УДК 621.396.67

А. И. ЛУЧАНИНОВ, д-р. физ.-мат. наук, А. А. КОНОВАЛЬЦЕВ, канд. техн. наук, Ю. А. ЛУЧАНИНОВ, М. А. ОМАРОВ, канд. техн. наук, В. М. ШОКАЛО, д-р. техн.наук

АЛГОРИТМ АНАЛИЗА ЭКВИДИСТАНТНОЙ РЕШЕТКИ ЛЕНТОЧНЫХ МИКРОПОЛОСКОВЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ, АДАПТИРОВАННЫЙ К РАСЧЕТУ КРУПНОАПЕРТУРНЫХ АНТЕНН С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ. 2. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Определение токов на элементах периодической решетки

Для решения интегрального уравнения (17, [1]) используем метод Галеркина, в соответствии с которым представим искомый ток $\vec{I}_{p'q'}(\xi')$ в виде разложения по некоторой системе базисных функций $\{\vec{\varphi}_k(\xi')\}$:

$$\vec{I}_{p'q'}(\xi') = \sum_{k=1}^{K} I_{p'q'}^{k} \vec{\varphi}_{p'q'}^{k}(\xi'), \tag{1}$$

где $I_{p'q'}^{k}$ – неизвестные коэффициенты, K – количество базисных функций (БФ), достаточное для аппроксимации тока излучателей, расположенных в ячейке (p', q') с заданной точностью.

Подставив разложение (1) в уравнения системы (17, [1]), образуем в их левых и правых частях скалярные произведения путем умножения на весовые функции $\vec{\varphi}_{p'q'}^{l}(\xi')$, $l = \overline{1, K}$ и интегрирования координаты ξ по всей длине излучателей, расположенных в пределах ячейки (p, q) АР. В результате каждое ИУ в (17, [1]) будет заменено системой из линейных алгебраических уравнений следующего типа:

$$\sum_{p'=-\infty}^{\infty} \sum_{q'=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{K} I_{p'q'}^{k} Z_{kl}(p, p', q, q') = V_l(p, q) \tag{2}$$
$$\forall \quad 1 \le l \le K, \ -\infty < p < \infty, \ -\infty < q < \infty,$$

где $$Z_{kl}(p, p', q, q') = \frac{1}{i\omega\tilde{\varepsilon}_n} \int_L \vec{\varphi}_{pq}^{l}(\xi) \cdot \left[\vec{n}(\xi) \times \int_{L'} \frac{\vec{\varphi}_{p'q'}^{k}(\xi')}{2b_s} \vec{\xi}_0' \left(\text{grad div} + k_n^2\right) \cdot \overline{\overline{G}}(\xi, \xi') d\xi' \right] \tag{3}$$ – элементы квадратной матрицы $[Z]$ размерности $K \times K$, имеющие смысл собственных (при $k = l$) и взаимных (при $k \ne l$) импедансов между токами, характеризующимися функциями $\vec{\varphi}_{p'q'}^{k}(\xi')$ и $\vec{\varphi}_{pq}^{l}(\xi)$; $$V_l(p, q) = -\int_L \vec{\varphi}_{pq}^{l}(\xi) \cdot \left[\vec{n}(\xi) \times \vec{E}^{\text{ст}}(\xi) d\xi\right] \tag{4}$$ – элементы вектора $V\rangle$ размерности K, имеющие смысл напряжений.

Учитывая далее периодичность решетки и то обстоятельство, что при аппроксимации искомых токов на всех ее излучателях используются идентичные системы БФ, легко показать (см. (2), (11) и выражения для ТФГ в [1]), что матрица $[Z]$ системы уравнений (2) является бесконечномерной блочно-блочно-теплицевой, для которой

$$Z_{kl}(p, p', q, q') = Z_{kl}(p - p', q - q') \ . \tag{5}$$

Известно [2], что системы алгебраических уравнений, матрицы которых зависят от разности индексов $(p - p')$, $(q - q')$, удобно решать с использованием аппарата преобразования Фурье. Так, после умножения обеих частей уравнений (19) на $\exp[i(\alpha' p + \beta' q)]$ и суммирования по p и q в бесконечных пределах, получим K-мерную систему уравнений

$$\sum_{k=1}^{K}\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')\widetilde{Z}_{kl}(\alpha',\beta')=\widetilde{V}_l(\alpha',\beta') \quad \forall \quad 1\le l\le K, \tag{6}$$

известные и неизвестные коэффициенты которой имеют смысл спектральных плотностей и определяются следующим образом:

$$\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')=\sum_{p'=-\infty}^{\infty}\sum_{q'=-\infty}^{\infty} I^k_{p'q'}\exp[i(\alpha'p+\beta'q)], \tag{7}$$

$$\widetilde{V}_l(\alpha',\beta')=\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty} V_l(p,q)\exp[i(\alpha'p+\beta'q)], \tag{8}$$

$$\widetilde{Z}_{kl}(\alpha',\beta')=\sum_{r=-\infty}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty} Z_{kl}(r,s)\exp[i(\alpha'r+\beta's)], \tag{9}$$

где α' и β' – переменные преобразования Фурье; $r=p-p'$; $s=q-q'$.

