Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Кібербезпеки
(повна назва)

Кафедра Інформаційно-мережної інженерії
(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
Пояснювальна записка

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)
Дослідження залежності швидкості передавання даних від спотворень для симетричних скалярних квантувачів
(тема)

Виконав:
здобувач 4 року навчання,
групи ТРІМІ-22-2
Левченко Нікіта
(власне ім'я, прізвище)

Спеціальність 172 Телекомунікації та радіотехніка
(код і повна назва спеціальності)
Тип програми освітньо-професійна
Освітня програма Інформаційно-мережна інженерія
(повна назва освітньої програми)

Керівник ст. викл. Олексій Федоров
(посада, власне ім'я, прізвище)

Допускається до захисту

В. о. зав. кафедри ІМІ _____ Дарія Чеботарьова
(підпис) (власне ім'я, прізвище)

2026 р.

Не містить відомостей, заборонених до відкритого публікування

Студент _____ / *Левченко Н.В.* /
(підпис) (прізвище та ініціали)

Керівник _____ / *Федоров О.В* /
(підпис) (прізвище та ініціали)

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Кібербезпеки

Кафедра Інформаційно мережної інжерепії

Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

Спеціальність 172 Телекомунікації та Радіотехніка
(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

Освітня програма Інформаційно-мережна інженерія
(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри _____
(підпис)
«____»_____ 20 ___ р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві Левченко Нікіті Віталійовичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Дослідження залежності швидкості передавання даних від спотворень для симетричних скалярних квантувачів

затверджена наказом університету від 02 червня 2026 р. № 466Ст

2. Термін подання здобувачем роботи до екзаменаційної комісії 16 липня 2026 р.

3. Вихідні дані до роботи Дослідити залежність швидкості передавання даних від спотворень для симетричних скалярних квантувачів. В якості вхідних сигналів використовувати коефіцієнти дискретного косинусного перетворення сталих зображень. З'ясувати як впливає вибір ширини кроку квантування на результуючі спотворення зображення і його розмір. Окрему увагу приділити вибору стратегій квантування націлених на збереження НЧ коеф-тів або навпаки – СЧ і ВЧ коеф-тів.

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі
Вступ
1 Вступ до цифрової обробки сигналів
2 Дискретизація та квантування сигналів
3 Дослідження залежності швидкості передавання даних від спотворень для симетричних скалярних квантувачів
Висновки

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій (п.5 включається до завдання за рішенням випускової кафедри) _____
____слайди презентації в форматі MS Power Point_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____

6. Консультанти розділів роботи (п.6 включається до завдання за наявності консультантів згідно з наказом, зазначеним у п.1)

Найменування розділу	Консультант (посада, прізвище, ім'я, по батькові)	Позначка консультанта про виконання розділу	
		підпис	дата

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Строк / терміни виконання етапів роботи	Примітка
1.	Ознайомлення із завданням. Уточнення ТЗ.	03.06.2026	вик.
2.	Підбір літератури за темою роботи	03.06 – 03.07.2026	вик.
3.	Виконання розділу 1	10.06 – 25.06.2026	вик.
4.	Виконання розділу 2	20.06 – 03.07.2026	вик.
5.	Виконання розділу 3	16.06 – 05.07.2026	вик.
6.	Оформлення презентаційного матеріалу,	05.07 – 15.07.2026	вик.
	підготовка до захисту в ЕК		

Дата видачі завдання _03_ ___червня____2026р.

Здобувач _____
(підпис)

Керівник роботи _____ __ст. викл. Олексій Федоров_
(підпис) (посада, власне ім'я, прізвище)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 71 с., 35 рис., 5 таб., 16 джерел, 1 додаток.

Об’єктом дослідження є методи скалярного квантування, зокрема симетричні квантувачі.

Мета кваліфікаційної роботи – дослідити залежність між швидкістю передавання даних і результуючими спотвореннями. Порівняльний аналіз різних стратегій квантування коефіцієнтів дискретного косинусного перетворення сталих зображень.

В кваліфікаційній роботі досліджується залежності швидкості від спотворень (rate-distortion) для симетричних скалярних квантувачів, що мають велику (фактично нескінченну) кількість кроків і використовують однаковий розмір кроку для всіх рівнів, окрім того, що містить нульове вхідне значення. Квантувачі такого типу демонструють гарну продуктивність для багатьох джерел і є точно оптимальними для Лапласівського джерела, яке традиційно використовують для опису статистичної поведінки коефіцієнтів дискретного косинусного перетворення, що широко застосовується для стиснення в тратами зображень і відеопослідовностей.

ЯКІСТЬ, СПОТВОРЕННЯ, КОМПРЕСІЯ, КВАНТУВАННЯ, СКАЛЯР, PSNR, ШУМ, БІТРЕЙТ

ABSTRACT

Explanatory note: 71 p., 35 fig., 5 tabs, 16 sources, 1 app.

Object of study is scalar quantization methods, specifically symmetric quantizers.

Purpose of the qualification work is to investigate the relationship between data transmission rate and the resulting distortions. A comparative study of various quantization strategies for the coefficients of the discrete cosine transform of still images.

This thesis investigates the rate-distortion characteristics of symmetric scalar quantizers that possess a large (effectively infinite) number of steps and use the same step size for all levels except the one containing the zero input value. Quantizers of this type demonstrate good performance for many sources and are exactly optimal for the Laplace source, which is traditionally used to describe the statistical behavior of the coefficients of the discrete cosine transform, widely used for lossy compression of images and video sequences.

QUALITY, DISTORTION, COMPRESSION, QUANTIZATION, SCALAR, PSNR, NOISE, BITRATE

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ 8
ВСТУП 9
1 ВСТУП ДО ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ 10
1.1 Основні концепції цифрової обробки сигналів 10
1.2 Основні приклади цифрової обробки сигналів 12
1.2.1 Цифрова фільтрація 13
1.2.2 наліз частоти (спектру) сигналу 14
1.3 Огляд типової цифрової обробки сигналів у реальних прикладних задачах 17
1.3.1 Цифрова кросоверна аудіосистема 17
1.3.2 Пригнічення завад в електрокардіографії 18
1.3.3 Кодування та стиснення мовних сигналів 19
1.3.4 Покращення цифрових фотографій 20
1.4 Застосування цифрової обробки сигналів 20
1.5 Висновки до розділу 22
2 ДИСКРЕТИЗАЦІЯ ТА КВАНТУВАННЯ СИГНАЛІВ 23
2.1 Дискретизація неперервного сигналу 23
2.2 Реконструкція сигналу 32
2.3 Аналого-цифрове перетворення, цифро-аналогове перетворення та квантування 35
2.4 Висновки до розділу 45
3 ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ШВИДКОСТІ ПЕРЕДАВАННЯ ДАНИХ ВІД СПОТВОРЕНЬ ДЛЯ СИМЕТРИЧНИХ СКАЛЯРНИХ КВАНТУВАЧІВ 47
3.1 Принцип роботи алгоритму JPEG 47
3.2 Тестові зображення і форма імовірнісних розподілів ДКП коефіцієнтів 49

3.3 Залежності швидкості передавання даних із спотворень..... 50
3.4 Висновки до розділу..... 55
ВИСНОВКИ 57
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ 59
ДОДАТОК А СЛАЙДИ ПРЕЗЕНТАЦІЇ 61

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

DZ+UTQ (dead-zone + uniform threshold quantization) – Рівномірне квантування сигналів із мертвою зоною навколо нуля.

AC (alternating current) - Змінний струм.

DC (direct current) – Постійний струм.

LAN (Local Area Network) - Локальна мережа.

LSB (Least Significant Bit) – Найменш значущій біт.

PDF (probability distribution function) – функція щільності імовірності.

UTQ (uniform threshold quantizer) - квантувач з рівномірним порогом.

ЦОС – Цифрова обробка сигналів.

АЦП – Аналогово-цифрове перетворення / перетворювач.

ЦАП – Цифро-аналогове перетворення / перетворювач.

ЦСП – Цифровий сигнальний процесор.

ЕКГ – Електрокардіограма.

ДКП – Дискретне косинусне перетворення.

ВСТУП

Технологія цифрової обробки сигналів (ЦОС) та її досягнення суттєво вплинули на наше сучасне суспільство. Без ЦОС у нас не було б цифрового/інтернет аудіо та відео; цифрового запису; мобільних телефонів, цифрового супутникового та наземного телебачення; а також дротових та бездротових мереж. Для отримання цифрових сигналів застосовується аналогово цифрове перетворення, важливою складовою якого є квантування сигналів.

В кваліфікаційній роботі досліджується залежності швидкості від спотворень (rate-distortion) для симетричних скалярних квантувачів, що мають велику (фактично нескінченну) кількість кроків і використовують однаковий розмір кроку для всіх рівнів, окрім того, що містить нульове вхідне значення. Квантувачі такого типу демонструють гарну продуктивність для багатьох джерел і є точно оптимальними для Лапласівського джерела, яке традиційно використовують для опису статистичної поведінки коефіцієнтів дискретного косинусного перетворення, що широко застосовується для стиснення в тратами зображень і відеопослідовностей.

1 ВСТУП ДО ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ

В цьому розділі представлено концепції цифрової обробки сигналів (ЦОС) та розглянуто загальну картину її застосування. Ілюстративні приклади застосування включають цифрову фільтрацію шуму, аналіз частоти сигналів, стиснення мови та аудіо, біомедичну обробку сигналів, таку як придушення завад в електрокардіографії та покращення зображення.

1.1 Основні концепції цифрової обробки сигналів

Технологія цифрової обробки сигналів (ЦОС) та її досягнення суттєво вплинули на наше сучасне суспільство повсюди. Без ЦОС у нас не було б цифрового/інтернет аудіо та відео; цифрового запису; CD-, DVD- та MP3-плеєрів; iPhone та iPad; цифрових камер; цифрових та стільникових телефонів; цифрового супутникового та наземного телебачення; а також дротових та бездротових мереж. Медичні прилади були б менш ефективними або не могли б надавати корисну інформацію для точної діагностики, якби не було цифрових електрокардіографічних (ЕКГ) аналізаторів, цифрових рентгенівських знімків та систем медичної візуалізації. Ми також жили б набагато менш ефективно, оскільки не були б оснащені системами розпізнавання голосу, системами синтезу мови та системами редагування зображень та відео. Без ЦОС вчені, інженери та технологи не мали б потужних інструментів для аналізу та візуалізації даних, необхідних для їхніх розробок тощо [1].

Основна концепція цифрового сигнального процесора (ЦСП) ілюструється спрощеною блок-схемою на рисунку 1.1, яка складається з аналогового фільтра, блоку аналого-цифрового перетворення (АЦП), цифрового сигнального процесора (ЦСП), блоку цифро-аналогового перетворення (ЦАП) та фільтра відновлення [1].

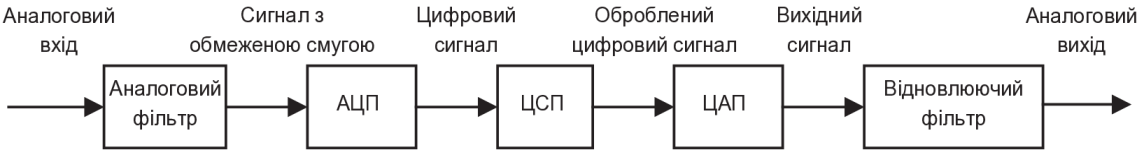


Рисунок 1.1 - Схема цифрової обробки сигналів

Як показано на діаграмі, аналоговий вхідний сигнал, який є неперервним у часі та амплітуді, зазвичай зустрічається навколо нас. Прикладами таких аналогових сигналів є струм, напруга, температура, тиск та інтенсивність світла. Зазвичай перетворювач (датчик) використовується для перетворення неелектричного сигналу в аналоговий електричний сигнал (напругу) [1]. Цей аналоговий сигнал подається на аналоговий фільтр, який застосовується для обмеження частотного діапазону аналогових сигналів перед процесом дискретизації. Мета фільтрації полягає в значному послабленні спотворень, пов'язаних з накладенням спектрів, що буде пояснено в наступному розділі. Сигнал з обмеженою смугою на виході аналогового фільтра потім дискретизується та перетворюється за допомогою блоку АЦП у цифровий сигнал, який є дискретним як за часом, так і за амплітудою [1]. Потім цифровий сигнальний процесор приймає цифровий сигнал та обробляє цифрові дані відповідно до правил цифрової обробки сигналів (ЦОС), таких як низькочастотна, високочастотна та смугова цифрова фільтрація, або інші алгоритми для різних застосувань. Зверніть увагу, що блок цифрового сигнального процесора є спеціальним типом цифрового комп'ютера і може бути цифровим комп'ютером загального призначення, мікропроцесором або вдосконаленим мікроконтролером; крім того, правила ЦОС можуть бути реалізовані за допомогою програмного забезпечення загалом [1].

За допомогою ЦСП процесора та відповідного програмного забезпечення генерується оброблений цифровий вихідний сигнал. Цей сигнал поводиться відповідно до конкретного використаного алгоритму.

Наступний блок на рисунку 1.1, блок ЦАП, перетворює оброблений цифровий сигнал на аналоговий вихідний сигнал. Як показано, сигнал є неперервним у часі та дискретним за амплітудою (зазвичай це сигнал вибірки та зберігання, який буде обговорено в розділі 2). Останній блок на рисунку 1.1 призначений як функція згладжування рівнів вихідної напруги ЦАП назад до аналогового сигналу за допомогою відновлюючого фільтра для реальних застосувань [1].

Загалом, обробка аналогового сигналу не потребує програмного забезпечення, алгоритму, АЦП та ЦАП. Обробка повністю залежить від електричних та електронних пристроїв, таких як резистори, конденсатори, транзистори, операційні підсилювачі та інтегральні схеми (IC).

Системи ЦОС, з іншого боку, використовують програмне забезпечення, цифрову обробку та алгоритми; таким чином, вони мають значну гнучкість, менше шумових завад та не спотворюють сигнал у різних застосуваннях. Однак, як показано на рисунку 1.1, системи ЦОС все ще потребують мінімальної аналогової обробки, такої як фільтри згладжування та реконструкції, які є обов'язковими для перетворення реальної інформації в цифрову форму та цифрових сигналів назад в реальну інформацію [1].

Зауважте, що існує багато реальних застосувань цифрової обробки сигналів (ЦОС), які не потребують ЦАП, такі як збір даних та відображення цифрової інформації, розпізнавання мовлення, кодування даних тощо. Аналогічно, до застосувань ЦОС, які не потребують АЦП, належать, серед іншого, програвачі компакт-дисків, синтезатор мовлення та цифрові генератори тонів [1].

1.2 Основні приклади цифрової обробки сигналів

Спочатку ми розглянемо цифрову фільтрацію шуму та аналіз частоти сигналу, використовуючи структурні схеми.

