ОПЕРАЦИОННАЯ СПЕЦИФИКАЦИЯ НЕЧЕТКИХ СИСТЕМ СРЕДСТВАМИ РЕЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ

В.А. Филатов
Старооскольский технологический институт им. А.А. Угарова
Старый Оскол, Россия

FUZZY LOGIC SYSTEMS' OPERATIONAL SPECIFICATION BY MEANS OF RELATIONAL MODEL

V.A. Filatov
Stary Oskol Technological Institute
Stary Oskol, Russia

Введение

Компьютерные технологии с организацией интеллектуальных вычислений переживают свой расцвет. Это связано с потоком новых идей, исходящих из области компьютерных наук, которая образовалась на пересечении искусственного интеллекта и теории баз данных. Предметные области, в которых могут применяться нечеткие базы данных, разнообразны, они требуют соответствующих методов манипуляции нечеткими данными. На практике встречается множество объектов, которые можно оценить не количественными величинами, а только качественными. Такие типы данных часто встречаются в экспертных системах, системах поддержки принятия решений и интеллектуальных базах данных. Поэтому сегодня проблема проектирования нечеткой модели базы данных и методик обработки неточной и абстрактной информации средствами реляционных систем становится все более актуальной.

1. Основные свойства реляционной модели

Рассмотрим классический подход к построению реляционного отношения и выделим основные свойства отношений при расширении множества доменов.

Основной структурной компонентой данных в реляционной модели данных (РМД) является *n*-арное отношение, представляющее собой подмножество кортежей декартова произведения доменов, то есть множества значений элементов данных. Для заданных конечных множеств $D_1,...,D_n$ (не обязательно различных по типу) декартовым произведением $D_1 \times ... \times D_n$ называется множество произведений вида $d_1,...,d_n$, где $d_1 \in D_1,...,d_n \in D_n$. Отношением R, определенным на множествах $D_1,...,D_n$, называется подмножество произведения (декартово произведение) $D_1 \times ... \times D_n$, то есть $R \subseteq D_1 \times ... \times D_n$.

Множество $D = \{D_1,..., D_n\}$ называется доменами. Домены – это однотипные семантически однозначные (одинаковых по смыслу) значения элементов данных. Элементы декартова произведения $d_1,...,d_n$ называются кортежами, число *n* определяет степень отношения, количество кортежей определяет мощность отношения.

Схемой отношения R будем называть выражение $S(A_1,...,A_n)$, в котором все атрибуты A_i различны. При этом экземпляр отношения $R(S)$ определяется как подмножество декартова произведения доменов $r_i \subseteq \rho(a_i) \times ... \times \rho(a_n)$.

Экземпляр отношения со схемой R_i будем обозначать как $R_i(r_i)$. Отметим, что перестановка атрибутов в схеме не порождает нового состояния БД. Таким образом, множество атрибутов $\{A_1,..., A_n\}$ задает тип отношения и определяет его свойства. Схему БД будем обозначать как множество схем отношений $U = \{R_1,..., R_n\}$, где $R_i \in R$ и все R_i различны. Соответственно, экземпляр БД будем обозначать как множество экземпляров отношений $U = \{r_1,..., r_n\}$.

Концептуально реляционная БД является информационной моделью предметной области, такой, что каждый экземпляр соответствует некоторому состоянию предметной области в определенный момент времени. Каждое состояние моделируется упорядоченной совокупностью значений элементов данных, соответствующих значениям свойств объектов предметной области. Объекту определенного типа соответствует кортеж отношения. Объекты обладают определенным набором свойств, которые задаются схемой отношения, а свойства имеют определенные наборы возможных значений, которые задаются отображением ρ.

2. Реляционная алгебра

Доступ к реляционным данным осуществляется при помощи реляционной алгебры или эквивалентного ей реляционного исчисления. Реляционная алгебра представляет собой набор операторов, использующих отношения в качестве аргументов, и возвращающих отношения в качестве результата. Каждое отношение обязано иметь уникальное имя в пределах базы данных. Традиционно, определяют восемь реляционных операторов, объединенных в две группы. Теоретико-множественные операторы: объединение, пересечение, вычитание, декартово произведение. Специальные реляционные операторы: выборка, проекция, соединение, деление. Не все они являются независимыми, т.е. некоторые из этих операторов могут быть выражены через другие реляционные операторы.

