

КВАЗИМИНИМАКСНЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ РОБАСТНЫХ АДАПТИВНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

Рассмотрим N -элементную адаптивную антенную решетку (ААР) произвольной конфигурации, осуществляющую прием полезного сигнала на фоне шума и $L(L < N)$ пространственно локальных помех. Известно, что в случае критерия максимума выходного отношения сигнал / (помеха+шум) (ОСПШ) оптимальный вектор весовых коэффициентов (ВВК) имеет вид [1]

$$\bar{\mathbf{W}} = \beta \mathbf{R}_{xx}^{-1} \bar{\mathbf{V}}_y, \quad (1)$$

где \mathbf{R}_{xx} — корреляционная матрица (КМ) входных сигналов; $\bar{\mathbf{V}}_y$ — управляющий вектор, соответствующий направлению прихода сигнала Θ_s ; β — нормирующий множитель.

При ошибках в априорных данных вектор ограничений $\bar{\mathbf{V}}_x$ не соответствует Θ_s и ВВК (1) не является оптимальным. Для упрощения выкладок положим, что расчет ВВК осуществляется при отсутствии помех, то есть $\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{R}_{ss} + \sigma_n^2 \mathbf{I}$, $\mathbf{R}_{ss} = P_s \bar{\mathbf{V}}_s \bar{\mathbf{V}}_s^+$ — КМ полезного сигнала; P_s — мощность полезного сигнала; $\bar{\mathbf{V}}_s$ — “сигнальный” вектор; σ_n^2 — дисперсия теплового шума; \mathbf{I} — единичная матрица. Подставляя в (1) $\mathbf{R}_{xx} = P_s \bar{\mathbf{V}}_s \bar{\mathbf{V}}_s^+ + \sigma_n^2 \mathbf{I}$ получим

$$\bar{\mathbf{W}} = \beta \left[\left(\sigma_n^2 / P_s + N \right) \mathbf{I} - \bar{\mathbf{V}}_s \bar{\mathbf{V}}_s^+ \right] \bar{\mathbf{V}}_y. \quad (2)$$

Обозначим $\eta_{\text{вых}}$ — ОСПШ, обеспечиваемое (2), а $\eta_{0\text{вых}}$ — потенциально достижимое значение ОСПШ и вычислим величину $\xi(\bar{\mathbf{W}}) = \eta_{\text{вых}} / \eta_{0\text{вых}}$

$$\xi(\bar{\mathbf{W}}) = \frac{\cos^2 \gamma \left(\sigma_n^2 / P_s \right)^2}{\left(\sigma_n^2 / P_s \right)^2 + N \left[N + 2 \left(\sigma_n^2 / P_s \right) \right] \left(1 - \cos^2 \gamma \right)}, \quad (3)$$

где $\cos \gamma = \frac{|\bar{\mathbf{V}}_s^+ \bar{\mathbf{V}}_y|}{(\|\bar{\mathbf{V}}_s\| \|\bar{\mathbf{V}}_y\|)}$ — коэффициент пространственной корреляции [2]; γ — обобщенный угол между $\bar{\mathbf{V}}_s$ и $\bar{\mathbf{V}}_y$; $\|\cdot\|$ — обозначение евклидовой нормы. Из (3) непосредственно следует предельное соотношение

$$\lim_{\sigma_n^2/P_s} \xi(\bar{\mathbf{W}}) = 0 \quad \forall \Delta \Theta \quad (\Delta \Theta = |\Theta_s - \Theta_y| > 0). \quad (4)$$

Потребуем, чтобы при $\Delta \Theta \leq \Delta \Theta_{\max}$ и $P_s \leq P_{s \max}$ выполнялось неравенство $\xi(\bar{\mathbf{W}}) \geq \xi_0$, ξ_0 — допустимое значение $\xi(\bar{\mathbf{W}})$ и воспользуемся утверждением.

Утверждение 1. Для выполнения неравенства $\xi(\bar{\mathbf{W}}) \geq \xi_0$ необходимо и достаточно, чтобы при $\Delta \Theta = \Delta \Theta_{\max}$, $P_s = P_{s \max}$ было справедливо условие

$$\bar{\mathbf{Z}}^+ \bar{\mathbf{Z}} \leq N^3 (1 - \cos^2 \gamma), \quad (5)$$

где
$$\cos^2 \gamma = \frac{\left[\left(\sigma_n^2 / P_s \right)^2 + N \right]^2}{\left(\sigma_n^2 / P_s \right)^2 / \xi_0 + N^2 + 2N \left(\sigma_n^2 / P_s \right)}$$
;

$$\bar{\mathbf{Z}} = \lim_{(P_s / \sigma_n^2) \rightarrow \infty} \bar{\mathbf{W}} = N \bar{\mathbf{V}}_y - \rho_{sy} \bar{\mathbf{V}}_s; \quad \rho_{sy} = \bar{\mathbf{V}}_s^+ \bar{\mathbf{V}}_y.$$

Из утверждения 1 и выражения (1) непосредственно следует, что робастные алгоритмы управления ААР можно представить в виде

$$\bar{\mathbf{W}}_0 = \beta \mathbf{F} \{ \bar{\mathbf{W}} \} = \beta \mathbf{F} \{ \mathbf{R}_{xx}^{-1} \bar{\mathbf{V}}_y \}, \quad (6)$$

где $\mathbf{F} \{ \}$ — сжимающий оператор, обеспечивающий выполнение условия (5).

