МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТРАНСФОРМАТОРОВ ПОЛНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ НА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДАХ

Е. Л. Пиротти, О. Д. Бакланов, Б. Н. Бальзамов, В. Ф. Кравченко, В. С. Жилков, Н. А. Хижняк, В. В. Устименко

Харьков

Задачи о согласовании генератора и нагрузки при передаче энергии по СВЧ-трактам, а также о создании частотных фильтров рассматривались теоретически и экспериментально. Этим вопросам уделяется много внимания в отечественной и зарубежной литературе [1—5].

Как известно, принцип работы названных устройств основан на компенсации реактивностей, учете рассеяния электромагнитных волн на отдельных элементах волноводной линии и т. д. Однако, несмотря на имеющиеся достижения в этом направлении (удачные конструктивные решения, высокая точность и стабильность в работе), строгая теория расчета устройств еще недостаточно разработана. Это связано прежде всего с ограниченной возможностью корректной постановки внутренней задачи электродинамики и выбором эффективного аппарата при ее решении.

Хотя при решении внутренних задач электродинамики встречаются отдельные трудности, некоторым авторам удалось разработать новую методику расчета подобных приборов, подтверждающуюся экспериментальными данными. Она основана на использовании интегро-дифференциальных уравнений, одновременно удовлетворяющих краевым условиям при рассеянии электромагнитных волн на телах, помещенных в прямоугольный волновод, а также граничным условиям на проводящих стенках волновода.

В работе иллюстрируется эффективность предлагаемого метода при расчете конкретной модели волноводного устройства и его параметров.

Постановка задачи и ее решение

Рассмотрим прямоугольный волновод, в котором расположено два тела эллипсоидальной формы. Из решения станет очевидно, что число рассеивателей может быть произвольным и скажется лишь на количестве уравнений, с помощью которых определяются рассеянные поля.

Рассеиватели обладают некоторыми тензорами проницаемостей ε и μ. Расстояние между ними $s > \lambda_в$, линейные размеры $a \ll \lambda_в$. Тогда рас-

сеянные поля можно определить через электрический и магнитный вектора Герца всей системы, выражающиеся дипольной частью поля рассеяния

$$\vec{\Pi}_d^э = \vec{d}_1 j_1(|\vec{r} - \vec{r}_0|), \quad \vec{\Pi}_d^м = \vec{d}_2 f_2(|\vec{r} - \vec{r}_0|). \tag{1}$$

Дипольные моменты системы представляют собой сумму дипольных моментов каждого ее элемента

$$\vec{d}_1 = \sum_{p=1}^{2} \vec{d}_1^{\,p}(\vec{r}_p), \quad \vec{d}_2 = \sum_{p=1}^{2} \vec{d}_2^{\,p}(\vec{r}_p), \tag{2}$$

которые определяются выражениями

$$\vec{d}_1^{\,p}(\vec{r}_p) = \frac{1}{4\pi}\int_V \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1\right)\vec{E}(\vec{r}_p')\,d\vec{r}', \tag{3}$$

$$\vec{d}_2^{\,p}(\vec{r}_p) = \frac{1}{4\pi}\int_V \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1\right)\vec{H}(\vec{r}_p')\,d\vec{r}',$$

где $\vec{E}(\vec{r}_p')$ и $\vec{H}(\vec{r}_p')$ — поля внутри соответствующего элемента. При $\frac{a}{\lambda_в} \ll 1$ они определяются интегральными уравнениями квазистатики

$$\vec{E}(\vec{r}_p') = \vec{E}_0(\vec{r}_p) + \sum_{q=1}^{2} \vec{E}_{\text{рас}}^{\,q}(\vec{r}_p - \vec{r}_q) + \frac{1}{4\pi}\operatorname{grad}\operatorname{div}\int_V \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1\right)\vec{E}(\vec{r}_p')\,\frac{d\vec{r}'}{|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|},$$

$$\vec{H}(\vec{r}_p') = \vec{H}_0(\vec{r}_p) + \sum_{q=1}^{2} \vec{H}_{\text{рас}}^{\,q}(\vec{r}_p - \vec{r}_q) + \frac{1}{4\pi}\operatorname{grad}\operatorname{div}\int_V \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1\right)\vec{H}(\vec{r}_p')\,\frac{d\vec{r}'}{|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|}. \tag{4}$$

