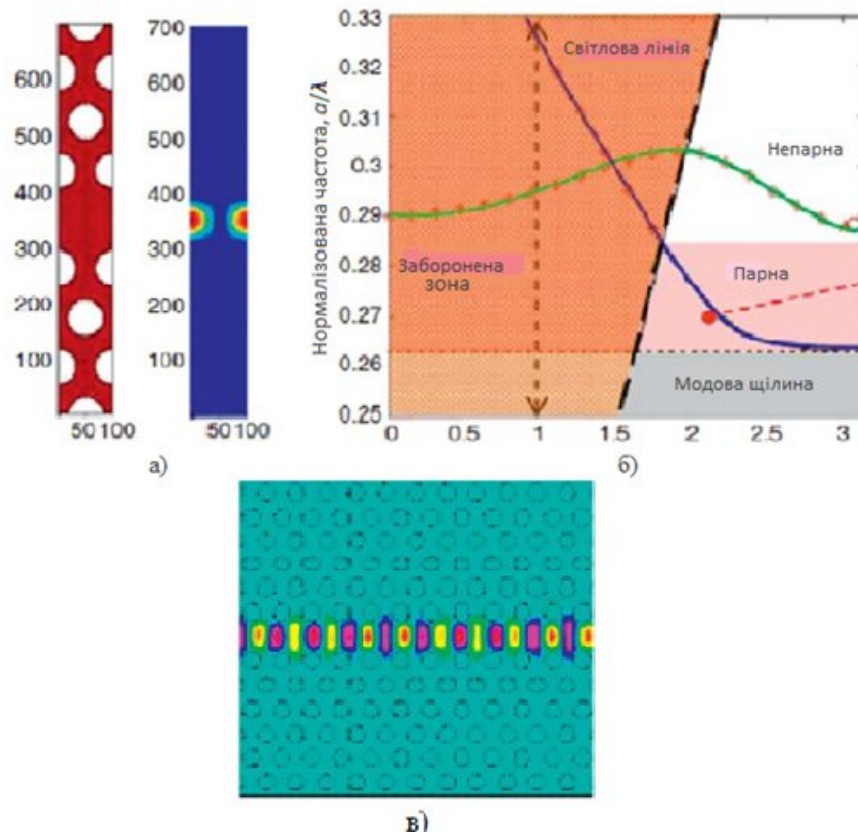
хвилеводу утримується лише ФЗЗ ФК. Тим не менш, ефективний індекс серцевини ФКХ вищий за показник заломлення областей вище та нижче плити ФК. Тому утримання ФКХ в напрямку, нормальному до площини ФК, досягається через повне внутрішнє відбиття. На відміну від цього, донорні моди ФКХ утримуються як показником заломлення, так і ФЗЗ у площині ФК.

Моди хвилеводу в донорних ФКХ більше утримуються у високодіелектричному матеріалі. Тому донорні моди в ФКХ забезпечують вище оптичне утримання та нижчі втрати поширення, що робить їх привабливими для багатьох застосувань інтегрованої оптики. На противагу цьому, акцепторні моди ФКХ забезпечують вищу щільність оптичної енергії в матеріалі з нижчим індексом. Це робить їх привабливими для застосувань зондування інтегрованої оптики, де можливе вище перекриття поля між модами ФКХ та зондувальним матеріалом.

Дослідження ФКХ спочатку було мотивоване можливістю мати гострі повороти в малій області з високою ефективністю передачі поворотів (тобто малими втратами та відбиттям), що дозволяє дуже компактні фотонні інтегровані схеми (ІС). Однак можливість досягнення дуже малої групової швидкості в ФКХ представила їх як багатообіцяючий розв'язок для нової серії застосувань, включаючи лінії затримки, оптичну буферизацію та зондування.

Особливим випадком ФКХ є ті, що сформовані видаленням одного ряду отворів ФК (тобто радіус повітряних отворів зведений до нуля), зазвичай позначаються як фотонно-кристалічні хвилеводи W1. ФКХ W1 є найпростішим та найбільш часто використовуваним типом ФКХ. На рис. 1.3 показано модову структуру та профіль моди для ФКХ W1, створеного видаленням одного ряду отворів у трикутній решітці ФК (розраховано з використанням методу ефективного індексу). На рисунку показано елементарну комірку (з картиною поля) та діаграму дисперсії (або зонну структуру) ФКХ W1 для ТЕ-подібної поляризації (розраховано з використанням методу ефективного індексу та методу FDTD). На рис. 1.3, в показано картину

поля домінуючої (тобто моди з парною симетрією в площині навколо центру хвилеводу) хвилеводної моди в процесі її поширення через ФКХ.



- а) схема елементарної комірки структури;  
 б) дисперсійна діаграма; в) просторовий розподіл поля основної моди.

Рисунок 1.3 – Дисперсійні та польові характеристики фотонно-кристалічного хвилеводу

Як видно з рисунку, одномодова пропускна здатність ТЕ-подібного ФКХ з лінійною дисперсією значно менша за весь діапазон частот забороненої зони. У ФКХ W1 пропускна здатність парної моди, яка забезпечує більшу одномодову пропускну здатність передачі, обмежена світловою лінією з одного боку та модовою щілиною з іншого боку.

### 1.2.1 Керування дисперсією фотонно-кристалічних хвилеводів

Хоча нелінійна та плоска дисперсія ФКХ може використовуватися (локально) для досягнення повільного світла або лазерної генерації, вона не є бажаною в хвилеводних застосуваннях. Тому лінійна дисперсійна пропускна здатність ФКХ обмежена малою пропускною здатністю нижче світлової лінії. Було показано, що вища пропускна здатність може бути отримана шляхом проектування загальної структури ФК на основі максимально отримуваної пропускної здатності, а не максимальної ширини забороненої зони, яка може бути досягнута. Як приклад, більша пропускна здатність ФКХ досягається для ФКХ у кремнії на ізоляторі (SOI) з меншим розміром отвору ( $r/a = 0,2$ , порівняно з більш традиційним випадком  $r/a = 0,3$ ), тоді як розмір забороненої зони значно зменшений. Також було показано, що пропускна здатність може бути збільшена шляхом модифікації геометрії ФКХ для зменшення ефекту сплюснення моди та модової щілини на дисперсію ФКХ. Було запропоновано кілька рішень для зменшення розміру модової щілини або витягування її вниз з областей забороненої зони шляхом зміни ширини області пропускання ФКХ [10] або зміни розміру або періодичності отворів ФК, прилеглих до області пропускання ФКХ. Зменшення радіуса отвору ФК, прилеглого до цієї області, зменшить частоту парної моди ФКХ і може виштовхнути модову щілину ФКХ з області ФЗЗ. Однак це також притягне область лінійної дисперсії моди до нижчих частот. Тому загальне збільшення пропускної здатності ФКХ є малим. Можна побачити, що моди в плоскій частині зонної структури ФКХ мають значно вище розширення поля до другого ряду отворів, прилеглих до області ведення ФКХ, порівняно з більш утриманою модою в частині лінійної дисперсії зонної структури (рис. 1.4, б).

Тому шляхом зменшення розміру отворів ФК у другому ряді (замість першого ряду) плоска частина зонної структури може бути зсунута вниз для зменшення розміру модової щілини, тоді як зміна в частині лінійної дисперсії моди менша. На рис. 1.4, а представлено схему елементарної комірки, а на

рис. 1.4, б показано зонну структуру модифікованого ФК (для трьох різних розмірів отворів ФК у другому прилеглому ряді до серцевини ФКХ, тобто  $r_2 = 0,3$ ;  $r_2 = 0,25$  та  $r_2 = 0,22$ ). Вставні фігури показують профіль поля ФКХ для областей лінійної дисперсії (E1) та повільного світла (E2).

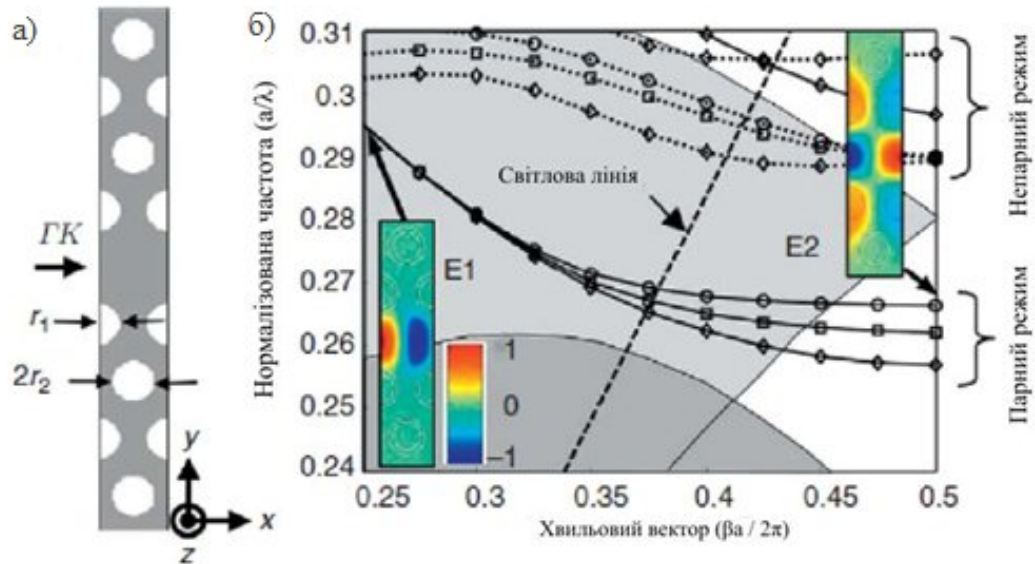


Рисунок 1.4 – Схема комірки та дисперсійна характеристика модифікованого фотонно-кристалічного хвилеводу

### 1.2.2 Втрати в фотонно-кристалічних хвилеводах

На додаток до обмеженої пропускнуої здатності та нелінійної дисперсії, основною перешкодою на шляху ФКХ до стання реальним рішенням для застосувань інтегрованої оптики були їх надмірні втрати поширення через недосконалість виготовлення. Початкові демонстрації ФК для оптичних (тобто інфрачервоних) довжин хвиль страждали від дуже високих втрат поширення: від 40 дБ/см до 100 дБ/см.

Моди ФКХ, які знаходяться нижче світлової лінії, повністю утримуються в третьому вимірі завдяки повному внутрішньому відбиттю та не мають жодних внутрішніх втрат. Однак недосконалість у виготовленні ФКХ призводять до значних втрат поширення. Два основні процеси, що

сприяють втратам у ФК, – це відбиття та розсіювання поза площиною від шорсткості поверхні ФКХ (спричиненої недосконалостями виготовлення) та поверхнєве поглинання (в протравлених поверхнях ФКХ). Малі ефективні розміри одномодових мод ФКХ та великий контраст показника заломлення планарних структур ФК призводять до великих втрат розсіювання через малі збурення.

Втрати ФКХ особливо є обмежуючим фактором для застосувань повільного світла ФКХ, оскільки втрати розсіювання поза площиною та відбиття ФКХ лінійно та квадратично пропорційні до оберненого індексу групової швидкості (тобто оберненого до групової швидкості) ФКХ відповідно. Крім того, в області низької групової швидкості профіль моди ФК має більше бічне розширення, що призводить до вищого перекриття з протравленими поверхнями та, відповідно, вищих втрат ФКХ.

Хоча найефективнішим способом зменшення втрат ФКХ є покращення якості виготовлення, це обмежене точністю глибокої ультрафіолетової (УФ) або електронно-променевої літографії та техніка травлення, які доступні для виготовлення структур ФК. По суті, геометрія ФКХ може бути модифікована для зменшення втрат ФКХ шляхом збільшення групової швидкості моди ФКХ для зменшення інтенсивності поля для даної потужності передачі оптичного сигналу. Також можлива модифікація геометрії ФКХ для мінімізації резонансних витікальних мод хвилеводу, які витягують світло з хвилеводної моди через недосконалість виготовлення.

### 1.3 Решітки КагOME

Решітка КагOME є кристалічною структурою, що складається з переплетених трикутників та шестикутників. Її унікальні електронні властивості, включаючи зонні структури та спінову фрустрацію, роблять її ідеальною платформою для дослідження нових явищ, таких як електронні кореляції, топологічні ефекти та квантовий магнетизм [15–17]. Дослідження

систем Кагоме досягли значного прогресу, виявивши різноманітні нові явища, включаючи надпровідність, хвилі зарядової густини та магнітні вейлівські напівметали, що значно підсилило інтерес до дослідження матеріалів Кагоме [18–21].

