УДК 62.506.2

Ю. П. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО, д-р техн. наук

О КОНЕЧНЫХ ПРЕДИКАТАХ

В статье развиты идеи работы [1]. Вводится понятие конечного алфавитного оператора. К нему естественным образом приводит ознакомление с принципом действия цифровой вычислительной машины. Любая вычислительная система, будь то машина в целом или ее отдельный блок, представляет собой устройство, осуществляющее преобразование информации. Эта система имеет вход, принимающий подлежащую обработке информацию, и выход для выдачи выходной информации, сформированной вычислительной системой в ответ на поступившую в нее. Входная и выходная информации имеют вид знаковой последовательности, называемой словом. Знаки, из которых составлено слово, называют буквами.

Любая вычислительная система подвержена следующим ограничениям: 1) алфавит букв, из которых строятся слова для любой конкретной вычислительной системы, всегда конечен; 2) длина слов, которые способна воспринимать и формировать эта система, ограничена наперед заданным числом букв, определяемым конструкцией системы, ее быстродействием и сроком службы; 3) реакции вычислительной системы строго детерминированы: повторное предъявление входного слова всегда приводит к формированию системой того же самого выходного слова. Человеческий интеллект в функциональном отношении весьма сходен с цифровой машиной и имеет те же ограничения, что и любая вычислительная машина. Так же, как и человеческий интеллект, вычислительная машина способна воспринимать, преобразовывать и формировать информацию. Роль входа информации у человека выполняют органы чувств, выхода — органы движения и речи. Информация, с которой оперирует человеческий интеллект, выражена словами в виде текстов и звучащей речи. Из-за конечной чувствительности и разрешающей способности органов чувств, а также из-за их ограниченной полосы пропускания частот человеческий интеллект различает лишь конечное число букв [2, с. 14—16].

Длина слов, которые способен воспринять, обработать и выдать во внешний мир человеческий интеллект, также ограничена. Это обусловлено конечной скоростью восприятия информации, а также ограниченным временем человеческой жизни. Менее очевиден детерминированный характер реакций человеческого интеллекта. Кажущаяся «свобода» нашей воли объяснима тем, что механизмы сознания составляют лишь небольшую часть его. Не имея возможности проследить во всех деталях операции собственного интеллекта, приведшие к тем или иным действиям, человек склонен считать эти действия плодом своей «свободной воли».

Известное в кибернетике понятие алфавитного оператора может служить средством математического описания деятельности интеллекта. Входные слова — воспринимаемая информация, выходные — информация, формируемая интеллектом. Закономерности преобразования информации соответствуют тем или иным алфавитным операторам, преобразующим входные слова в выходные. Задача математического описания функций интеллекта заключается в том, чтобы указать соответствующие этим функциям алфавитные операторы.

И все же понятие алфавитного оператора обладает одним существенным недостатком — его задают в бесконечной области, в которой встречаются слова сколь угодно большой длины. Это обстоятельство приводит к тому, что в понятии алфавитного оператора потенциально присутствует бесконечность. Последнее создает определенные неудобства при математическом описании функций интеллекта и практическом пользовании этими описаниями. Неудобств можно избежать, заменив понятие алфавитного оператора близким к нему понятием конечного алфавитного оператора. Различие между ними состоит лишь в том, что конечный алфавитный оператор задается не на бесконечной области $M=A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup \ldots$ слов произвольной длины алфавита A, а на конечной области $M=A^m$ слов одинаковой длины m.

Понятие конечного алфавитного оператора может служить средством математического описания функций интеллекта. Ограничение, наложенное на длину слов, не является препятствием для его использования, поскольку, как указывалось выше, интеллект тоже подвержен такому ограничению. В качестве m должно быть выбрано число, не меньшее максимальной длины слов, с которыми может оперировать описываемый интеллект. Правда, возникает затруднение — интеллект способен оперировать со словами различной длины, тогда как в понятии конечного алфавитного оператора фигурируют слова одинаковой длины.

Это затруднение, однако, легко преодолевается введением в алфавит A специальной буквы $\sqcup$, называемой знаком пробела или просто пробелом. Слово, имеющее длину, меньшую, чем m, при его математическом описании заменяется словом длины m, правая часть которого совпадает с исходным, а левая часть представляет собой последовательность пробелов. При чтении формальной записи слова знаки пробела, стоящие в слове левее всех остальных букв, не должны приниматься во внимание. Например, если выбрано $m = 6$, то слово *лист* будет формально представлено в виде слова ␣␣ *лист*. Положение здесь точно такое же, как при машинной записи числовых кодов: длина всех кодов принята одинаковой, однако нули, стоящие в левой части кода, при его чтении во внимание не принимаются. Если определить понятие конечного алфавитного оператора таким образом, чтобы в его область определения вошли слова меньшей длины, то существенно усложняется математический язык для записи таких операторов.

