УДК 519.62 DOi 10.30837/ bi.2019.2(93).07

І. В. Гребеннік[1], О. С. Чорна[2]

[1]доктор технічних наук, професор, зав. каф. Системотехніки Харківського Національного університету радіоелектроніки, Україна, igor.grebennik@nure.ua, ORCID iD: 0000-0003-3716-9638

[2]асистент каф. Системотехніки Харківського Національного університету радіоелектроніки, Україна, olha.chorna@nure.ua, ORCID iD: 0000-0001-6745-8137

ЦИКЛІЧНІ ПЕРЕСТАНОВКИ В МЕТОДАХ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НА ОСНОВІ ЦИКЛІЧНИХ ТРАНСФЕРІВ

Дана стаття присвячена стратегії розв'язання задач комбінаторної оптимізації, основаній на циклічних трансферах та властивостях множини циклічних перестановок. Циклічні трансфери – це один із відомих методів пошуку в околі, що дозволяє отримувати наближене рішення задач комбінаторної оптимізації. Існує загальний метод для пошуку в околі за допомогою циклічних трансферів. Він заснований на пошуку циклічного трансфера у допоміжному графі. Але особливості задачі, що розв'язується, деколи не дозволяють побудувати допоміжний граф та скористатися вже існуючими методами пошуку. У такому випадку ми пропонуємо використовувати множину циклічних перестановок та її властивості для побудови циклічних трансферів. Для демонстрації застосування, описаної у статті стратегії розв'язку задач комбінаторної оптимізації, було розв'язано задачу маршрутизації транспорту. Обчислювальні експерименти та їх результати наведені у статті.

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ, ЦИКЛІЧНІ ПЕРЕСТАНОВКИ, ЦИКЛІЧНІ ТРАНСФЕРИ, ЗАДАЧА МАРШРУТИЗАЦІЇ, КЛАСТЕРИЗАЦІЯ

Данная статья посвящена стратегии решения задач комбинаторной оптимизации, основанной на циклических трансферах и свойствах множества циклических перестановок. Циклические трансферы – это один из известных методов поиска в окрестности, позволяющий получать приближенное решение задач комбинаторной оптимизации. Известна общая схема поиска в окрестности с помощью циклических трансферов. Она основана на поиске циклического трансфера в вспомогательном графе. Но особенности решаемых задач иногда не позволяют построить вспомогательный граф и воспользоваться уже имеющимися методами поиска. В таком случае предлагается использовать множество циклических перестановок и его свойства для построения циклических трансферов. Для демонстрации стратегии решения задач комбинаторной оптимизации, описанной в статье, было произведено решение задачи маршрутизации транспорта. Вычислительные эксперименты и их результаты приведены в статье.

КОМБИНАТОРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ, ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПЕРЕСТАНОВКИ, ЦИКЛИЧЕСКИЕ ТРАНСФЕРЫ, ЗАДАЧА МАРШРУТИЗАЦИИ, КЛАСТЕРИЗАЦИЯ

Permutations sets are very often considered in theoretical and applied research in the field of combinatorics and combinatorial optimization. By now many properties of permutations have been investigated, in particular those associated with the cyclic structure of permutations. To solve optimization problems on combinatorial sets, a number of methods have been developed and successfully used. Among them, there are methods for finding exact, approximate, and heuristic solutions. Among the search methods for an approximate solution, search methods in the neighborhood are widely used. Among the combinatorial search methods in the neighborhood, it is necessary to distinguish a group of methods that uses cyclic transfers. A general search scheme using cyclic transfers is known. It is based on the search for a cyclic transfer in the auxiliary graph. But the features of the tasks being solved sometimes do not allow constructing an auxiliary graph and using the existing search methods. In such cases, an alternative approach is proposed. This is a general strategy for solving problems using cyclic transfers, which is a modification of the strategy of Thompson and Orlin. We propose the construction of cyclic transfers based not on the use of an auxiliary graph, but based on the set of cyclic permutations and its properties to obtain cyclic transfers. To demonstrate the strategy for solving combinatorial optimization problems described in the article, one of the vehicle routing problems was solved. Computational experiments were conducted to demonstrate the effectiveness of the proposed strategy. Their results are given in the article.