1.2.1 Цифрова фільтрація

Розглянемо ситуацію, показану на рисунку 1.2, де зображено оцифрований зашумлений сигнал, отриманий в результаті оцифрування аналогової напруги (вихід датчика), що містить корисний низькочастотний сигнал і шум, що займає весь діапазон частот. Після АЦП оцифрований зашумлений сигнал $x(n)$, де n – номер вибірки, може бути покращений за допомогою цифрової фільтрації [1].

Оскільки наш корисний сигнал містить низькочастотну складову, високочастотні складові, що перевищують складові нашого корисного сигналу, вважаються шумом, який можна видалити за допомогою цифрового фільтра низьких частот. Ми налаштували блок ЦОС на рисунку 1.2 для роботи як простий цифровий фільтр низьких частот. Після обробки оцифрованого зашумленого сигналу $x(n)$, цифровий фільтр низьких частот створює чистий цифровий сигнал $y(n)$. Ми можемо застосувати очищений сигнал $y(n)$ до іншого алгоритму ЦОС для іншого застосування або перетворити його на аналоговий сигнал за допомогою ЦАП та фільтра відновлення [1].

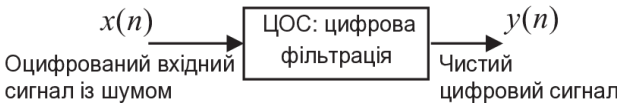


Рисунок 1.2 - Простий блок цифрової фільтрації

Оцифрований зашумлений сигнал та чистий цифровий сигнал відповідно зображено на рисунку 1.3, де верхній графік показує оцифрований зашумлений сигнал, а нижній графік демонструє чистий цифровий сигнал, отриманий шляхом застосування цифрового низькочастотного фільтра. Типові застосування фільтрації шуму включають, серед іншого, отримання чистих цифрових аудіо та біомедичних сигналів, а також покращення запису мовлення [1 - 4].

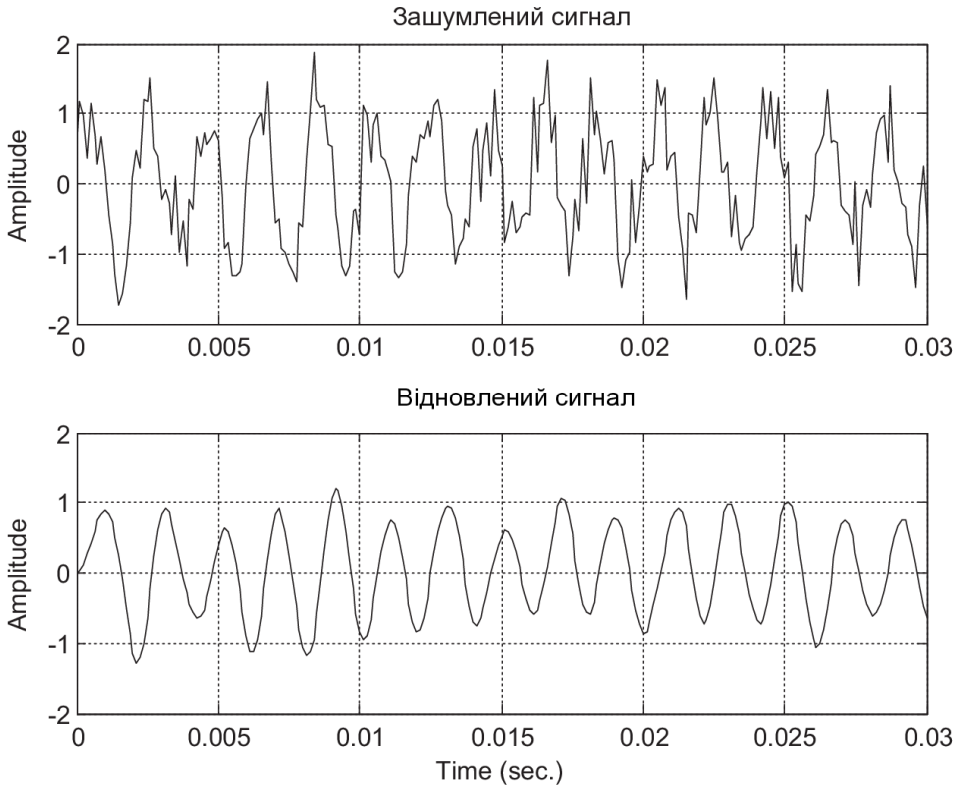


Рисунок 1.3 - Оцифрований сигнал із шумом (вгорі) та очищений сигнал за допомогою цифрового низькочастотного фільтра (внизу)

1.2.2 Аналіз частоти (спектру) сигналу

Як показано на рисунку 1.4, деякі застосування цифрової обробки сигналів (ЦОС) часто вимагають аналізу інформації як в часовій, так і в частотній області. На рисунку 1.5 показано оцифрований аудіосигнал та його розрахований спектр, тобто амплітуду сигналу відносно відповідної йому частоти на даний момент, отриману за допомогою алгоритму ЦОС, який називається швидким перетворенням Фур'є (ШПФ). Графік на рисунку 1.5(a) є відображенням у часовій області записаного аудіосигналу з частотою 1000 Гц, дискретизованого з частотою 16 000 вибірок за секунду, тоді як графік (b) відображає розрахований спектр сигналу відносно частоти, де пікова амплітуда чітко розташована на частоті 1000 Гц. Графік (c) показує відображення у часовій області аудіосигналу, що складається з одного сигналу 1000 Гц та іншого сигналу 3000 Гц,

дискретизованого з частотою 16 000 вибірок за секунду. Відображення частотного вмісту, показане на графіку (d), показує два місця (1000 Гц та 3000 Гц), де знаходяться пікові амплітуди, тому відображення частотного вмісту відображає чітку інформацію про частоту записаного аудіосигналу [1].

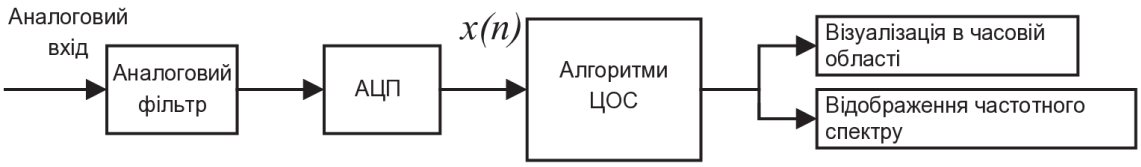


Рисунок 1.4- Спектральний аналіз сигналу

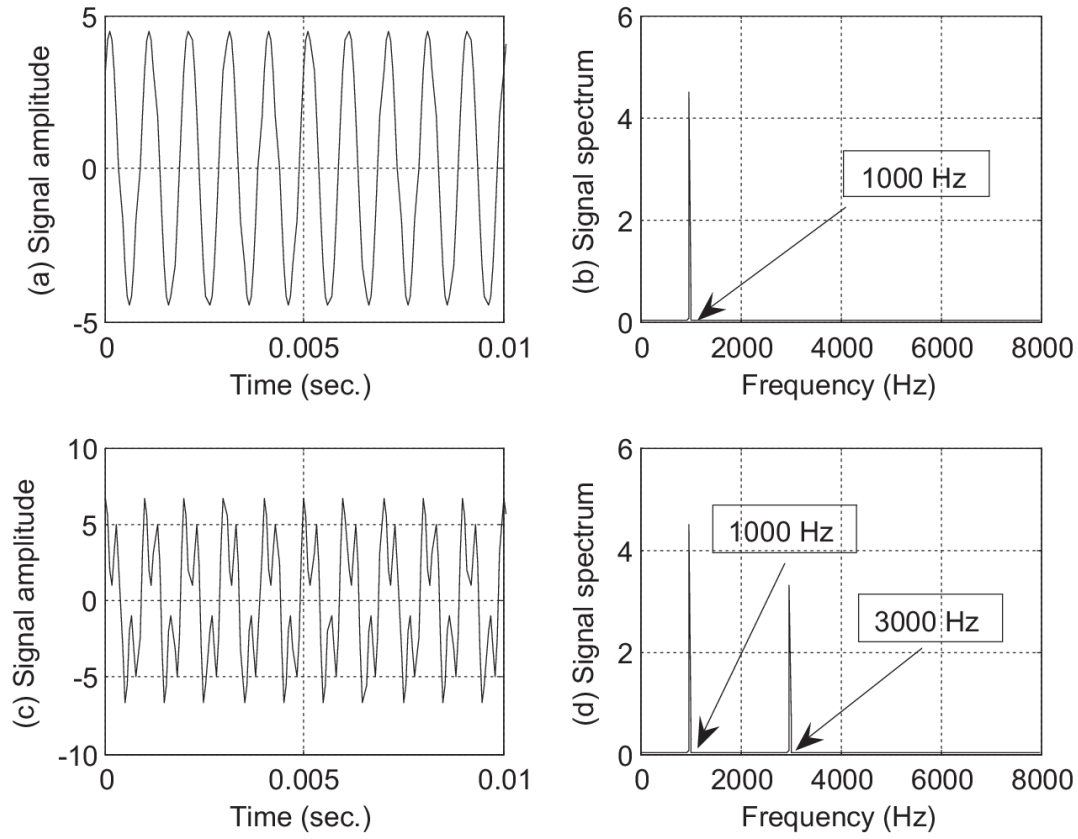


Рисунок 1.5 – Аудіосигнали та їх спектри

Ще одним практичним прикладом є здійснення спектральної оцінки цифрового записаного мовного або аудіо (музики) сигналу за допомогою

алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ), щоб дослідити спектральні частотні деталі мовної інформації [1].

На рисунку 1.6 показано мовний сигнал, створений людиною в часовій області, та відображається частотний вміст. Верхній графік показує залежність цифрової мовної сигнальної форми від номеру часового відліку, тоді як нижній графік показує частотний вміст мовного сигналу в діапазоні від 0 до 4000 Гц. Ми можемо спостерігати, що в діапазоні від 0 до 1500 Гц існує близько десяти спектральних піків, які називаються мовними формантами. Ці ідентифіковані мовні форманти можуть бути використані для таких застосувань, як моделювання мовлення, кодування мовлення, вилучення ознак мовлення для синтезу та розпізнавання мовлення тощо [1, 5].

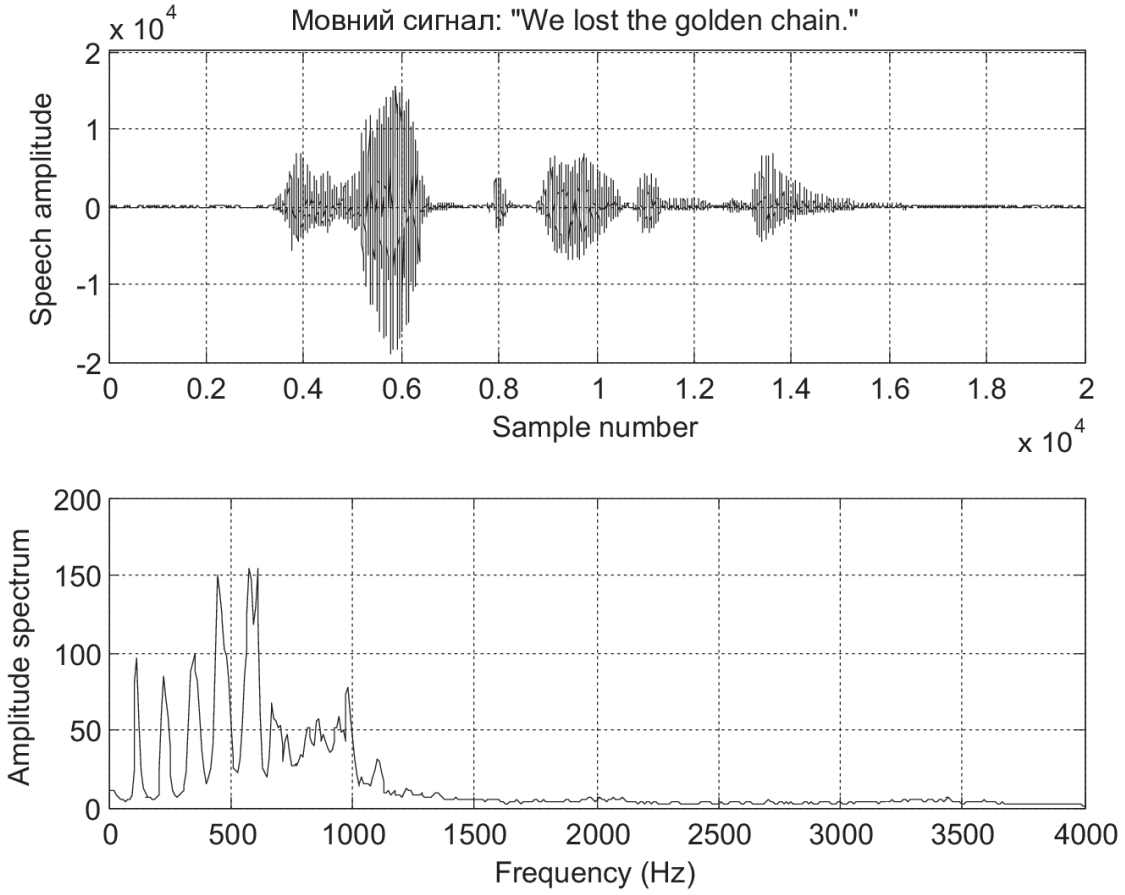


Рисунок 1.6 – Зразок мовного сигналу та його спектр

1.3 Огляд типової цифрової обробки сигналів у реальних прикладних задачах

1.3.1 Цифрова кросоверна аудіосистема

Аудіосистема повинна працювати у всьому чутному діапазоні частот, що може виходити за межі можливостей будь-якого окремого динаміка. Для охоплення повного діапазону звукових частот використовуються кілька динаміків, таких як конусні та рупорні, кожен з яких охоплює свій діапазон частот [1].

На рисунку 1.7 показано типову двосмугову систему цифрового кросовера, що складається з двох динаміків: низькочастотного та високочастотного. Низькочастотний динамік реагує на низькі частоти, а високочастотний – на високі. Вхідний цифровий аудіосигнал розділяється на дві смуги за допомогою паралельного цифрового фільтра низьких частот та цифрового фільтра високих частот. Потім розділені аудіосигнали підсилюються. Нарешті, вони надсилаються на відповідні динаміки. Хоча традиційні системи кросовера розроблені з використанням аналогових схем, система цифрового кросовера пропонує економічно ефективне рішення з програмною сумісністю, гнучкістю та високою якістю [1].

