

# РАДИО- ТЕХНИКА

**117/2001**



## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕТРАДИЦИОННОМ МАГНЕТРОННОМ ГЕНЕРАТОРЕ

### Введение

Процесс создания новых приборов со скрещенными полями предполагает проведение сложных расчетов для определения возможных значений их выходных параметров. Учитывая сложный нелинейный характер взаимодействия электронных потоков с ВЧ волной в электронно-волновых системах со скрещенными полями, проведение данных расчетов сопряжено со значительными математическими трудностями, связанными с разработкой и применением сложных математических моделей, а также с последующей разработкой программного обеспечения.

Одним из путей совершенствования конструкций классических приборов со скрещенными полями (повышение КПД и уровня выходной мощности, понижение анодного напряжения, улучшение стабильности рабочей частоты и т.д.) является применение новых технологий, что в конечном итоге обусловило переход к нетрадиционным конструкциям приборов со скрещенными полями [1]. Для изучения физических процессов в нетрадиционных приборах М-типа требуется создание сложной математической модели. Вычислительный эксперимент позволит получить предварительную оценку работы новой конструкции для последующей ее реализации в виде экспериментального макета, а также сократит этап проектирования и затраты на производство новой конструкции.

В данной статье рассматривается постановка задачи построения трехмерной математической модели нетрадиционного магнетронного генератора в квазипериодическом, нерелятивистском и одновидовом ( $\pi$ -вид) приближениях.

### Математическая модель магнетрона

Предложенная конструкция представляет собой нетрадиционную электронно-волновую систему, в которой два электронных потока взаимодействуют с синхронной электромагнитной волной («два электронных потока + ВЧ волна»). Конструкция внутреннего и внешнего пространств взаимодействий нетрадиционного магнетронного генератора представлена на рис. 1, где 1 – внутренний катод; 2 – внешний катод; 3 – замедляющая система. Упрощенная модель генератора показана на рис. 2, где а – общий вид нетрадиционного автогенератора магнетронного типа; б – элементы его конструкции. Он сочетает в себе две разновидности азимутально-симметричных электронно-волновых систем – обычную и обращенную [2].