COMBINATORIAL OPTIMIZATION, CYCLIC PERMUTATIONS, CYCLIC TRANSFERS, PICK-UP AND DELIVERY PROBLEM, CLUSTERIZATION

Вступ

При аналізі багатьох наукових і прикладних задач, що мають дискретну структуру, як засіб математичного моделювання виступають комбінаторні множини. Найбільш поширеною серед них є множина перестановок і її різні підмножини. Додаткові обмеження на параметри в таких задачах дозволяють виділити наступні відомі в літературі класи множин перестановок [1–6]: перестановки різних елементів, перестановки з повтореннями, перестановки з n елементів, k з яких різні, циклічні перестановки, перестановки кортежів, композиції перестановок, перестановки містять (що не містять) шаблон (pattern), поліперестановки та інші.

Для вирішення задач оптимізації на комбінаторних множинах розроблені та успішно застосовуються багато методів. Серед них є методи для знаходження точних, наближених та евристичних рішень [1–4]. Доцільність застосування різних методів завжди спирається на особливості даної задачі, її обмеження та вхідні данні. Основні методи знаходження наближеного рішення можуть бути розділені на наступні групи: методи з використанням точних методів, жадібні алгоритми, методи випадкового пошуку та методи пошуку в околі. Методи рішення, які є модифікаціями точних методів, як правило, засновані на методі гілок та меж, методі послідовного аналізу варіантів або на методах відсікання[1].

Серед методів пошуку наближеного рішення широкого застосування набули методи пошуку в околі – це великий клас удосконалюючих алгоритмів, який базується на пошуку кращого рішення в деякій визначеній області навколо стартового рішення задачі комбінаторної оптимізації [7].

Серед комбінаторних методів пошуку в околі необхідно виділити групу методів, що використовують циклічні трансфери [8–13]. Теорія циклічних трансферів є основою загальної стратегії пошуку, подібної до локальних методів пошуку, як-то Simulated Annealing або Tabu Search. Методи на основі циклічних трансферів можуть використовуватись як самостійні методи пошуку у широкому околі, так і як допоміжні кроки інших алгоритмів. Існує ряд робіт, у яких описано застосування методів з використанням циклічних трансферів до широкого спектру задач комбінаторної оптимізації, включаючи узагальнену та квадратичну задачі про призначення [10; 11], проблеми маршрутизації транспортних засобів [9], задачу про мінімальне кістякове дерево [12], а також задачу формування розкладу [13].

Необхідно зауважити, що застосування циклічних трансферів ефективне для вирішення задач комбінаторної оптимізації з певними загальними особливостями. Ці задачі зазвичай характеризуються неможливістю знайти точний розв'язок задачі у наявних обчислювальних можливостях, та застосуванням кластеризації вхідних даних у методах розв'язання. Застосування циклічних трансферів у рамках вирішення задач комбінаторної оптимізації є окремою NP-важкою задачею. Метою даної роботи є розробка стратегії розв'язання задач комбінаторної оптимізації, яка використовує циклічні трансфери, побудовані на основі циклічних перестановок.

1. Теорія циклічних трансферів

Дамо огляд основних, необхідних нам результатів, з теорії циклічних трансферів, згідно робіт Thompson, Orlin та Thompson, Psaraftis [8; 9]. При вирішенні задач комбінаторної оптимізації за допомогою циклічних трансферів розв'язання відбувається у дві стадії. Перша стадія – це стартове розбиття комбінаторної множини на кластери, що не перетинаються, одним із відомих методів кластеризації та формування стартового рішення задачі на даному розбитті одним із відомих методів. Це рішення може бути наближеним, або евристичним. Стартове розбиття, наприклад, може залежати від обмежень задачі, як то, кількість транспортних засобів у задачах маршрутизації, кількість груп, потоків або курсів у задачах формування розкладу. Ефективність стартового рішення оцінюється за допомогою цільової функції задачі комбінаторної оптимізації. В рамках теорії циклічних трансферів в якості показника ефективності розглядається вартість рішення, яка мінімізується.

Друга стадія – застосування циклічних трансферів з метою покращення стартового рішення. Циклічний трансфер – це циклічна перестановка деяких обраних елементів між кластерами. Вибір елементів кластерів, які будуть елементами циклічної перестановки, та формування циклічного трансферу – нетривіальна задача, для вирішення якої можуть застосовуватися різні методи. Різниця між ефективністю стартового рішення та рішення, отриманого після застосування циклічного трансфера, називається вартістю циклічного трансфера. Якщо нове рішення має меншу вартість, то трансфер, за допомогою якого воно було отримано, називають циклічним трансфером від'ємної вартості. Застосування знайденого циклічного трансферу від'ємної вартості до стартового рішення відповідає переміщенню елементів між кластерами, завдяки чому утворюється більш ефективне рішення.