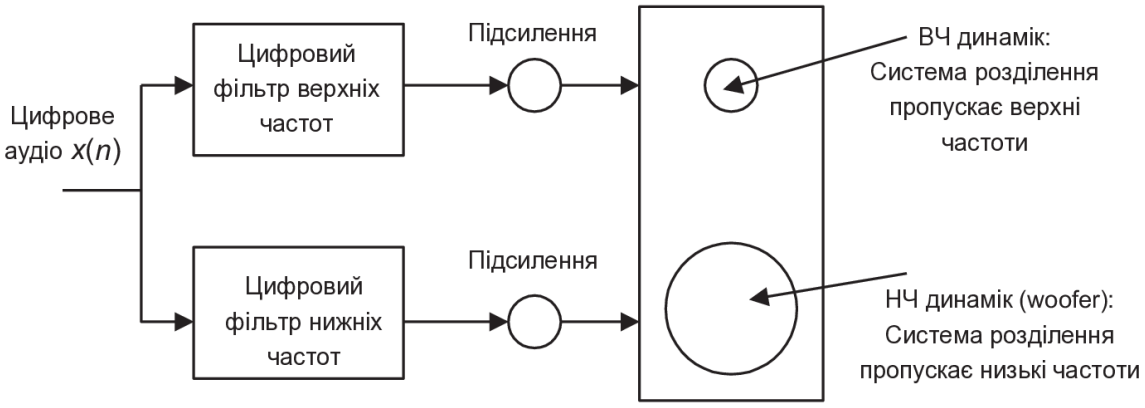


Рисунок 1.7 – Двосмуговий цифровий кросовер

1.3.2 Пригнічення завад в електрокардіографії

Під час запису ЕКГ часто спостерігаються небажані завади частотою або 50 Гц, або 60 Гц у записаних даних [1, 4]. Аналіз показує, що завади надходять від лінії електропередач і включають магнітну індукцію, струми зміщення у відведеннях або в тілі пацієнта, вплив міжз'єднань обладнання та інші недоліки. Хоча використання належного заземлення або витих пар мінімізує такі ефекти частоти 60 Гц, ще одним ефективним вибором може бути використання цифрового режекторного фільтра, який усуває завади частотою 60 Гц, зберігаючи при цьому всю іншу корисну інформацію. На рисунку 1.8 показано усунення завад частотою 60 Гц за допомогою цифрового режекторного фільтра. Завдяки такому покращеному запису ЕКГ лікарі в клініках можуть ставити точні діагнози пацієнтам [1].

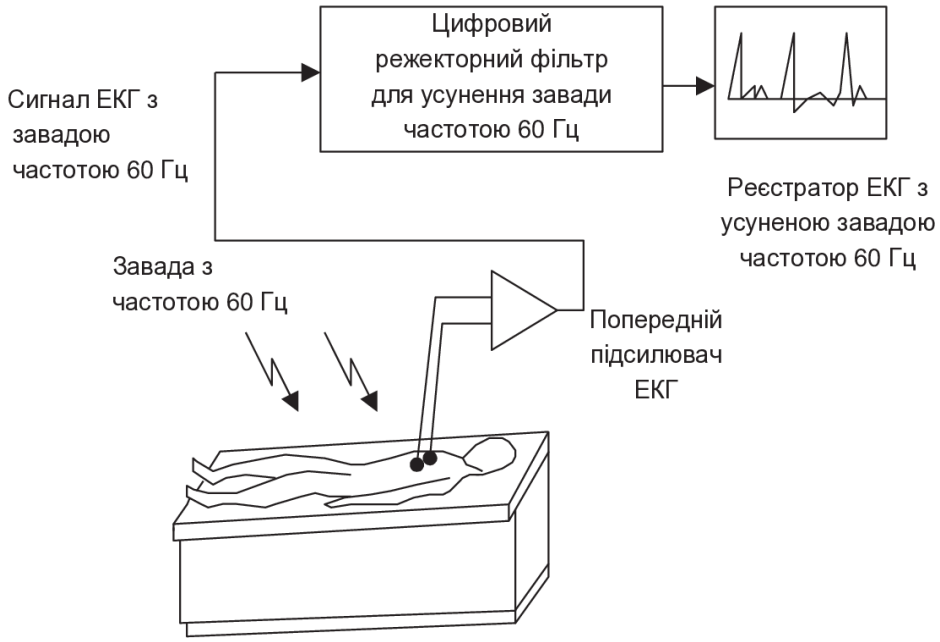


Рисунок 1.8 - Усунення завад 60 Гц в електрокардіографії (ЕКГ)

Цей метод також можна застосувати для усунення завад 60 Гц в аудіосистемах.

1.3.3 Кодування та стиснення мовних сигналів

Один із методів кодування мовлення, який називається кодуванням форми сигналу, зображено на рисунку 1.9, де описується процес кодування, тоді як на рисунку 1.10 показано процес декодування. Як показано на рисунку 1.9, аналоговий сигнал спочатку проходить через аналоговий фільтр низьких частот для видалення високочастотних шумових складових, а потім проходить через блок АЦП, де цифрові значення в моменти дискретизації фіксуються цифровим сигнальним процесором. Далі захоплені дані піддаються стисненню за допомогою правил стиснення даних, щоб зменшити вимоги до сховища. Нарешті, стиснена цифрова інформація надсилається на носій інформації. Стиснена цифрова інформація також може передаватися ефективно, оскільки стиснення зменшує початкову швидкість передачі даних. Цифрові диктофони, цифрові аудіорекордери та MP3-плеєри – це продукти, що використовують методи стиснення [1, 5 - 7].

Для отримання інформації застосовується зворотний процес. Як показано на рисунку 1.10, цифровий сигнальний процесор розпаковує дані з носія інформації та надсилає відновлені цифрові дані до ЦАП. Аналоговий вихідний сигнал отримується шляхом фільтрації виходу ЦАП за допомогою відновлюючого фільтра [1].

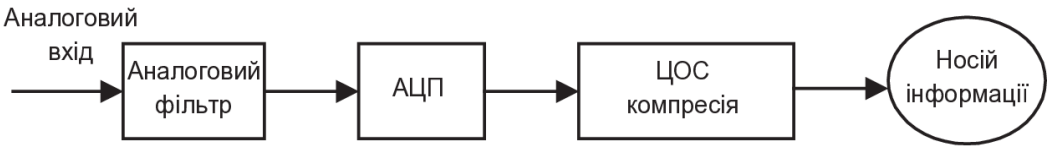


Рисунок 1.9 -Спрощений компресор даних

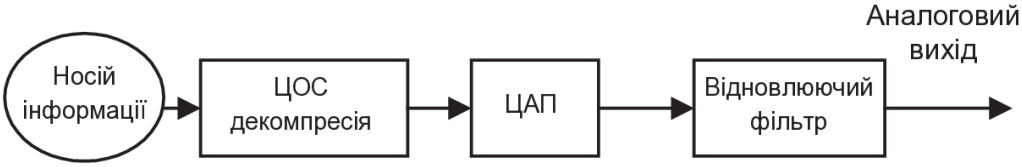
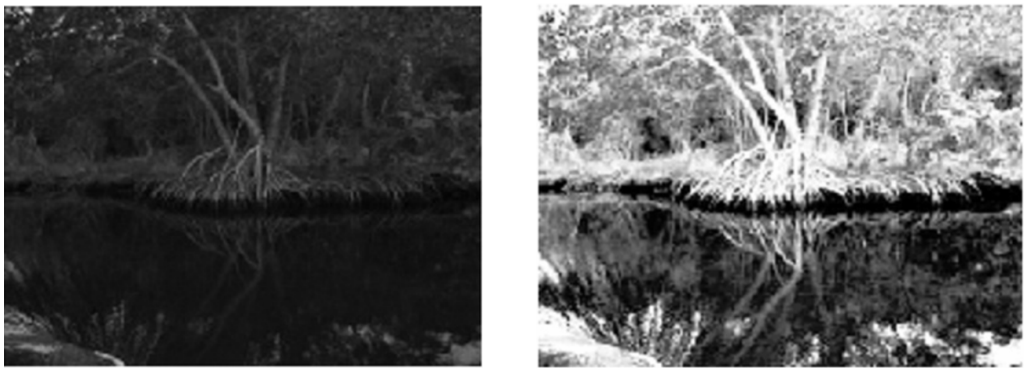


Рисунок 1.10 – Спрощений експандер (декомпресор) даних

1.3.6 Покращення цифрових фотографій

Цифрове покращення зображення – це ще один приклад обробки сигналу у двох вимірах. На рисунку 1.11(а) показано зображення вуличної сцени, зняте цифровою камерою у хмарний день. Через погодні умови зображення було неправильно експоновано при природному освітленні та вийшло темним. Метод обробки зображень, який називається вирівнюванням гістограми [8], може розтягнути інтенсивність світла зображення за допомогою цифрової інформації (пікселів) для збільшення контрастності зображення, щоб детальну інформацію на зображенні можна було легко побачити, як ми бачимо на рисунку 1.11(б) [1].



а) б)

Рисунок 1.11 - Покращення зображення: а) оригінальне зображення, б) покращене зображення

1.4 Застосування цифрової обробки сигналів

Застосування цифрових сигнальних процесорів (ЦСП) зростає в багатьох галузях, де аналогова електроніка замінюється мікросхемами ЦОС, а нові застосування залежать від методів ЦОС. Зі зниженням вартості ЦСП процесорів та підвищенням їхньої продуктивності, ЦОС продовжуватиме впливати на інженерне проектування в нашому сучасному повсякденному житті. Деякі приклади застосування з

використанням ЦОС наведено в таблиці 1.1 [1]. Список в таблиці 1.1 аж ніяк не охоплює всі застосування ЦОС. Інженери та вчені досліджують багато нових потенційних застосувань. Технології ЦОС продовжуватимуть мати глибокий вплив та покращувати наше життя.

Таблиця 1.1 - Застосування цифрової обробки сигналів

Застосування	Опис
Цифровий звук та мовлення	Цифрове аудіокодування, таке як CD-програвачі та MP3-програвачі, цифровий кросовер, цифрові аудіоеквалайзери, цифровий стерео- та об'ємний звук, системи шумопридушення, кодування мовлення, стиснення та шифрування даних, синтез мовлення та розпізнавання мовлення
Цифровий телефон	Розпізнавання мовних сигналів, високошвидкісні модеми, придушення луни, синтезатори мовлення, генерація та виявлення DTMF (двотонального багаточастотного сигналу), автовідповідачі
Автомобільна промисловість	Системи активного шумопридушення, системи активної підвіски, цифрове аудіо та радіо, цифрове керування, аналіз вібраційних сигналів
Електронні комунікації	Мобільні телефони, цифровий зв'язок, бездротова локальна мережа (LAN), супутниковий зв'язок
Медичне обладнання для візуалізації	Аналізатори ЕКГ, моніторинг серцевої діяльності, медична візуалізація та розпізнавання зображень, цифровий рентген та обробка зображень
Мультимедіа	Інтернет-телефони, аудіо та відео, електроніка на жорстких дисках, iPhone, iPad, цифрові фотографії, цифрові камери, технології перетворення тексту на голос та голосу на текст

1.5 Висновки до розділу

1. Аналоговий сигнал є неперервним як у часі, так і за амплітудою. До аналогових сигналів у реальному світі належать струм, напруга, температура, тиск, інтенсивність світла тощо. Цифровий сигнал містить цифрові значення, перетворені з аналогового сигналу у задані моменти часу [1].

2. Для аналого-цифрового перетворення сигналу потрібен блок АЦП (апаратний) та фільтр низьких частот, підключений перед блоком АЦП, для блокування високочастотних складових, які АЦП не може обробити [1].

3. Цифровим сигналом можна маніпулювати за допомогою арифметики. Маніпуляції можуть включати цифрову фільтрацію, обчислення частотного складника сигналу тощо [1].

4. Цифровий сигнал можна перетворити назад на аналоговий, надіславши цифрові значення на ЦАП для створення відповідних рівнів напруги та застосувавши згладжуючий фільтр (реконструюючий фільтр) до ступенів напруги ЦАП [1].

5. Цифрова обробка сигналів знаходить багато застосувань у таких галузях, як цифрове мовлення та аудіо, цифрові та стільникові телефони, керування автомобілями, аналіз вібраційних сигналів, зв'язок, біомедична візуалізація, обробка зображень/відео та мультимедіа [1].

2 ДИСКРЕТИЗАЦІЯ ТА КВАНТУВАННЯ СИГНАЛІВ

У цьому розділі досліджується процес дискретизації, теорія дискретизації та процес реконструкції сигналу. Він також містить практичні міркування щодо фільтрів згладжування, а також квантування сигналу.

2.1 Дискретизація неперервного сигналу

Як обговорювалося в розділі 1, на рисунку 2.1 зображено спрощену структурну схему системи цифрової обробки сигналів (ЦОС). Аналоговий фільтр обробляє аналоговий вхідний сигнал для отримання сигналу з обмеженою смугою пропускання, який надсилається на блок аналого-цифрового перетворення (АЦП). Блок АЦП дискретизує аналоговий сигнал, квантує його та кодує квантований рівень сигналу в цифровий сигнал [1].

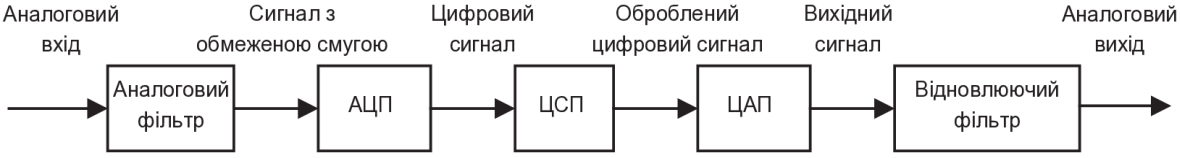


Рисунок 2.1 – Структурна схема системи цифрової обробки сигналів

Тут ми спочатку розглянемо концепцію дискретизації сигналів в часовій області. На рисунку 2.2 показано аналоговий (неперервний) сигнал (суцільна лінія), визначений у кожній точці на осі часу (горизонтальна лінія) та осі амплітуди (вертикальна лінія). Отже, аналоговий сигнал містить нескінченну кількість точок.

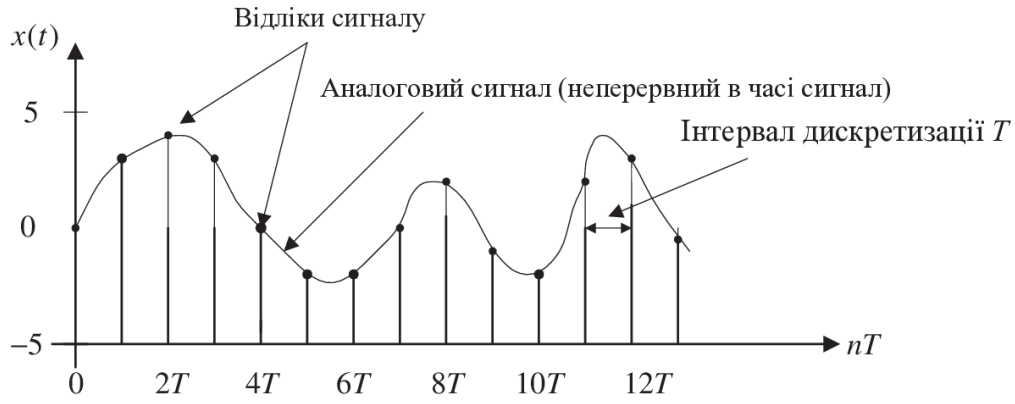


Рисунок 2.2 - Відображення аналогового (неперервного) сигналу та дискретних відліків у залежності від моментів часу спостереження

Неможливо оцифрувати нескінченну кількість точок. Нескінченні точки не можуть бути оброблені цифровим сигнальним процесором (ЦСП) або комп'ютером, оскільки вони потребують нескінченного обсягу пам'яті та нескінченної обчислювальної потужності для обчислень. Дискретизація може вирішити таку проблему, беручи вибірки через фіксований інтервал часу, як показано на рисунках 2.2 та 2.3, де час T відповідає інтервалу або періоду дискретизації в секундах [1].