3. Основные свойства расширения реляционной алгебры

Рассмотрим один из подходов к расширению операций реляционной алгебры (РРА) на отношениях фаззификации [1]. Через $\tilde{R}$ обозначим множество всех отношений фаззификации и через и R множество обычных реляционных (натуральных) отношений, чьи схемы выбираются из некоторой фиксированной схемы базы данных. Для каждого отношения $\tilde{r} \in \tilde{R}$ определим функцию $N(\tilde{r}) = \{r \mid r - \textit{реляционноеотношение}\}$. Эта функция будет использоваться для исследования различных расширений области действия реляционных операций на $\tilde{R}$. Если, например, необходимо доопределить операцию соединения на отношении с нечеткими данными, то для расширенной операции соединения $\tilde{\bowtie}$ должно выполняться равенство (1) для $\tilde{r}, \tilde{s} \in \tilde{R}$.

$$N(\tilde{r} \,\tilde{\bowtie}\, \tilde{s}) = N(\tilde{r}) \bowtie N(\tilde{s}). \tag{1}$$

Сформулируем ряд условий, необходимых для строгого выполнения расширенной операции.

Утверждение 1. Пусть задана операция ξ, определенная на R и операция $\tilde{\xi}$ на $\tilde{R}$. Операция $\tilde{\xi}$ является естественным расширением ξ при выполнении следующих условий:

1) если ξ и $\tilde{\xi}$ – унарные операции, то $\xi(r) = \tilde{\xi}(r)$ для каждого $r \in R$, для которого $\tilde{\xi}(r)$ определена;

2) если ξ и $\tilde{\xi}$ – бинарные операции, то $r\xi s = r\tilde{\xi}s$ для каждого $r, s \in R$, для которого $r\xi s$ определена.

Утверждение 2. Пусть заданы операция ξ на R и операция $\tilde{\xi}$ на $\tilde{R}$. Операция $\tilde{\xi}$ является точным расширением ξ относительно функции N при выполнении следующих условий:

1) если ξ и $\tilde{\xi}$ – унарные операции, то $Nl(\tilde{\xi}(\tilde{r})) = \xi(N(\tilde{r}))$ для каждой $\tilde{r} \in \tilde{R}$.

2) если ξ и $\tilde{\xi}$ – бинарные операции, то $N(\tilde{r}\,\tilde{\xi}\,\tilde{s}) = N(\tilde{r})\xi N(s)$ для всех $\tilde{r}, \tilde{s} \in \tilde{R}$.

Утверждение 3. Пусть заданы операция ξ на R и операция $\tilde{\xi}$ на $\tilde{R}$. Операция $\tilde{\xi}$ является адекватной для ξ относительно функции N при выполнении следующих условий:

1) если ξ и $\tilde{\xi}$ – унарные операции, то $N(\tilde{\xi}(\tilde{r})) \supseteq \xi(N(\tilde{r}))$ для каждой $\tilde{r} \in \tilde{R}$.

2) если ξ и $\tilde{\xi}$ – бинарные операции, то $N(\tilde{r}\ \tilde{\xi}\ \tilde{s}) \supseteq N(\tilde{r})\xi N(\tilde{s})$ для всех $\tilde{r}, \tilde{s} \in \tilde{R}$.

Утверждение 4. Пусть заданы операция ξ на R и операция $\tilde{\xi}$ на $\tilde{R}$. Операция $\tilde{\xi}$ является ограниченной для ξ относительно функции N при выполнении следующих условий:

1) если ξ и $\tilde{\xi}$ – унарные операции, то для каждого $\tilde{r} \in \tilde{R}$ не существует такого $\tilde{s} \in \tilde{R}$, что $N(\tilde{\xi}(\tilde{r})) \supset N(\tilde{s}) \supseteq \xi(N(\tilde{r}))$.

2) если ξ и $\tilde{\xi}$ – бинарные операции, то для каждого $\tilde{r}, \tilde{q} \in \tilde{R}$ не существует такого $\tilde{s} \in \tilde{R}$, что $N(\tilde{r}\ \tilde{\xi}\ \tilde{q}) \supset N(\tilde{s}) \supseteq N(\tilde{r})\xi N(\tilde{q})$.

Очевидно, что если операция $\tilde{\xi}$ является точным расширением ξ, то операция $\tilde{\xi}$ адекватна и ограничена для ξ. В тех случаях, когда точное расширение невозможно, будем пользоваться адекватными и ограниченными расширениями. Также необходимо учитывать, что расширенные операции сохраняют свойства обычных реляционных операций, такие как коммутативность и ассоциативность.