Thompson і Orlin розробили загальний метод для пошуку в околі за допомогою циклічних трансферів. Він заснований на заміні пошуку циклічного трансфера від'ємної вартості на пошук допустимого циклу від'ємної вартості у допоміжному графі. Поняття допоміжного графа було введено в Thompson і Orlin [8] і далі розглянуто Thompson і Psaraftis [9]. Допоміжний граф формується з елементів вхідних даних, які утворюють вершини графа. Ребра допоміжного графу з'єднують тільки вершини, у яких відповідні елементи, належать різним кластерам у початковому розбитті. А вартість кожного ребра (i, j), це те, наскільки зміниться вартість всього рішення якщо із відповідного кластера видалити елемент i та додати до кластера елемент j. Важливим у всіх випадках є те, що використання допустимого циклу з допоміжного графа відповідає переходу до сусіднього рішення від поточного рішення. Вартість циклічного трансферу, основаного на допустимому циклі, точно дорівнює вартості відповідного циклу у графі. Для циклів, які не є допустимими, відповідність вартості циклу у графі вартості циклічного трансферу не гарантується або відповідне переміщення елементів може бути неможливим.

У багатьох випадках неможливо точно оцінити вартість ребер у допоміжному графі, і, як наслідок, неможливо точно оцінити вартість циклів у графі та відповідних їм циклічних трансферів. Допоміжний граф, який був запропонований Thompson і Orlin, можливо побудувати тільки тоді, коли є можливість точно оцінити наскільки зміниться вартість цільової функції деякого рішення вихідної задачі при таких двох діях, застосованих до цього рішення. Перша дія – це вилучення з будь-якого кластеру будь-якого елементу, друга дія – це додавання до будь-якого кластеру будь-якого елементу. Без точної оцінки вартості цих дій, неможливо розрахувати вартість ребер у допоміжному графі. Без вартості ребер неможлива побудова допоміжного графу та пошук циклу від'ємної вартості на ньому. Без допустимого циклу від'ємної вартості у допоміжному графі, якщо дотримуватись методу, описаного Thompson і Orlin, неможливо знайти циклічний трансфер від'ємної вартості.

2. Ідея альтернативного формування циклічних трансферів

У випадках, описаних вище, коли знаходження циклічного трансферу від'ємної вартості на основі допоміжного графа неможливе, пропонується альтернативній підхід. Це загальна стратегія розв'язання задач з використанням циклічних трансферів, яка є модифікацією стратегії Thompson і Orlin [8]. В ній побудова циклічних трансферів заснована не на використанні допоміжного графа, а на застосуванні множини циклічних перестановок та її властивостей для отримання циклічних трансферів від'ємної вартості. Циклічні трансфери від'ємної вартості, побудовані на базі циклічних перестановок, дають можливість знаходження кращого рішення у широкому околі стартового рішення.

В рамках реалізації цієї стратегії, з обраних кластерів вибирають по одному елементу, запропонованому для переміщення в інші кластери. Відбір елементів з кластерів відбувається на підставі попереднього аналізу даних, наприклад, за допомогою евристичних правил, що залежать від предметної галузі. Відібрані елементи є породжуючими для множини циклічних перестановок. У цій множині кожна циклічна перестановка відповідає одному циклічному трансферу. Побудована таким чином множина циклічних перестановок описує всі можливі циклічні трансфери вибраних елементів. Отримані таким чином циклічні трансфери застосовуються до стартових кластерів. Після застосування кожної циклічної перестановки ми отримуємо нове рішення вихідної задачі в околі стартового рішення. Вихідна задача вирішується на нових кластерах та оцінюється, чи змінилась вартість рішення порівняно зі стартовим та у який бік, збільшення чи зменшення. Таким чином буде отримана низка нових рішень вихідної задачі у широкому околі стартового рішення. Кількість цих рішень відповідає потужності множини циклічних перестановок. З усіх отриманих нових рішень обираємо найкраще та робимо крок методу циклічних трансферів. Тобто обране нове рішення стає стартовим для наступного кроку.