Рисунок 2.3 - Аналогова напруга відліків та збереження для АЦП

Як показано на рисунку 2.3, кожен відлік зберігає свій рівень напруги протягом інтервалу дискретизації T, щоб дати АЦП достатньо часу для її перетворення. Цей процес називається дискретизацією та

збереженням. Оскільки для кожного інтервалу дискретизації існує один рівень амплітуди, ми можемо представити кожен рівень амплітуди відліку у відповідний момент часу дискретизації, показаний на рисунку 2.2, де показано 14 відліків у їхні моменти часу дискретизації, кожен за допомогою вертикальної смуги із суцільним колом угорі [1].

Для заданого інтервалу дискретизації T, який визначається як проміжок часу між двома ментами дискретизації, частота дискретизації, таким чином, визначається як [1]

$$f_s = \frac{1}{T} \text{ відліків за секунду (Гц).} \qquad (2.1)$$

Наприклад, якщо період дискретизації становить $T = 125$ мікросекунди, частота дискретизації — це $f_s = 1/(125 \cdot 10^{-6}) = 8000$ відліків за секунду (Гц).

Після отримання дискретизованого сигналу, значення амплітуди якого беруться в моменти дискретизації, процесор може обробити відліки. Далі нам потрібно забезпечити, щоб відліки збиралися з достатньо високою частотою, щоб вихідний аналоговий сигнал можна було реконструювати або відновити пізніше. Іншими словами, ми шукаємо мінімальну частоту дискретизації для отримання повної реконструкції аналогового сигналу з його дискретизованої версії. Якщо аналоговий сигнал не дискретизується належним чином, виникне накладання спектру, що спричиняє небажані сигнали в потрібному діапазоні частот [1].

Теорема про дискретизацію (тобто теорема Котельнікова) гарантує, що аналоговий сигнал теоретично може бути ідеально відновлений, якщо частота дискретизації щонайменше вдвічі більша, ніж найвища частота дискретизації аналогового сигналу. Умова описується як [1]

$$f_s \geq f_{\max}, \qquad (2.2)$$

де $f_{\max}$ — максимальна частота в спектрі аналогового сигналу, що підлягає дискретизації. Наприклад, для дискретизації мовного сигналу, що містить частоти до 4 кГц, мінімальна частота дискретизації вибирається рівною щонайменше 8 кГц, або 8000 відліків за секунду; для дискретизації аудіосигналу з частотами до 20 кГц потрібно щонайменше 40 000 відліків за секунду, або 40 кГц, аудіосигналу [1].

На рисунку 2.4 показано дискретизацію двох синусоїд, де інтервал дискретизації між точками дискретизації дорівнює $T = 0{,}01$ секунді, а частота дискретизації, таким чином, становить $f_s = 100\,\text{Гц}$. Перший графік на рисунку відображає синусоїду з частотою 40 Гц та її дискретизовані амплітуди. Умова теореми дискретизації виконується, оскільки $2f_{\max} = 80 < f_s$. Дискретизовані амплітуди позначені колами, показаними на першому графіку. Ми помічаємо, що сигнал 40 Гц адекватно дискретизований, оскільки дискретизовані значення явно походять з аналогової версії синусоїди 40 Гц. Однак, як показано на другому графіку, синусоїда з частотою 90 Гц дискретизується з частотою 100 Гц. Оскільки частота дискретизації 100 Гц відносно низька порівняно з синусоїдою 90 Гц, сигнал недодискретизується оскільки $2f_{\max} = 180 > f_s$. Отже, умова теореми дискретизації не виконується. Виходячи з амплітуд відліків, позначених колами на другому графіку, ми не можемо сказати, чи походить вибірковий сигнал від синусоїди 90 Гц (відображено суцільною лінією), чи від синусоїди 10 Гц (відображено штрихпунктирною лінією). Вони не розрізняються. Таким чином, вони є *псевдонімами* один одного. У цьому випадку ми називаємо синусоїду 10 Гц шумом псевдонімів, оскільки вибіркові амплітуди насправді походять від дискретизації синусоїди 90 Гц [1].

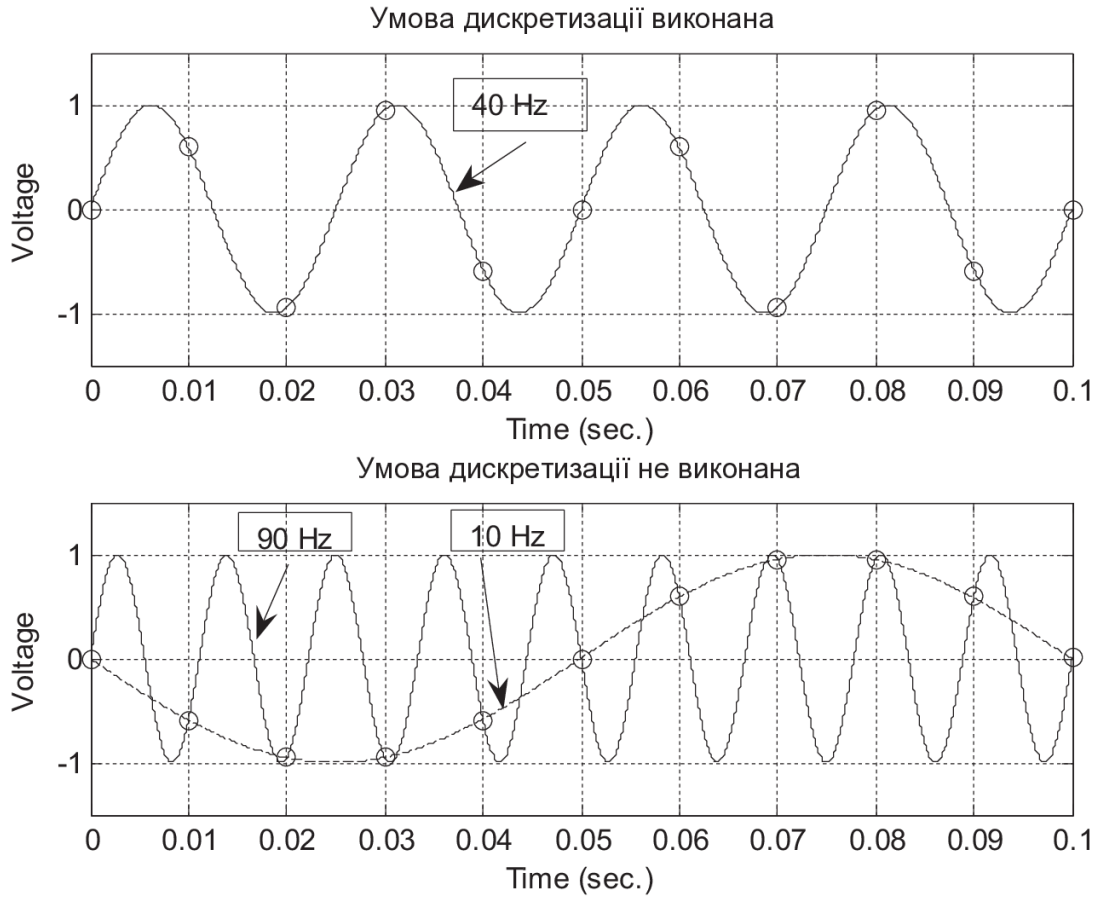


Рисунок 2.4 - Графіки сигналів з належною дискретизацією та сигналів з неналежною дискретизацією (аліасінгом, або накладенням спектів)

Тепер розглянемо теорему дискретизації в частотній області, тобто мінімальну вимогу до частоти дискретизації для дискретизації аналогового сигналу. Як ми побачимо, на практиці це може допомогти нам розробити фільтр згладжування (фільтр низьких частот, який відхилятиме високі частоти, що буде призводити до згладжування), який буде застосовано перед початком дискретизації, та реконструюючий фільтр (що також є фільтром низьких частот, який згладжуватиме відновлені відліки (рівні) дикретизованої напруги для формування аналогового сигналу), який буде застосовано після цифро-аналогового перетворення (ЦАП) [1].

На рисунку 2.5 зображено дискретизований сигнал, $x_s(t)$ отриманий шляхом дискретизації неперервного сигналу $x(t)$ з частотою дискретизації f_s відліків за секунду.

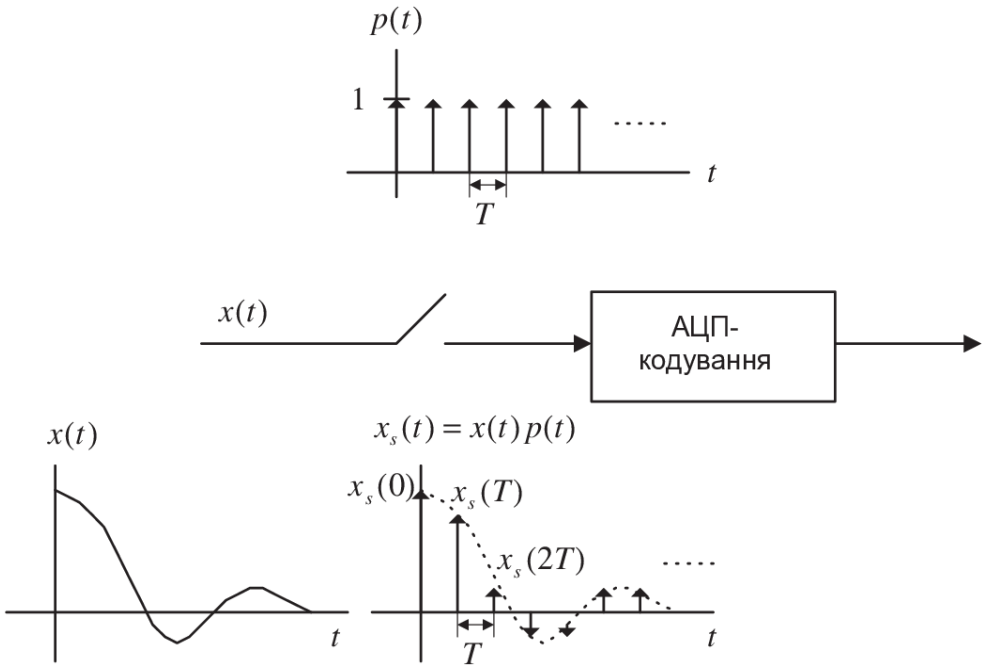


Рисунок 2.5 - Спрощений процес формування відліків

Математично цей процес можна записати як добуток неперервного сигналу та стробуючих імпульсів, шо визначають моменти дискретизації [1]:

$$x_s(t) = x(t) \cdot p(t), \qquad (2.3)$$

де $p(t)$ — послідовність стробуючих імпульсів з періодом $T = 1/f_s$. Спектральний аналіз показує, що вихідний спектр (частотні складові) $X(f)$ та спектр дискретизованого сигналу $X_s(f)$ у термінах частоти пов'язані як [1]

$$X_s(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(f - n f_s), \qquad (2.4)$$

де $X(f)$ — це оригінальний спектр базової смуги частот, тоді як $X_s(f)$ — його дискретизований спектр сигналу, що складається з

оригінального спектру $X(f)$, який займає базову смугу частот, та його реплік (копій) $X(f \pm n f_s)$. Рівняння (2.4) є добре відомою формулою, її доведення можна знайти у відомих текстах [9 - 13].

Розклад рівняння (2.4) призводить до спектру дискретизованого сигналу, що задається виразом (2.5) [1]:

$$X_s(f) = \ldots + \frac{1}{T} X(f + f_s) + \frac{1}{T} X(f) + \frac{1}{T} X(f - f_s) + \ldots \qquad (2.5)$$

Рівняння (2.5) показує, що спектр дискретизованого сигналу є сумою масштабованого оригінального спектру та копій його зміщених версій, які називаються *репліками*. На основі рівняння (2.5) можна отримати три можливі ескізи (замальовки). Враховуючи оригінальний спектр сигналу $X(f)$ на рисунку 2.6(а) зображено спектр дискретизованого сигналу відповідно до рівняння (2.5), де репліки $\frac{1}{T} X(f)$, $\frac{1}{T} X(f - f_s)$, $\frac{1}{T} X(f + f_s)$, ... мають проміжки між собою. Рисунок 2.6(в) показує, що спектр основної смуги частот та її репліки , $\frac{1}{T} X(f)$, $\frac{1}{T} X(f - f_s)$, $\frac{1}{T} X(f + f_s)$, ... просто з'єднані, і, нарешті, на рисунку 2.6(г), оригінальний спектр $\frac{1}{T} X(f)$ та його репліки $\frac{1}{T} X(f - f_s)$, $\frac{1}{T} X(f + f_s)$, ... перекриваються; тобто в спектрі дискретизованого сигналу є багато ділянок, що перетинаються [1].