4. Операционная спецификация расширения реляционной алгебры для отношений фаззификации

Рассмотрим расширения некоторых реляционных операций для отношений фаззификации.

Теоретико-множественные операции, рассматриваемые в статье, являются расширением операций над нечеткими множествами, которые применяются к исходным схемам отношений $\tilde{\mathrm{R}}$, в результате чего получаются новые отношения, определенные на тех же данных. Таким образом, теоретико-множественные операции будем рассматривать применительно к схемам (2).

$$\tilde{R} = \{\mu_{\tilde{R}}(x) / x\} = \tilde{R}[A(a_i)], \tag{2}$$

где $\mu_{\tilde{R}}(x)$ – функция принадлежности и $A(a_i) = \{a_i \mid i = \overline{1,n}\}$, $x = dom(A(a_i))$.

Основные операции РРА $\mathrm{C}_{\tilde{R}}(\tilde{R}[A(a_i)])$, как правило, взаимодействуют не с одной схемой отношений, а с двумя, то есть являются бинарными. Если $A(a_i)$ и $B(b_i)$ носители схем отношений $\tilde{R}$, то ее можно определить выражением (3).

$$C_{\tilde{R}}(\tilde{R}_A[A(a_i)]) = \tilde{R}_X[A(a_i \cup b_i)], \tag{3}$$

где $a_i \in A$, $b_i \in B$, $\tilde{R}_X$ – отношение, определенное на нечетком домене $dom(A(a_i) \cup B(b_i))$.

Функция принадлежности множества $\tilde{R}_X$ определяется как выражение (4).

$$\mu_{\tilde{R}_X}(u, v) = \mu_{\tilde{R}_A}(u) \mid \forall(u \in dom(A(a_i), (u, v) \in dom(a_i \cup b_i))) \tag{4}$$

Операция *проекции* отношения фаззификации $\tilde{R}_A[A(a_i) \cup B(b_i)]$, где $\tilde{R}_A$ – отношение, определенное на нечетких доменах $(u, v) \in dom(A(a_i)) \times dom(B(b_i))$, на нечеткое множество $dom(A(a_i))$, определяется выражением (5).

$$\pi_{B_i}(\tilde{R}_A[A(a_i \cup b_i)] = \tilde{R}_X[A(a_i)]), \tag{5}$$

где $\tilde{R}_X$ – отношение фаззификации с нечетким доменом $dom(A(a_i))$ и функцией принадлежности (6).

$$\mu_{\tilde{R}_X}(u) = max\{ \mu_{\tilde{R}_A}(u, v) \mid u \in dom(A(a_i)), v \in dom(B(b_i)), \\ (u, v) \in (dom(A(a_i)) \times dom(B(b_i)))\}. \tag{6}$$

Операция *произведения* отношений фаззификации $\tilde{R}_A[A(a_i)]$ и $\tilde{R}_B[B(b_i)]$, где $A(a_i) \cap B(b_i) = \varnothing$, представлена выражением (7).

$$\tilde{R}_A[A(a_i)] \times \tilde{R}_B[B(b_i)] = \mathrm{C}_{b_i}(\tilde{R}_A[A(a_i)]) \cap \mathrm{C}_{a_i}(\tilde{R}_B[B(b_i)])). \tag{7}$$

Операция *суммы* тех же отношений фаззификации определяется объединением вида (8).

$$\tilde{R}_A[A(a_i)] + \tilde{R}_B[B(b_i)] = \mathrm{C}_{b_i}(\tilde{R}_A[A(a_i)]) \cup \mathrm{C}_{a_i}(\tilde{R}_B[B(b_i)])). \tag{8}$$

Операция *селекции* позволяет сформировать новое отношение фаззификации $\tilde{R}_X[B(b_i)]$ по отношению $\tilde{R}_A[A(a_i)]$ на основе проверки условия θ, где θ - формула, построенная с помощью операций логического сравнения ($<, >, =, \leq, \geq, \neq$) и логических связок $\neg$ (не), $\wedge$ (и), $\vee$ (или).