3. Постановка задачі та загальна стратегія розв'язання

Виходячи з мети даної роботи, сформуємо стратегію розв'язання задач комбінаторної оптимізації, для яких доречна кластеризація вхідних даних, за допомогою циклічних трансферів, у випадках, коли неможливо побудувати допоміжний граф, для поліпшення стартового рішення. Замість допоміжного графа пропонується використання циклічних перестановок та їх властивостей, для опису і формалізації переміщення елементів між кластерами. Множину циклічних перестановок, та відповідні циклічні трансфери, пропонується формувати за допомогою результатів досліджень комбінаторної множини циклічних перестановок, описаних у роботах [14; 15].

Розглянемо задачу комбінаторної оптимізації:

$$F(x) \to \min_{x \in D \subset E}, \tag{1}$$

де E – комбінаторна множина у деякому комбінаторному просторі Y, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_k) \in E$, $F : E \to R^1$, а множина D формується за допомогою системи обмежень на змінні $x \in E$. Для розв'язання задачі (1) застосуємо стратегію, яка використовує циклічні трансфери. Множину E можна представити у вигляді кластерів, що не перетинаються $E = \bigcup E^i$, $E^i \in E$, $i = 1, 2, \ldots, n$, за деякою ознакою. Для будь-якого розбиття на кластери множини E, виходячи з певних міркувань, можна сформувати множину $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, таку що $a_i \in E^i$, $i \in J_n = \{1, 2, \ldots, n\}$. Ця множина буде множиною породжуючих елементів для множини циклічних перестановок $P_n^C(A)$, $p_i \in P_n^C$, $p_i = (a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_n})$, $\{i_1, i_2, \ldots, i_n\}$ – упорядкування індексів J_n.

На першому етапі розв'язання задачі формується стартове розбиття $E^0 = [E_1^0, E_2^0, \ldots, E_m^0]$, на кластери, що не перетинаються, за деякою ознакою. Нехай отримано допустиме стартове рішення задачі x^0 за умови стартового розбиття E^0 деяким методом комбінаторної оптимізації, ефективність стартового рішення дорівнює $F(x^0 \big| E^0)$.

Другим етапом відбувається формування множини $A^0 = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ породжуючих елементів для множини циклічних перестановок $P_n^C(A)$, такої що $a_i \in E_i^0$, $i \in J_n$. Вибір елементів множини A^0 залежить від особливостей задачі, що розв'язується. Деякі евристичні прийоми для обрання елементів множини A^0 пропонуються та обговорюються нижче. Кожен елемент множини $p_i \in P^C(A^0)$ – це один циклічний трансфер, що описує, які елементи будуть переміщені між якими кластерами у стартовому розбитті. Після застосування циклічної перестановки $p_i \in P_n^C$ до початкового розбиття E^0, отримуємо розбиття $E^j(p_j)$, та відповідну задачу комбінаторної оптимізації:

$$F(x \big| E^j(p_j)) \to \min_{x \in D \subset E}. \tag{2}$$

Розв'язуємо задачу (2) за умови розбиття $E^j(p_j)$ обраним методом комбінаторної оптимізації. Процес зміни початкового розбиття множини E на кластери за допомогою циклічних трансферів та вирішення задачі на альтернативних розбиттях може бути повторювано багаторазово. Розглянемо задачу пошуку циклічної перестановки з множини $P^C(A^0)$, такої що відповідний циклічний трансфер дає можливість отримати найкраще рішення вихідної задачі, з усіх розбиттів $E^j(p_j)$, $j \in J_n$.

Для цього сформулюємо наступну задачу комбінаторної оптимізації на множині циклічних перестановок:

$$F(x \left| E^j(p)) \rightarrow \min_{p \in P^C(A)} \right. . \quad (3)$$

Розв'язання задачі (3) залежить від особливостей та властивостей задачі (1), області її застосування, та від властивостей множини циклічних перестановок, які булі дослідженні у роботах [14; 15]. Для випадку, коли функція $F(x \left| E^j(p)) \right.$ лінійна, у роботах [16; 17] описано та реалізовано методи пошуку точного, наближеного та евристичного розв'язку задачі (3). Для розв'язання задачі (3) з лінійною функцією цілі пропонується використовувати метод гілок та меж та його модифікації, випадковий пошук, та його модифікацію на основі властивостей циклічних перестановок.