Решив систему уравнений (6) относительно $\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')$, значения $I^k_{p'q'}$ легко определить как коэффициенты ряда Фурье известной функции:

$$I^k_{p'q'}=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')\exp[i(\alpha'p+\beta'q)]d\alpha'd\beta'. \tag{10}$$

Если возбуждение АР осуществляется плоской электромагнитной волной, задача существенно упрощается. Поскольку в этом случае напряженность стороннего электрического поля в произвольной точке пространства $\vec{r}=\vec{r}(x,y,z)$ определяется как

$$\vec{E}^{cm}_{pq}=\vec{E}^{cm}_{00}\cdot\exp[i(\alpha p+\beta q)], \tag{11}$$

где $\alpha=kd_pS_x$; $\beta=kd_p(S_x\cos\alpha_r+S_y\sin\alpha_r)$ (12),

можно утверждать, что токи излучателей, расположенных в ячейках (p',q') и $(0,0)$, связаны аналогичным соотношением

$$I^k_{p'q'}=I^k_{00}\cdot\exp[i(\alpha p+\beta q)]. \tag{13}$$

Тогда, с учетом соотношений Пуассона [3], выражения (24) и (25) примут вид:

$$\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')=4\pi^2 I^k_{00}\cdot\delta(\alpha'-\alpha)\cdot\delta(\beta'-\beta), \tag{14}$$

$$\widetilde{V}_l(\alpha',\beta')=4\pi^2 V_l(0,0)\cdot\delta(\alpha'-\alpha)\cdot\delta(\beta'-\beta) \tag{15}$$

и соответственно:

$$\sum_{k=1}^{K}\widetilde{Z}_{kl}(\alpha',\beta')I_k(0,0)\delta(\alpha'-\alpha)\delta(\beta'-\beta)=V_l(0,0)\delta(\alpha'-\alpha)\delta(\beta'-\beta). \tag{16}$$

Проинтегрировав (16) по α' и β', получим:

$$\sum_{k=1}^{K}\widetilde{Z}_{kl}(\alpha,\beta)I_k(0,0)=V_l(0,0) \quad \forall \quad l=\overline{1,K}. \tag{17}$$

Необходимо отметить также, что единственность решения системы уравнений (16) в случае, когда имеет место пересечение проводниками излучателей стенок каналов Флоке, будет обеспечена только при условии учета периодичности токов в этих точках, то есть при учете непрерывности токов вдоль проводников структуры. Эти условия имеют вид

$$\vec{j}_B(0,0) = \vec{j}_A(0,0)\exp(i\alpha) \tag{18}$$

для точек, образованных пересечением проводников со стенками ячейки, параллельными оси p;

$$\vec{j}_B(0,0) = \vec{j}_A(0,0)\exp(i\beta) \tag{19}$$

для точек, образованных пересечением проводников со стенками канала Флоке, параллельными оси q.

Таким образом, решение системы (17) совместно с условиями (18) и (19) позволит определить распределение токов вдоль проводников нулевой ячейки решетки, а затем – вдоль любого проводника АР в соответствии с выражением (13).

Определение внешних характеристик излучающей системы

При решении системы уравнений (17) предполагается, что в матрице $[Z]$ учтено взаимное влияние всех элементов решетки. В связи с этим указанную систему можно формально рассматривать как уравнение одиночного излучателя (группы излучателей, соответствующей излучателям одной ячейки периодичности). Следовательно, определив ток вдоль проводников этого излучателя, можно определить внешние характеристики элемента решетки с учетом взаимного влияния, но с помощью соотношений, верных для одиночного излучателя.

При расчете внешних параметров АС матрицы $[Z]$, $I\rangle$ и $V\rangle$ уравнения (17) целесообразно представить в блочном виде:

$$\begin{bmatrix} [Z_{11}] & [Z_{12}] \\ [Z_{21}] & [Z_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1\rangle \\ I_2\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1\rangle \\ V_2\rangle \end{bmatrix}, \tag{20}$$

причем так, чтобы в блоках $[Z_{22}]$, $I_2\rangle$, $V_2\rangle$ были сгруппированы величины, характеризующие внешние узлы излучателя.