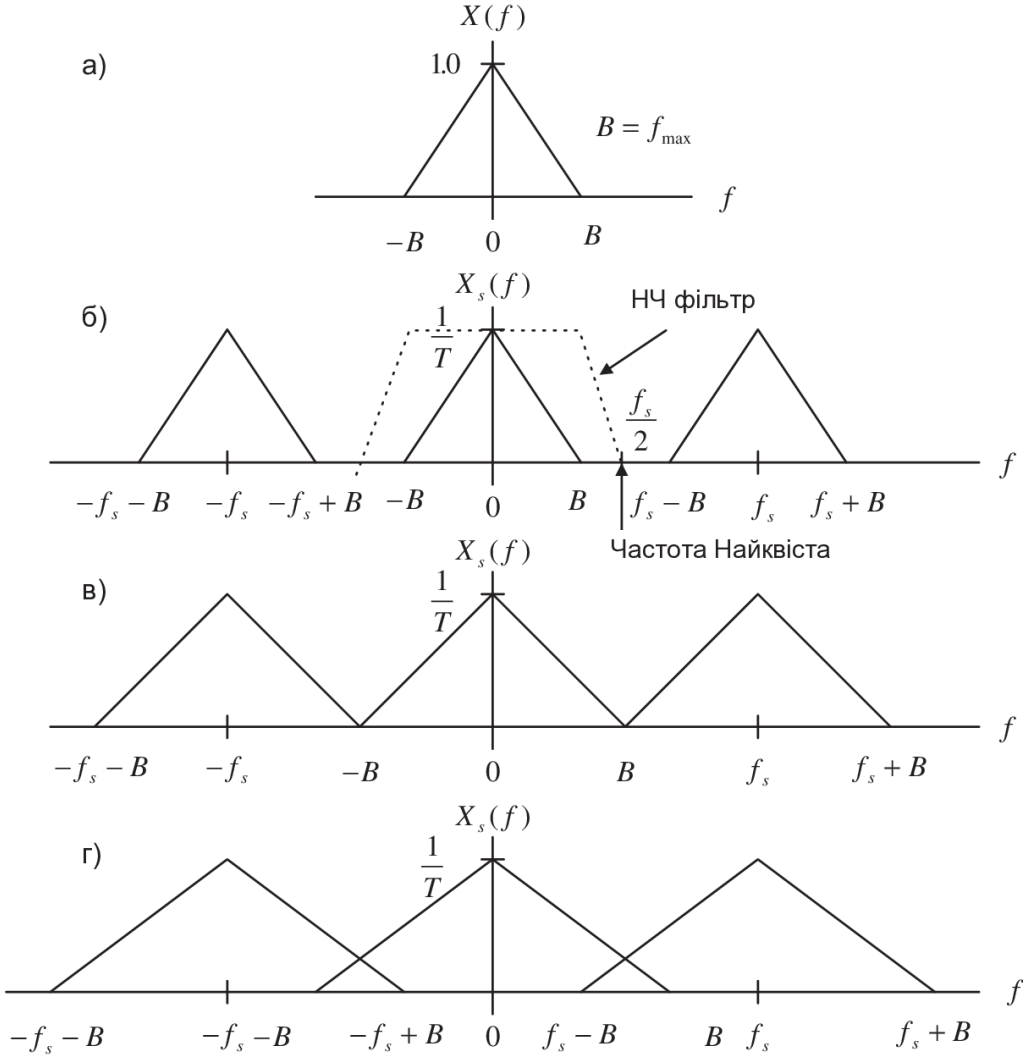


Рисунок 2.6 - Діаграми спектру дискретизованого сигналу

З рисунка 2.6 видно, що спектр дискретизованого сигналу складається з масштабованого спектру основної смуги частот з центром у початку координат та його реплік з центром на частотах $\pm n f_s$ (кратні частоті дискретизації) для кожного з $n = 1, 2, 3, \ldots$ [1].

Якщо для отримання точної реконструкції спектру вихідного сигналу застосовується низькочастотний реконструюючий фільтр, необхідно виконати наступну умову [1]:

$$f_s - f_{\max} \geq f_{\max}. \tag{2.6}$$

Розв'язуючи рівняння (2.6), отримуємо

$$f_s \geq 2 f_{\max}. \tag{2.7}$$

Для частоти, що вимірюється в радіанах за секунду, рівняння (2.7) еквівалентне

$$\omega_s \geq 2\omega_{\max}. \tag{2.8}$$

Цей фундаментальний висновок добре відомий як теорема Котельникова-Шеннона про вибірку, яка сформульована нижче [1].

У системі цифрової обробки сигналів (ЦОС) з рівномірною дискретизацією аналоговий сигнал можна ідеально відтворити за умови, що частота дискретизації принаймні вдвічі перевищує частоту найвищої частотної складової аналогового сигналу, що дискретизується.

Тут ми підсумуємо два ключові моменти [1].

1. Теорема дискретизації встановлює мінімальну частоту дискретизації для заданого аналогового сигналу з обмеженою смугою частот та найвищою частотною складовою $f_{\max}$. Якщо частота дискретизації задовольняє рівняння (2.7), то аналоговий сигнал можна відновити за його дискретизованими значеннями за допомогою фільтра низьких частот, як описано на рисунку 2.6(б).

2. Половину частоти дискретизації $f_s/2$ зазвичай називають *частотою Найквіста* (границею Найквіста) або частотою згортання. Теорема дискретизації вказує на те, що система цифрової обробки сигналів з частотою дискретизації f_s ідеально може дискретизувати аналоговий сигнал з максимальною частотою, що дорівнює половині частоти дискретизації, без винекнення спектрального перекриття (аліасингу).

Отже, аналоговий сигнал можна ідеально відновити за його дискретними відліками.

2.2 Реконструкція сигналу

У цьому відрозділі ми досліджуємо відновлення аналогового сигналу з його дискретизованої версії. Для цього використовуються два спрощені кроки, як описано на рисунку 2.8. По-перше, оброблені у цифровий спосіб дані $y(n)$ перетворюються в ідеальну послідовність імпульсів $y_s(n)$, в якій кожен імпульс має амплітуду, пропорційну цифровому виходу $y(n)$, а два послідовні імпульси розділені періодом дискретизації T; по-друге, до ідеально відновленого дискретизованого сигналу застосовується фільтр аналогової реконструкції $y_s(n)$ для отримання відновленого аналогового сигналу [1].

Для вивчення реконструкції сигналу ми приймаємо $y(n) = x(n)$ для випадку відсутності цифрового сигнального процесора (DSP), щоб реконструйований дискретизований сигнал та вхідний дискретизований сигнал були однаковими, тобто $y_s(n) = x_s(n)$. Отже, спектр дискретизованого сигналу $y_s(t)$ містить той самий спектральний вміст, що й оригінальний спектр $X(f)$, тобто $Y(f) = X(f)$, з шириною смуги пропускання $f_{\max} = B$ Гц (описано на рисунку 2.8d) та зображення оригінального спектру (масштабована та зміщена версії). Наступні три випадки обговорюються для відновлення оригінального спектру сигналу $X(f)$ [1].

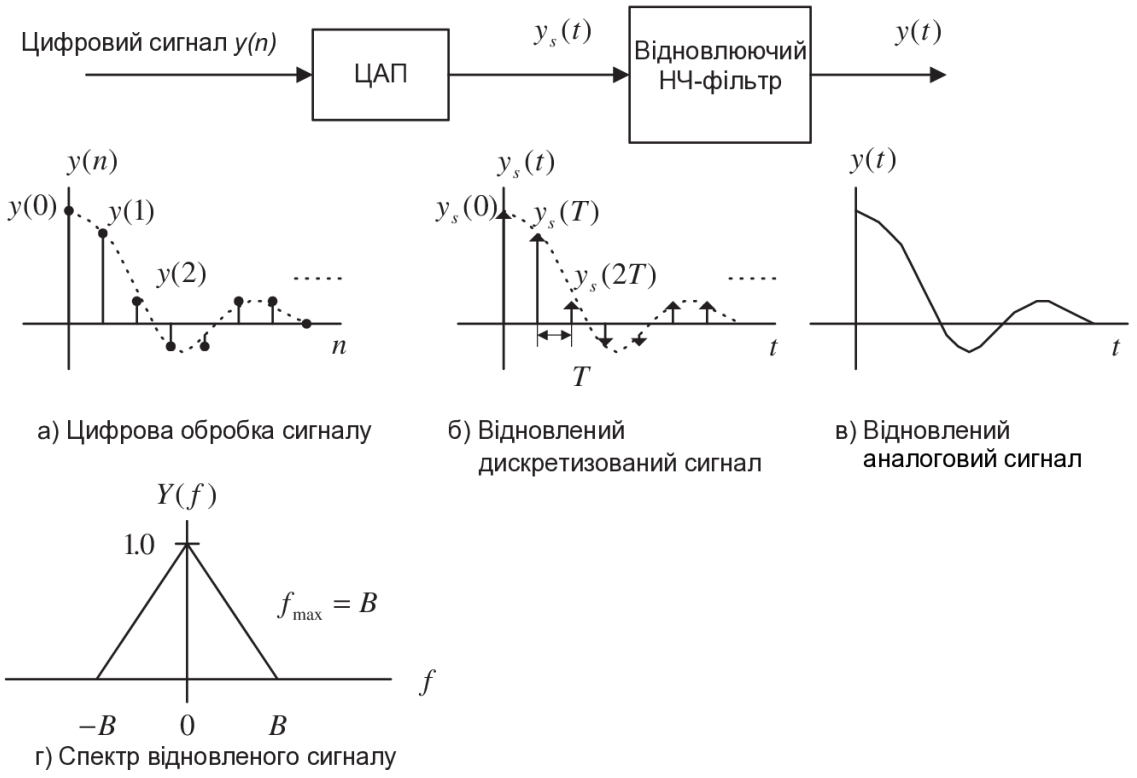


Рисунок 2.8 - Записи сигналів на етапі реконструкції: а) обробка цифрового сигналу; б) відновлення дискретизованого сигналу; в) відновлення аналогового сигналу; г) спектр відновленого сигналу

Випадок 1: $f_s = 2f_{\max}$. Як показано на рисунку 2.9, де частота Найквіста дорівнює максимальній частоті аналогового сигналу $x(t)$, для відновлення спектру аналогового сигналу потрібен ідеальний низькочастотний реконструюючий фільтр. Це не реалізуємий на практиці випадок [1].

Випадок 2: $f_s > 2f_{\max}$. В цьому випадку, як показано на рисунку 2.10, існує розділення між найвищим краєм спектра основної смуги частот і нижнім краєм першої репліки. Тому можна розробити практично реалізуємий низькочастотний реконструюючий фільтр, який відхилятиме всі репліки і відтворить оригінальний спектр сигналу [1].

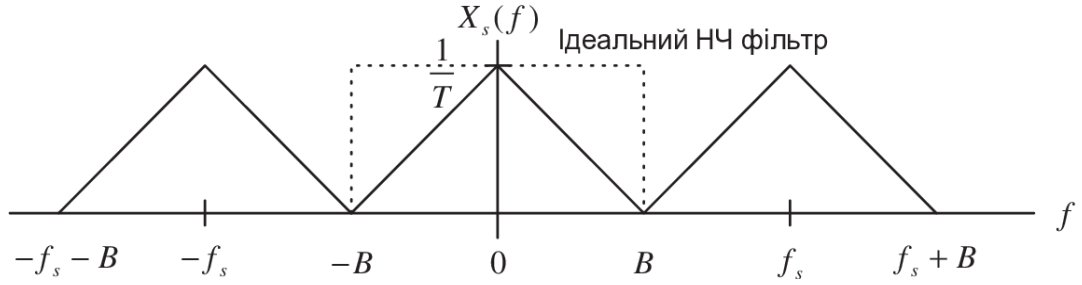


Рисунок 2.9 - Спектр дискретизованого сигналу, коли $f_s = 2f_{\max}$

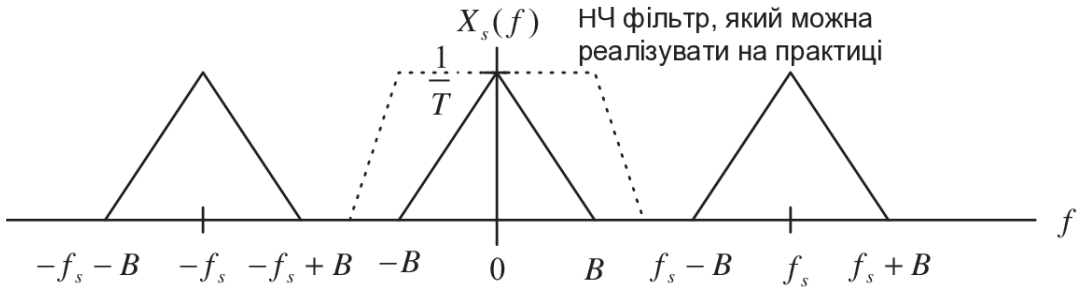


Рисунок 2.10- Спектр дискретизованого сигналу, коли $f_s > 2f_{\max}$

Випадок 3: $f_s < 2f_{\max}$. Випадок 3 порушує умову теореми Котельнікова - Шеннона про дискретизацію. Як бачимо, на рисунку 2.11 зображено спектральне перекриття між оригінальним спектром основної смуги частот та спектром першої репліки, це буде справджуватись і для інших реплік. Навіть коли ми застосуємо ідеальний фільтр низьких частот для видалення цих копій, у смузі частот все ще залишатимуться деякі частотні компоненти, що просочуватимуться від сусідніх реплік. Це називається алиасингом, коли відновлений спектр основної смуги частот зазнає спектральних спотворень, тобто він містить спектр шуму алиасингу; у часовій області відновлений аналоговий сигнал може складатися з частоти або частот шуму алиасингу. Отже, відновлений аналоговий сигнал стає невиправно спотвореним [1].

Зверніть увагу, що якщо аналоговий сигнал з частотою f недодискретизований, то складова частоти накладання спектру f_{alias} в основній смузі частот просто задається наступним виразом [1]:

$$f_{\text{alias}} = f_s - f \ . \tag{2.9}$$

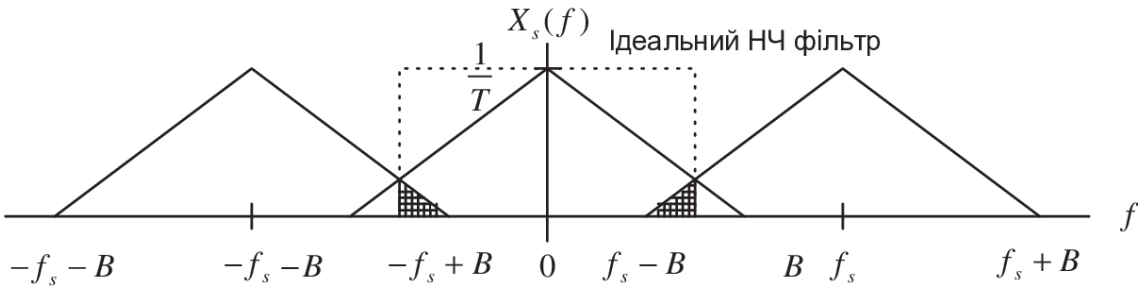


Рисунок 2.11 - Спектр дискретизованого сигналу, коли $f_s < 2f_{\max}$

2.3 Аналого-цифрове перетворення, цифро-аналогове перетворення та квантування

Під час роботи АЦП амплітуди аналогового сигналу, що перетворюється, мають нескінченну точність. Неперервна амплітуда повинна бути перетворена на цифрові дані зі скінченною точністю, що називається квантуванням. На рисунку 2.12 показано квантування як операцію, що виконується в АЦП [1].

Існує кілька способів реалізації АЦП. Найпоширенішими з них є:

1) миттєвий АЦП;

2) АЦП послідовного наближення;

3) сигма-дельта АЦП [1].