Запропонована модифікація стратегії Thompson і Orlin є досить загальною, особливості її імплементації для конкретної задачі комбінаторної оптимізації залежать від властивостей задачі, що розв'язується. В класі задач комбінаторної оптимізації на кластерних даних, розглянемо клас задач маршрутизації транспорту для демонстрації ефективності стратегії поліпшення рішення задач за допомогою циклічних трансферів.

4. Задачі маршрутизації транспорту

Розглянемо клас задач маршрутизації транспорту (vehicle routing problems, VRP). Це широкий клас задач оптимізації, який грає ключову роль в транспортній логістиці. Задачам маршрутизації транспорту присвячено багато книг, статей та монографій, зокрема, [11; 18–22].

В таких задачах для заданого парку транспортних засобів, що знаходяться в одному або декількох депо, треба побудувати маршрути та доставити вантажі до споживачів з урахуванням різних обмежень: на вантажопідйомність транспорту, на часові вікна (time windows), в які клієнти можуть обслуговуватися, тощо.

В реальних задачах виникає багато додаткових обмежень, яким відповідають різні підкласи задач VRP [23-26], серед яких capacitated VRP (CVRP), VRP with Time Windows (VRPTW), Multiple Depot VRP (MDVRP), Split Delivery VRP (SDVRP), Periodic VRP (PVRP), Stochastic VRP (SVRP), VRP with Satellite Facilities (VRPSF), та багато інших.

Описані класи задач Vehicle Routing Problem стосуються різних практичних ситуацій, але зосереджуються на спільній проблемі – ефективному використанні парку транспортних засобів, що повинні розвозити вантажі.

Одним з класів задач маршрутизації транспорту є задачі вивозу і доставки (Vehicle Routing Problems with Pickups and Deliveries, VRPDP, або Pickup and Delivery Problem, PDP) [20; 27], де транспортні засоби обслуговують замовлення клієнтів (transportation requests), в кожному з яких треба забрати вантаж (або декілька вантажів) в пункті завантаження (pickup) та перевезти його у відповідний пункт доставки (delivery). Задача PDP виникає в багатьох контекстах, таких як міські кур'єрські послуги, системи транспортування від дверей до дверей та послуги таксі.

Важливим для реальних задач класом обмежень є обмеження на завантаження транспортного засобу (loading contraints). В найпростіших моделях враховується вантажопідйомність кожного транспортного засобу і маса кожного вантажу.

В реальних задачах також дуже важливо забезпечувати відсутність блокування вантажу в пункті доставки: вантаж має стояти так, щоб його можна було легко дістати, і не повинен бути заблокований іншими вантажами. Щоб врахувати такі вимоги, можна накласти обмеження на порядок завантаження і розвантаження, описавши вантажне відділення транспортного засобу як стек або як буфер.

Розміри можуть бути задані двома вимірами (2D loading constraints), коли задається довжина і ширина вантажів та вантажних відсіків транспортних засобів, а їх висота вважається однаковою, або трьома вимірами (3D loading constraints). При цьому тримірні обмеження завантаження (3D loading constraints) можуть бути описані за допомогою математичного апарату Ф-функцій, для формального описання умови взаємного перетину n-мірних об'єктів [27–29].

У роботі [29] наведено рішення задачі Pickup and Delivery Problem в постановці, що одночасно враховує послідовність завантаження тримірних контейнерів та порядок відвідування пунктів вивозу і доставки, виключаючи можливість блокування одних контейнерів іншими при розвантаженні та забезпечуючи стійкість завантаження. Запропонована дворівнева стратегія розв'язання досліджуваної задачі. Верхній рівень – вирішення задачі кластерізації пунктів вивозу і доставки на задану кількість кластерів k за допомогою методу k-середніх [30]. Це дозволяє поставити у відповідність кожному автомобілю множину пунктів, які він має відвідати. Нижній рівень – побудова маршруту найменшої вартості для кожного автомобіля за допомогою евристики променевого пошуку на етапі розширення рекурсивного дерева. Розроблене програмне забезпечення для отримання точного та евристичного розв'язків досліджуваної задачі.