Если предположить, что к внешним узлам подключены генераторы напряжения с амплитудами a_2^n, а другие источники возбуждения отсутствуют $\left(a_1^n = 0\right)$, то из уравнения (20) нетрудно выделить аналогичную систему линейных уравнений, описывающую излучатель со стороны его входов:

$$[Z] \cdot I_2\rangle = V_2\rangle, \tag{21}$$

где $[Z] = [Z_{22}] - [Z_{21}][Z_{11}][Z_{12}]$ – матрица собственных и взаимных сопротивлений излучателя относительно входов.

Введем обозначение

$$[H] = [Z_{11}]^{-1} \cdot [Z_{12}], \tag{22}$$

с учетом которого выражение для матрицы $[H]$ может быть записано следующим образом:

$$[Z] = [Z_{22}] - [Z_{21}][H]. \tag{23}$$

Для расчета ЭДС, наводимых на разомкнутых входах излучателя плоской волной (13, [1]), достаточно пересчитать полученные в соответствии с (4) значения V_n к соответствующим входам излучателя по следующему соотношению:

$$U_i = V_2^i - \sum_{n=1}^{N_{2\max}} H(i,n) V_i^n, \tag{24}$$

где U_i – ЭДС холостого хода на i-ом входе излучателя; V_2^i, V_i^n – элементы вектора-столбца $V\rangle$; $N_{2\max}$ – число гармоник, характеризующих токи ветвей и внутренних узлов излучателя; $H(i,n)$ – элемент матрицы $[H]$, определенный в соответствии с (22).

Рассмотрим характеристики направленности излучателя в окружении других элементов решетки. Выражение для поля, создаваемого токами излучателя в дальней зоне, в матричной форме будет иметь вид:

$$\vec{E}(r,\theta,\varphi)=\frac{Z_0}{2\lambda}\langle I\vec{\Phi}(\theta,\varphi)\rangle\frac{\exp(-ikr)}{r}, \tag{25}$$

где Z_0 – волновое сопротивление среды распространения излучения; $\langle I$ – вектор-строка коэффициентов разложения тока излучателя I_n; $\vec{\Phi}(\theta,\varphi)\rangle$ – вектор столбец функций направленности гармоник тока, характеризуемых распределениями $\vec{\varphi}_n(\xi)$.

Если задан вектор амплитуд входных токов $\langle I_2$, можно рассчитать ДН излучателя в составе решетки следующим образом:

$$\vec{f}(\theta,\varphi)=\frac{Z_0}{2\lambda}\langle\langle I_1[E]\langle I_1\langle-H][\vec{\Phi}(\theta,\varphi)\rangle, \tag{26}$$

где $[E]$ – единичная матрица.

Полная характеристика направленности АР может быть получена в результате перемноженная ДН элемента в составе решетки (26) и множителя системы.

Для определения множителя системы $F(n\omega_0,\theta,\varphi)$ рассмотрим решетку изотропных излучателей, расположенных в узлах периодической сетки, которая имеет такую же форму и размеры, как и бесконечная АР. Будем полагать, что решетка содержит Q рядов по P излучателей. Возбуждение решетки осуществляется плоской электромагнитной волной, параметры которой определены выражениями (11–13).

В наиболее общем виде выражение для диаграммы направленности (ДН) плоской решетки изотропных излучателей можно записать как

$$F(n\omega_0,\theta,\varphi)=\sum_{q=1}^{Q}\sum_{p=1}^{P}\exp\left[ik\left\{pd_x\left(S_x-S_x^0\right)+qd_l\left[\left(S_x-S_x^0\right)\cos\alpha_r+\left(S_y-S_y^0\right)\sin\alpha_r\right]\right\}\right]. \tag{27}$$

Введем обозначения:

$$\phi_n=kd_l\sin\theta;\quad \phi_n^0=kd_l\sin\theta_0, \tag{28}$$

$$\phi_n^p=\left(\phi_n\cos\varphi-\phi_n^0\cos\varphi_0\right)\frac{d_p}{d_q}, \tag{29}$$

$$\phi_n^q=\phi_n\cos(\varphi-\alpha_r)-\phi_n^0\cos(\varphi_0-\alpha_r), \tag{30}$$

с учетом которых выражение (27) примет вид:

$$F(n\omega_0,\theta,\varphi)=\sum_{q=1}^{Q}\sum_{p=1}^{P}\exp\left[i\left(p\phi_n^p-q\phi_n^q\right)\right]. \tag{31}$$