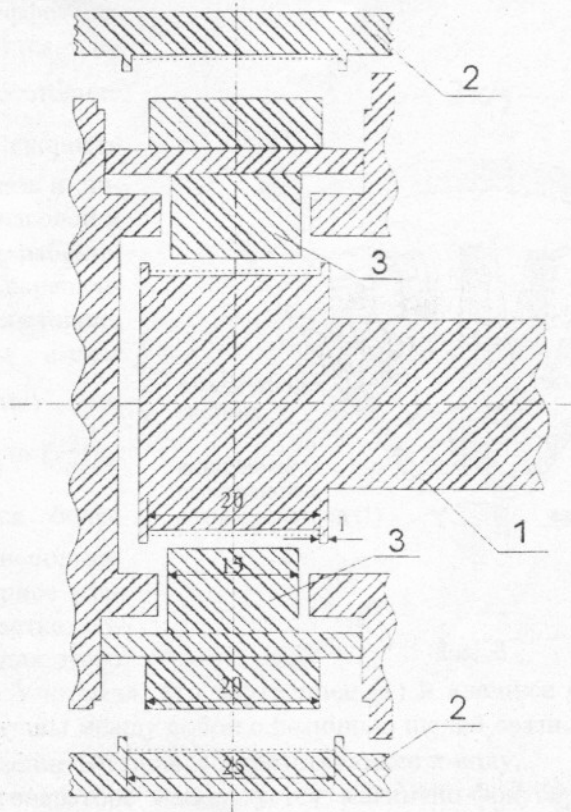


Рис. 1

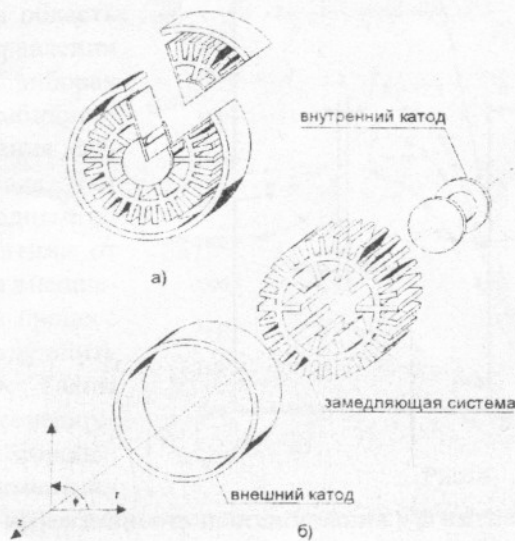


Рис. 2

Особенностью взаимодействия в нетрадиционном магнетронном генераторе является то, что электронные потоки в пространствах взаимодействий имеют противоположные направления вращения, то есть внутренний поток вращается вокруг внутреннего катода по часовой стрелке, а внешний — вокруг внешнего катода против часовой стрелки. Средние скорости дрейфа обоих потоков находятся как  $V_e^{1,2} = E_0^{1,2} / B_0^{1,2} \approx U_a^{1,2} / d^{1,2} \cdot B_0^{1,2}$ , где  $U_a^{1,2}$  — анодное напряжение;  $d^{1,2}$  — расстояние между анодом и катодом;  $B_0^{1,2}$  — магнитное поле, где индексы “1” и “2” соответствуют внутреннему и внешнему пространствам взаимодействия.

Как известно, состояние наиболее эффективной работы отмечают, когда выполняется следующее условие  $V_e^1 \approx V_e^2 \approx V_{\phi}^{+,-}$  (состояние синхронизма), где  $V_{\phi}^{+,-}$  — фазовая скорость синхронной пространственной гармоники и индексы (+) и (-) связаны с вращением по часовой и против часовой стрелки. Имеется два рабочих режима нетрадиционного генератора со скрещенными полями, чтобы удовлетворить состоянию синхронизма. В первом случае мы имеем  $U_a^1 \neq U_a^2$  (два источника питания) и  $B_0^1 = B_0^2 = const$ , а во втором —  $U_a^1 = U_a^2$  и  $B_0^1 \neq B_0^2$ . Последний режим является более предпочтительным, так как позволяет использовать общее питание. Возможное двумерное распределение электрического поля на участке, соответствующем средней части сектора для этого случая, схематично показано на рис. 3.

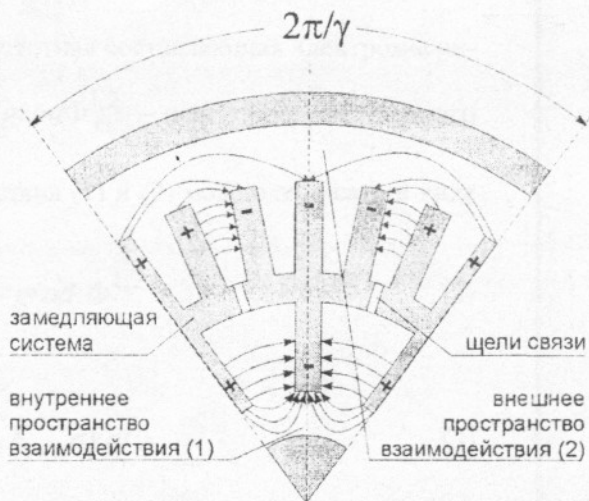


Рис. 3

Учитывая, что внутреннее (1) и внешнее (2) пространства взаимодействия электродинамически связаны между собой с помощью щелей связи, в пространствах (1 и 2) устанавливается единое распределение ВЧ поля, соответствующее  $\pi$ -виду.

В нетрадиционном магнетроне генераторе используется магнитно-фокусирующая система (МФС), которая обычно используется в классических приборах М-типа с азимутальной симметрией (классических магнетронах). Распределение индукции магнитного поля в этом случае имеет вид, приведенный на рис. 4.

Выделенные участки при этом соответствуют областям внутреннего (1) и внешнего (2) пространств генератора. Видно, что область квазиоднородного участка поля соответствует пространству взаимодействия внутреннего каскада, а область линейно неоднородного в радиальном направлении магнитного поля, которая в классических приборах практически не используется, в случае комбинированного генератора применяется для создания магнитного поля в области внешнего каскада. Тот факт, что поле является линейно неоднородным по радиусу (при одновременном его уменьшении от катода к аноду в обращенной конструкции внешнего каскада прибора) не только не ухудшает процесс взаимодействия, а, наоборот, позволяет улучшить энергетические характеристики прибора. Таким образом, применение в комбинированном генераторе стандартной МФС позволяет, с одной стороны, упростить его проектирование (за счет применения стандартной МФС), а с другой — повысить эффективность использования магнитного поля.