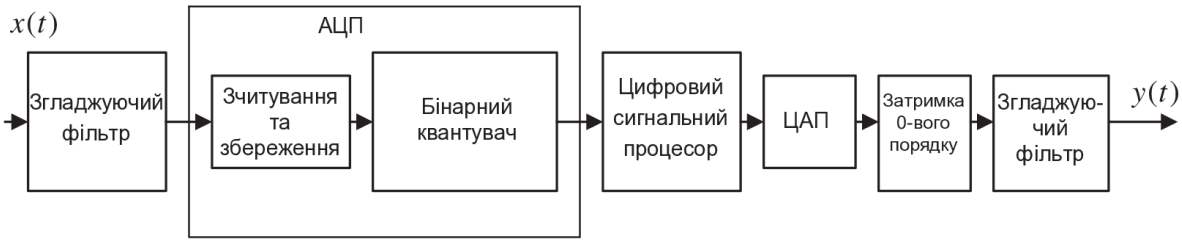


Рисунок 2.12 – Структурна схема системи ЦОС

У цьому підрозділі ми зосередимося на простому 2-бітному миттєвому АЦП, показаному на рисунку 2.13. Сигма-дельта АЦП розглядається, наприклад, в [1]. Тут ми не будемо приділяти увагу цій технології.

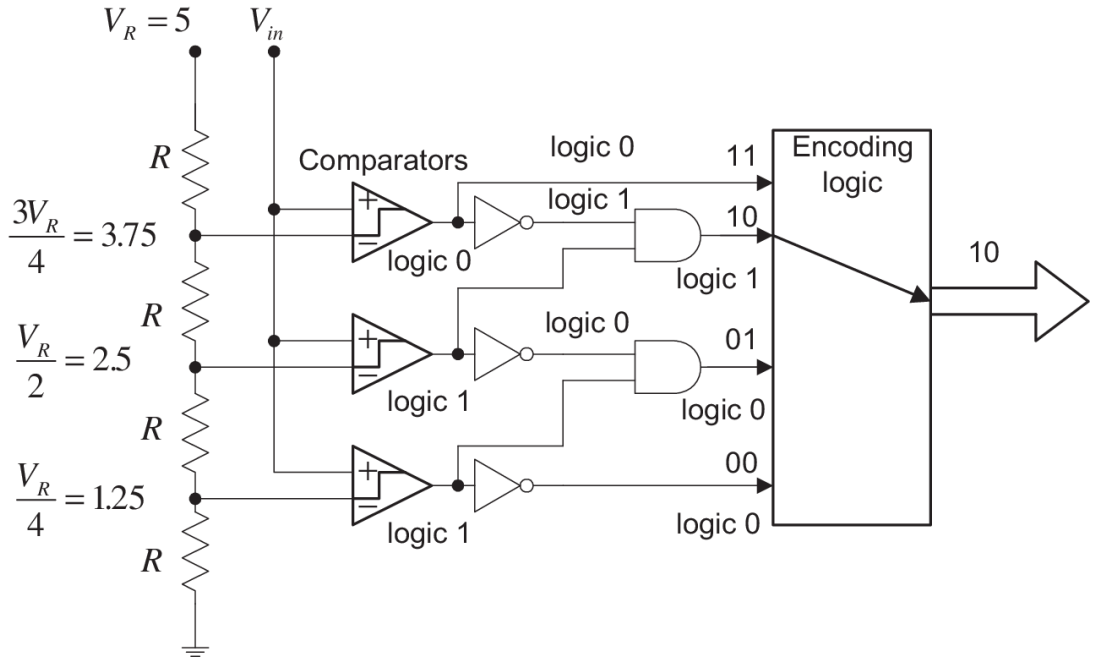


Рисунок 2.13 - Приклад 2-бітного миттєвого АЦП

Як показано на рисунку 2.13, 2-бітний миттєвий АЦП складається з послідовної опорної напруги, що створюється резисторами однакового номіналу, набору компараторів та логічних одиниць. Наприклад, опорні напруги на рисунку становлять 1,25 вольта, 2,5 вольта, 3,75 вольта та 5 вольт відповідно. Якщо аналогова напруга вибірки та зберігання становить $V_{\text{in}} = 3$ вольт, то два нижні компаратори виводитимуть логічну одиницю. Через логічні одиниці лише лінія, позначена як 10, має активний високий рівень, а решта ліній - низький. Отже, схема кодуючої логіки формує 2-бітний двійковий код 10 [1].

Миттєвий АЦП пропонує перевагу високої швидкості перетворення, оскільки всі біти отримуються одночасно. На рисунку 2.14 зображено простий 2-бітний ЦАП, що використовує сходову схему R-2R. ЦАП

містить сходову схему R-2R, набір однополюсних перемикачів, суматор та фазообертач. Якщо біт дорівнює логічному 0, перемикач з'єднує резистор 2R із землею. Якщо біт дорівнює логічній 1, відповідний резистор 2R підключається до гілки входу операційного підсилювача (суматора). Коли операційний підсилювач працює в лінійному діапазоні, від'ємний вхід практично дорівнює додатному входу. Суматор додає всі струми з усіх гілок. Резистор зворотного зв'язку R у суматорі забезпечує загальне підсилення. Сходова схема еквівалентна двом резисторам 2R, з'єднаним паралельно. Вся мережа має загальний струм [1]

$$I = \frac{V_R}{R}, \tag{2.10}$$

який визначається за законом Ома, де V_R — опорна напруга, обрана для нашого прикладу рівною 5 вольт. Отже, половина загального струму надходить у гілку b_1, а інша половина — в іншу частину кола. Процес ділення навпіл послідовно повторюється для кожної гілки аж до гілок з нижчими бітами, щоб отримати ваги нижчих бітів. Другий операційний підсилювач діє як фазообертач, щоб компенсувати негативний знак виходу суматора. Використовуючи базовий принцип електричної схеми, ми можемо визначити вихідну напругу ЦАП як [1]

$$V_0 = V_R\left(\frac{1}{2^1}b_1 + \frac{1}{2^2}b_0\right), \tag{2.11}$$

де b_1 та b_0 – це біти у 2-бітному двійковому коді, де b_0 – найменш значущий біт (НЗБ).

На рисунку 2.14, де ми встановили $V_R = 5$ та $b_1 b_0 = 10$, очікується, що вихідний сигнал АЦП буде

$$V_0 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2^1} \cdot 1 + \frac{1}{2^2} \cdot 0 \right) = 2{,}5 \text{ вольт.}$$

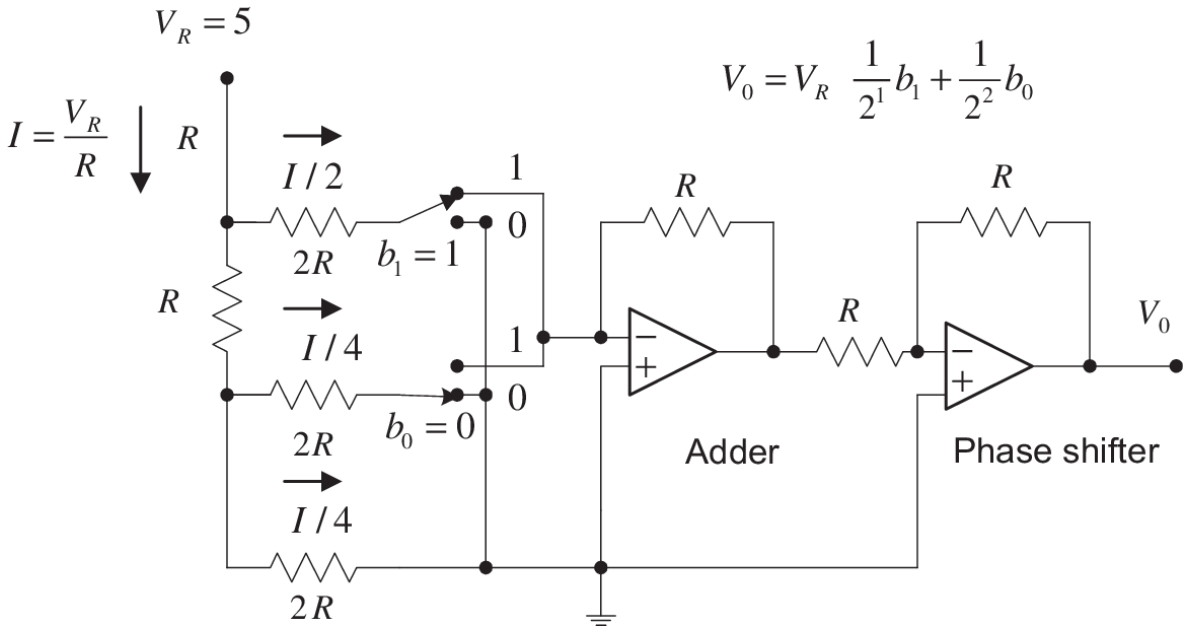


Рисунок 2.14 – ЦАП сходової схеми R-2R

Як бачимо, відновлена напруга $V_0 = 2{,}5$ вольт вносить похибку напруги порівняно з $V_{in} = 3$ вольтами, що обговорювалися в каскаді АЦП. Це пов'язано з тим, що в блоці миттєвого АЦП ми використовуємо лише чотири (тобто скінченні) рівні напруги для представлення неперервних (нескінченно можливих) значень аналогової напруги. Це називається *похибкою квантування*, яка отримується шляхом віднімання початкової аналогової напруги від відновленої аналогової напруги. Для нашого прикладу похибка квантування становить

$$V_0 - V_{in} = 2{,}5 - 3 = -0{,}5 \text{ вольт.}$$

Далі ми зосередимося на будові квантувачів. Процес перетворення аналогової напруги з нескінченною точністю на скінченну точність називається *процесом квантування* . Наприклад, якщо цифровий процесор

має лише 3-бітове слово, амплітуди можна перетворити на вісім різних рівнів.

Однополярний квантувач обробляє аналогові сигнали в діапазоні від 0 вольт до додатної опорної напруги, а біполярний квантувач — аналогові сигнали в діапазоні від від'ємної опорної напруги до додатної. Позначення та загальні правила квантування такі [1]:

$$\Delta = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{L}, \tag{2.12}$$

$$L = 2^m, \tag{2.13}$$

$$i = \text{round}\left(\frac{x - x_{\min}}{\Delta} \right), \tag{2.14}$$

$$x_q = x_{\min} + i \cdot \Delta,\ i = 0,1,\ldots,L-1, \tag{2.15}$$

де $x_{\max}$ та $x_{\min}$ – відповідно максимальне та мінімальне значення аналогового вхідного сигналу x. Символ L позначає кількість рівнів квантування, яка визначається рівнянням (2.13), де m — кількість бітів, що використовуються в АЦП. Символ Δ — розмір кроку квантування або роздільна здатність АЦП. Нарешті, x_q вказує на рівень квантування, а i — індекс, що відповідає двійковому коду.

На рисунку 2.15 зображено 3-бітний однополярний квантувач та відповідні двійкові коди. З рисунка 2.15 ми бачимо, що $x_{\min} = 0$, $x_{\max} = 8\Delta$, та $m = 3$. Застосування рівняння (2.15) дає кожен рівень квантування наступним чином: $x_q = 0 + i \cdot \Delta$, $i = 0,1,\ldots,L-1$, де $L = 2^3 = 8$ та i – ціле число, що відповідає 3-бітному двійковому коду. Таблиця 2.1 детально описує квантування для кожного піддіапазону вхідного сигналу [1].

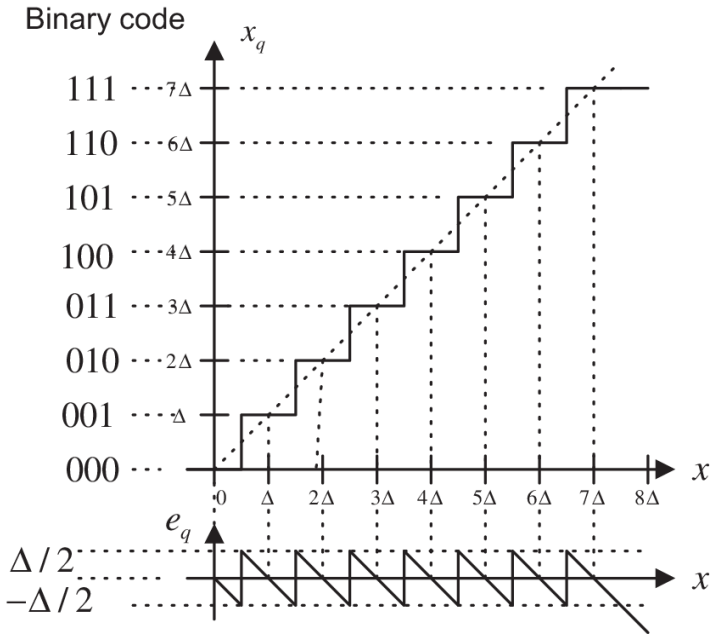


Рисунок 2.15 - Характеристики однополярного квантувача

Аналогічно, 3-бітний біполярний квантувач та двійкові коди показано на рисунку 2.16, де маємо $x_{\min} = -4\Delta$, $x_{\max} = 4\Delta$ та $m = 3$. Відповідна таблиця квантування наведена в таблиці 2.2 [1].

Таблиця 2.1 -Таблиця квантування для 3-бітного однополярного квантувача

Бінарний код	Рівень квантування x_q (В)	Піддіапазон вхідного сигналу (В)
000	0	$0 \le x < 0{,}5\Delta$
001	Δ	$0{,}5\Delta \le x < 1{,}5\Delta$
010	2Δ	$1{,}5\Delta \le x < 2{,}5\Delta$
011	3Δ	$2{,}5\Delta \le x < 3{,}5\Delta$
100	4Δ	$3{,}5\Delta \le x < 4{,}5\Delta$
101	5Δ	$4{,}5\Delta \le x < 5{,}5\Delta$
110	6Δ	$5{,}5\Delta \le x < 6{,}5\Delta$
111	7Δ	$7{,}5\Delta \le x < 8{,}5\Delta$

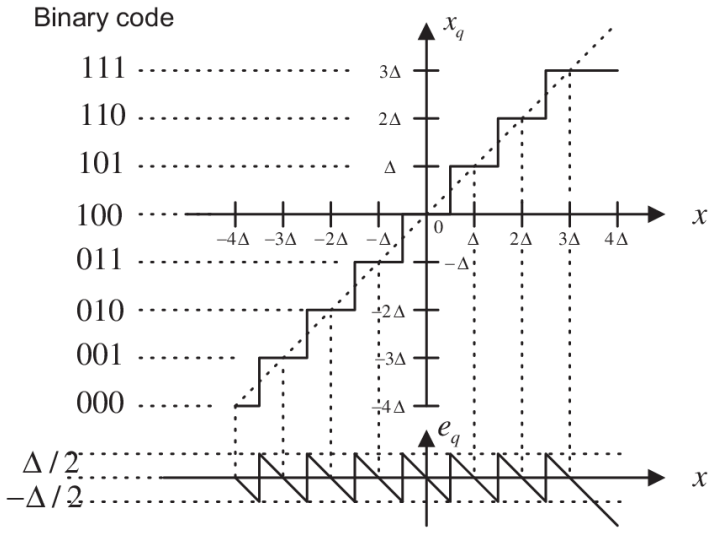


Рисунок 2.16 - Характеристики двополярного квантувача

Таблиця 2.2 -Таблиця квантування для 3-бітного біполярного квантувача

Бінарний код	Рівень квантування x_q (В)	Піддіапазон вхідного сигналу (В)
000	-4Δ	$-4\Delta \le x < -3{,}5\Delta$
001	-3Δ	$-3{,}5\Delta \le x < -2{,}5\Delta$
010	-2Δ	$-2{,}5\Delta \le x < -1{,}5\Delta$
011	$-\Delta$	$-1{,}5\Delta \le x < -0{,}5\Delta$
100	0	$-0{,}5\Delta \le x < 0{,}5\Delta$
101	Δ	$0{,}5\Delta \le x < 1{,}5\Delta$
110	2Δ	$1{,}5\Delta \le x < 2{,}5\Delta$
111	3Δ	$2{,}5\Delta \le x < 3{,}5\Delta$

Після квантування вхідного сигналу x, АЦП генерує двійкові коди, як показано на рисунку 2.17 [1].