В результате выполнения операции селекции из множества нечетких доменов $dom(B(b_i))$ выбираются домены, удовлетворяющие ограничению (9), для которых условие θ истинно.

$$\{ d_1^1,\ d_2^1, \ldots,\ d_n^1,\ d_1^2,\ d_2^2, \ldots,\ d_m^2, \ldots,\ d_1^p,\ d_2^p, \ldots,\ d_k^p \} \subset dom(A(a_i)), \tag{9}$$

При этом функции принадлежности этих доменов не меняются. Общее выражение операции селекции можно представить в виде формулы (10).

$$\sigma_\theta(\tilde{R}_A[A(a_i)]) = \tilde{R}_X[B(b_i)]. \tag{10}$$

Операция *сравнение* двух отношений фаззификации $\tilde{R}_A[A(a_i)]$ и $\tilde{R}_B[B(b_i)]$ по операции θ истинна, если выполняется условие $A(a_i)\ \theta\ B(b_i)$ и справедливо выражение (11).

$$\forall \mathrm{u} \in dom(A(a_i)) \mid \mu_{\tilde{R}_A}(u) = \mu_{\tilde{R}_B}(u). \tag{11}$$

В общем виде операцию сравнения представим выражением (12).

$$\tilde{R}_A[A(a_i)]\ \theta\ \tilde{R}_B[B(b_i)], \tag{12}$$

где $\theta = \{<, >, =, \leq, \geq, \neq\}$.

Операция *принадлежности* заключается в проверке на включение (содержание) множества $\tilde{R}_A[A(a_i)]$ на множестве $\tilde{R}_B[B(b_i)]$. Операция определяет истинный результат, если $A(a_i) = B(b_i)$ и справедливо выражение (13).

$$\forall \mathrm{u} \in dom(A(a_i)) \mid \mu_{\tilde{R}_A}(u) \leq \mu_{\tilde{R}_B}(u). \tag{13}$$

В общем виде операцию принадлежности можно представить выражением (14).

$$\tilde{R}_A[A(a_i)] \subseteq \tilde{R}_B[B(b_i)]. \tag{14}$$

Кроме операций реляционной алгебры к отношениям фаззификации можно применять традиционные теоретико-множественные операции: дополнение, объединение и пересечение [2, 3].

Операция *дополнения* на отношении фаззификации $\tilde{R}$ для нечеткого домена позволяет получить новое отношение при выполнении ограничений вида (15).

$$\neg\tilde{R} = \bigcup_{u\in\tilde{R}} (1-\mu_{\tilde{R}}(u) / u). \tag{15}$$

Операция *объединения* двух отношений фаззификации $\tilde{R}_A$ и $\tilde{R}_B$ по нечетким доменам позволяет сформировать отношение, полученное в соответствии с выражением (14).

$$\tilde{R}_A \cup \tilde{R}_B = \bigcup_{u\in\tilde{R}} max[(\mu_{\tilde{R}_A}(u),\ \mu_{\tilde{R}_B}(u)] / u. \tag{16}$$

Операция *пересечения* двух отношений фаззификации $\tilde{R}_A$ и $\tilde{R}_B$ по нечетким доменам отображается в отношение, полученное в соответствии с выражением (17).

$$\tilde{R}_A \cap \tilde{R}_B = \bigcup_{u\in\tilde{R}} min[(\mu_{\tilde{R}_A}(u),\ \mu_{\tilde{R}_B}(u)] / u. \tag{17}$$

Выводы

Таким образом, в статье получены условия расширения основных операций реляционной алгебры для класса систем, спроектированных на основе нечеткой логики. Используя полученные результаты, можно эффективно применять преимущества систем управления баз данных на основе классической реляционной модели для интеллектуальных систем с элементами нечеткой логики.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Касаткина, Н.В. Методы хранения и обработки нечетких данных в среде реляционных систем / Н.В. Касаткина, С.С. Танянский, В.А. Филатов // Автоматика. Автоматизація. Електротехнічні комплекси та системи. – 2009. – Випуск 2(24). – С. 80-86.
2. Девятов, В.В. Системы искусственного интеллекта: Учебн. пособие для вузов / В.В. Девятов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 352 с.
3. Мейер, Д. Теория реляционных баз данных : пер. с англ. – М. : Мир, 1987. – 608 с., ил.
4. Пономаренко Л. А. Програмні агентні технології в адмініструванні баз даних / Л. А. Пономаренко, В. О. Філатов. // Вісник Київського торговельно-економічного університету. – 2001. – №3. – С. 68–73.

Филатов Валентин Александрович

Доктор технических наук, профессор кафедры искусственного интеллекта

Харьковского национального университета радиоэлектроники

Filatov_val@ukr.net

Научные интересы: базы данных и знаний, агентные технологии, мультиагентные системы, извлечение знаний из данных.