В области определения конечного алфавитного оператора M всего содержится $c = k^n$ слов, т. е. ровно столько, сколько имеется n-разрядных k-ичных числовых кодов. Всего существует c^c всюду определенных различных конечных алфавитных операторов, заданных на M. Для каждой функции интеллекта можно выбрать число k букв алфавита A и предельную длину слов m такие, что в множестве всевозможных конечных алфавитных операторов, заданных на множестве $M = A^m$, всегда найдется такой конечный алфавитный оператор (частичный), который может быть принят в качестве адекватного математического описания этой функции интеллекта. Задача состоит в том, чтобы, сообразуясь с фактическими свойствами изучаемой функции интеллекта, суметь выделить этот оператор и записать его в виде формулы на некотором математическом языке. Реализуя полученную формулу на цифровой вычислительной машине, можно изученную функцию интеллекта затем искусственно воспроизвести.

Для того, чтобы иметь возможность математически описывать функции интеллекта, необходим формальный язык для записи любого конечного алфавитного оператора в удобной форме. Такой язык дает описываемая ниже алгебра конечных предикатов. Введем понятие конечного предиката. Пусть A — конечный алфавит, состоящий из k букв $a_1, a_2, \ldots, a_k$, Σ — множество, состоящее из двух элементов, обозначаемых символами **0**, **1** и называемых соответственно ложью и истиной. Переменную, заданную на множестве A назовем буквенной, а переменную, заданную на множестве Σ — логической. Конечным n-местным предикатом над алфавитом A назовем любую функцию $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ от n буквенных аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_n$, заданных на множестве A, принимающую логические значения y. Иногда будем называть конечный предикат f k-ичным, подчеркивая этим, что его алфавит A состоит из k букв. Любой конечный предикат можно задать с помощью таблицы, в которой каждому набору значений аргументов $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ставится в соответствие значение предиката y.

Наборы значений аргументов $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ n-местных k-ичных предикатов удобно интерпретировать как n-разрядные k-ичные числовые коды. При этом буквы $a_1, a_2, \ldots, a_k$ алфавита . интерпретируем как k-ичные цифры $0, 1, \ldots k-1$. В табл. наборы значений аргументов располагаются в порядке возраст. ния представляемых ими чисел. Число всех различных набор значений аргументов n-местного k-ичного предиката равно k Каждому набору присвоим номер, в качестве которого приме число, соответствующее этому набору при его интерпретаці в виде кода. Пронумеруем все k-ичные n-местные предикат С этой целью последовательность значений предиката интерпр тируется как n-разрядный двоичный код (символ **0** — цифрой а символ **1** — цифрой 1). Число, соответствующее этому код примем в качестве номера конечного предиката. Число вс различных n-местных k-ичных предикатов равно 2^{k^n}.

Каждому конечному алфавитному оператору адекватен н который свой конечный предикат. Пусть $y_1y_2 \ldots y_m = F(x_1x_2 \ldots x_m)$ произвольно выбранный конечный алфавитный оператор, преобр зующий входные слова $x_1x_2 \ldots x_m$ длины m в выходные $y_1y_2 \ldots y_m$ той же длины, составленные из букв алфавита . Построим $2m$-местный конечный предикат $f(x_1, x_2, \ldots, x_m,$ $y_2, \ldots, y_m)$ над алфавитом A, руководствуясь следующим пр вилом:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_m, y_1, y_2, \ldots, y_m) = \begin{cases} 1, \text{ если } y_1y_2 \ldots y_m = F(x_1x_2 \ldots x_m), \\ 0, \text{ если } y_1y_2 \ldots y_m \neq F(x_1x_2 \ldots x_m). \end{cases} \quad ($$

Запишем уравнение

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_m, y_1, y_2, \ldots, y_m) = 1.$$

Подставляя в него буквы входного слова $x_1x_2 \ldots x_m$ алфави ного оператора F, получим в результате решения этого уравн ния буквы выходного слова $y_1y_2 \ldots y_m$. Таким образом, предик f, построенный указанным способом, содержит в себе всю инфо мацию об интересующем нас алфавитном операторе F.