Штрих у знака суммы обозначает суммирование по всем элементам системы, кроме p-го. Из выражения (4) находим, что это постоянные векторы:

$$\vec{E}(\vec{r}_p') = \hat{A}_p\left[\vec{E}_0(\vec{r}_p) + \sum_{q=1}^{2}{}' \vec{E}_{\text{рас}}^{\,2}(\vec{r}_p - \vec{r}_q)\right],$$

$$\vec{H}(\vec{r}_p') = \hat{B}_p\left[\vec{H}_0(\vec{r}_p) + \sum_{q=1}^{2} \vec{H}_{\text{рас}}^{\,q}(\vec{r}_p - \vec{r}_q)\right]. \tag{5}$$

Учитывая сказанное выше, потенциалы Герца необходимо представить следующим образом:

$$\vec{\Pi}_d^э = \sum_{p,\,q=1}^{2} (\vec{d}_1^{\,(p)} + \vec{d}_1^{\,(pq)}) f_1(|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|),$$

$$\vec{\Pi}_d^м = \sum_{p,\,q=1}^{2} (\vec{d}_2^{\,(p)} + \vec{d}_2^{\,(pq)}) f_2(|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|). \tag{6}$$

Функции $f_1(|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|)$, $f_2(|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|)$ строятся на ортонормированных в интервалах $0 \leqslant x \leqslant d$ и $0 \leqslant y \leqslant h$ собственных функциях прямоуголь-

ного волновода. Так как функции $f_1^{(p)}$ и $f_2^{(p)}$ удовлетворяют волновому уравнению с дельтообразной правой частью

$$\Delta f(|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|) + k^2\varepsilon_1\mu_1 f(|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|) = -4\pi\delta(|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|), \tag{7}$$

где

$$\delta(|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|}d\vec{k}_3. \tag{8}$$

Решение (7) дает систему из шести уравнений для $f(|\vec{r}_p - \vec{r}_p'|)$ $(z < 0)$

$$f_{1x}^{(p)} = -\frac{8\pi i}{dh}\sum_{m,\,n=0}^{\infty}\frac{1}{\beta_{m,\,n}}\left(\cos\frac{\pi m}{D}x_p\sin\frac{\pi n}{h}y_p\cos\frac{\pi m}{d}x\sin\frac{\pi n}{h}y\right)e^{i\beta_{mn}z},$$

$$f_{1y}^{(p)} = -\frac{8\pi i}{dh}\sum_{m,\,n=0}^{\infty}\frac{1}{\beta_{m,\,n}}\left(\sin\frac{\pi m}{d}x_p\cos\frac{\pi n}{h}y_p\sin\frac{\pi m}{d}x\cos\frac{\pi n}{h}y\right)e^{i\beta_{mn}z}, \tag{9}$$

$$f_{1z}^{(p)} = -\frac{8\pi i}{dh}\sum_{m,\,n=0}^{\infty}\frac{1}{\beta_{m,\,n}}\left(\sin\frac{\pi m}{d}x_p\sin\frac{\pi n}{h}y_p\sin\frac{\pi m}{d}x\sin\frac{\pi n}{h}y\right)e^{i\beta_{mn}z}$$

и

$$f_{2x}^{(p)} = -\frac{8\pi i}{dh}\sum_{m,\,n=0}^{\infty}\frac{1}{\beta_{m,\,n}}\left(\sin\frac{\pi m}{d}x_p\cos\frac{\pi n}{h}y_p\sin\frac{\pi m}{d}x\cos\frac{\pi n}{h}y\right)e^{i\beta_{mn}z},$$

$$f_{2y}^{(p)} = -\frac{8\pi i}{dh}\sum_{m,\,n=0}^{\infty}\frac{1}{\beta_{m,\,n}}\left(\cos\frac{\pi m}{d}x_p\sin\frac{\pi n}{h}y_p\cos\frac{\pi m}{d}x\sin\frac{\pi n}{h}y\right)e^{i\beta_{mn}z}, \tag{10}$$

$$f_{2z}^{(p)} = -\frac{8\pi i}{dh}\sum_{m,\,n=0}^{\infty}\frac{1}{\beta_{m,\,n}}\left(\cos\frac{\pi m}{d}x_p\cos\frac{\pi n}{h}y_p\cos\frac{\pi m}{d}x\cos\frac{\pi n}{h}y\right)e^{i\beta_{mn}z}.$$