Проте виявлено, що матеріали з електронними властивостями, пов'язаними з решіткою Кагоме, є відносно рідкісними. Наприклад, теоретичні прогнози вказують, що з 3742 відомих матеріалів з мережами Кагоме лише близько 7% виявляють властивості, пов'язані з решіткою кагоме. Однією з причин цієї складності є те, що решітки Кагоме є по суті двовимірними (2D), проте минулі дослідження зосереджувалися переважно на тривимірних об'ємних матеріалах. У цих об'ємних матеріалах шари Кагоме часто покриті іншими шарами, а міжшарові взаємодії схильні до гібридизації електронних станів, пов'язаних з шарами Кагоме, зі станами інших шарів, відсуваючи зони Кагоме від рівня Фермі або навіть призводячи до їх зникнення [22, 23]. Тому в пошуку більш чистих систем кагоме дослідники проявили зростаючий інтерес до конструювання 2D матеріалів Кагоме.

Прямий підхід до конструювання 2D решіток Кагоме включає виготовлення одношарових аналогів матеріалів кагоме, таких як одношарові  $AV_3Sb_5$  ( $A = Cs, K, Rb$ ) та одношарові  $Nb_3X_8$  ( $X = Cl, Br, I$ ). Теоретичні прогнози припускають, що ці одношарові структури мають нові фізичні властивості [24–26]. Проте на практиці як пряме розшарування, так і молекулярно-променева епітаксія (МВЕ) зіткнулися з технічними викликами. Тому лише кілька ван-дер-Ваальсових матеріалів Кагоме, таких як  $Nb_3SeI_7$  та  $Pd_3P_2S_8$ , були розшаровані до одношарових структур, а дослідження їхніх електронних властивостей кагоме все ще відсутні [27, 28]. Натомість конструювання решіток Кагоме безпосередньо в 2D системах, незалежно від добре вивчених об'ємних матеріалів Кагоме, представляє інший важливий напрямок.

### 1.3.1 Решітки КагOME та теоретичні моделі

Решітка КагOME має різноманітні структурні варіанти, деякі з яких можуть значно модифікувати стандартну зонну структуру. Тому в цьому підрозділі розглядається структурна еволюція від регулярної решітки КагOME до її різних варіантів та як ці структурні варіації впливають на їхні зонні структури (рис. 1.5).

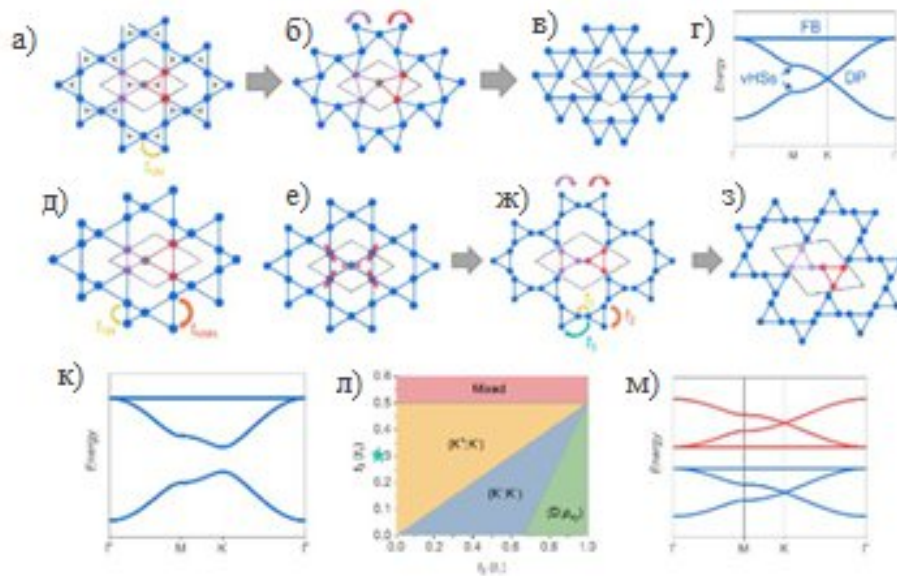


Рисунок 1.5 – Структура та дисперсійні характеристики решіток КагOME

На рис. 1.5, а сірі лінії окреслюють двовимірну сотову решітку. Якщо одну сіру точку решітки в сотовій решітці замінити трьома синіми точками, розташованими таким чином, щоб вони ділили кути, як показано на рис. 1.5, а, результуюча решітка, складена з синіх точок, утворює регулярну решітку КагOME. Кожна елементарна комірка (позначена сірим пунктирним ромбом) регулярної решітки КагOME складається з двох трикутників, що діляться кутами, позначених фіолетовим та червоним кольорами. Унікальна структура решітки КагOME надає їй цікавих магнітних властивостей. Наприклад, якщо найближчі сусідні точки решітки антиферромагнітно з'єднані, виникає спінова

фрустрація. Теоретично було передбачено, що основний стан  $S = 1/2$  Кагоме антиферромагнітної моделі Гейзенберга є спіновою рідиною [29].

Якщо розглядати лише стрибки найближчих сусідів між точками решітки Кагоме, гамільтоніан сильного зв'язку без спін-орбітального зв'язку може бути виражений наступним чином:

$$H(k) = \begin{pmatrix} 0 & 2t\cos k_1 & 2t\cos k_2 \\ 2t\cos k_1 & 0 & 2t\cos k_3 \\ 2t\cos k_2 & 2t\cos k_3 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

де  $k_n = \mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_n$ ,  $k$  та  $\mathbf{a}_n$  представляють хвильові вектори в оберненому просторі та вектори зміщення між найближчими сусідами в решітці Кагоме. Розв'язання цього гамільтоніана дає зонну структуру, показану на рис. 1.5, г, яка характеризується трьома ключовими характеристиками: плоска зона (FB), що охоплює зону Бріллюена, точка Дірака (DP) в точках K та дві ван-Хове сингулярності в точках M. Коли ці унікальні електронні особливості знаходяться поблизу рівня Фермі, вони можуть породжувати нові властивості в матеріалах.

Плоска зона в решітці кагоме виникає з деструктивної квантової інтерференції хвильових функцій. У цій плоскій зоні придушення кінетичної енергії посилює відношення кулонівських взаємодій ( $U$ ) до константи стрибка ( $t$ ), а саме  $U/t$ , що призводить до вирішальної ролі кулонівських взаємодій у визначенні властивостей матеріалу. В результаті плоска зона в решітці Кагоме вводить сильні електронні кореляції, що призводить до широкого спектру нових фізичних явищ. Наприклад, експерименти показали, що ферромагнітний основний стан у  $\text{Fe}_3\text{Sn}_2$  походить від кореляційних ефектів, посиленних плоскою зоною [30].

Зони Кагоме виявляють також цікаві топологічні властивості. При врахуванні ефектів спін-орбітального зв'язку точки Дірака та перетин між плоскою зоною та зоною Дірака відкриють щілини, які є  $Z_2$  топологічно

нетривіальними. Крім того, три зони КагOME мають топологічні числа Черна  $C = \pm 1, 0; \mp 1$  зверху донизу в енергетичному порядку. Ці топологічно нетривіальні зони та їхні результуючі ефекти електронних кореляцій роблять решітку КагOME ідеальною платформою для вивчення взаємодії електронних кореляцій, топології та магнетизму.

Як показано на рис. 1.5, б, після того як фіолетовий та червоний трикутники кожен обертається в протилежних напрямках навколо своїх центрів, результуюча структура називається скрученою решіткою КагOME (також відомою як деформована КагOME). Якщо кут повороту становить рівно  $30^\circ$  в протилежних напрямках, новоутворена решітка називається кольорово-трикутною (СТ) решіткою (рис. 1.5, в). Наприклад, кожен атомний шар йоду (I) в  $\text{CrI}_3$  утворює СТ решітку. Теоретично гамільтоніани скрученої решітки КагOME та СТ решітки унітарно перетворювані до гамільтоніана регулярної решітки КагOME, тому вони мають однакову зонну структуру (рис. 1.5, г). У більш загальному випадку, якщо фіолетовий та червоний трикутники нееквівалентні з точки зору розміру або взаємодій, решітка стає дихаючою решіткою КагOME (рис. 1.5, д), що вводить додаткову структурну складність та зміни зонних структур. Ця нееквівалентність призводить до розщеплення двох зон Дірака, спочатку вироджених у точці К (точка Дірака), тим самим відкриваючи щілину для конуса Дірака.

Коли кожна точка ґратки в регулярній решітці КагOME розщеплюється на дві точки (рис. 1.5, е та рис. 1.5, ж), результуюча структура називається діатомною решіткою КагOME. Цю решітку також можна розглядати як розтягування фіолетового та червоного трикутників у регулярній решітці КагOME, що призводить до еволюції їхніх спільних кутових точок у дві окремі точки. Шляхом подальшого обертання фіолетового та червоного трикутників структурна хіральність вводиться в діатомні решітки КагOME, утворюючи хіральної (діатомні) решітки кагOME. Представник цих решіток показаний на рис. 1.5, з.

Діатомна решітка Кагоме має більш складні зонні структури, залежно від відносних величин трьох констант стрибка найближчих сусідів ( $t_1$ ,  $t_2$  та  $t_3$ ). Відносне відношення цих констант призводить до кількох комбінацій двох плоских зон та чотирьох зон Дірака в зонних структурах, як ілюстровано на фазовій діаграмі (рис. 1.5, к). Примітно, що в області ( $K^+$ ,  $K^-$ ) (затінена жовтим кольором на рис. 1.5, к) зонна структура характеризується двома наборами зон Кагоме, з плоскими зонами, розташованими поруч одна з одною. Коли рівень Фермі лежить між цими двома плоскими зонами, теоретичні розрахунки передбачили, що ця унікальна структура плоских зон може сприяти реалізації цікавих станів або явищ, таких як ексітонні ізолятори та квантовий аномальний ефект Холла. Введення хіральності в хіральну діатомну решітку Кагоме не змінює фундаментальну зонну структуру діатомної решітки Кагоме. Ця стійкість забезпечує певну толерантність до недосконалостей матеріалу, дозволяючи реалізацію властивостей зон Кагоме навіть у матеріалах, які не мають ідеально впорядкованої діатомної решітки Кагоме.

Проте важливо зазначити, що модель сильного зв'язку, обговорена вище, розглядає лише одну орбіталь на кожній точці решітки та ідентичні сили стрибка найближчих сусідів між ними. Введення більш складних симетрій орбіталей, більше орбіталей або взаємодій стрибка більшого радіуса дії може змінити вигляд цих трьох зон. Наприклад, якщо кожна точка решітки в регулярній решітці Кагоме пов'язана з  $p_x$  або  $p_y$  орбітальною, як плоска зона, так і точка Дірака зникнуть. Більше того, коли додаткові орбіталі включаються в модель, зони кагоме зазнавали б подальших змін. Враховуючи, що попередні теоретичні прогнози припустили багато цікавих явищ, які можуть бути реалізовані в багатоорбітальних сотових решітках, таких як квантовий аномальний ефект Холла, багатоорбітальна решітка кагоме може заслуговувати на подальше дослідження.

Ці різні типи решіток Кагоме, введені вище, також можуть бути об'єднані для утворення нових структур, таких як хіральна діатомна решітка

Кагоме, яка виявляє зонну структуру, що поєднує характеристики як дихаючої решітки Кагоме, так і діатомної решітки кагоме. В даний час регулярна решітка Кагоме, скручена решітка Кагоме, СТ решітка та дихаюча решітка Кагоме були реалізовані в двовимірних атомних решітках. Проте діатомні та хіральні діатомні решітки Кагоме були продемонстровані лише в електронних станах і ще не були реалізовані в атомних структурах, що вимагає подальших досліджень та розробок.

#### 1.4 Фотонно-кристалічне волокно з решіткою Кагоме

Фотонні кристалічні волокна з порожньою серцевиною (ФКВ-ПС) з гексагональним розташуванням отворів у оболонці направляють світло завдяки механізму фотонної забороненої зони, що забезпечує передачу з низькими втратами з коефіцієнтами втрат у діапазоні 1 дБ/км для малих діаметрів волокон, дозволяючи довгі ефективні довжини взаємодії для нелінійних процесів та доставку фемтосекундних імпульсів високої потужності [31, 32]. Завдяки цим направляючим властивостям було продемонстровано ряд застосувань у медицині та нелінійній оптиці, таких як рамановські дослідження та частотне перетворення. Однак основний недолік цих волокон полягає в їх внутрішньо вузькій смузі передачі, визначеній забороненими зонами, що виключає їх впровадження у великій кількості застосувань в ультрашвидкій нелінійній оптиці.