Используя выражение для суммы геометрической прогрессии [3], окончательно получим:

$$F(n\omega_0,\theta,\varphi)=\frac{\sin\left(P\phi_n^p/2\right)}{\sin\left(\phi_n^p/2\right)}\cdot\frac{\sin\left(Q\phi_n^q/2\right)}{\sin\left(\phi_n^q/2\right)}\exp\left(i\phi_n^{pq}\right), \tag{32}$$

где $\phi_n^{pq}=\frac{1}{2}\left[(P-1)\phi_n^p+(Q-1)\phi_n^q\right]$. (33)

Выражение (33) позволяет определить вид ДН плоской периодической решетки изотропных излучателей. Проанализируем его более подробно. Запишем выражение для $F(n\omega_0,\theta,\varphi)$ в виде отношения двух функций:

$$F(n\omega_0,\theta,\varphi)=\frac{F'(n\omega_0,\theta,\varphi)}{F''(n\omega_0,\theta,\varphi)},\qquad (34)$$

где $F'(n\omega_0,\theta,\varphi)=\sin\left(\frac{P\phi_n^p}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{Q\phi_n^q}{2}\right)\cdot\exp\left(i\phi_n^{pq}\right);\quad F''(n\omega_0,\theta,\varphi)=\sin\frac{\phi_n^p}{2}\cdot\sin\frac{\phi_n^q}{2}.\qquad (35, 36)$

Очевидно, что максимумам функции $F(n\omega_0,\theta,\varphi)$ будут соответствовать нули функций $F'(n\omega_0,\theta,\varphi)$ и $F''(n\omega_0,\theta,\varphi)$. Последнее имеет место при выполнении условий

$$\phi_n^p=\phi_{n\max}^p=2\pi l\,;\ \ \phi_n^q=\phi_{n\max}^q=2\pi m \qquad (37)$$

или, с учетом (29) и (30),

$$\begin{aligned}&\phi_{n\max}\cos\varphi_{n\max}-\phi_n^0\cos\varphi_0=2\pi ld,\\&\phi_{n\max}\cos(\varphi_{n\max}-\alpha_r)-\phi_n^0\cos(\varphi_0-\alpha_r)=2\pi m,\end{aligned}\qquad (38)$$

где $d=d_q/d_p$.

Решив систему (38) относительно $\phi_{n\max}$ и $\varphi_{n\max}$, легко определить направление $(\theta_{n\max},\varphi_{n\max})$, характеризующее положения главного $(l=m=0)$ и дифракционных максимумов ДН исследуемой АР. Так, после несложных преобразований имеем:

$$tg\varphi_{n\max}^{lm}=\frac{2\pi(m-ld\cos\alpha_r)+\phi_n^0\sin\alpha_r\sin\varphi_0}{2\pi ld\cos\alpha_r+\phi_n^0\sin\alpha_r\cos\varphi_0},\qquad (39)$$

$$\phi_{n\max}^{lm}=\left|\frac{2\pi ld+\phi_n^0\cos\varphi_0}{\cos\varphi_{n\max}^{lm}}\right|=\left|\frac{2\pi m+\phi_n^0\cos(\varphi_0-\alpha_r)}{\cos(\varphi_{n\max}^{lm}-\alpha_r)}\right|.\qquad (40)$$

В выражении (40) используются абсолютные значения параметров, поскольку нас интересуют направления $\theta_{n\max}^{lm}$ только в одном полупространстве над решеткой, определяемые положительными значениями этого угла.

При выполнении равенства (40) величину $\theta_{n\max}^{lm}$ легко определить с помощью (28):

$$\theta_{n\max}^{lm}=\arcsin\left(\phi_{n\max}^{lm}/kd_l\right),\qquad (41)$$

Очевидно, что при подстановке в (41) вместо $\varphi_{n\max}^{lm}$ произвольного значения угла φ можно определить положения максимумов ДН в характеризуемой им плоскости. Однако при этом необходимо учитывать тот факт, что их абсолютные значения могут не достигать максимально возможной величины $P\times Q$, если не выполняется равенство (40).

Список литературы: 1. *Шокало В.М., Лучанинов А.И., Коновальцев А.А., Лучанинов Ю.А., Омаров М.А.* Алгоритм анализа эквидистантной решетки ленточных микрополосковых излучателей произвольной геометрии, адаптированный к расчету крупноапертурных антенн с нелинейными элементами. 1.Модель, описание геометрии и система интегральных уравнений для токов ленточных микрополосковых излучателей сложной геометрии в составе бесконечной решетки // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 117. С. 78 – 84. 2. *Бодров В.В., Марков Г.Т.* Возбуждение периодических антенных решеток// Сб. науч.-метод. статей по прикладной электродинамике. Вып. 1. М.: Высш. школа, 1977. С. 129 – 162. 3. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1968. 720 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 01.12.2000