Зная выражения для f_1, f_2, $\vec{d}_1$, $\vec{d}_2$ и, следовательно, для электрического и магнитного потенциалов Герца $\vec{\Pi}_d^{\text{э}}$, $\vec{\Pi}_d^{\text{м}}$, легко найти рассеянные поля. Для этого необходимо воспользоваться соотношениями

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\text{рас}}(\vec{r}) &= (\operatorname{grad}\operatorname{div} + k^2\varepsilon_1\mu_1)\vec{\Pi}_d^{\text{э}}(\vec{r}) - ik\mu_1\operatorname{rot}\vec{\Pi}_d^{\text{м}}(\vec{r}),\\ \vec{H}_{\text{рас}}(\vec{r}) &= (\operatorname{grad}\operatorname{div} + k^2\varepsilon_1\mu_1)\vec{\Pi}_d^{\text{м}}(\vec{r}) + ik\varepsilon_1\operatorname{rot}\vec{\Pi}_d^{\text{э}}(\vec{r}).\end{aligned} \tag{11}$$

Произведя все указанные в системе (11) операции над векторами, получим шесть уравнений для x, y и z — компонент полей, которые удобнее записывать с помощью матриц

$$\hat{P} = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 f_{1x}}{\partial x^2} + k^2\varepsilon_1\mu_1 f_{1x} & \dfrac{\partial^2 f_{1y}}{\partial x\partial y} & \dfrac{\partial^2 f_{1z}}{\partial x\partial z} \\ \dfrac{\partial^2 f_{1x}}{\partial x\partial y} & \dfrac{\partial^2 f_{1y}}{\partial y^2} + k^2\varepsilon_1\mu_1 f_{1y} & \dfrac{\partial^2 f_{1z}}{\partial y\partial z} \\ \dfrac{\partial^2 f_{1x}}{\partial x\partial z} & \dfrac{\partial^2 f_{1y}}{\partial y\partial z} & \dfrac{\partial^2 f_{1z}}{\partial z^2} + k^2\varepsilon_1\mu_1 f_{1z} \end{vmatrix}, \tag{12}$$

$$\hat{Q} = \begin{vmatrix} 0 & -\dfrac{\partial f_{2y}}{\partial z} & \dfrac{\partial f_{2z}}{\partial y} \\ \dfrac{\partial f_{2x}}{\partial z} & 0 & -\dfrac{\partial f_{2z}}{\partial x} \\ -\dfrac{\partial f_{2x}}{\partial y} & \dfrac{\partial f_{2y}}{\partial x} & 0 \end{vmatrix}, \tag{13}$$

БИБЛИОТЕКА

$$\hat{R} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f_{2x}}{\partial x^2} + k^2\varepsilon_1\mu_1 f_{2x} & \frac{\partial^2 f_{2y}}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f_{2z}}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 f_{2x}}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f_{2y}}{\partial y^2} + k^2\varepsilon_1\mu_1 f_{2y} & \frac{\partial^2 f_{2z}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 f_{2x}}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2 f_{2y}}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2 f_{2z}}{\partial z^2} + k^2\varepsilon_1\mu_1 f_{2z} \end{vmatrix}, \tag{14}$$

$$\hat{S} = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{\partial f_{1y}}{\partial z} & \frac{\partial f_{1z}}{\partial y} \\ \frac{\partial f_{1x}}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial f_{1z}}{\partial x} \\ -\frac{\partial f_{1x}}{\partial y} & \frac{\partial f_{1y}}{\partial x} & 0 \end{vmatrix}. \tag{15}$$

Учитывая, что

$$\vec{d}_1 = \hat{g}_1 \vec{E}_{\text{пад}}, \quad \vec{d}_2 = \hat{g}_2 \vec{H}_{\text{пад}}, \tag{16}$$