Альтернативна конструкція ФКВ-ПС замінює гексагональну решітку оболонки на решітку Кагоме [33–36]. Ці волокна не мають заборонених зон; натомість фотонне направлення спирається на механізм, подібний до зв'язаних станів фон Неймана-Вігнера рівняння Шредінгера в континуумі [37]. Направлені моди волокна в цих волокнах лише слабо взаємодіють з модами оболонки через швидку фазову модуляцію останніх. Завдяки цьому направляючому механізму ФКВ-ПС з решітками Кагоме демонструють

широкі області передачі з відносно низькими втратами, що покривають спектральний діапазон від інфрачервоного до УФ.

Стандартні порожні хвилеводи з оболонкою з плавненого кварцу мають важливі застосування в ультрашвидкій нелінійній оптиці, такі як генерація міліджоульних імпульсів з малою кількістю циклів, генерація гармонік високого порядку [38] та чотирихвильове змішування для генерації фемтосекундних імпульсів у УФ та ВУФ діапазонах [39]. На жаль, вони забезпечують прийнятний рівень втрат лише для діаметрів більше 100 мкм, при яких внесок хвилеводу в дисперсію є відносно слабким. Однак, крім бажаного широкого діапазону передачі, контроль групової швидкісної дисперсії є ключовим фактором для цікавих застосувань в ультрашвидкій нелінійній оптиці та генерації суперконтинууму.

#### 1.4.1 Характеристики втрат та просторові розподіли поля мод

Розглянемо пряме трансляційно інваріантне волокно, що складається з порожньої серцевини, оболонки з решітками кагоме та зовнішньої області з об'ємного плавненого кварцу, як показано на рис. 1.6.

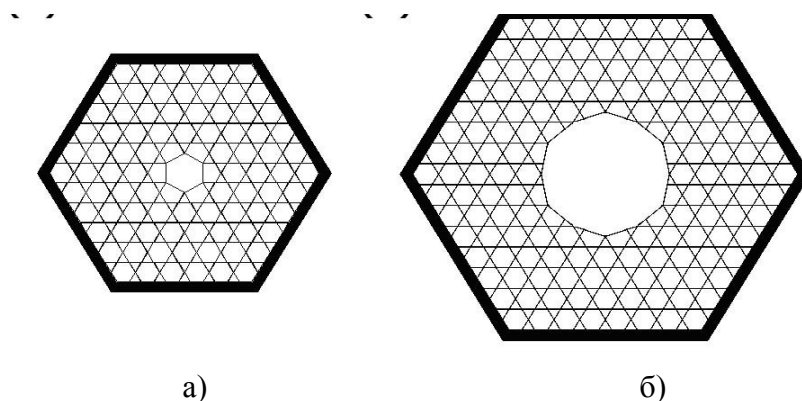


Рисунок 1.6 – Поперечні перерізи односерцевої а) та 3-кільцевої(б) серцевини ФКВ-ПС з решітками Кагоме. Зовнішня область виготовлена з плавненого кварцу

На рисунку представлено два варіанти перетину фотонно-кристалічного волоконного хвилеводу з решіткою КагOME, які відрізняються поперечними розмірами пустотілої серцевини. Зрозуміло, що із збільшенням розмірів серцевини хвилеводу зростають також його загальні розміри в поперечному перетині.

Для визначення константи розповсюдження хвиль та коефіцієнту втрат в фотонно-кристалічному волокні необхідне обчислення комплексного ефективного показника заломлення  $n_{\text{eff}}$ , з якого визначались константа поширення  $\beta = \omega \text{Re}(n_{\text{eff}}) / c$  та коефіцієнт втрат  $\alpha = 2\omega \text{Im}(n_{\text{eff}}) / c$ . Дисперсія плавленого кварцу, а також аргону описується формулою Селмейера для відповідної діелектричної функції. На практиці завжди існують варіації геометрії волокна в поздовжньому напрямку через недосконалості виробництва. Зміна розміру структури призводить до зсуву резонансних частот та розширення резонансних піків у профілях втрат та групової швидкісної дисперсії (ГШД).

На рис. 1.7 представлені результати розрахунків втрат фотонно-кристалічного волокна з решітками КагOME з кроком  $\Lambda = 16$  мкм та товщиною стійок  $t = 0,2$  мкм: рис. 1.7, а для одноосередкової серцевини; рис. 1.7, б для трикільцевої серцевини.

На рисунках сині хрестики є результатами чисельного моделювання, червоні суцільні криві є усередненими по поздовжніх неоднорідних варіаціях параметрів волокна. Зелені пунктирні лінії представляють втрати порожнього кварцового хвилеводу з розміром серцевини рівним  $D = 1,6\Lambda$  (рис. 1.7, а) та  $D = 5\Lambda$  (рис. 1.7, б).

Видно, що втрати ФКВ-ПС з решітками КагOME на кілька порядків величини нижчі за втрати порожнього кварцового хвилеводу з різницею, що є більш помітною на коротших довжинах хвиль. Хоча розмір серцевини на рис. 1.7, б у три рази більший ніж на рис. 1.7, б, втрати у трикільцевому та одноосередковому волокнах близькі майже в усьому розглянутому

спектральному діапазоні, за винятком довгохвильової області, де втрати трикільцевого волокна стають нижчими за втрати одноосередкового волокна.

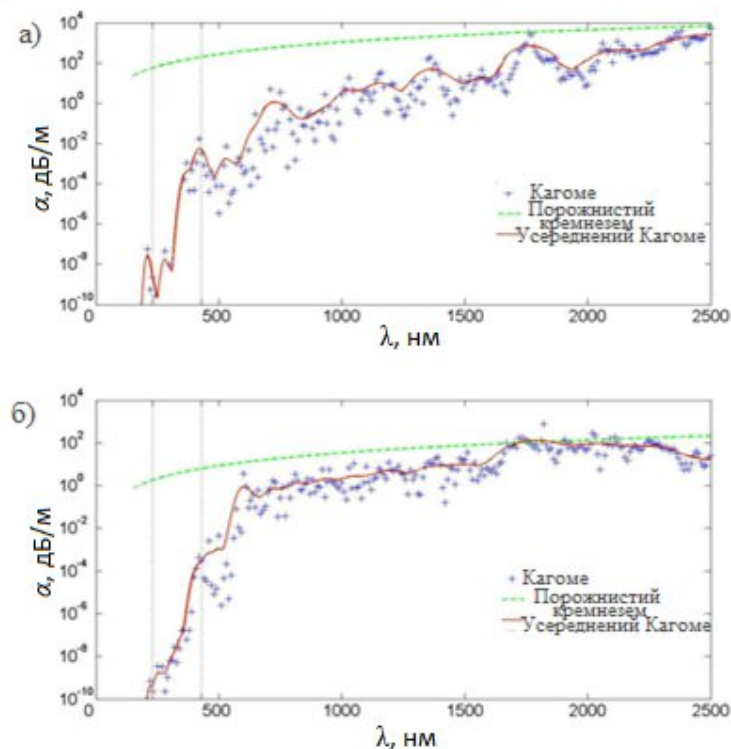


Рисунок 1.7 – Спектральні залежності втрат фотонно-кристалічних волокон з решіткою Кагоме

Ця поведінка контрастує з випадком порожніх хвилеводів з оболонкою з плавленого кварцу, для яких втрати зменшуються як  $D^{-3}$  з діаметром. Низькі втрати ФКВ-ПС з решітками Кагоме пояснюються високоосцилюючою поперечною структурою моди, локалізованої на стійках, що перешкоджає її зв'язку з просторово гладкою модою, локалізованою в серцевині. Умова вище, однак, не виконується для набору довжин хвиль  $\lambda_m = 2t(n^2-1)^{1/2}/m$  (резонанси стійок), де  $t$  – товщина стійки та  $m = 1,2,\dots$  – ціле число. За цієї умови передбачається узгодження розподілів мод серцевини та оболонки, високий зв'язок та високі втрати. На рис. 1.7 ці резонанси видимі як піки втрат на довжинах хвиль  $\lambda_m$ , позначених чорними вертикальними пунктирними лініями.

Додатково, світло в серцевині може зв'язуватися з модами, локалізованими в перехрестях стійок (так звані вузлові моди). Спектральне положення та густина станів цих мод визначаються геометрією перехресть; вони відповідальні за додаткові піки далеко від резонансів стійок та за осцилюючий характер кривої втрат. Однак, цей направляючий механізм не обов'язково означає, що втрати зменшуються зі збільшенням діаметра хвилеводу.

На рис. 1.8 видно, що втрати ФКВ-ПС з решітками Кагоме з кроком 24 мкм на тих же довжинах хвиль значно нижчі за втрати порожнього кварцового хвилеводу з таким же розміром серцевини і нижчі за втрати ФКВ-ПС з решітками Кагоме з кроком 16 мкм, показаним на рис. 1.7.

Хоча розмір серцевини у випадку рис. 1.7, б більший, ніж для рис. 1.8, втрати навіть вищі в цьому випадку. Можна припустити, що це може бути пов'язано з нижчою густиною перехресть у структурі Кагоме з великим кроком, що призводить до низької густини станів для вузлових мод та зменшених втрат поза резонансами стійок.

Отже, структура оболонки виявляється набагато важливішою для характеристик втрат, ніж діаметр серцевини хвилеводу.

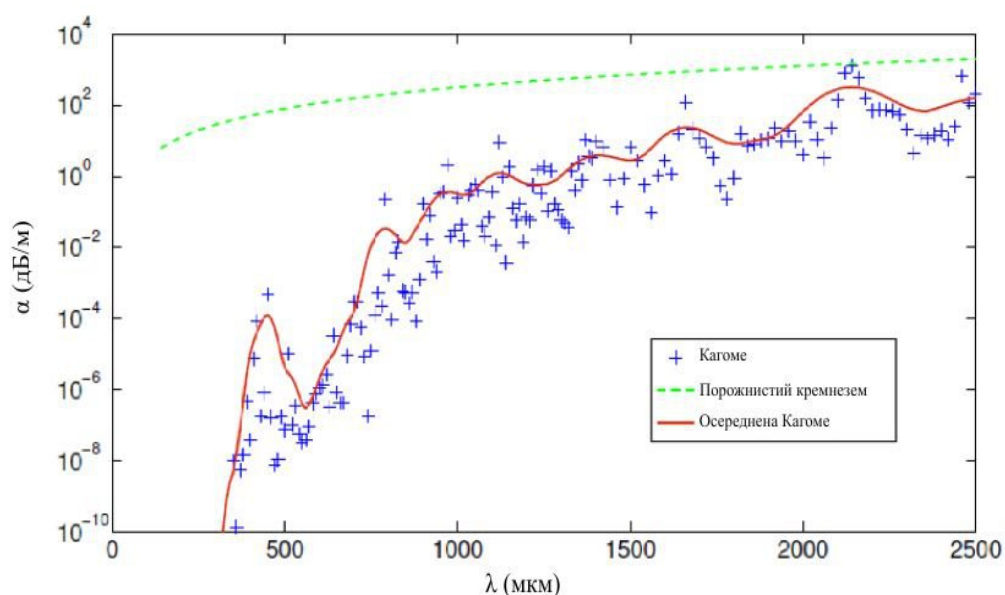


Рисунок 1.8 – Втрати ФКВ-ПС з решітками кагоме з кроком 24 мкм та товщиною стійок 0,2 мкм для одноосередкової серцевини

Рисунок 1.9 показує просторовий розподіл квадрата електричного поля в поперечному перерізі волокна для довжин хвиль 420 нм (рис. 1.9, а) та 600 нм (рис. 1.9, б). Можна бачити, що при резонансі стійок структури кагоме в оболонці волоконного хвилеводу поле делокалізоване та розповсюджується по всій області оболонки і направляється відбиттям на межі зовнішньої області з об'ємним плавленим кварцом (рис. 1.9, б).

З іншого боку, позарезонансна локалізація поля (і тому внески хвилеводу в дисперсії) визначаються межею серцевина-оболонка. В цьому випадку спостерігається ефективна локалізація електромагнітної енергії хвилеводної моди в області пустотілої серцевини хвилеводної структури (рис. 1.9, а). Інтенсивність поля в оболонці суттєво послаблюється через слабкий зв'язок між модами оболонки та серцевини.