Особливістю реалізації описаної дворівневої стратегії у роботі [27] є вибір в якості методу кластеризації простого, але не завжди ефективного методу k-середніх, який має деякі недоліки, наприклад, невизначеність вибору початкових центрів кластерів та як наслідок не завжди оптимально сформовані кластери. Тому джерелом покращення цієї стратегії є використання інших методів та алгоритмів кластеризації, або покращення кластеризації, отриманої за допомогою методу k-середніх.

5. Підвищення ефективності розв'язку задачі PDP за допомогою циклічних трансферів

Застосуємо для досліджуваної задачі PDP запропоновану стратегію розв'язання задач комбінаторної оптимізації за допомогою циклічних трансферів. Для цього, після кластеризації множини пунктів pickup and delivery за допомогою методу k-середніх, пропонується вибирати з кожного кластера по одній парі пунктів pickup and delivery які будуть формувати породжуючу множину циклічних перестановок.

Сформована таким чином множина циклічних перестановок $P_n^C(A)$ буде джерелом циклічних трансферів, які застосовуються до стартового розбиття. Таким чином зі стартового розбиття E^0 буде отримано $(n-1)!$ альтернативних розбиттів, або «сусідів». Для цих $(n-1)!$ альтернативних розбиттів розв'язуємо задачу (3), та обираємо найкраще розбиття $E^*(p^*)$. Задачу PDP розв'язуємо на розбитті $E^*(p^*)$ та оцінюємо вартість розв'язку.

Для вибору пар вершин pickup and delivery з кожного кластера, було випробувано дві евристики. Першою була евристика з урахуванням відстані між вершинами pickup and delivery та центром кластера, до якого вони належать. Тобто елементом породжуючої множини ставала та пара pickup and delivery в кластері, для якої сума відстаней від центру кластера до точки pickup та від центру кластера до точки delivery була найбільша. Але ця евристика не надала суттєвого зменшення вартості функції цілі після застосування циклічних трансферів. Другою була випробувана евристика з урахуванням відстані між вершинами pickup and delivery з різних кластерів. Тобто парою для циклічного трансфера буде та пара вершин у кластері відстань від якої до будь-якої вершини pickup and delivery з іншого кластеру буде мінімальна. Завдяки цій евристиці вдалось отримати кращі результати. Нижче наведені результати обчислювальних експериментів з використанням другої евристики.

6. Результати проведених експериментів

Описана вище стратегія вирішення задачі маршрутизації була реалізована програмно. Для проведення експериментів з покращення рішення задачі PDP за допомогою циклічних трансферів, у програмний комплекс з роботи [29] додано можливість зміни стартового розбиття задачі PDP. Також програмно реалізовані наступні кроки: вибір елементів, які будуть переміщені між кластерами, формування з них породжуючої множини для множини циклічних перестановок, застосування циклічних трансферів, відповідних елементам множини циклічних перестановок, вирішення задачі PDP на альтернативних розбиттях, пошук найкращого значення функції цілі з отриманих. Для отримання породжуючої множини циклічних перестановок з елементів кластерів було випробувано дві евристики. Проведені обчислювальні експерименти, які підтвердили доцільність використання однієї з цих евристик для вирішення поставленої задачі.

Проведені експерименти для 3, 4 та 5 кластерів. Кількість пар pickup and delivery змінювалась від 15 до 50. Для невеликої кількості вершин та для 3 та 4 кластерів ширина пошукового променю була 5%. Коли, у зв'язку зі збільшенням розмірності задачі, витрати часу на її вирішення зросли до неприйнятних показників, ширину пошукового променю було зменшено до 1%.

Нижче наведені результаті проведених обчислювальних експериментів. Позначення у таблиці: N – розмірність задачі, тобто кількість пар pickup-delivery, SR (success rate) – відсоток задач, для яких вдалось зменшити значення функції цілі, в результаті одноразового застосування циклічних трансферів, AVG (Cost) – середнє отримане значення функції цілі, для усіх вирішених здач даної розмірності, після застосування циклічного трансферу, AVG(Benefit) – середнє значення, наскільки вдалось зменшити значення функції цілі, Benefit % – AVG(Benefit) у відсотковому співвідношенні до AVG(Cost), RWB – ширина пошукового променю.