получаем выражения для рассеянных полей

$$\vec{E}_{\text{рас}} = \sum_{p=1}^{2} \hat{P}_p \hat{g}_1^{(p)} \left[\vec{E}_0(\vec{r}_p) + \sum_{q=1}^{2} \vec{E}^q_{\text{рас}}(\vec{r}_p - \vec{r}_q) \right] -$$
$$- ik\mu_1 \sum_{p=1}^{2} \hat{Q}_p \hat{g}_2^{(p)} \left[\vec{H}_0(\vec{r}_p) + \sum_{q=1}^{2} \vec{H}^q_{\text{рас}}(\vec{r}_p - \vec{r}_q) \right], \tag{17}$$
$$\vec{H}_{\text{рас}} = \sum_{p=1}^{2} \hat{R}_p \hat{g}_2^{(p)} \left[\vec{H}_0(\vec{r}_p) + \sum_{q=1}^{2} \vec{H}^q_{\text{рас}}(\vec{r}_p - \vec{r}_q) \right] +$$
$$+ ik\varepsilon_1 \sum_{p=1}^{2} \hat{S}_p \hat{g}_1^{(p)} \left[\vec{E}_0(\vec{r}_p) + \sum_{q=1}^{2} \vec{E}^q_{\text{рас}}(\vec{r}_p - \vec{r}_q) \right].$$

Рассмотрим случай, когда рассеиватели представляют собой металлические шарики, а заполнение волновода имеет $\varepsilon_1 = \mu_1 = 1$. При этом $\hat{\mu} = 1$ и $\vec{d}_2 = 0$. Тогда для каждого рассеивателя

$$\vec{E}^{(1)}_{\text{рас}}(\vec{r}_1) = \hat{P}_1 \hat{g}_1^{(1)} \left[\vec{E}_0(\vec{r}_1) + \vec{E}^{(2)}_{\text{рас}}(\vec{r}_1) \right],$$
$$\vec{E}^{(2)}_{\text{рас}}(\vec{r}_2) = \hat{P}_2 \hat{g}_1^{(2)} \left[\vec{E}_0(\vec{r}_2) - \vec{E}^{(1)}_{\text{рас}}(\vec{r}_2) \right]. \tag{18}$$

В случае двух тел мы получили два уравнения, для N тел количество уравнений составляет N. Решая систему (18), имеем суммарное рассеянное поле

$$\vec{E}_{\text{рас}}(\vec{r}_1) = \frac{\hat{P}_1 \hat{g}_1^{(1)} + \hat{P}_2 \hat{g}_1^{(2)} e^{-i2\beta mn^s} + \hat{P}_1 \hat{P}_2 \hat{g}_1^{(1)} \hat{g}_1^{(2)} (1 - e^{-i2\beta mn^s})}{1 + \hat{P}_1 \hat{P}_2 \hat{g}_1^{(1)} \hat{g}_1^{(2)}} \vec{E}_0(\vec{r}_1) \tag{19}$$

и коэффициент отражения

$$\eta = \frac{\vec{E}_{\text{рас}}(\vec{r}_1)}{\vec{E}_0(\vec{r}_1)} = \frac{\hat{P}_1 \hat{g}_1^{(1)} + \hat{P}_2 \hat{g}_1^{(2)} e^{-i2\beta_{mn} s} + \hat{P}_1 \hat{P}_2 \hat{g}_1^{(1)} \hat{g}_1^{(2)} (1 - e^{-i2\beta_{mn} s})}{1 + \hat{P}_1 \hat{P}_2 \hat{g}_1^{(1)} \hat{g}_1^{(2)}}. \tag{20}$$

В случае, если в волноводе распространяется основная волна H_{10}, уравнение (20) принимает вид

$$\eta = \frac{\frac{8\pi k^2}{\beta_{10} dh} \left(a_1^3 \sin\frac{\pi}{d} x_1 + a_2^3 \sin\frac{\pi}{d} x_2 e^{-i2\beta_{10} s} \right) +}{1 + \left(\frac{8\pi k^2}{\beta_{10} dh} \right)^2 a_1^3 a_2^3 \sin\frac{\pi}{d} x_1 \sin\frac{\pi}{d} x_2}$$

$$+\left(\frac{8\pi k^2}{\beta_{10}dh}\right)^2 a_1^3 a_2^3 \sin\frac{\pi}{d}x_1 \sin\frac{\pi}{d}x_2 \left(1-e^{-i2\beta_{10}s}\right)}{1+\left(\frac{8\pi k^2}{\beta_{10}dh}\right)^2 a_1^3 a_2^3 \sin\frac{\pi}{d}x_1 \sin\frac{\pi}{d}x_2}. \quad (21)$$

Эксперимент

Для определения точности расчетных формул и диапазона их применения были проведены экспериментальные исследования трансформа-