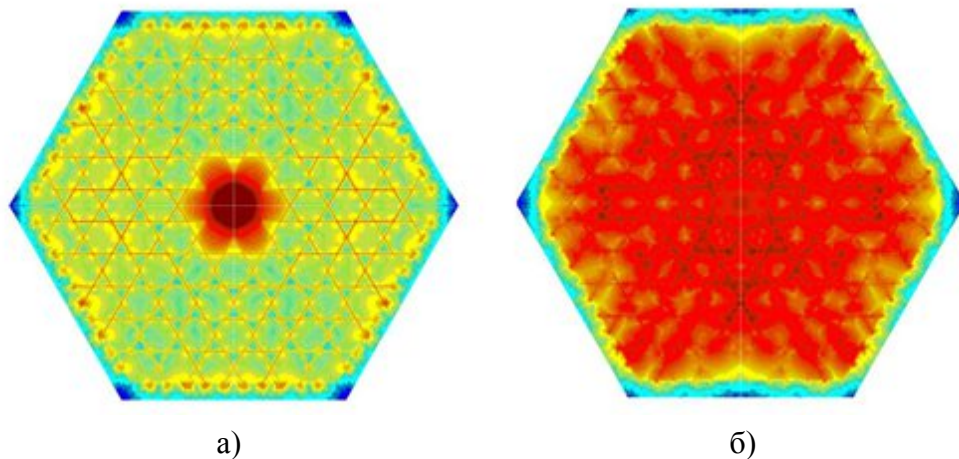


Рисунок 1.9 – Розподіли модового поля на довжинах хвиль 600 нм (а) та 420 нм (б) для одноосередкової ФКВ-ПС з решітками Кагоме з кроком 24 мкм та товщиною стійок 0,2 мкм

На рис. 1.10 представлений вплив товщини стійок оболонки фотонно-кристалічного волоконного хвилеводу на втрати цього хвилеводу. Тут чорні кола, сині квадрати та червоні хрестики є втратами ФКВ-ПС з решітками Кагоме з кроком 16 мкм та товщиною стійок 0,4; 0,2; 0,1 мкм відповідно. Зелена пунктирна лінія – втрати порожнього кварцового хвилеводу з таким же діаметром сердцевини як у ФКВ-ПС з решітками Кагоме. Із залежності втрат від товщини стійок, представленої на рис. 1.10, можна визначити оптимальну товщину близько 0,2 мкм для довжин хвиль у видимому діапазоні. Втрати для товщини стійки  $t = 0,1$  мкм вищі ніж в обох інших прикладах (ігноруючи області надзвичайно малих та неважливих втрат нижче 0,01 дБ/м), що вказує на існування оптимальної товщини стійки. Для великої товщини стійки існує велика кількість станів з розподілами поля, узгодженими з модами сердцевини, пов'язаними з резонансами стійок та вузловими резонансами, що призводить до взаємодій між модою сердцевини та модою оболонки і до високих втрат.

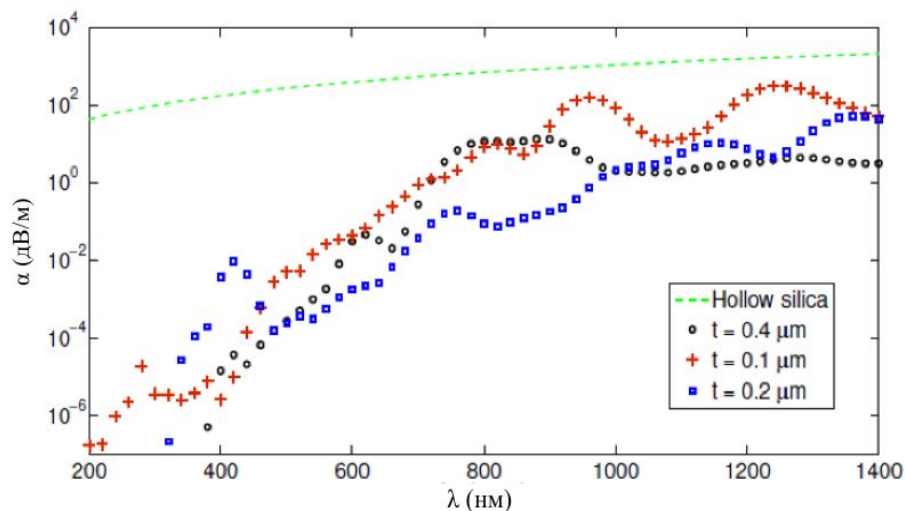


Рисунок 1.10 – Вплив товщини стійки  $t$  на втрати хвилеводу в одноосередковій ФКВ-ПС з решітками Кагоме

Навпаки, для малої товщини стійки такої, що перша резонансна довжина хвилі стійки далеко нижче розглянутих довжин хвиль, стійка не може усунути взаємодію між сердцевиною та оболонкою. У цьому граничному випадку

структура кагоме не має впливу на поле для  $t \rightarrow 0$ . Порівняння наведених результатів показує, що оптимальна структура оболонки визначається більш чутливо товщиною стійки та кроком, ніж збільшенням діаметра серцевини.

## 2 ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФОТОННО-КРИСТАЛІЧНИХ ХВИЛЕВОДІВ НА ОСНОВІ РЕШІТКИ КАГОМЕ

Побудова фотонно-кристалічних хвилеводів та резонаторів зазвичай відбувається через формування дефектів періодичності в фотонних кристалах. Наявність цих дефектів забезпечує можливість ефективної локалізації енергії в них. Ця локалізація відбувається в межах фотонних заборонених зон, тобто частотних діапазонів, в яких неможливим є розповсюдження електромагнітних хвиль в будь-якому напрямку.

Для формування фотонно-кристалічних хвилеводів використовуються лінійні дефекти періодичності або їх комбінації. В цьому випадку оболонка хвилеводного каналу представляє собою фотонно-кристалічну структуру. Тому характеристики фотонно-кристалічних хвилеводів багато в чому залежать від властивостей їх оболонки. В даній роботі розглядаються двовимірні фотонно-кристалічні хвилеводи з оболонкою у вигляді решітки кагоме. Тому спочатку слід розглянути дисперсійні характеристики такого фотонного кристалу з метою визначення фотонних заборонених зон.

### 2.1 Дисперсійні характеристики фотонного кристалу з решіткою Кагоме

Розглянемо двовимірний фотонний кристал, який сформований діелектричними циліндрами, розташованими у вузлах решітки Кагоме. Схематичне зображення такої періодичної структури представлено на рис. 2.1. З рисунку видно, що така решітка фактично має трикутну симетрію і може бути отримана зі звичайного фотонного кристалу з гексагональною симетрією шляхом видалення визначених елементів. В даному випадку періодом структури  $L$  є відстань між центрами правильних шестикутників, у вершинах яких розташовані діелектричні циліндри. Слід відзначити, що цей період є

більшим за відстань між двома найближчими діелектричними циліндрами, що необхідно враховувати при застосуванні нормованих характеристик.

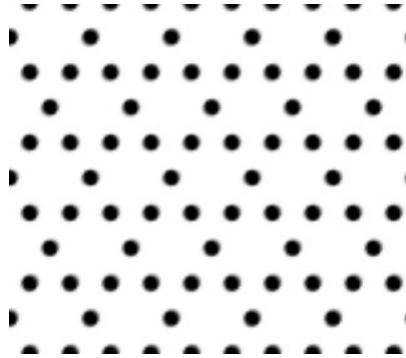


Рисунок 2.1 – Схема фотонного кристалу з решіткою кагоме.  $r = 0,1L$

Структура, наведена на рис. 2.1, складається з циліндрів, які мають значення радіусу  $r = 0,1L$  та діелектричну проникність  $\varepsilon = 12$ . Таке значення діелектричної проникності відповідає матеріалам, які часто застосовуються в інфрачервоному діапазоні — кремнію або арсеніду галію.

Для розрахунку дисперсійних характеристик фотонного кристалу використовується програмний пакет MIT Photonic Bands, що вільно розповсюджується [42]. Цей пакет побудований з використанням методу розкладання по плоским хвилям, який є добре апробованим при чисельних розрахунках характеристик власних режимів періодичних структур різної розмірності.

Розрахунок дисперсійних характеристик проводиться в межах першої зони Бріллюена, а точніше, в межах її незвідної частини. В такому випадку перша зона Бріллюена співпадає за формою із зоною для гексагонального фотонного кристалу.

Оскільки для двовимірного фотонного кристалу можливим є окремий розгляд двох ортогональних поляризацій, то в пакеті MIT Photonic Bands передбачена можливість розрахунку дисперсійних характеристик для TE та TM поляризацій випромінювання. У випадку TE поляризації єдина компонента магнітного поля спрямована уздовж діелектричних циліндрів,

тобто перпендикулярно до площини рис. 2.1. ТМ поляризація характеризується єдиною компонентою електричного поля, яка також спрямована уздовж циліндрів. Відомо, що фотонні кристали, що складаються з решітки діелектричних циліндрів, розташованих у вакуумі, мають фотонні заборонені зони для ТМ поляризації. Саме для такої поляризації випромінювання були проведені чисельні розрахунки дисперсійної характеристики, результати яких представлені на рис. 2.2. Тут уздовж вісі абсцис позначені відліки, які відповідають круговому обходу незвідної частини першої зони Бріллюена. Уздовж вісі ординат відкладені значення нормованої частоти  $\omega L/2\pi c$ , де  $\omega$  – циклічна частота випромінювання,  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

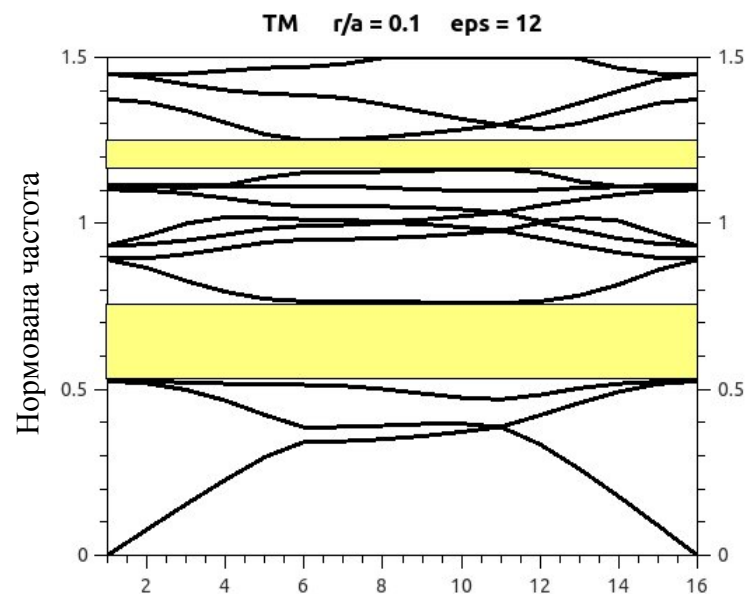


Рисунок 2.2 – Дисперсійна діаграма фотонного кристалу з решіткою Кагоме

Горизонтальними смугами на рис. 2.2 позначені частотні діапазони, в яких відсутні дисперсійні криві, тобто неможливе існування хвильових власних режимів. Це і є фотонні заборонені зони. В даному випадку їх дві, але найбільшу ширину має низькочастотна заборонена зона між третьою та четвертою дисперсійними кривими. Саме в межах цієї забороненої зони

можна побудувати найбільш широкосмуговий фотонно-кристалічний хвилевід.

Слід відзначити, що для ТЕ поляризації випромінювання даний фотонний кристал взагалі не має заборонених зон. Отже, хвилевід, сформований на основі такого фотонного кристалу, буде придатний для роботи лише з хвилями ТМ поляризації.

Розглянемо далі дисперсійні характеристики фотонного кристалу з решіткою КагOME, сформованого з діелектричних циліндрів радіусу  $r = 0,15L$ . Схематичне зображення такого фотонного кристалу представлено на рис. 2.3. Зрозуміло, що в цьому фотонному кристалі порівняно із попередньою структурою збільшується ступінь заповнення простору діелектриком. Тому можна очікувати змін в електродинамічних характеристиках періодичної структури.