Таблиця 1

Результати для 3 кластерів

N	SR	AVG(Cost)	AVG(Benefit)	Benefit %
15	45%	5 084,549	306,270	6%
20	40%	6095,300	529,092	8,6%
30	55%	8057,091	583,622	7,2%
40	60%	8885,765	434,511	4,8%

Таблиця 2

Результати для 4 кластерів

N	SR	RWB	AVG(Cost)	AVG(Benefit)	Benefit %
20	35%	5%	6 582,775	514,715	7,8%
30	45%	5%	8 396,427	657,150	7,8%
40	55%	1%	9 637,011	687,679	7,1%
50	70%	1%	11 218,095	809,446	7,2%

Таблиця 3

Результати для 5 кластерів

N	SR	RWB	AVG(Cost)	AVG(Benefit)	Benefit %
40	60%	1%	10 540,754	887,174	8,4%
50	70%	1%	11 905,301	1 067,554	9%

В задачах розмірності від 15 до 50 вдалось отримати зменшення вартості доставки вантажів від 5 до 9%. Для задач розмірності більше 30 використання ширини пошукового променю, більше 1% виявилось неефективним с точки зору обчислювальних можливостей.

Необхідно відзначити, що з ростом розмірності задачі та кількості кластерів, вигода, тобто зменшення вартості функції цілі, та відсоток задач, для яких вдалось зменшити значення функції цілі зростають. Таким чином дана стратегія поліпшення рішення задач комбінаторної оптимізації є перспективною, та потребує подальшого розвитку.

Висновки

У цій роботі розроблена модифікація стратегії застосування циклічних трансферів з метою покращення розв'язку задач комбінаторної оптимізації на кластерних даних для випадків, коли неможливо побудувати допоміжний граф. В задачах зазначеного класу запропоновано використовувати множину циклічних перестановок та властивості цієї множини для формування циклічних трансферів та знаходження найкращого циклічного трансферу від'ємної вартості.

Запропонована альтернативна стратегія формування циклічних трансферів від'ємної вартості що спирається на властивості множини циклічних перестановок. Описані евристичні правила для вибору елементів, які будуть переміщені між кластерами.

Запропонована стратегія реалізована на прикладі задач маршрутизації PDP. До існуючого розв'язку задачі маршрутизації PDP з роботи [29] додана можливість покращити вартість функції цілі за допомогою циклічних трансферів сформованих на основі множини циклічних перестановок. Пошук найкращого значення функції цілі задачі PDP на альтернативних розбиттях, було реалізовано програмно.

Були проведені обчислювальні експерименти, які показали ефективність запропонованої стратегії. Було отримане зменшення вартості доставки вантажів.

Список літератури:

[1] *Сергієнко І. В.* Математичні моделі і методи розв'язання задач дискретної оптимізації // К.: Наук. думка, 1988. – С. 472.

[2] *Стоян Ю.Г., Яковлев С.В.* Математичні моделі і оптимізаційні методи геометричного проектування // К.: Наук. думка, 1986. – С. 268.

[3] *Sergienko I. V., Hulianytskyi L. F., Sirenko S.I.* Classification of applied methods of combinatorial optimization // Cybernetics and Systems Analysis. – 2009. – № 5(45). – P. 732–741.

[4] *Papadimitriou C.H., Steiglitz K.* Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity // Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1982 – P. 528.

[5] *Стоян Ю Г., Ємець О. О.* Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації // Київ.: Ін-т систем. досліджень освіти, 1993. – С. 188.

[6] *Сергієнко І.В., Шило В.П.* Сучасні підходи до розв'язання складних задач дискретної оптимізації // Проблеми управління і інформатики. – 2016. – № 1. – С. 32-40.

[7] *Ahuja R.K., Ergun ., Orlin J.B., Punnen A.P.* A survey of very large-scale neighborhood search techniques // Discrete Applied Mathematics. – 2002. – № 1–3(123). – P.75–102.

[8] *Thompson P.M., Orlin J.B.* The theory of cyclic transfers: working paper // Massachusetts Institute of Technology, Operations Research Center, 1989 – P. 37.

[9] *Thompson P.M., Psaraftis H.N.* Cyclic transfer algorithms for multivehicle routing and scheduling problems // Operations Research. – 1993. – № 5(41). – P. 935-946.

[10] *Yagiura M., Ibaraki T., Glover F.W.* An ejection chain approach for the generalized assignment problem // INFORMS Journal on Computing. – 2004. – № 2(16). – P. 133-151.

[11] *Rego C., James T.L., Glover F.W.* An ejection chain algorithm for the quadratic assignment problem // Networks. – 2010. – № 3(56). – P. 188-206.