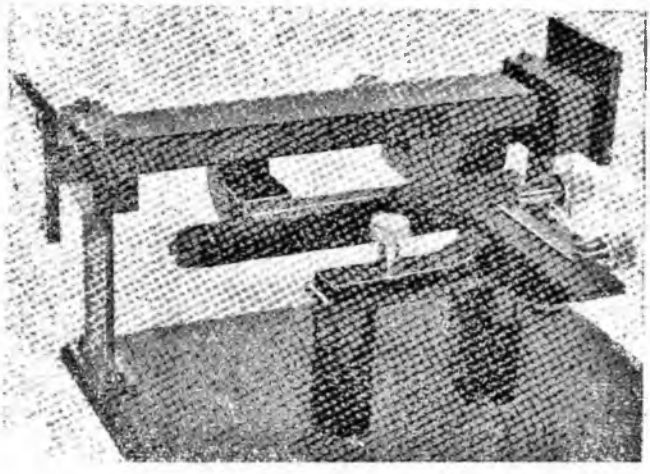


Рис. 1.

торов полных сопротивлений с двумя металлическими сферами. Общий вид макета трансформатора показан на рис. 1. На рис. 2 представлена схема размещения неоднородностей в волноводе.

Неоднородности в волноводе перемещаются с помощью поля постоянного магнита, установленного вне линии передачи. Такой подход исключает нарушение однородности линии, которое может иметь место в том случае, если перемещение тел осуществляется посредством диэлектрического стержня, вводимого в линию через щели. В процессе измерения положение одной неоднородности фиксировалось относительно координаты z, а относительно координаты x ее перемещение было «жестко» связано со смещением постоянного магнита. Вторая неоднородность обладала двумя ступенями свободы в плоскости XOZ. Ее положение в волноводе изменялось аналогичным образом. Для отсчета перемещений использовался измерительный механизм препаратоводителя СТ-12.

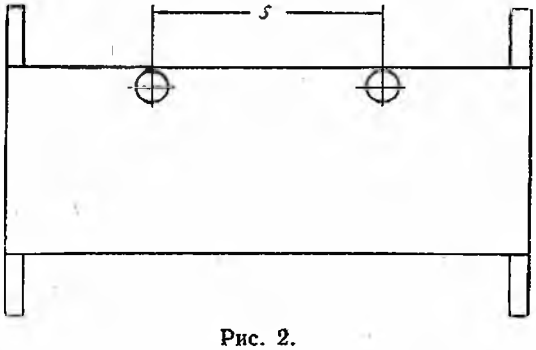


Рис. 2.

Известно, что основной характеристикой трансформатора полных сопротивлений является его динамический диапазон, который характе-

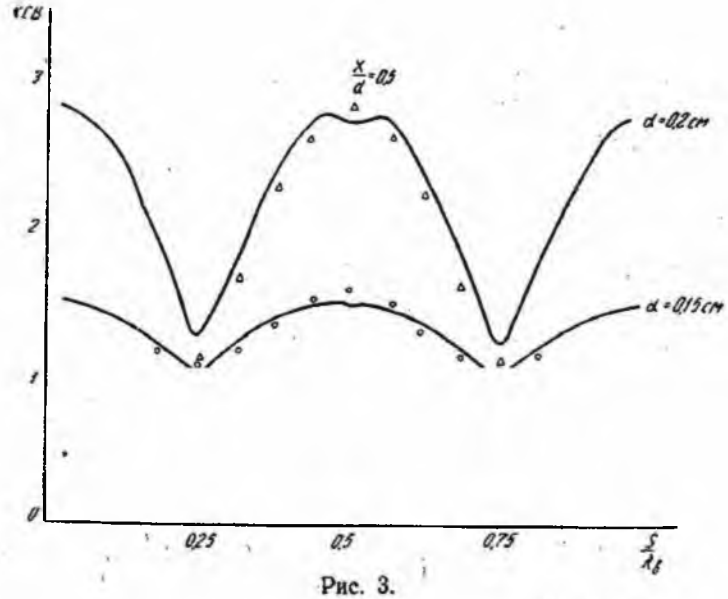

КСВ
3
2
1
0
$\frac{x}{d}=0.5$
d=0,2 см
d=0,15 см
0,25
0,5
0,75
$\frac{\xi}{\lambda_в}$

Рис. 3.