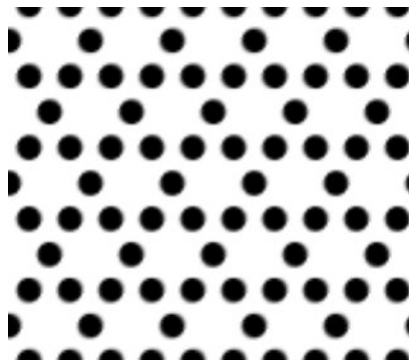


Рисунок 2.3 – Схема фотонного кристалу з решіткою кагOME.  $r = 0,15L$

Дисперсійна діаграма фотонного кристалу представлена на рис. 2.4. Порівняння з рис. 2.2 показує, що кількість фотонних заборонених зон подвоїлась, а також дещо зменшилася їх ширина та змінилося розташування на частотній осі. Таким чином, зміна радіусу діелектричних циліндрів в решітці КагOME помітно впливає на дисперсійні характеристики фотонного кристалу. В даному випадку фотонний кристал фактично представляє собою смуговий багатоканальний фільтр, який має зони запирання та пропускання.

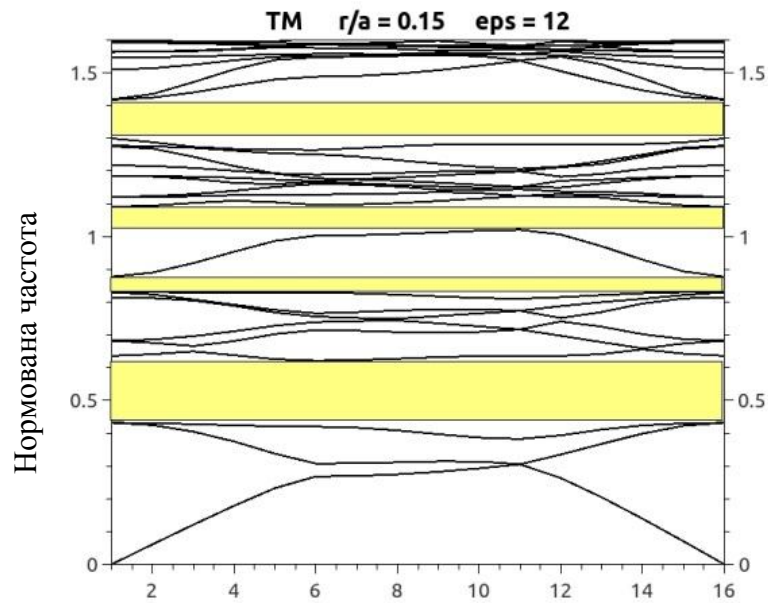


Рисунок 2.4 – Дисперсійна діаграма фотонного кристалу з решіткою Кагоме

Цей висновок підтверджується результатами розрахунків для значення  $r = 0,2L$ . Схема такого фотонного кристалу представлена на рис. 2.5, а відповідна дисперсійна діаграма – на рис. 2.6. В даному випадку порівняно із попереднім кількість фотонних заборонених зон не змінилася, але змінилася їх ширина та розташування на частотній осі.

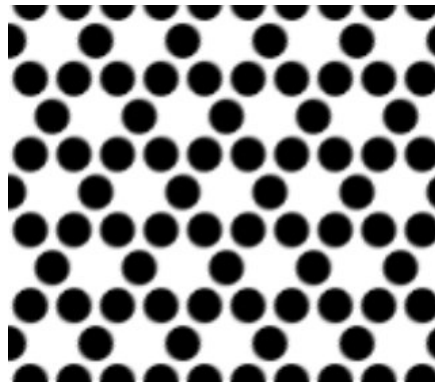


Рисунок 2.5 – Схема фотонного кристалу з решіткою Кагоме:  $r = 0,2L$

В той же час при збільшенні радіусу діелектричних циліндрів відбувається збільшення питомої долі діелектрика в фотонному кристалі. Це також призводить до змін електродинамічних характеристик структури.

Зокрема, на рис. 2.6 видно, що фотонні заборонені зони звужуються. Ця ознака є типовою для фотонних кристалів і вона показує, що подальша зміна відповідного параметру призведе до зникнення заборонених зон.

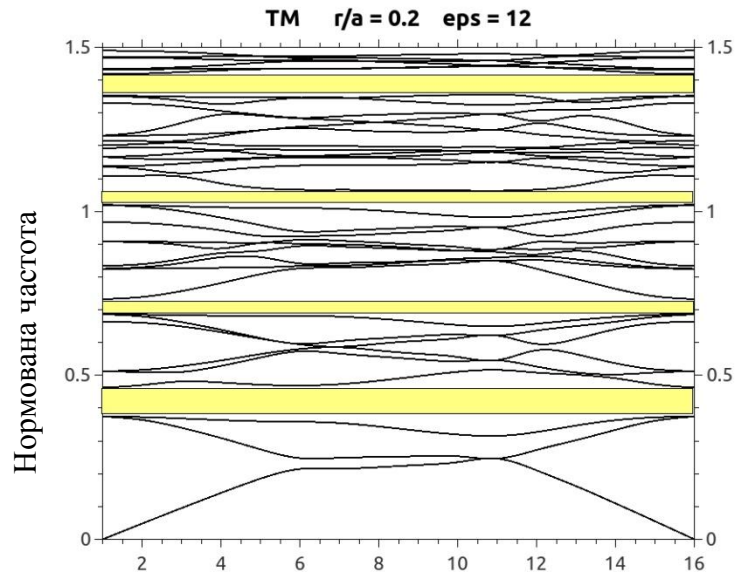


Рисунок 2.6 – Дисперсійна діаграма фотонного кристалу з решіткою Кагоме

Дійсно, подальше збільшення радіусу діелектричних циліндрів кардинально змінює характеристики структури. Схема фотонного кристалу з радіусом циліндрів  $r = 0,25L$  представлена на рис. 2.7. Результати чисельних розрахунків дисперсійних характеристик показують, що в даному випадку зникають фотонні заборонені зони для ТМ поляризації випромінювання. Натомість, вони з'являються для ТЕ поляризації. Такий результат є цілком закономірним і витікає із просторового розподілу діелектричної проникності фотонного кристалу (рис. 2.7). Збільшення ступеню заповнення простору діелектриком призводить фактично до трансформації фотонного кристалу. Тепер його структура більше нагадує систему пустотілих отворів у масиві діелектрика. А такі фотонні кристали характеризуються забороненими зонами саме для ТЕ поляризації випромінювання.

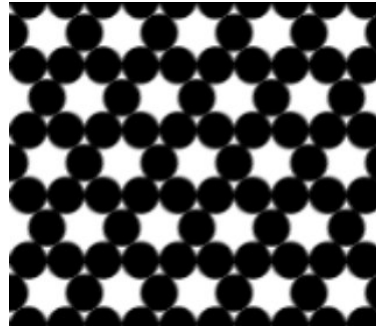


Рисунок 2.7 – Схема фотонного кристалу з решіткою кагоме:  $r = 0,25L$

Дисперсійна діаграма такого фотонного кристалу представлена на рис. 2.8. Вона розрахована для ТЕ поляризації і свідчить про існування лише одної фотонної забороненої зони. Крім того, ця зона має порівняно невелику ширину.

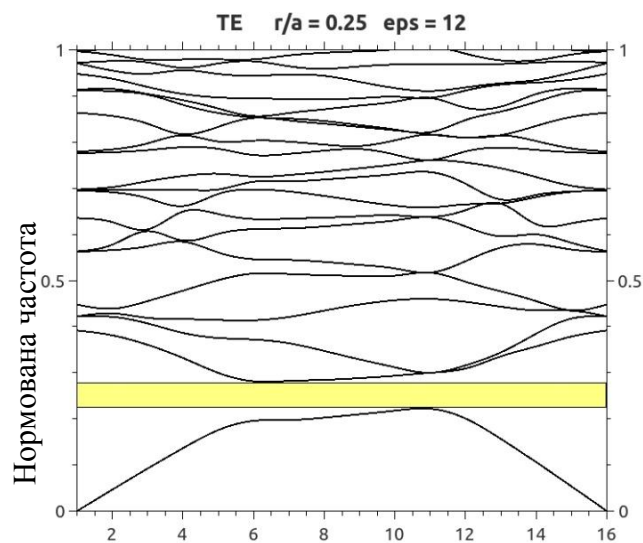


Рисунок 2.8 – Дисперсійна діаграма фотонного кристалу з решіткою Кагоме

Результати проведених чисельних розрахунків дозволяють зробити висновки щодо можливості формування хвилеводів на основі розглянутих конфігурацій фотонних кристалів. Зрозуміло, що найбільш придатними для формування фотонно-кристалічних хвилеводів є структури з невеликими радіусами діелектричних циліндрів. Через наявність кількох фотонних

заборонених зон можна передбачити реалізацію відповідної кількості хвилеводних режимів з локалізацією поля в дефектах періодичності.

## 2.2 Розрахунок характеристик фотонно-кристалічних хвилеводів з решіткою КагOME

Як було зазначено вище, для формування фотонно-кристалічного хвилеводу необхідно внести дефект періодичності. Далі розглядається найпростіший варіант такого дефекту, який відповідає видаленню із фотонного кристалу одного ряду діелектричних циліндрів. Зрозуміло, що в цьому випадку створюється пустотілий хвилеводний канал. В такому каналі унеможливлена реалізація механізму повного внутрішнього відбиття і залишається лише один механізм локалізації енергії поля в дефекті періодичності – механізм фотонної забороненої зони.

Зі схеми фотонного кристалу, наведеної на рис. 2.1, видно, що існує кілька варіантів фотонно-кристалічного хвилеводу, сформованого видаленням одного ряду циліндрів. Розглянемо одну з можливих конфігурацій, наведену на рис. 2.9. В цьому випадку радіус діелектричних циліндрів дорівнює  $r = 0,1L$ .

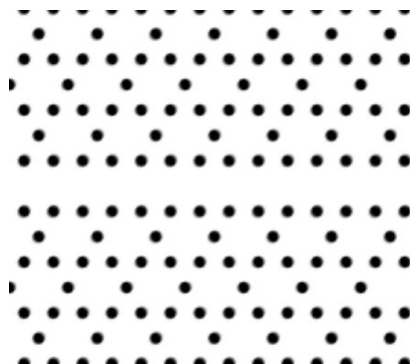


Рисунок 2.9 – Схема фотонно-кристалічного хвилеводу з решіткою КагOME

Тобто почнемо дослідження характеристик фотонно-кристалічних хвилеводів з випадку мінімального з розглянутих значень радіусу циліндрів. Вище було зазначено, що саме такі конфігурації фотонних кристалів найбільш придатні для формування хвилеводних структур.

Слід підкреслити, що пакет MIT Photonic Bands призначений лише для розрахунку характеристик власних режимів періодичних структур. В той же час наявність дефекту періодичності унеможливує застосування методу розкладання по плоским хвилям через порушення періодичності структури у вертикальному напрямку. Ця проблема вирішується в пакеті MIT Photonic Bands шляхом застосування методу надкомірки. В цьому випадку замість звичайної для фотонного кристалу елементарної комірки з одиничними розмірами уздовж осей координат, будується збільшена комірка, один із розмірів якої в кілька разів перевищує період структури. Такий підхід дозволяє поновити періодичність досліджуваної структури і, таким чином, можливість застосування методу розкладання по плоским хвилям, який імплементований у пакет MIT Photonic Bands.

Але треба враховувати, що тепер розрахунки характеристик власних режимів будуть проводитись не для одного фотонно-кристалічного хвилеводу, а для нескінченної кількості таких хвилеводів, періодично розташованих уздовж однієї з осей координат. Тому не всі результати розрахунків мають відношення до власних режимів фотонно-кристалічного хвилеводу, а лише ті, для яких реалізується концентрація поля в межах хвилеводних каналів і практично відсутній електромагнітний зв'язок між цими каналами. Суттєвого послаблення цього зв'язку можна досягти через збільшення кількості періодів фотонного кристалу, які розділяють хвилеводні канали. Результати розрахунків показують, що достатньою кількістю є шість періодів, тобто більший розмір надкомірки повинен в цьому випадку дорівнювати 7.

На рис. 2.10 представлена схема фотонного кристалу після застосування методу надкомірки. Видно періодичну систему паралельних фотонно-

кристалічних хвилеводів. На рисунку представлено варіант з трьома періодами структури у вертикальному напрямку.



Рисунок 2.10 – Схема трьох періодів надкомірки фотонно-кристалічного хвилеводу

Слід зазначити, що через збільшення розмірів комірки періодичності структури відбувається збільшення кількості дисперсійних кривих на діаграмі, що необхідно враховувати при чисельних розрахунках.

Дисперсійна діаграма фотонно-кристалічного хвилеводу представлена на рис. 2.11. Така діаграма зазвичай називається спроектованою, оскільки будується в залежності від хвильового вектора, спрямованого уздовж осі хвилеводу. Значення нормованого хвильового вектора  $kL/2\pi$  відповідають діапазону в межах першої зони Бріллюена, тобто від 0 до 0,5.