Процес ЦАП (цифро-аналогового перетворення) показано на рисунку 2.18. Як показано на рисунку, блок ЦАП приймає двійкові коди

від цифрового сигнального процесора. Потім він перетворює двійковий код за допомогою схеми затримки нульового порядку для відтворення сигналу вибірки та зберігання. Припускаючи, що спотворенням спектру, спричиненим ефектом дискретизації та накопичення, можна знехтувати для нашої ілюстрації, відновлений після дискретизації сигнал додатково обробляється за допомогою фільтра пом'якшення сигналу. Зрештою, формується аналоговий сигнал [1].

Коли ЦАП видає аналогову амплітуду x_q зі скінченною точністю, він вносить похибку квантування, яка визначається як

$$e_q = x_q - x. \tag{2.16}$$

Похибка квантування, як показано на рисунку 2.16, обмежена половиною розміру кроку, тобто [1]

$$-\frac{\Delta}{2} \le e_q \le \frac{\Delta}{2}, \tag{2.17}$$

де Δ— розмір кроку квантування або роздільна здатність АЦП. Ми також асоціюємо Δ з $V_{\min}$ (мінімальною виявляемою напругою) або значенням молодшого розряду АЦП.

На практиці ми можемо емпірично підтвердити, що похибка квантування має рівномірний розподіл коли розмір кроку значно менший за динамічний діапазон зразків сигналу, і ми маємо достатньо велику кількість відліків. Виходячи з теорії ймовірності та випадкових величин, потужність шуму квантування пов'язана з кроком квантування та визначається як

$$E(e_q^2) = \frac{\Delta^2}{12}, \tag{2.18}$$

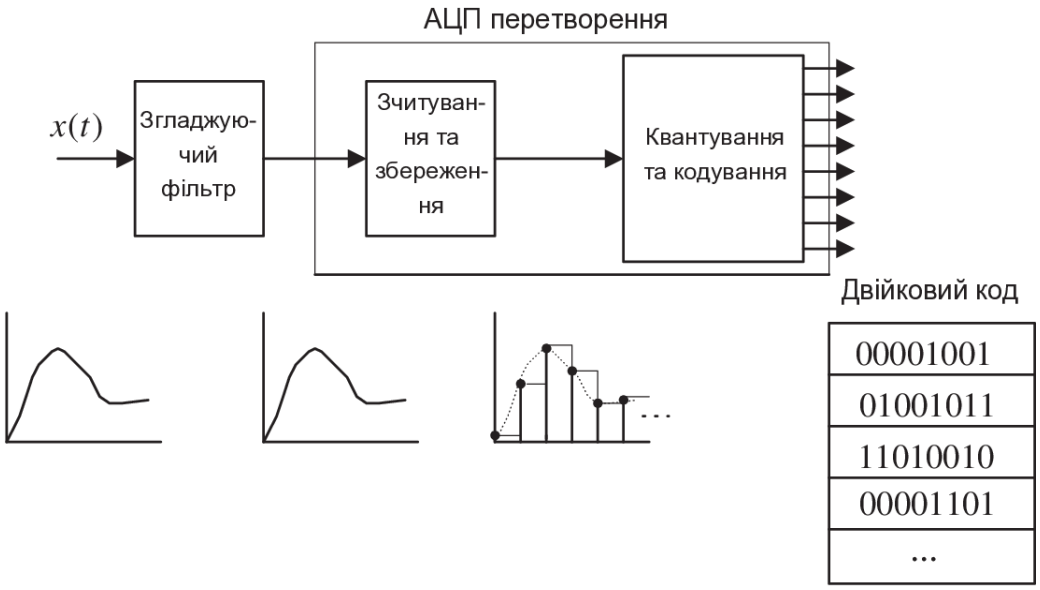


Рисунок 2.17 -Типовий процес АЦП

де $E(\cdot)$ — оператор математичного сподівання, який фактично усереднює квадрати значень помилки квантування. Більш детальна інформація з цього приводу міститься в [14 - 16]. Співвідношення потужності сигналу до потужності шуму квантування (SNR) може бути виражено як

$$SNR = \frac{E(x^2)}{E(q_q^2)}. \tag{2.19}$$

Якщо виразити SNR у децибелах (дБ), то маємо

$$SNR_{dB} = 10 \cdot \log_{10} SNR, \text{ dB} \tag{2.20}$$

Підставляючи рівняння (2.18) та $E(x^2) = x_{\text{rms}}^2$ у рівняння (2.20), отримуємо [1]

$$SNR_{dB} = 10{,}79 + 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{x_{\text{rms}}}{\Delta}\right) \tag{2.21}$$

де x_{rms} – середньоквадратичне значення (root mean square, RMS) сигналу, що квантується x.

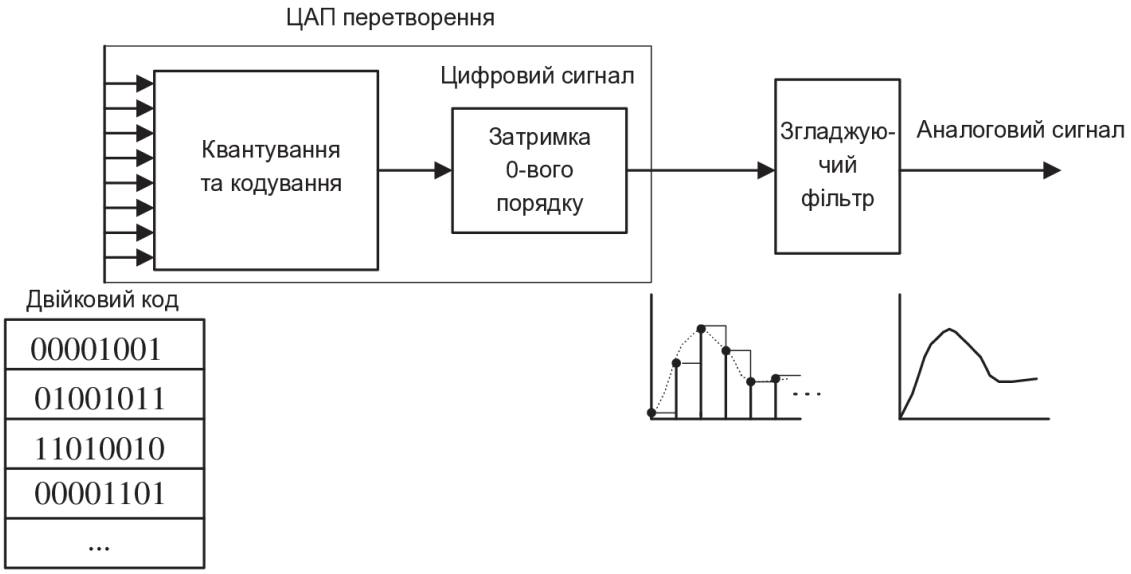


Рисунок 2.18 -Типовий процес ЦАП

Практично, SNR можна розрахувати за такою формулою [1]:

$$SNR = \frac{\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x^2(n)}{\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} e_q^2(n)} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} x^2(n)}{\sum_{n=0}^{N-1} e_q^2(n)}, \tag{2.22}$$

де $x(n)$ - амплітуда n-го відліку та $e_q(n)$ похибка квантування сигналу $x(n)$.

2.4 Висновки до розділу

1. Аналоговий сигнал дискретизується через фіксовані проміжки часу, після чого АЦП перетворює дискретизований рівень напруги на цифрове значення; цей процес називається оцифровуванням сигналу [1].

2. Фіксований часовий інтервал між двома вибірками є періодом дискретизації, а величина, обернена до періоду дискретизації - частотою дискретизації (вибірки). Половина частоти вибірки - це частота згортання (границя Найквіста) [1].

3. Для відновлення аналогового сигналу має бути виконана умова теореми про дискретизацію, що частота дискретизації має бути більшою, ніж подвоєна найвища частота аналогового сигналу, який піддається дискретизації [1].

4. Спектр дискретизації пояснюється за допомогою наступної відомої формули (2.5). Тобто спектр дискретизованого сигналу є масштабованою та зміщеною версією спектра його аналогового сигналу, а його копії зосереджені на частотах, що є кратними частоти дискретизації [1].

5. Аналоговий фільтр нижніх частот для усунення ефекту аліасингу застосовується перед АЦП для видалення частотних складових, що перевищують частоту Найквіста, з метою уникнення ефекту аліасингу. [1].

6. Після ЦАП застосовується фільтр реконструкції (аналоговий фільтр нижніх частот) для усунення спектральних копій, які присутні в дискретизованому сигналі, та отримання згладженого аналогового сигналу [1].

7. Квантування відбувається, коли блок АЦП перетворює амплітуду аналогового сигналу з нескінченною точністю на цифрові дані зі скінченною точністю (скінченна кількість кодових станів) [1].

8. Коли ЦАП перетворює цифровий код на рівень напруги, виникає похибка квантування. Похибка квантування обмежена половиною кроку

квантування (роздільної здатності АЦП), що є відношенням повного діапазону сигналу до кількості рівнів квантування (кількості кодових станів) [1].

9. Продуктивність квантувача з точки зору співвідношення сигнал/шум квантування (SNR) у дБ пов'язана з кількістю бітів в АЦП. Збільшення кожного коду АЦП на 1 біт покращить SNR на 6 дБ завдяки квантуванню [1].

3 ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ШВИДКОСТІ ПЕРЕДАВАННЯ ДАНИХ ВІД СПОТВОРЕНЬ ДЛЯ СИМЕТРИЧНИХ СКАЛЯРНИХ КВАНТУВАЧІВ

В даному розділі ми збираємось проілюструвати роботу скалярних квантувачів на прикладі квантування коефіцієнтів дискретного косинусного перетворення (ДКП) сталих зображень. Коефіцієнти ДКП використовуються при компресії зображень і відеопослідовностей завдяки наявності в них властивості перерозподілу енергії сигналу, коли низькочастотні коефіцієнти отримують більші значення амплітуди, в той час як середньо- і високочастотні коефіцієнти – відповідно менші значення. Це дозволяє квантувати коефіцієнти ДКП з різними значеннями кроків квантування, забезпечуючи тим самим стиснення зображень за рахунок збільшення квантованих до нуля значень.

Дамо коротку характеристику алгоритму JPEG.

3.1 Принцип роботи алгоритму JPEG

Вхідне зображення після перетворення колірного простору, розбивається на блоки 8x8 пікселів, по відношенню до яких обчислюється ДКП за формулою

$$G_{ij} = \frac{1}{4} C_i C_j \sum_{x=0}^{7} \sum_{y=0}^{7} p_{xy} \cos\left(\frac{(2x+1)i\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2y+1)j\pi}{16}\right); \quad 0 \le i, j \le 7, \qquad (3.1)$$

де $C_f = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & f = 0, \\ 1, & f > 0; \end{cases}$ p_{xy} - значення яскравості пікселя з координатами x та y. Потім виконується квантування ДКП коефіцієнтів:

$$G_{ij}^{(Q)} = Q_{ij} \cdot \text{round}(G_{ij} / Q_{ij}), \qquad (3.2)$$

де $\text{round}(\cdot)$ - операція округлення до найближчого цілого числа, а Q_{ij} - елементи таблиці квантування. Стандарт JPEG не визначає таблиць квантування, це дозволяє використовувати таблиці адаптовані під конкретне зображення та бажаний бітрейт. Зазвичай, на практиці таблиці квантування, що відповідають різним показникам якості $QF = \overline{1,100}$, перераховуються з базової (рекомендованої, див. таб. 3.1) таблиці квантування $Q_{ij}^{(B)}$ за формулою

$$Q_{ij} = \left\lfloor \frac{SF \cdot Q_{ij}^{(B)} + 50}{100} \right\rfloor, \quad SF = \begin{cases} 5000/QF, & \text{если} \quad 1 \le QF < 50, \\ 200 - 2 \cdot QF, & \text{если} \quad 50 \le QF \le 99, \\ 1, & \text{если} \quad QF = 100, \end{cases} \qquad (3.3)$$

де $\lfloor x \rfloor$ -операція округлення «донизу». Отримані на етапі квантування ДКП коефіцієнти кодуються за Хаффманом.

Таблиця 3.1 – Рекомендована таблиця квантування яскравостей

16	11	10	16	24	40	51	61
12	12	14	19	26	58	60	55
14	13	16	24	40	57	69	56
14	17	22	29	51	87	80	62
18	22	37	56	68	109	103	77
24	35	55	64	81	104	113	92
49	64	78	87	103	121	120	101
72	92	95	98	112	100	103	99

Рівень спотворень і результуючий бітрейт, безпосередньо залежить від конкретної таблиці квантування. Таким чином, для отримання

необхідного бітрейту або заданих спотворень ми маємо синтезувати належну таблицю квантування. При цьому важливо розуміти, що той самий бітрейт може бути отриманий на різних таблицях квантування, хоча рівень спотворень при цьому може виявитись різним. Дійсно, фактичний бітрейт буде тим меншим, чим більше нульових значень ДКП коефіцієнтів буде отримано в результаті квантування. Однак, обнулення ДКП коефіцієнтів може відбуватися як за рахунок високо і середньо частотних коефіцієнтів, так і за рахунок низькочастотних коефіцієнтів. Очевидно, що в першому випадку спотворення будуть істотно меншими за ті, які виникають в другому випадку. Дослідимо ці залежності на практиці з використанням різних тестових зображень.

3.2 Тестові зображення і форма імовірнісних розподілів ДКП коефіцієнтів

В якості тестових зображень використаємо напівтонові зображення розміру 512x512 пікселів показані на рис. 3.1. За характером одне з 3-х зображень відносяться до текстурних (bridge), в той час як інщі два зображення відносяться до змішаного типу, оскільки містять як текстурні так і монотонні області.