[12] *Ahuja R.K., Orlin J.B., Sharma D.* Multi-exchange neighborhood structures for the capacitated minimum spanning tree // Mathematical Programming. – 2001. – № 1(91). – P. 71–97.

[13] *Post G., Ahmadi S., Geertsema F.* Cyclic transfers in school timetabling // OR Spectrum. – 2012. – № 1(34). – P. 133–154.

[14] *Grebennik I.V., Chorna O.S.* Influence of Certain Transpositions on the Cyclic Structure of Permutations // Cybernetics and Systems Analysis. – 2015. – № 6(51). – P. 947–955.

[15] *Гребеннік І.В., Чорна О.С.* Спеціальні транспозиції елементів перестановок і властивості композиції // Кібернетика і системний аналіз. – 2017. – № 1(53). – С.79–90.

[16] *Гребеннік І. В., Литвиненко А. С., Тітова О. С.* Оптимізація лінійної функції на множині циклічних перестановок // Біоніка інтелекту. – 2012.– № 2 (67). – С. 8–12.

[17] *Grebennik I., Baranov A., Chorna O., Gorbacheva E.* Optimization of linear functions on a cyclic permutation based on the random search // An International Quarterly Journal on Economics of Technology and Modelling Processes . – 2016. – № 3(5). – P. 211–216.

[18] *Kumar S., Panneerselvam R.* A survey on the vehicle routing problem and its variants // Intelligent Information Management. – 2012.– № 3(4). – P. 66–74.

[19] *Pillac V., Gendreau M., Guéret C., Medaglia A. L.* A review of dynamic vehicle routing problems / // European Journal of Operational Research. – 2013. – № 1(225). – P. 1–11.

[20] *Toth P., Vigo D.* Vehicle routing: problems, methods, and applications // Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001 – P. 481.

[21] *Панішев А. В.* Моделі і методи оптимізації замкнутих маршрутів на транспортній мережі: монографія // ЖГТУ, Житомир, 2014 – С. 316.

[22] *Cordeau J., Laporte G., Ropke S.* Recent models and algorithms for one-to-one pickup and delivery problems // The vehicle routing problem: latest advances and new challenges. – 2008. – № 43. – P. 327–357.

[23] *Gendreau M., Laporte G., Potvin J.* Metaheuristics for the capacitated VRP // The vehicle routing problem. Society for Industrial and Applied Mathematics. – 2001. – P. 129–154.

[24] *Belhaiza S., M'Hallah R., Brahim G.B.* A new Hybrid Genetic Variable Neighborhood search heuristic for the Vehicle Routing Problem with Multiple Time Windows // 2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). – 2017. – P. 1319–1326.

[25] *Yao B., Hu P., Zhang M., Wang S.* Artificial bee colony algorithm with scanning strategy for the periodic vehicle routing problem // SIMULATION: Transactions of The Society for Modeling and Simulation International. – 2013. – № 6(89). – P. 762–770.

[26] *Gendreau M., Jabali O., Rei W. S*tochastic vehicle routing problems // Vehicle routing: problems, methods, and applications. – 2014. – P. 213–239.

[27] *Grebennik I. V., Pankratov A. V., Chugay A. M., Baranov A. V.* Packing n-dimensional parallelepipeds with the feasibility of changing their orthogonal orientation in an n-dimensional parallelepiped // Cybernetics and Systems Analysis. – 2010. – № 5(46). – P. 793–802.

[28] *Stoyan Y. G., Gil N. I., Scheithauer G., Pankratov A., Magdalina I.* Packing of convex polytopes into a parallelepiped // Optimization. – 2005. – № 2(54). – P. 215–235.

[29] *Dupas R., Grebennik I., Lytvynenko O., Baranov O.* An Heuristic Approach to Solving the one-to-one Pickup and Delivery Problem with Three-dimensional Loading Constraints // International Journal of Information Technology and Computer Science Information Technology and Computer Science(IJITCS). – 2017. – № 10(9). – P. 1–12.

[30] *Fabregas A. C., Gerardo B. D., Tanguilig III B. T.* Enhanced Initial Centroids for K-means Algorithm // International Journal of Information Technology and Computer Science(IJITCS). – 2017. – № 1(9). – P. 26–33.

Надійшла до редколегії 4.10.2019