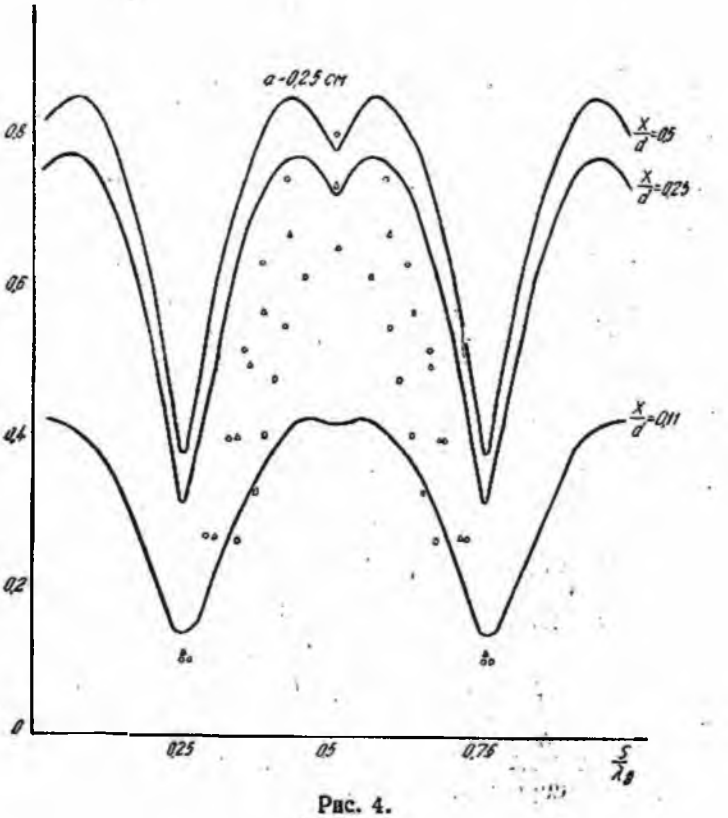

a=0,25 см
0,8
0,6
0,4
0,2
0
$\frac{x}{d}=0.5$
$\frac{x}{d}=0.25$
$\frac{x}{d}=0.11$
0,25
0,5
0,75
$\frac{\xi}{\lambda_в}$

Рис. 4.

ризуется величиной минимального и максимального коэффициента отражения. Для оценки этого параметра применялась измерительная линия ИВЛУ-140. При этом к выходу трансформатора подключалась хорошо согласованная нагрузка (к. с. в. н. в исследуемом диапазоне не превышал 1,03). Результаты измерений представлены на графиках (рис. 3, 4). Здесь же приведены теоретические кривые, полученные по формуле (21).

ВЫВОДЫ

1. Относительное расхождение между экспериментальными и теоретическими результатами (диаметры исследуемых металлических неоднородностей 3—4 *мм*) не превышает 3—5% (рис. 3). С учетом того, что суммарная погрешность измерения коэффициента отражения составляет 6—8%, наблюдается хорошее совпадение теории с экспериментом.

Однако, если диаметр сфер достигает 5 *мм*, начинают сказываться потери, вызванные конечной проводимостью материала, и теоретические результаты, соответствующие идеальному металлу, не совпадают с экспериментальными. Этим же, очевидно, объясняется наличие провалов при $\frac{s}{\lambda_в} = 0{,}5n$, где $n = 1, 2, 3, \ldots$, на теоретических кривых и отсутствие их на экспериментальных (рис. 3, 4).

Существование провалов (идеальная неоднородность) обусловлено тем, что между неоднородностями при использовании трех способов укладывается целое число полуволн рис. 5). В случаях *а* и *б* амплитуда отраженной волны максимальна $\left(\frac{s_1}{\lambda_в} < 0{,}5 < \frac{s_2}{\lambda_в}\right)$. В ситуации *в* $\left(\frac{s}{\lambda_в} = 0{,}5\right)$ коэффициент отражения несколько уменьшается. Расстояние между s_1 и s_2, как следует из расчетных данных, равняется диаметру неоднородности.