Чорними суцільними кривими на рис. 2.11 позначені дисперсійні криві, що знаходяться в зонах пропускання фотонного кристалу. Ці криві позначають об'ємні хвильові режими в фотонному кристалі. Співставлення дисперсійних характеристик на рис. 2.2 та рис. 2.11 дозволяє визначити, які

дисперсійні криві на рис. 2.11 відповідають хвильовим режимам, обумовленим механізмом фотонної забороненої зони.

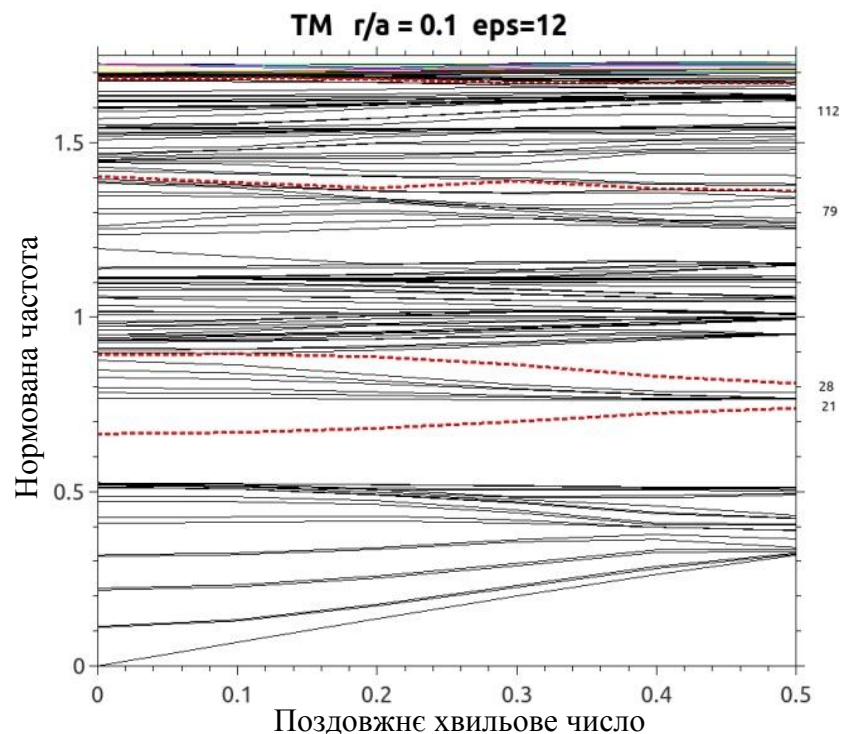


Рисунок 2.11 – Дисперсійна діаграма фотонно-кристалічного хвильоводу з решіткою Кагоме

Ці криві повинні бути розташовані в межах фотонних заборонених зон. З рис. 2.11 видно, що крива, яка задовольняє таким умовам, в даному випадку лише одна (найбільш низькочастотна). Ця крива позначена на рисунку червоною точковою лінією. Інші червоні криві на рис. 2.11 позначають хвильові режими, існування яких не пов'язане із механізмом фотонної забороненої зони. Ці режими характеризуються не лише локалізацією поля в пустотілому хвильоводному каналі, а й незначними осциляціями поля в усій оболонці хвильоводу. Просторові розподіли електричного поля для хвильоводних режимів структури представлені на рис. 2.12.

Розподіл на рис. 2.12, а відповідає хвильовій моді, що формується в межах фотонної забороненої зони. В цьому випадку амплітуда поля спадає

практично до нуля при віддаленні від хвилеводного каналу. Це типовий результат, оскільки для такого режиму Блохівське хвильове число в фотонному кристалі є комплексним, що зумовлює експоненціальне загасання поля при заглибленні в періодичну структуру.

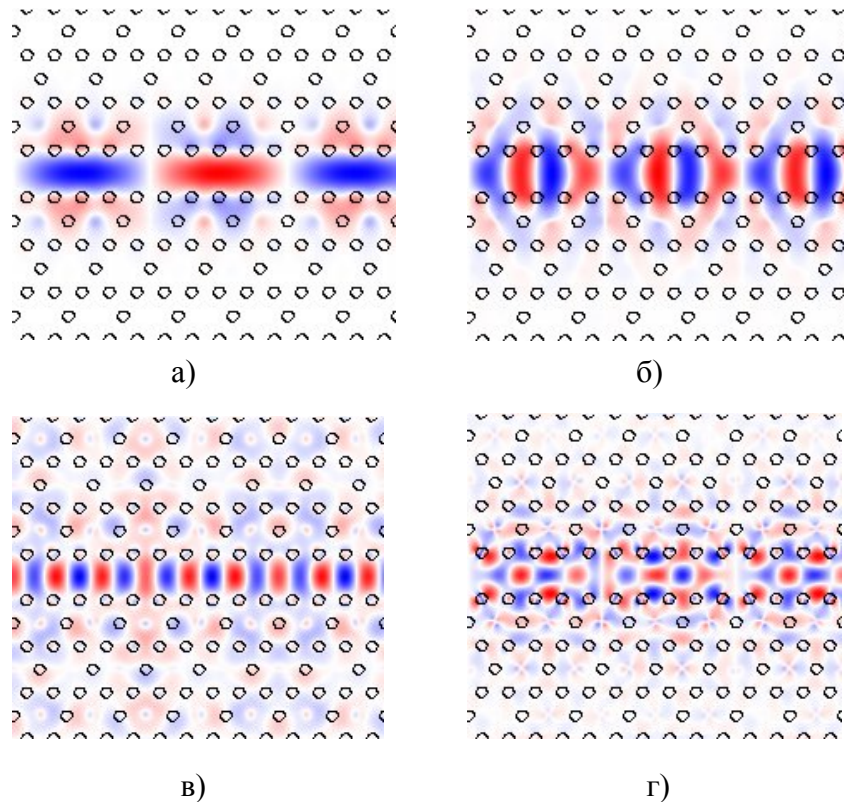


Рисунок 2.12 – Просторові розподіли електричного поля власних режимів фотонно-кристалічного хвилеводу

Просторові розподіли поля на рис. 2.12, (б–г) вже не характеризуються таким загасанням. Особливо це стосується двох високочастотних хвилеводних мод, розподіл поля для яких представлений на рис. 2.12, (в–г). Тут спостерігається певний розподіл поля і в оболонці хвилеводу. Амплітуда цього розподілу суттєво менша за амплітуду поля в хвилеводному каналі. Тому можна ідентифікувати такі моди як хвилеводні. По аналогії з фотонно-кристалічними волоконними хвилеводами з решітками кагоме, можна стверджувати, що механізм локалізації поля в хвилеводному каналі

зумовлений послабленим зв'язком між полем (модю) самого каналу та полем оболонки. Слід відзначити, що такі хвильові моди характерні лише для структур з решітками кагоме і не спостерігаються в фотонно-кристалічних хвильоводах з іншими конфігураціями решіток. Наприклад, з гексагональними або тригональними, які є стандартними для використовуваних схем фотонно-кристалічних структур, хвильових або резонансних.

На рис. 2.13 представлені результати чисельних розрахунків поперечного просторового розподілу електричного поля в фотонно-кристалічному хвильоводі з решіткою кагоме для різних власних режимів структури, які характеризуються локалізацією поля в пустотілому хвильоводному каналі. Тут значення поля, які відкладені уздовж осі ординат, відповідають нормуванням пакету MIT Photonic Bands.

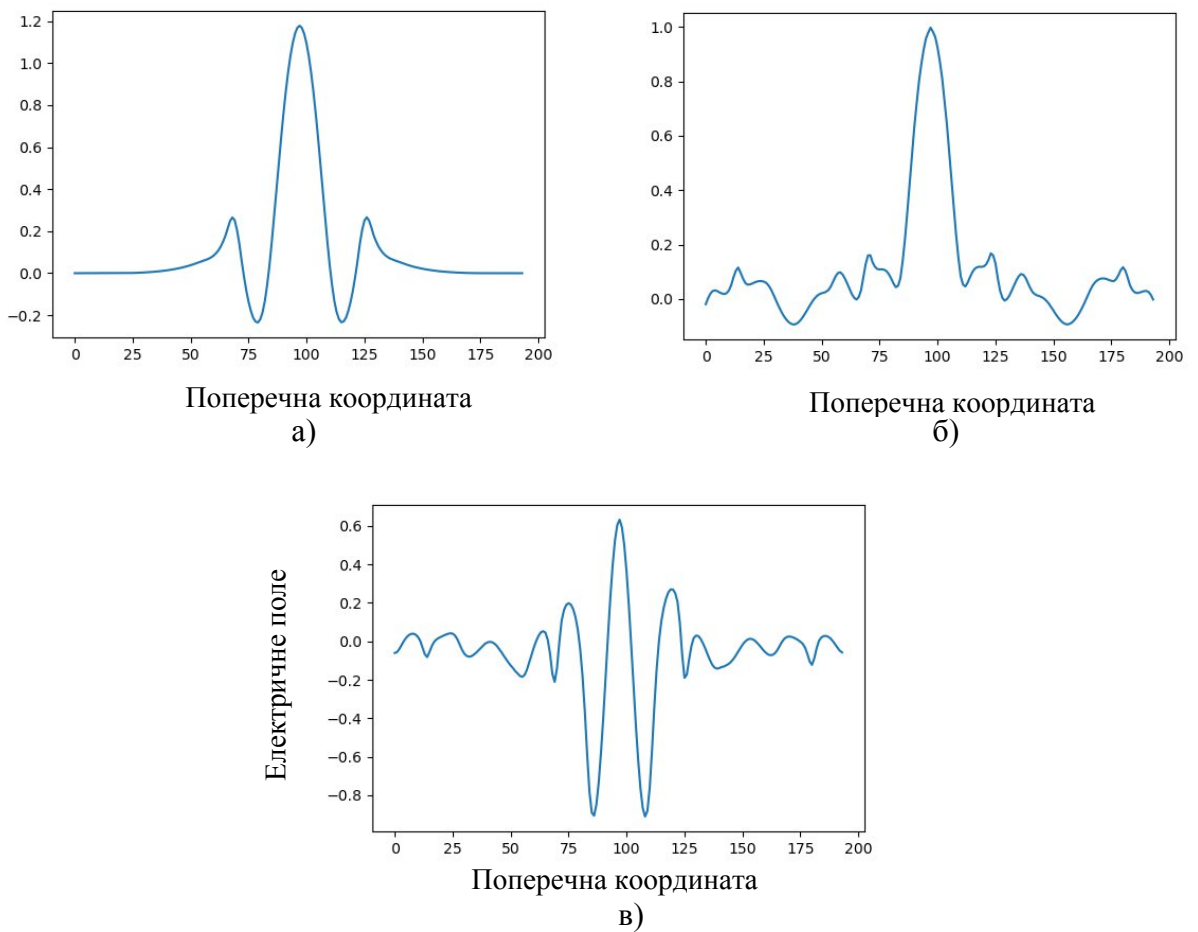


Рисунок 2.13 – Просторові розподіли електричного поля в перетині фотонно-кристалічного хвильоводу з решіткою Кагоме

Просторовий розподіл поля на рис. 2.13, а відповідає хвилеводній моді, яка реалізується завдяки механізму фотонної забороненої зони. Цілком закономірно, що в цьому випадку спостерігається загасання поля при віддаленні від хвилеводного каналу. Хвилеводний канал тут розташований в центральній частині рисунку, де спостерігається максимальна амплітуда поля. Оскільки розподіли поля, представлені на рис. 2.13, побудовані в межах надкомірки періодичної структури, то можна зробити висновок про те, що поле розглянутої хвилеводної моди спадає на межах надкомірки практично до нульового рівня.

На рис. 2.13, б і рис. 2.13, в представлені поперечні розподіли поля для хвилеводних мод, які розташовані на дисперсійній діаграмі фотонно-кристалічного хвилеводу поза межами фотонних заборонених зон. Очевидно, що в цьому випадку амплітуда поля в пустотілому хвилеводному каналі дещо менша порівняно із модою в межах забороненої зони фотонного кристалу оболонки хвилеводу. Дійсно, в цьому випадку частина енергії моди знаходиться в оболонці хвилеводу. Про це свідчать пульсації поля за межами хвилеводного каналу. Тобто в даному випадку поле не спадає до нульового рівня на межах надкомірки періодичної структури.