Отметим, что точно таким же способом можно задать с п мощью конечных предикатов не только всюду определенные, также и любые частичные конечные алфавитные операторы. Ес для входного слова $x_1, x_2 \ldots x_m$ алфавитный оператор F ставит в соответствие никакого выходного слова, уравнение для заданного набора значений аргументов $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ имеет ни одного решения относительно набора переменн $(y_1, y_2, \ldots, y_m)$, т. е. решение этого уравнения не существу

Важно, что с помощью одного конечного предиката мож задать целое семейство конечных алфавитных операторов. З достигается введением в предикат дополнительной переменной значениями которой служат номера задаваемых алфавитных о раторов. Например, нужно представить в виде конечного п диката семейство, состоящее из трех алфавитных операторо

$y_1y_2 \ldots y_m = F_1(x_1x_2 \ldots x_m)$, $y_1y_2 \ldots y_m = F_2(x_1x_2 \ldots x_m)$, $y_1y_2 \ldots y_m = F_3(x_1x_2 \ldots x_m)$. Строим $2m+1$-местный предикат $f(x_1, x_2, \ldots, x_m, y_1, y_2, \ldots, y_m, z)$, полагая, что при $z=1$ он отвечает алфавитному оператору F_1, при $z=2$ — оператору F_2, при $z=3$ — оператору F_3.

Посредством конечных предикатов можно представлять однозначные и конечные многозначные алфавитные операторы. Последним назовем такое соответствие F, которое сопоставляет каждому входному слову из A^m некоторое семейство выходных слов из того же множества. Если для входного слова $x_1, x_2 \ldots x_m$ алфавитный оператор F ставит в соответствие несколько выходных слов, это значит, что уравнение (2) для заданного набора значений аргументов $(x_1, x_2 \ldots, x_m)$ имеет несколько решений относительно набора переменных $(y_1, y_2, \ldots, y_m)$.

Многозначный оператор можно рассматривать как обобщение понятия однозначного конечного алфавитного оператора. Однозначные операторы — это такие многозначные операторы, которые каждому входному слову ставят в соответствие некоторое множество выходных слов, состоящее не более чем из одного слова. Если каждому входному слову отвечает множество, состоящее не менее чем из одного слова, то такой конечный алфавитный оператор будет всюду определенным. Если же некоторым из входных слов соответствует пустое множество слов, то такой алфавитный оператор — частичный.

Вводя конечные предикаты, получили не только средство представления для однозначных конечных алфавитных операторов, но и возможность представления многозначных операторов, которые очень удобны для математического описания суждений интеллекта — важных объектов теории.

При переходе от конечных алфавитных операторов к соответствующим им конечным предикатам одновременно реализуется переход от переменных X и Y, значениями которых служат слова, к переменным $x_1, x_2, \ldots, x_m, y_1, y_2, \ldots, y_m$, пробегающим буквенные значения. Переход к буквенным переменным дает весьма удобный математический язык для описания функций интеллекта. Важно понять, что буквенные переменные невозможно использовать, если не перейти к конечным алфавитным операторам.

При попытке представления этих алфавитных операторов с помощью предикатов с буквенными переменными пришлось бы столкнуться с необходимостью введения бесконечного числа буквенных переменных. Если после ограничения области определения алфавитных операторов конечным множеством сохранить в этой области слова различной длины, это также помешает перейти к буквенным переменным, так как потребуется ввести огромное непостижимое переменных. Конечные предикаты с буквенными переменными — это та награда, которую мы получаем в обмен за отказ от традиционного понятия алфавитного оператора.

Рассмотрим пример представления конечного алфавитнон оператора с помощью конечного предиката. Пусть дан операто $Y = FX$, преобразующий двухбуквенные слова $X = x_1x_2$ русског алфавита в однобуквенные — $y = y_1$. Вид преобразования указа в табл. 1. Этому алфавитному оператору ставим в соответствие предикат $z = f(x_1, x_2, y_1)$, описываемый табл. 2. В таблице указаны не все столбцы, а только те из них, у которых в последней строке стоит значение **1**.

Таблица 1

X	до	ре	ми	фа	ля	си
Y	а	о	у	и	е	я

Таблица 2

x_1	д	р	м	ф	л	с
x_2	о	е	и	а	я	и
y_1	а	о	у	и	е	я
z	1	1	1	1	1	1

Полагаем, что во всех отсутствующих столбцах предика принимает значение 0. Поскольку в русском алфавите 33 буквь то общее число столбцов таблицы должно было бы составит $33^3 \approx 30$ тысяч. В связи со столь резким увеличением размер таблицы может сложиться впечатление, что представление опе раторов в виде конечных предикатов не дает никаких преиму ществ и даже усложняет дело. Однако конечные предикаты в отличие от конечных алфавитных операторов, которые при шлось бы описывать средствами многозначной логики, допус кают весьма удобную аналитическую запись, сходную с фор мулами алгебры логики.

Список литературы: 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* О теории интеллекта.- В кн.: Проблемы бионики. Харьков, 1977, вып. 22, с. 15—22. 2. *Глушков В. М* Введение в кибернетику. Киев, Изд-во АН УССР, 1964, 324 с.

Поступила 19 июля 1978 год