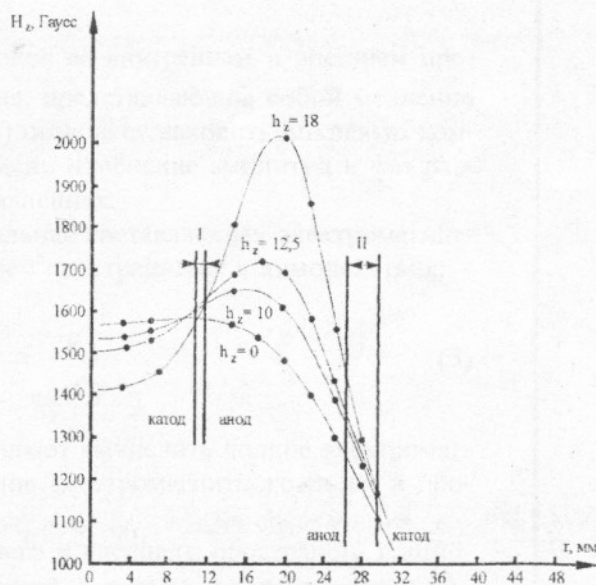


Рис. 4

Моделирование нелинейного взаимодействия электронных потоков с ВЧ полем проводится методом крупных частиц (PIC-метод) и в секторе с центральным углом, равным  $2\pi/\gamma$ , где  $\gamma = \omega/\Omega$  – постоянная распространения, равная числу замедленных длин волн, укладываемых вдоль длины ЗС (выделенный участок на рис. 2, а), где  $\Omega$  – угловая скорость вращения подвижной системы координат.

Используя переменные Лагранжа для описания поведения заряженных частиц, уравнения движения электронных потоков в пространствах 1 и 2 можно представить в виде:

$$\frac{dV^{1,2}}{dt} = -\eta \left( \tilde{E}^{1,2} + E_0^{1,2} + E_{nz}^{1,2} \left[ V^{1,2} \times B_0^{1,2} \right] \right), \quad (1)$$

где  $\eta = \frac{|e|}{m}$  – приведенный заряд электрона;  $\tilde{E}^{1,2}$  – высокочастотная составляющая электромагнитного поля;  $E_0^{1,2}$  – статическое электрическое поле;  $E_{nz}^{1,2} = -grad\Phi^{1,2}$  – поле пространственного заряда.

Полное электромагнитное поле в пространствах взаимодействия (1) и (2) можно записать в виде [3]:

$$\tilde{E}^{1,2}(t) = \sum_{bl} (C_{+s} \tilde{E}_{+s} + C_{-s} \tilde{E}_{-s}) - grad \Phi^{1,2}, \quad (2)$$

$$C_{+s} = -\frac{1}{T} \frac{i}{2(\omega - \omega_{+s})} \frac{1}{N_{+s}} \int_0^T \int_V J_1 E_{+s} dV dt, \quad (3)$$

$$C_{-s} = -\frac{1}{T} \frac{i}{2(\omega + \omega_{-s})} \frac{1}{N_{-s}} \int_0^T \int_V J_2 E_{-s} dV dt, \quad (4)$$

где  $\tilde{E}_{+s} = E_{+s}^r \tilde{i} + E_{+s}^\phi \tilde{j} + E_{+s}^z \tilde{k}$ ,  $\tilde{E}_{-s} = E_{-s}^r \tilde{i} + E_{-s}^\phi \tilde{j} + E_{-s}^z \tilde{k}$  – электромагнитное поле;  $N_{+s} = N_{-s} = \frac{1}{4\pi} \int_V E_s^2 dV$  – норма вида колебаний;  $\omega_{+s} = \omega_{-s}$  – собственная частота резонатора;

$\omega$  – частота возбуждения резонатора;  $\tilde{J}_1$  и  $\tilde{J}_2$  – плотности токов во внутреннем и внешнем пространствах взаимодействий;  $C_{+s}$ ,  $C_{-s}$  – коэффициенты разложения, представляющие собой медленно меняющиеся функции времени. Таким образом, решение (3) и (4) позволяет находить вихревую компоненту электромагнитного поля и определять с течением времени изменение амплитуд и фаз распространения электромагнитных волн в противоположных направлениях.

Для вычисления поля пространственного заряда (потенциальная составляющая электромагнитного поля) решается уравнение Пуассона во внутреннем и внешнем пространствах взаимодействия:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi^{1,2}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi^{1,2}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \Phi^{1,2}}{\partial z^2} = -\frac{\rho^{1,2}}{\epsilon_0}. \quad (5)$$

Уравнение (2), с учетом (3) и (4), а также уравнение (5) позволяют вычислить полное электромагнитное поле (как вихревую, так и потенциальную составляющие электромагнитного поля) в пространствах взаимодействия 1 и 2 прибора.