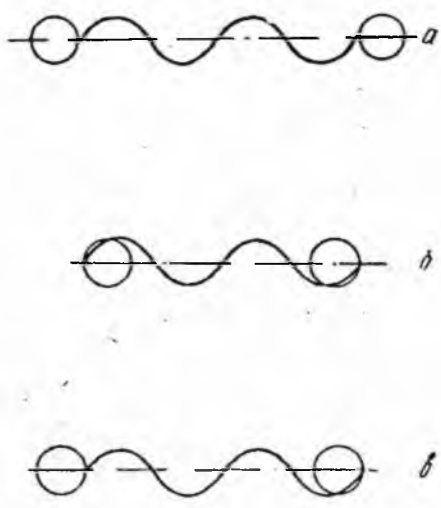


Рис. 5.

При значительном приближении неоднородности к узкой стенке волновода последняя влияет на данное тело, что приводит к существенному различию между расчетными и экспериментальными кривыми (рис. 4, $\frac{x}{d} = 0{,}11$). Принимая во внимание рассеянные поля в зоне $\frac{a}{\lambda_в} < 1$, мы можем, очевидно, учесть это явление.

2. Сравнение расчетных и экспериментальных кривых позволяет также сделать вывод о применимости формул (18), (19) с учетом ограничения длинноволнового приближения, использованного при выводе этих выражений. Согласно рис. 3, 4 максимальное значение $\frac{2a}{\lambda_в}$, удовлетворяющее данному решению и дающее хорошее приближение, равно 0,125.

3. Особенностью исследуемого принципа построения трансформатора является очевидная возможность его использования при разработке

трансформаторов полных сопротивлений, частотный диапазон которых не уже диапазона используемого волновода. Его динамический диапазон может весьма плавно изменяться при взаимном перемещении сфер относительно осей Z и X.

4. Если использовать вместо металлических сфер диэлектрические, можно значительно повысить электрическую прочность устройства, что позволяет использовать его в трактах для передачи больших уровней мощности.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Харвей. Техника сверхвысоких частот, т. 1. Изд-во «Советское радио», 1965.

2. Дж. К. Саусворт. Принципы и применения волноводной передачи. Изд-во «Советское радио», 1965.

3. Н. А. Хижняк Рассеяние электромагнитных волн на малых телах в волноводах. Сб. «Радиотехника», вып. 4. Изд-во Харьковск. ун-та, 1967.

4. В. С. Жилков, В. Ф. Кравченко, Н. А. Хижняк. Об одном методе расчета неоднородностей в прямоугольном и цилиндрическом волноводах и его практическом использовании. Сб. «Радиотехника», вып. 10. Изд-во Харьковск. ун-та, 1969.

5. Н. А. Хижняк, В. С. Жилков, А. И. Козарь, В. Ф. Кравченко. Методика расчета коэффициента отражения от неоднородностей в прямоугольных волноводах. Тезисы докладов Всесоюзной научной сессии, посвященной Дню радио. Изд-во «Советское радио», 1968.

О ПРИМЕНЕНИИ ФЕРРОЗОНДА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ МАГНЕТИТА

Н. А. Ткаченко

Кривой Рог

Для определения количества магнетита в веществе наибольшее применение нашли физико-химический и индукционный способы. Магнитометрический способ используется редко. Распространено мнение, что

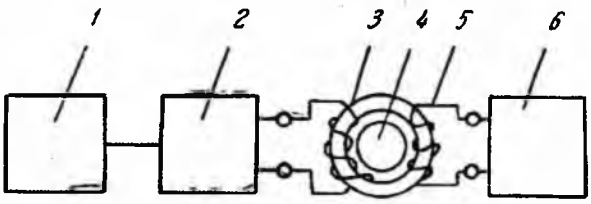


Рис. 1. Блок-схема эксперимента:
1 — звуковой генератор; *2* — усилитель низкой частоты; *3* — возбуждающие обмотки феррозонда; *4* — образец; *5* — измерительные обмотки; *6* — измерительный усилитель.

последний обладает невысокой чувствительностью [1]. Однако исследования по определению количества магнетита магнитометрическим способом, проведенные автором данной статьи, показали, что применение в качестве индикатора магнитного поля феррозонда позволяет с достаточно высокой точностью определить магнитные свойства вещества.

Феррозонд был собран на торроидальном сердечнике из четырех витков пермаллоевой ленты. Толщина ленты — 0,1 *мм*, диаметр тора — 30 *мм*. На сердечник были намотаны четыре обмотки по 300 витков проводом ПЭЛШО 0,31. Блок-схема эксперимента проведена на рис. 1.