Отримані результати можна розглядати як ілюстрацію дії механізму локалізації електромагнітної енергії в хвилеводному каналі за рахунок послабленої взаємодії поля в серцевині хвилеводу з полем в його оболонці. Зазвичай відзначене послаблення реалізується за рахунок відсутності узгодження хвильових чисел відзначених полів. В фотонно-кристалічних волоконних хвилеводах з решіткою кагоме це можна пояснити швидкими осциляціями поля оболонки хвилеводу, яке сконцентроване у вузьких кварцових перетинках цієї оболонки.

В структурі, яка досліджується в даній роботі, діелектричні циліндри не зв'язані між собою діелектричними перетинками. Тому осциляції поля в оболонці хвилеводу характеризуються в першу чергу періодом розташування діелектричних циліндрів в поперечному напрямку. Найбільш показовим в

цьому аспекті є поперечний просторовий розподіл електричного поля, показаний на рис. 2.13, в.

Розглянемо далі фотонно-кристалічний хвилевід з решіткою кагоме, в якому збільшено радіус діелектричних циліндрів. Для значення  $r = 0,2L$  схема структури має вигляд, представлений на рис. 2.14. В даному випадку поперечний розмір схеми обмежений одною надкоміркою.

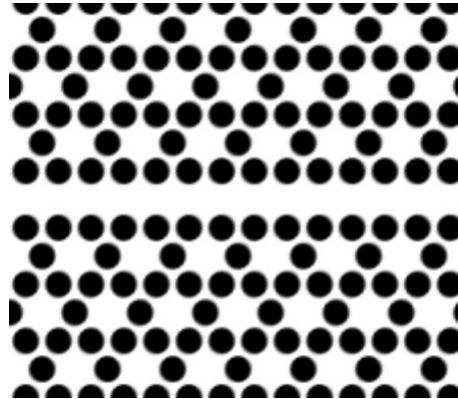


Рисунок 2.14 – Схема фотонно-кристалічного хвилеводу для значення радіусу циліндрів:  $r = 0,2L$

Порівняння цієї схеми з рис. 2.9 свідчить про значне збільшення в цьому випадку коефіцієнту заповнення простору діелектриком. Зокрема, на рис. 2.14 пустотілий хвилеводний канал виявляється практично відділеним від оболонки двома рядами щільно розташованих діелектричних циліндрів. Така зміна конфігурації хвилеводної структури повинна приводити не тільки до суттєвих змін у модовому складі, а й до змін у характеристиках просторового розподілу поля різних хвилеводних мод.

Крім того, в структурі на рис. 2.14 спостерігається зменшення відстаней між краями діелектричних циліндрів, що може, в свою чергу, призводити до посилення електромагнітного зв'язку між цими циліндрами. Цей факт також впливає на характеристики просторового розподілу полів власних режимів фотонно-кристалічної хвилеводної структури. Отже, можна зробити припущення про зміну модового складу досліджуваного фотонно-

кристалічного хвилеводу з решіткою КагOME при збільшенні радіусу діелектричних циліндрів, які складають оболонку пустотілого хвилеводного каналу.

Результати чисельних розрахунків дисперсійної діаграми фотонно-кристалічного хвилеводу, схема якого представлена на рис. 2.14, ілюструються на рис. 2.15. Тут видно, що не у всіх заборонених зонах фотонного кристалу реалізуються хвилеводні режими. Вони спостерігаються у першій і у третій фотонних заборонених зонах.

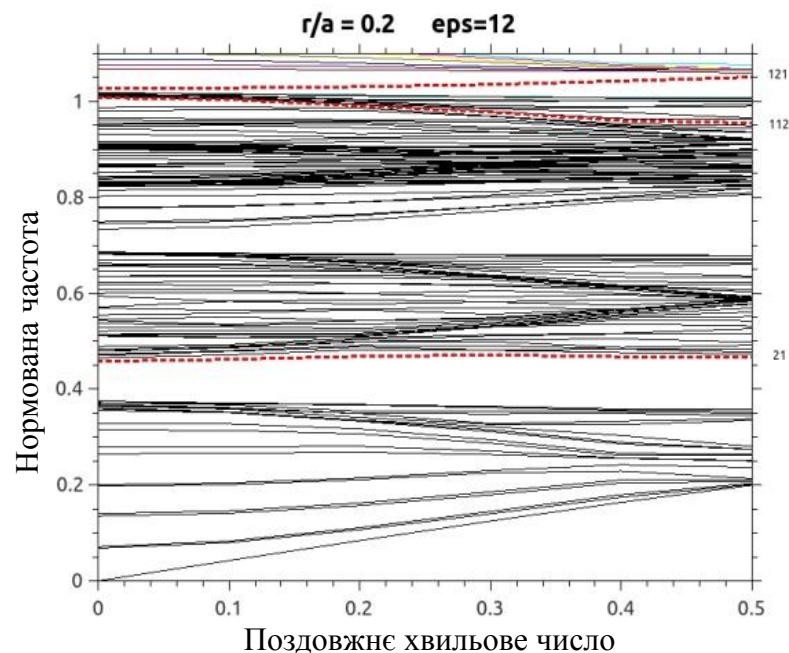


Рисунок 2.15 – Дисперсійна діаграма фотонно-кристалічного хвилеводу з решіткою КагOME

Як і раніше, червоними пунктирними кривими позначені дисперсійні криві, які відповідають хвилеводним режимам структури, тобто режимам із локалізацією енергії в хвилеводному каналі.

Особливістю хвилеводного режиму в першій (найбільш низькочастотній) фотонній забороненій зоні є те, що дисперсійна крива розташована поблизу границі цієї зони. В цьому випадку можна очікувати дещо зниженого рівня локалізації електромагнітної енергії в пустотілому

хвильоводному каналі досліджуваної структури. Крім того, ця крива має дуже малий кут нахилу до осі хвильових чисел. Це свідчить про велике значення групового індексу цієї моди, тобто про низьке значення групової швидкості.

На рис. 2.16 представлені результати розрахунків просторового розподілу електричного поля низькочастотної хвильоводної моди фотонно-кристалічного хвильоводу. З двовимірного розподілу поля видно, що, як і передбачалося, в даному випадку локалізація поля в каналі хвильоводу дещо знижена, оскільки спостерігається його проникнення в оболонку (рис. 2.16, а). Це підтверджується поперечним просторовим розподілом поля (рис. 2.16, б). Тут видно досить суттєвий рівень амплітуди поля за межами пустотілого хвильоводного каналу, розташованого посередині надкомірки.

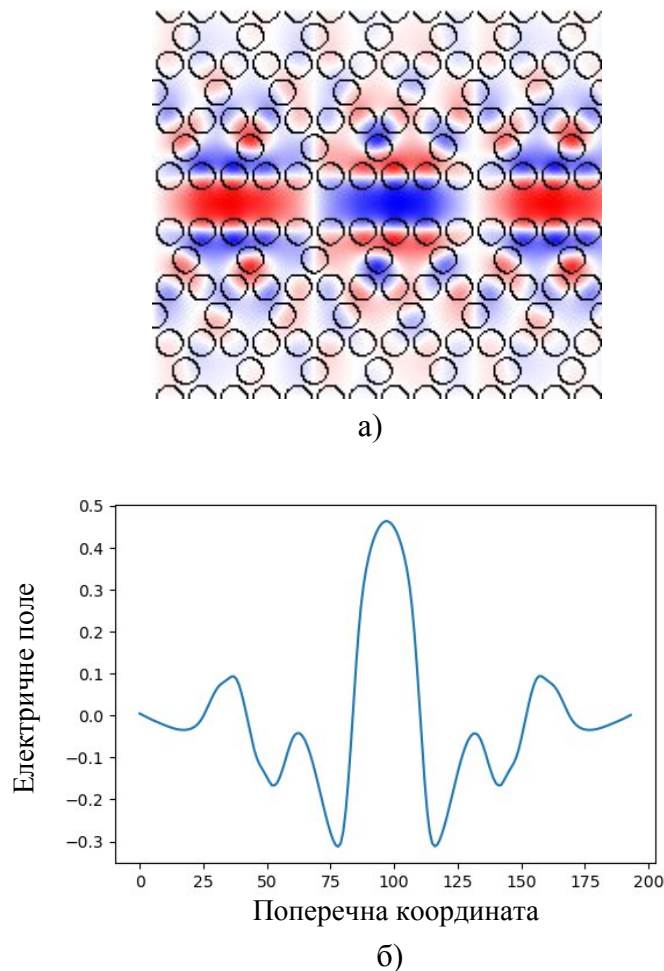


Рисунок 2.16 – Просторові розподіли електричного поля низькочастотної хвильоводної моди

Оскільки ця хвильоводна мода формується за рахунок дії механізму фотонної забороненої зони, то отримані результати підтверджують зроблене припущення про зменшення ступеню локалізації енергії при розташуванні відповідної дисперсійної кривої поблизу границі фотонної забороненої зони періодичної структури.

Інша ситуація спостерігається для хвильоводної моди, яка реалізується у межах високочастотної забороненої зони на рис. 2.15. Результати розрахунків просторового розподілу поля для неї представлені на рис. 2.17.

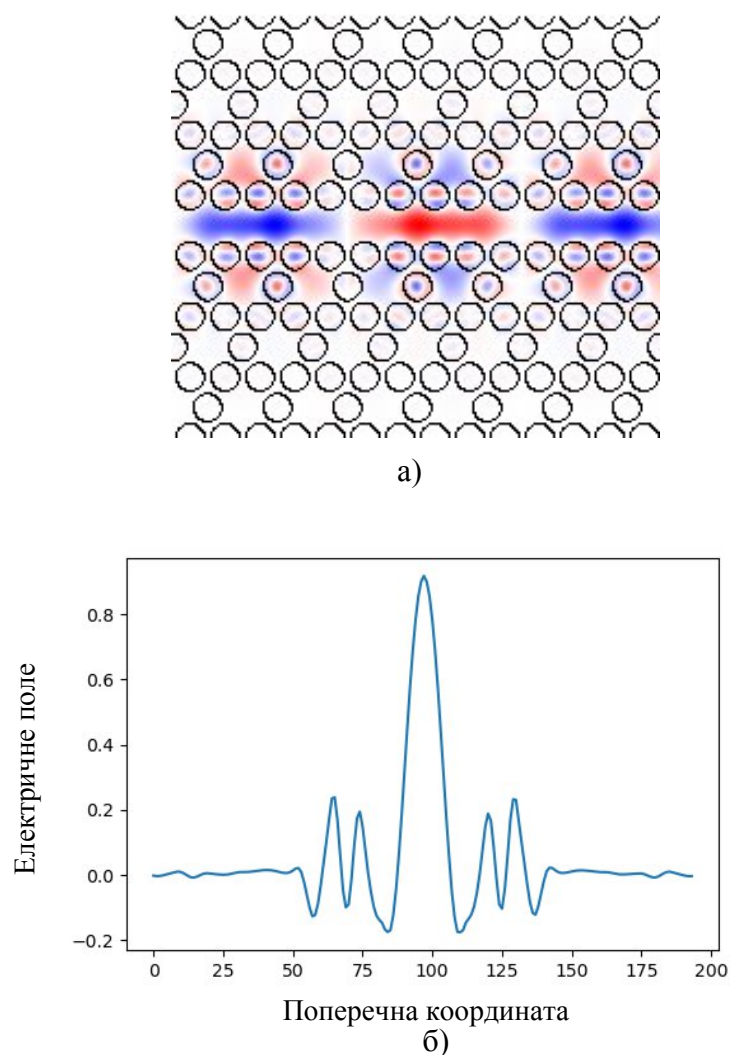


Рисунок 2.17 – Просторові розподіли електричного поля високочастотної хвильоводної моди

В цьому випадку реалізується значно ефективніша локалізація енергії електромагнітного поля в хвилеводному каналі. В межах кількох періодів фотонного кристалу, що знаходяться на краях надкомірки, поле практично дорівнює нулю. Крім того, дисперсійна крива цієї хвилеводної моди охоплює практично весь частотний діапазон відповідної фотонної забороненої зони, як це видно на рис. 2.14.

Розглянемо далі хвилеводний режим, для якого відповідна дисперсійна крива розташовується за межами фотонних заборонених зон. На рис. 2.18 представлені результати розрахунків просторового розподілу електричного поля.