Сжимающий оператор $\mathbf{F} \{ \}$ представим в различных эквивалентных формах, например,

$$\mathbf{F}_1 \{ \mathbf{R}_{xx}^{-1} \bar{\mathbf{V}}_y \}; \quad (\mathbf{F}_2 \{ \mathbf{R}_{xx} \})^{-1} \bar{\mathbf{V}}_y; \quad \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{F}_2 \{ \bar{\mathbf{V}}_y \}. \quad (7)$$

На основании (7), (5) можно построить широкий класс сжимающих операторов, в частности,

$$\mathbf{F}_{21}\{\cdot\} = \mathbf{R}_{xx} + \alpha \mathbf{I}; \quad \mathbf{F}_{22}\{\cdot\} = \mathbf{R}_{xx} + \sum_{j=1}^M g_j \bar{\mathbf{V}}_j \bar{\mathbf{V}}_j^+;$$

$$\mathbf{F}_{31}\{\cdot\} = \bar{\mathbf{V}}_y + \sum_{j=1}^M g_j \bar{\mathbf{V}}_j; \quad (1 \leq M \leq \infty).$$

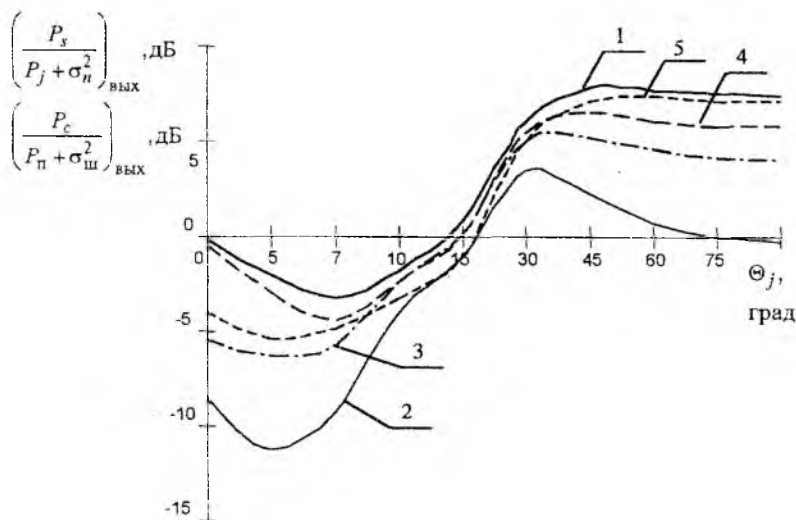
Для определения параметра α оператора $\mathbf{F}_{21}\{\cdot\}$ на основании (1), (5), (7) получим

$$N\alpha^2 - 2\alpha(N^2 - |\rho|^2) + N(N^2 - |\rho|^2) = N^3(1 - \cos^2 \gamma). \quad (8)$$

Положительное вещественное значение α , удовлетворяющее (8) (если оно существует) определяет сжимающий оператор $\mathbf{F}_{21}\{\cdot\}$. Аналогичным образом задаваясь значением M можно определить параметры g_j и $\bar{\mathbf{V}}_j$ операторов $\mathbf{F}_{22}\{\cdot\}$ и $\mathbf{F}_{31}\{\cdot\}$. Очевидно, что в общем случае таких решений может быть бесконечно много. Единственное решение (если оно существует) можно получить, зафиксировав соответственно g_j или $\bar{\mathbf{V}}_j$.

Для иллюстрации эффективности робастных алгоритмов (6) на рисунке показаны, полученные путем имитационного моделирования для случая $N = 3$, $L = 1$, зависимости выходного ОСПШ от угла прихода помехи. При построении графиков использовались следующие предположения о сигнально-помеховой обстановке и структуре АР: — антенная решетка линейная, эквидистантная, межэлементное расстояние $d = \lambda_0/2$ (λ_0 — длина волны полезного сигнала); — антенные элементы (АЭ) изотропные и невзаимодействующие; — истинный угол прихода сигнала $\Theta_s = 7^\circ$; — предполагаемый угол прихода сигнала $\Theta_s = 0^\circ$; — максимальная ошибка в задании направления прихода сигнала $\Delta\Theta_{\max} = 10^\circ$; — допустимое значение величины $\xi(\bar{\mathbf{W}})$ $\xi_0 = 0,1$; входные отношения сигнал/шум $10\lg(P_s/\sigma_n^2) = 10\text{dB}$, помеха/шум $10\lg(P_j/\sigma_n^2) = 6\text{dB}$. Кривые, обозначенные на рисунке цифрами 2—5 получены для случаев: 2 — алгоритм (1); 3 — алгоритм (6), сжимающий оператор $\mathbf{F}_{21}\{\cdot\}$; 4 — алгоритм (6), $\mathbf{F}_{31}\{\cdot\}$, $M = 1$; 5 — алгоритм (6), $\mathbf{F}_{22}\{\cdot\}$, $M = 1$. Для сравнения на рисунке представлена также зависимость (кривая 1), соответствующая случаю применения алгоритма (1) при точных априорных данных.

Из графиков видно, что в случае, когда ошибка в задании направления прихода сигнала не превышает $\Delta\Theta_{\max}$ эффективность робастных алгоритмов типа (6) существенно выше чем эффективность исходного алгоритма (1), а при соответствующем подборе сжимающего оператора выходное ОСПШ приближается к потенциально достижимой величине (кривые 1—5). При этом вычислительная сложность алгоритмов (6), (1), практически одинакова.



Список литературы: 1. Robert A. Monzingo, Thomas W. Miller. Introduction to Adaptive Arrays. A. Wiley-Interscience Publication, Jon Wiley & Sons, 1980. 2. Heng-Chen Lin, Spatial correlations in adaptive arrays IEEE Trans. Antennas and Propag., Vol. AP-30, N2. 1982. P. 212–223.

Харьковский государственный технический университет радиозлектроники

Поступила в редколлегию 03.09.98