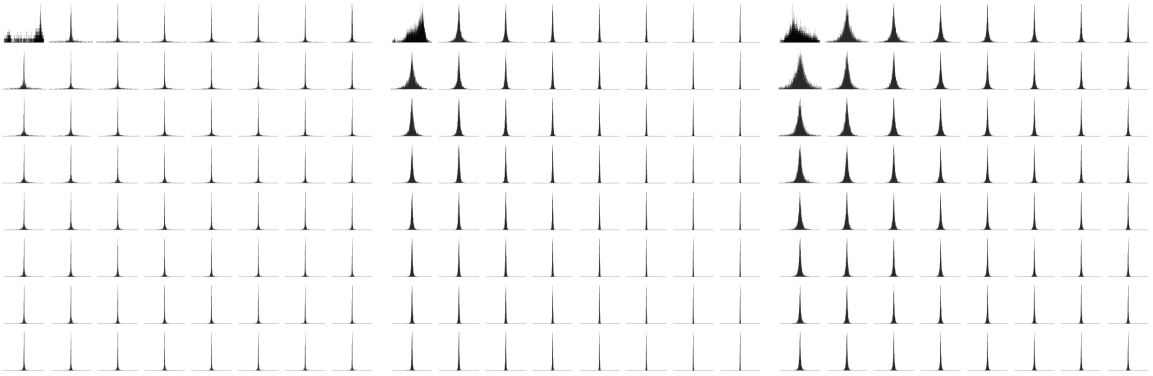
З’ясуємо форму розподілу ДКП коефіцієнтів тестових зображень. Для цього на мові програмування R було написано відповідний скрипт, який обчислює значення ДКП коефіцієнтів зображень і формує гістограми значень цих коефіцієнтів (загалом 64 гістограми для кожного тестового зображення), див. рис. 3.2.

З аналізу рис. 3.2 робимо висновок, що за винятком постійної складової ДКП коефіцієнти мають симетричний розподіл ймовірностей. Отже, до них можна застосовувати симетричні скалярні квантувачі.



а) cameraman б) truck в) bridge

Рисунок 3.1 – Приклади напівтонових тестових зображень



а) cameraman б) truck в) bridge

Рисунок 3.2 – Гістограми ДКП коефіцієнтів тестових зображень

3.3 Залежності швидкості передавання даних із спотворень

Дослідимо як впливає вибір таблиці квантування на показники якості стиснених зображень, а саме на величину PSNR і результуючу бітову швидкість.

За допомогою PSNR ми порівнюємо між собою стиснене і оригінальне (тобто референтне) зображення. PSNR – це різновид співвідношення сигнал / шум, в данному випадку пікового співвідношення сигнал/шум. Величина PSNR обчислюється за формулою

$$PSNR = 10\lg(255^2 / MSE), \qquad (3.4)$$

де $MSE = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i,j=1}^{M,N} (p_{i,j} - p_{i,j}^*)^2$ -- середній квадрат відхилення пікселів оригінального зображення $p_{i,j}$ від $p_{i,j}^*$ перетвореного, M і N відповідно ширина і висота зображення в пікселях. Величина PSNR вимірюється в децибелах (дБ). Значення PSNR<40 дБ вказують на наявність помітних спотворень зображення.

Бітова швидкість, bpp (bits per pixel) обчислюється як середня кількість бітів на один піксель зображення. Для обрахунку bpp необхідно розділити розмір стисненого зображення на кількість пікселів в ньому.

На рис. 3.3 зображено тестові зображення, стиснені з використанням рекомендованої таблиці квантування (див. таб. 3.1), яка відповідно масштабувалась для різних значень показника якості за формулою (3.3). Аналіз даних на рис. 3.3 дозволяє зробити висновок, що найбільш чутливим до компресії виявилось зображення «cameramen». Інші зображення втратили якість в значно меншій мірі.

Для порівняння впливу таблиць квантування на швидкість і бітрейт розробимо альтернативну таблицю квантування таким чином, щоб підкреслити середньо і високочастотні коефіцієнти і пригнітити низькочастотні. Іншими словами, альтернативна таблиця буде дуальною по відношенню до рекомендованої базової таблиці квантування. Для формування кроків квантування в альтернативній таблиці скористаємось таким співвідношенням

$$Q_{ij}^{(A)} = 1 + (16 - i - j) \times 2 . \qquad (3.5)$$

Значення отримані за формулою (3.5) наведено в таблиці 3.2.

На рис. 3.4 зображено тестові зображення, стиснені з використанням альтернативної (дуальної) таблиці квантування (див. таб. 3.2), яка відповідно масштабувалась для різних значень показника якості за

формулою (3.3). Аналіз даних на рис. 3.4 дозволяє зробити висновок, що як і минулого разу найбільш чутливим до компресії виявилось зображення «cameramen». Інші зображення втратили якість в значно меншій мірі. Зокрема помітна певна деградація зображення «truck» для більших ступенів компресіїї, що відповідають показнику якості QF=25.



а) QF=75 б) QF=50 в) QF=25

Рисунок 3.3 – Приклади тестових зображень, стиснених з використанням базової таблиці квантування, для різних показників якості



а) QF=75 б) QF=50 в) QF=25

Рисунок 3.4 – Приклади тестових зображень, стиснених з використанням альтернативної таблиці квантування, для різних показників якості

Для більш детального порівняння впливу таблиць квантування (див. таб. 3.1 и таб. 3.2) побудуємо залежності PSNR від показника якості QF та бітрейту bpp від показника якості QF. Вказані залежності розташовані на рис. 3.5 і 3.6 відповідно. В легенді на графіках альтернативна таблиця позначена як реверсивна. Загалом реверсивна таблиця забезпечує більш високі значення PSNR при середніх і високих показниках якості QF за

рахунок підкреслення (збереження) високочастотних коефіцієнтів. Також, більшим значенням PSNR завжди відповідають більші значення бітрейту, що ми і спостерігаємо на рис. 3.6.

Таблиця 3.2 – Альтернативна таблиця квантування яскравостей

33	31	29	27	25	23	21	10
31	29	27	25	23	21	19	17
29	27	25	23	21	19	17	15
27	25	23	21	19	17	15	13
25	23	21	19	17	15	13	11
23	21	19	17	15	13	11	9
21	19	17	15	13	11	9	7
19	17	15	13	11	9	7	5

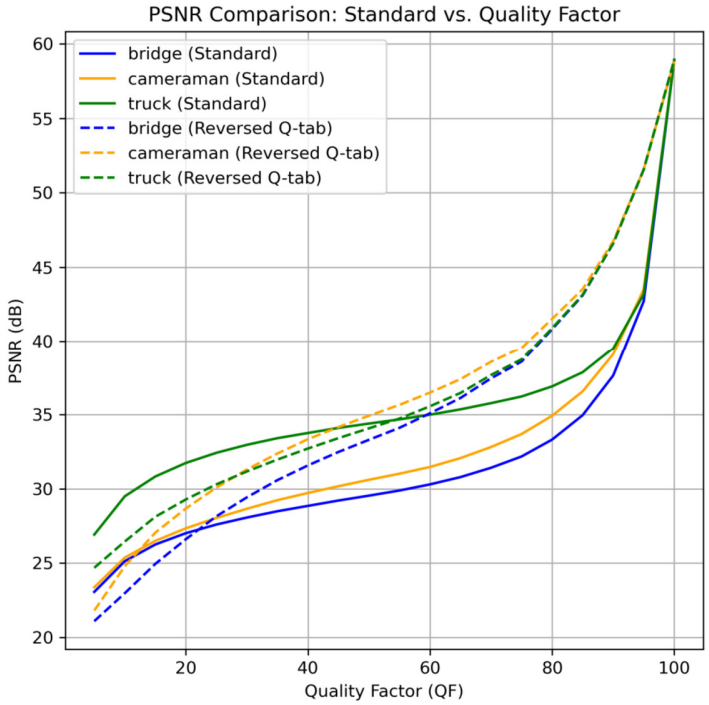


Рисунок 3.5 – Залежність PSNR від показника якості QF

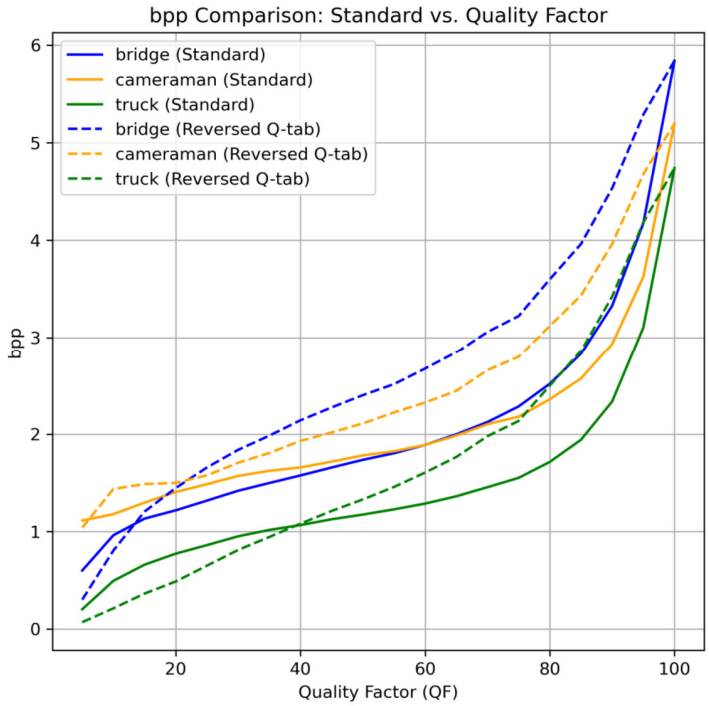


Рисунок 3.6 – Залежність бітової швидкості від показника якості QF

3.4 Висновки до розділу

За результатами експерименту доходимо таких висновків:

1. Стандартна таблиця квантування забезпечує значно вищу ефективність стиснення зображень, ніж альтернативна (зворотна) таблиця.

2. Альтернативна таблиця вимагає стабільно вищої швидкості передачі даних (bpp) для всіх протестованих зображень та показників якості (QF), що призводить до значно більших розмірів файлів (через акцент на коефіцієнтах високих частот).

3. У порівнянні зі стандартною таблицею альтернативна таблиця забезпечує вищі значення PSNR при середніх і високих значеннях QF.

4. При дуже низьких значеннях QF (менше 20) стандартна таблиця, як правило, забезпечує кращу об’єктивну якість (PSNR), ніж альтернативна таблиця.

Таким чином, стандартна таблиця залишається безперечно кращим вибором для практичного стиснення зображень. Поодинокі покращення

показника PSNR, які дає альтернативна таблиця, повністю нівелюються значним і непрактичним збільшенням необхідної швидкості передачі даних.

ВИСНОВКИ

В кваліфікаційній роботі було проаналізовано роботу скалярних квантувачів на прикладі квантування коефіцієнтів дискретного косинусного перетворення (ДКП) сталих зображень. Коефіцієнти ДКП використовуються при компресії зображень і відеопослідовностей завдяки наявності в них властивості перерозподілу енергії сигналу, коли низькочастотні коефіцієнти отримують більші значення амплітуди, в той час як середньо- і високочастотні коефіцієнти – відповідно менші значення. Це дозволяє квантувати коефіцієнти ДКП з різними значеннями кроків квантування, забезпечуючи тим самим стиснення зображень за рахунок збільшення квантованих до нуля значень.

Кількість квантованих до нуля значень визначається конкретною таблицею квантування. Таким чином, для отримання необхідного бітрейту або заданих спотворень ми маємо синтезувати належну таблицю квантування. При цьому важливо розуміти, що той самий бітрейт може бути отриманий на різних таблицях квантування, хоча рівень спотворень при цьому може виявитись різним. Дійсно, фактичний бітрейт буде тим меншим, чим більше нульових значень ДКП коефіцієнтів буде отримано в результаті квантування. Однак, обнулення ДКП коефіцієнтів може відбуватися як за рахунок високо і середньо частотних коефіцієнтів, так і за рахунок низькочастотних коефіцієнтів. Очевидно, що в першому випадку спотворення будуть істотно меншими за ті, які виникають в другому випадку.

В кваліфікаційній роботі на практиці було досліджено залежність швидкості передавання даних від спотворень для різних таблиць квантування, а саме: типової для алгоритму JPEG і дуальної по відношенню до першої. Дуальна таблиця побудована таким чином, що

вона придушує важливі для сприйняття низькочастотні ДКП коефіцієнти і підкреслює натомість середньо і високочастотні коефіцієнти.

Дослідження показали, що:

1. Стандартна таблиця квантування забезпечує значно вищу ефективність стиснення зображень, ніж альтернативна (зворотна) таблиця.

2. Альтернативна таблиця вимагає стабільно вищої швидкості передачі даних (bpp) для всіх протестованих зображень та показників якості (QF), що призводить до значно більших розмірів файлів (через акцент на коефіцієнтах високих частот).

3. У порівнянні зі стандартною таблицею альтернативна таблиця забезпечує вищі значення PSNR при середніх і високих значеннях QF.

4. При дуже низьких значеннях QF (менше 20) стандартна таблиця, як правило, забезпечує кращу об’єктивну якість (PSNR), ніж альтернативна таблиця.

Таким чином, стандартна таблиця залишається безперечно кращим вибором для практичного стиснення зображень. Поодинокі покращення показника PSNR, які дає альтернативна таблиця, повністю нівелюються значним і непрактичним збільшенням необхідної швидкості передачі даних.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Tan, L., & Jiang, J. (2018). Digital signal processing: fundamentals and applications. Academic press.

2. Embree, P. M. (1995). C Language Algorithms for Real-Time DSP. Prentice-Hall, Inc.

3. Rabiner, L. R., & Schafer, R. W. (1978). Digital Processing of Speech Signals. Prentice Hall.

4. Webster, J. G. (Ed.). (2009). Medical instrumentation: application and design. John Wiley & Sons.

5. Deller Jr, J. R., Proakis, J. G., & Hansen, J. H. (1993). Discrete time processing of speech signals. Prentice Hall PTR.

6. Li, Z. N., Drew, M. S., & Liu, J. (2004). Fundamentals of multimedia (pp. 253-265). Upper Saddle River (NJ): Pearson Prentice Hall.

7. Pan, D. (1995). A tutorial on MPEG/audio compression. IEEE multimedia, 2(2), 60-74.

8. Gonzalez, R. C. (2009). Digital image processing. Pearson education India.

9. Ahmed, N., & Natarajan, T. (1983). Discrete-Time Signals and Systems, Reston Pub. Company. Inc., Virginia.

10. Ambardar, A. (1995). Analog and digital signal processing. Boston, MA, USA: PWS.

11. Alkin, O. (1994). Digital signal processing: a laboratory approach using PC-DSP. Prentice Hall PTR.

12. Oppenheim, A. V., & Shafer, R. W. (1975). Discrete-Time Signal Processing. Prentice Hall.

13. Proakis, J. G. (2007). Digital signal processing: principles, algorithms, and applications, 4/e. Pearson Education India.

14. Roddy, D., & Coolen, J. (1997). Electronic Communications, 4/e. Prentice Hall.

15. Tomasi, W. (2009). Electronic Communications System: Fundamentals Through Advanced, 5/e. Pearson Education India.

16. Stearns, S. D., & Hush, D. R. (1990). Digital signal analysis. Englewood Cliffs.