Для описания движения электронных потоков для внутреннего и внешнего пространств взаимодействий выбираем неподвижную цилиндрическую систему координат  $(r, \phi, z)$  (левая тройка, рис. 2, б).

Моделирование проводится относительно подвижной системы координат  $(r', \phi', z')$ , вращающейся в положительном направлении с угловой скоростью  $\Omega$  (внутреннее пространство взаимодействия 1) и в отрицательном направлении – с угловой скоростью  $-\Omega$  (внешнее пространство взаимодей-

ствия 2). Тогда связь лабораторной системы координат с координатами подвижной системы определяется из следующих выражений:

$$\begin{aligned} r^1 &= r; & \varphi^1 &= \varphi - \Omega \cdot t; & z^1 &= z; \\ r^2 &= r; & \varphi^2 &= -(\varphi - \Omega \cdot t); & z^2 &= z. \end{aligned}$$

Окончательно система уравнений движения в скалярной форме относительно подвижной цилиндрической системы координат запишется в следующем виде:

$$\frac{dV_r^{1,2}}{dt} = -\eta \cdot \left[ \tilde{E}_r^{1,2} + \hat{E}_r^{1,2} \mp E_0^{1,2} \pm B_0^{1,2} \cdot r^{1,2} \cdot (\Omega^{1,2} + \tilde{\Omega}^{1,2}) - V_z^{1,2} \cdot B_\varphi^{1,2} \frac{r^{1,2} \cdot (\Omega^{1,2} + \tilde{\Omega}^{1,2})^2}{\eta} \right], \quad (6)$$

$$\frac{d\tilde{\Omega}^{1,2}}{dt} = -\frac{\eta}{r} \cdot \left[ \tilde{E}_\varphi^{1,2} + \hat{E}_\varphi^{1,2} \pm V_r^{1,2} \cdot B_0^{1,2} - V_z^{1,2} \cdot B_r^{1,2} - \frac{2 \cdot V_r^{1,2} \cdot (\Omega^{1,2} + \tilde{\Omega}^{1,2})^2}{\eta} \right], \quad (7)$$

$$\frac{dV_z^{1,2}}{dt} = -\eta \cdot \left[ \tilde{E}_z^{1,2} + \hat{E}_z^{1,2} + V_r^{1,2} \cdot B_\varphi^{1,2} - B_r^{1,2} \cdot r^{1,2} \cdot (\Omega^{1,2} + \tilde{\Omega}^{1,2}) \right], \quad (8)$$

$$\frac{dr^{1,2}}{dt} = V_r^{1,2}, \quad \frac{d\varphi^{1,2}}{dt} = \tilde{\Omega}^{1,2}, \quad \frac{dz^{1,2}}{dt} = V_z^{1,2}, \quad (9, 10, 11)$$

где  $V_r^{1,2}, V_z^{1,2}$  – координатные составляющие скорости частиц;  $r^{1,2}, \varphi^{1,2}, z^{1,2}$  – цилиндрические координаты частицы.

Для решения самосогласованной системы уравнений возбуждения (3 и 4), уравнения Пуассона (5) и уравнений движения (6-11), необходимо сформулировать граничные и начальные условия для электромагнитной волны и электронного потока. Выбор данных условий осуществляется по аналогии с работой [4].

### Заключение

Таким образом, в представленной работе получена самосогласованная система интегрально-дифференциальных уравнений (3, 4, 5 и 6-11), которые позволяют проводить анализ нелинейных процессов в нетрадиционных электронно-волновых системах со скрещенными полями, вычислять их основные параметры, оценивать их предельные значения, а также находить наиболее эффективные режимы работы данных конструкций.

**Список литературы:** 1. Чурюмов Г.И. Современное состояние теории и практики магнетронных приборов с азимутальной симметрией. Радиотехника. 1996. Вып. 100. С. 231-242. 2. Frolova T.I., Churyumov G.I., Sergeev G.I. Computer modelling of the electron-wave interaction in combined magnetron. Proceedings 1-st International Vacuum Electronics Conference (IVEC'2000). 2-4 May. Monterey. 2000. P. 551-554. 3. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. С. 398. 4. Чурюмов Г.И. Расчет стационарных рабочих характеристик амплитрона методом численного моделирования. Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ. 1987. Вып. 7 (401). С. 38-43.

Харьковский государственный  
технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 21.11.00