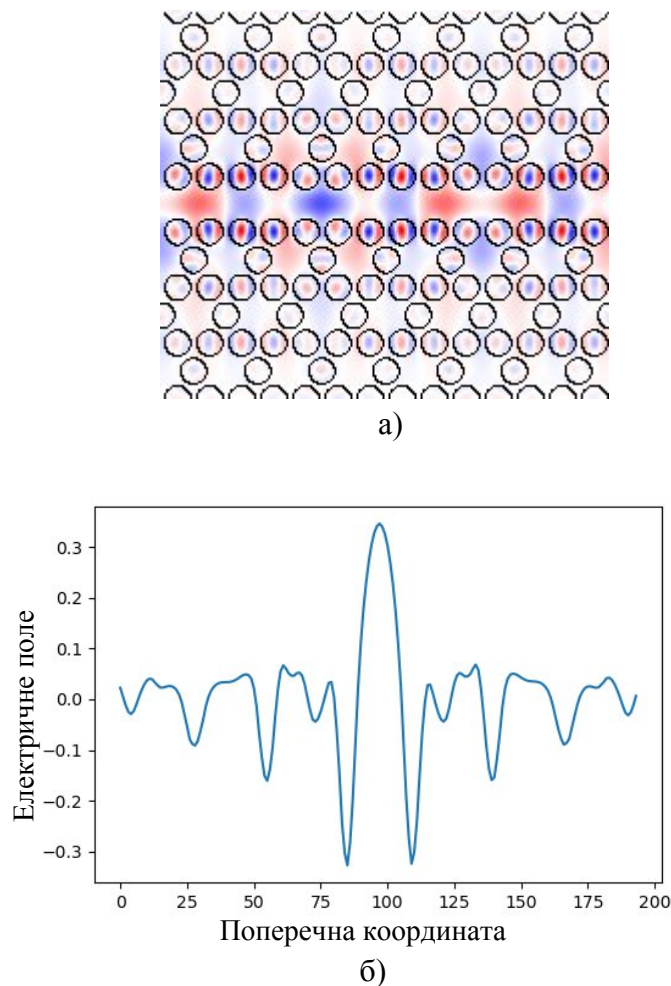


Рисунок 2.18 – Просторові розподіли електричного поля хвилеводної моди за межами заборонених зон

З рисунків видно, що отримані результати повністю відповідають описаним вище механізмам локалізації енергії, які притаманні періодичним структурам на основі решіток кагоме. На рис. 2.18, б) поряд із концентрацією поля в пустотілому хвилеводному каналі спостерігаються осциляції поля практично на всій надкомірці. Таким чином, можна зробити висновок про дію механізму пригніченого зв'язку між полем у хвилеводному каналі, де спостерегається одна варіація поля, і полем оболонки каналу, де спостерігаються множинні варіації поля. Крім того, ця хвилеводна мода характеризується найширшою робочою смугою частот серед усіх розглянутих. Це видно з рис. 2.15. В попередній конфігурації фотонно-кристалічного хвилеводу з решіткою кагоме такий результат не спостерігався.

Таким чином, шляхом модифікації просторової структури фотонно-кристалічного хвилеводу з решіткою кагоме можна керувати електродинамічними характеристиками хвилеводних мод з різними механізмами локалізації електромагнітної енергії.

## ВИСНОВКИ

Проведено аналітичний огляд науково-технічної літератури з питань формування фотонно-кристалічних хвилеводних структур на основі решіток кагоме. Основна увага приділена волоконним хвилеводам і двовимірним фотонно-кристалічним структурам.

Побудовані розрахункові моделі для визначення характеристик власних режимів двовимірних фотонно-кристалічних хвилеводів з решіткою кагоме, які побудовані з діелектричних циліндрів. Моделі розроблені із застосуванням спеціалізованого пакету MIT Photonic Bands.

Проведені чисельні розрахунки дисперсійних діаграм фотонних кристалів з решітками кагоме, що сформовані з діелектричних циліндрів різних діаметрів. Визначені фотонні заборонені зони таких періодичних структур.

Розраховані дисперсійні діаграми двох модифікацій фотонно-кристалічних хвилеводів з решіткою кагоме. Визначені власні хвилеводні режими, які характеризуються локалізацією поля в межах хвилеводного каналу. Показано, що окрім звичайних хвилеводних мод з механізмом фотонної забороненої зони в розглянутих структурах існують хвилеводні моди за межами цих заборонених зон. Показано схожість цих власних режимів з модами фотонно-кристалічних волоконних хвилеводів з решіткою кагоме, де локалізація енергії здійснюється за рахунок механізму пригніченого зв'язку між полем серцевини волокна і полем оболонки.

Отримані результати підтверджують перспективність використання фотонних кристалів і структур з решіткою Кагоме для створення високоефективних компонентів інтегрованої фотоніки, оптичних сенсорів, систем зв'язку та нелінійних оптичних пристроїв.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Lončar M., Nedeljkovic D., Pearsall T. P., Vučković J., Scherer A. Photonic crystal laser sources for integrated optics. *IEEE J. Quantum Electron.* 2002. 38(5) P. 599–603.
2. Ryu H.-Y., Notomi M., Lee Y.-H. *High-Q factor and small mode volume photonic crystal cavity based on hexagonal lattice.* *Appl. Phys. Lett.* 2002. 80(21). P. 3883–3885.
3. John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.* 1987. 58(23). P. 2486–2489.
4. Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.* 1987. 58(20). P. 2059–2062.
5. Brown E. R., Parker C. D., Parker J. F. Theoretical analysis of photonic bandgap enhancement of antenna directivity. *J. Appl. Phys.* 1993. 74(6). P. 3722–3727.
6. Notomi M. Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals: Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap. *Phys. Rev. B* 2000. 62(16). P. 10696–10705.
7. Yariv A., Yeh P. *Photonics: Optical Electronics in Modern Communications.* Oxford University Press. 2002.
8. Chang-Hasnain C. J. Tunable VCSEL. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* 2000. 6(6). P. 978–987.
9. Taflove A., Hagness S. C. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method.* Artech House. 1995.
10. Johnson S. G., Villeneuve P. R., Fan S., Joannopoulos J. D. Guided modes in photonic crystal slabs. *Phys. Rev. B* 1999. 62(12). P. 8212–8222.
11. Meade R. D., Brommer K. D., Rappe A. M., Joannopoulos J. D. Electromagnetic Bloch waves at the surface of a photonic crystal. *Phys. Rev. B* 1991. 44(19). P. 10961–10964.

12. Adibi A., Xu Y., Lee R. K., Yariv A., Scherer A. Guided modes in photonic crystal waveguides and their dispersion properties. *J. Lightwave Technol.* 2000. 18(11). P. 1554–1564.
13. Lau Y.-Y., Fan S. Broadband transmission properties of photonic crystal waveguides. *Opt. Express.* 2002. 10(16) P. 623–628.
14. Wang Q., Lei H., Qi Y., Felser C. Kagome metals: From lattice geometry to electronic topology. *Acc. Mater. Res.* 2024. 5. P. 786–800.
15. Wang Y., Wu H., McCandless G. T., Chan J. Y., Ali M. N. \*Emergent properties in kagome materials. *Nat. Rev. Phys.* 2023. 5. P. 635–651.
16. Yin J.-X., Lian B., Hasan M. Z. Quantum-limit Chern magnetism in kagome metals. *Nature.* 2022. 612. P. 647–653.
17. Morali N., Batabyal R., Nag P. K., Liu E., Xu Q. et al. Fermi-arc diversity on surface terminations of the magnetic Weyl semimetal Co<sub>3</sub>Sn<sub>2</sub>S<sub>2</sub>. *Science* 2019. 365. P. 1286–1291.
18. Liu D. F., Liang A. J., Liu E. K., Xu Q. N. Magnetic Weyl semimetal phase in a kagome crystal. *Science* 2019, 365, 1282–1285.
19. Liu E., Sun Y., Kumar N., Muechler L., Sun A. et al Giant anomalous Hall effect in a ferromagnetic kagome-lattice semimetal. *Nat. Phys.* 2018. 14. P. 1125–1131.
20. Wang Q., Xu Y., Lou R., Liu Z., Li M. et al. Large-Chern-number quantum anomalous Hall effect in a kagome lattice. *Nat. Commun.* 2018. 9. P. 3681.
21. Jovanovic M., Schoop L. M. Topological kagome compounds: Structure–property relationships. *J. Am. Chem. Soc.* 2022. 144. 10978–10987.
22. Gao S., Zhang S., Wang C., Yan S., Han X., Ji X. et al. Flat-band physics and correlated states in kagome materials. *Phys. Rev. X* 2023. 13. 041049.
23. Nakazawa K., Kato Y., Motome Y. Spin–orbital interplay in kagome quantum magnets. *Phys. Rev. B* 2024. 110. 085112.
24. Zhang Y., Gu Y., Weng H., Jiang K., Hu J. Topological flat bands and magnetism in kagome materials. *Phys. Rev. B* 2023. 107. 035126.

25. Kim S.-W., Oh H., Moon E.-G., Kim Y. Strongly correlated topological phases in kagome-lattice systems. *Nat. Commun.* 2023. 14. 591.
26. Wang J.-P., Chen X., Zhao Q., Fang Y., Liu Q. et al. Observation of 2D kagome excitons. *ACS Nano.* 2024. 18. 16274.
27. Park S., Kang S., Kim H., Lee K. H., Kim P., Sim S. et al. Emergent electronic structure in kagome heterostructures. *Sci. Rep.* 2020. 10. 20998.
28. Yan S., Huse D. A., White S. R. Spin-liquid ground state of the  $S = 1/2$  kagome Heisenberg antiferromagnet. *Science.* 2011. 332. P. 1173–1176.
29. Lin Z., Choi J.-H., Zhang Q., Qin W., Yi S., Wang P. Flatbands and correlation effects in kagome lattices. *Phys. Rev. Lett.* 2018. 121. 096401.
30. Cregan R. F., Mangan B. J., Knight J. C., Birks T. A., Russell P. St. J., Roberts P. J., Allan D. C. Single-mode photonic band gap guidance of light in air. *Science* 1999. 285(5433). P. 1537–1539.
31. Russell P. Photonic crystal fibers. *Science.* 2003. 299(5605). P. 358–362.
32. Benabid F., Knight J. C., Antonopoulos G., Russell P. St. J. Stimulated Raman scattering in hydrogen-filled hollow-core photonic crystal fiber. *Science* 2002. 298(5592). P. 399–402.
33. Couny F., Benabid F., Light P. S. Large-pitch kagome-structured hollow-core photonic crystal fiber. *Opt. Lett.* 2006. 31(24). P. 3574–3576.
34. Couny F., Benabid F., Roberts P. J., Light P. S., Raymer M. G. Generation and photonic guidance of multi-octave optical-frequency combs. *Science.* 2007. 318(5853) P. 1118–1121.
35. Pearce G. J., Wiederhecker G. S., Poulton C. G., Burger S., Russell P. St. J. Models for guidance in kagome-structured hollow-core photonic crystal fibres. *Opt. Express.* 2007. 15(20). P. 12680–12685.
36. Neumann J. von, Wigner E. P. Über merkwürdige diskrete Eigenwerte. *Phys. Z.* 1929. 30. P. 465–467.
37. Rundquist A., Durfee C. G. III, Chang Z. H., Herne C., Backus S., Murnane M. M., Kapteyn H. C. Phase-matched generation of coherent soft X-rays. *Science.* 1998. 280(5368). P. 1412–1415.

38. Durfee C. G. III, Backus S., Kapteyn H. C., Murnane M. M. Intense 8-fs pulse generation in the deep ultraviolet. *Opt. Lett.* 1999. 24(10). P. 697–699.
39. Tzankov P., Steinkellner O., Zheng J., Mero M., Freyer W., Husakou A., Babushkin I., Herrmann J., Noack F. High-power fifth-harmonic generation of femtosecond pulses in the vacuum ultraviolet using a Ti:sapphire laser. *Opt. Express* 2007. 15(10). P. 6389–6395.
40. Sashkova Y.V., Odarenko E.N., A.A. Shmat'ko, Shevchenko N.G. Analysis of Slow Wave Modes in Modified Photonic Crystal Waveguides Using the MPB Package: *IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*. 2018, July 2-5. Kyiv. Ukraine. P. 164–167.
41. Odarenko E. N., Hnatenko O. S. Photonic Crystal Fibers with Triangular and Kagome Structures for Fiber Optic Gyroscopes. *Journal of Nano - and Electronic Physics*. 2024. Vol. 16, No. 6. 06029.
42. Johnson S.G., Joannopoulos J. D. Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell's equations in a planewave basis. *Optics Express*. 2001. Vol. 8, No. 3. P. 173–190.