

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕКОНФИГУРИРУЕМЫХ АНТЕНН**Введение**

Сегодня существует множество систем беспроводной связи: 3G, 4G, WLAN, Bluetooth, WiMAX и др. Все они обладают различными характеристиками и могут работать в различных частотных диапазонах. В связи с этим при одновременной работе нескольких систем связи зачастую требуется наличие нескольких антенн, так как некоторые из них используются в течение определенного промежутка времени, в то время как другие требуют постоянного функционирования. Соответственно, требуется автоматическое переключение между разными режимами, диапазонами частот, видами поляризации и т.д.

Таким образом, наличие большого количества стандартов означает необходимость большего количества антенн. С целью уменьшения размеров и стоимости антенной системы, а также для улучшения ее рабочих характеристик желательно соединить несколько функций в одной антенне, характеристики которой будут быстро изменяться согласно поставленным требованиям. Такими возможностями обладает реконфигурируемая антенна (РА) – устройство, в состав которого входят излучающая структура и сосредоточенные элементы с управляемыми характеристиками (варикапы, переключающие элементы (ПЭ) и т.д.). Наличие последних позволяет изменять распределение тока в излучающей структуре (ИС) и, как результат, характеристики антенны (входной импеданс, характеристику направленности, рабочую полосу частот и т.п.).

Одним из широко применяемых типов РА являются проволочные излучатели сложной конфигурации. Помимо этого зачастую сложные объекты (излучатели, рассеиватели) при анализе их электродинамических характеристик моделируются в виде структур, выполненных из тонких проводников, для которых возможно разработать достаточно быстродействующие алгоритмы и программы моделирования. Это позволяет эффективно исследовать общие характеристики реальных электродинамических структур с использованием более простых, и, следовательно, более эффективных моделей. Поэтому разработка математической модели РА с тонкопроволочными излучателями произвольной конфигурации является актуальной задачей. Необходимо учитывать, что эта модель должна быть ориентирована на решение задачи структурного синтеза РА, то есть задачи оптимального выбора места включения ПЭ при минимальном их количестве.

Данная статья посвящена решению поставленной задачи.

Постановка задачи

Предположим, что излучающая структура представлена в виде совокупности N прямолинейных отрезков проводников длиной L_i ($i = \overline{1, N}$), расположенных либо в свободном пространстве, либо над бесконечным идеально проводящим плоским экраном. Проводники соединены между собой произвольным образом и имеют ряд клемм для подключения внешних устройств, линейных элементов с сосредоточенными параметрами (ЭСП) и переключающих элементов (рис. 1). Возбуждается излучающая структура сторонним источником с частотой ω (длина волны λ), создающим напряженность электрического поля $\mathbf{E}^{\text{ст}}(\mathbf{r}, \omega)$ в точке \mathbf{r} на поверхности проводника.

Полагается, что на поверхности проводников выполняется граничное условие вида

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = Z_s(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} \times [\mathbf{n} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)], \quad (1)$$

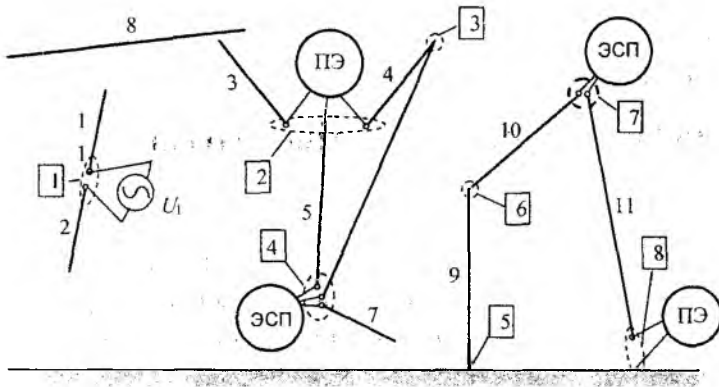


Рис. 1

где $E(\mathbf{r}, \omega)$ и $H(\mathbf{r}, \omega)$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей в точке \mathbf{r} на поверхности проводника; n – нормаль к поверхности проводника в той же точке; $Z_s(\mathbf{r})$ – поверхностный импеданс проводника в точке \mathbf{r} . Следует отметить, что величина $Z_s(\mathbf{r})$ учитывает также и импеданс включенных в ИС сосредоточенных элементов (в частности переключающих элементов), если координата \mathbf{r} совпадает с координатами точки их подключения.

Математическая модель должна позволить определять внешние параметры, описывающие связь ИС с внешним пространством и с внешними устройствами, подключаемыми к ее входу (диаграмму направленности, входное сопротивление и т.д.). Так как ИС имеет достаточно сложную структуру, а переключающие элементы могут включаться в произвольном ее сечении, то наиболее общим подходом является подход, при котором на первом этапе определяется распределение тока вдоль проводников ИС, а на втором – по найденному распределению тока вычисляются все требуемые внешние параметры.

На кафедре ОПТ ХНУРЭ были разработаны математическая модель, алгоритм и реализован пакет программ WIRE, предназначенный для решения задач анализа подобных структур [1, 2]. Данный пакет показал эффективность при моделировании проволочных излучающих структур достаточно сложной конфигурации. Однако непосредственное использование его для решения задач синтеза реконфигурируемых излучателей невозможно по двум причинам. Во-первых, пакет WIRE реализован на базе математической модели, в которой не учитывается наличие переключающих элементов в излучающей структуре. Во-вторых, алгоритм вычислений выходных параметров ИС, ориентированный на решение задач анализа, оказывается далеко не эффективным при синтезе излучающих структур, что, зачастую, может приводить к неприемлемому времени вычислений. Поэтому было принято решение о разработке математической модели ИС, в структуре которой имеются переключающие элементы, и модификации на базе этой модели алгоритма и комплекта программ WIRE с целью использования их для решения задач синтеза РА.

Уравнение состояния РА

При разработке математической модели за основу был выбран метод интегральных уравнений. Интегральные уравнения относительно распределения тока вдоль проводников ИС получим в предположении, что для проводников выполняется “тонкопроволочное” приближение (вектор поверхностной плотности тока имеет только одну компоненту, направленную вдоль оси проводника), для которого граничное условие (1) можно записать в виде

$$\xi_0 E(\mathbf{r}, \omega) - Z_s J(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (2)$$

где ξ_0 – единичный вектор, направленный вдоль оси проводника в точке \mathbf{r} ; $J(\mathbf{r}, \omega)$ – продольная составляющая плотности тока на поверхности проводника.

Соотношение (2) связывает между собой комплексную амплитуду поверхностной плотности тока $J(\mathbf{r}, \omega)$ с амплитудой касательной составляющей полного электрического поля $E(\mathbf{r}, \omega)$. Величина $\xi_0 E(\mathbf{r}, \omega)$ с учетом того, что в рамках тонкопроволочного приближения поверхностная плотность тока зависит только от продольной координаты, определяется выражением

$$\xi_0 \mathbf{E}(\xi, \omega) = \frac{1}{j\omega \epsilon_0} \int_L I(\xi', \omega) \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \xi'} + (\xi_0 \xi'_0) k^2 \right\} G(\xi, \xi') d\xi' + E_{ig}^{cm}(\xi, \omega), \quad (3)$$

где ξ, ξ' – координаты точек наблюдения и интегрирования, отсчитываемые вдоль оси проводника; $I(\xi', \omega) = 2\pi a J(\xi', \omega)$ – полный ток через поперечное сечение проводника излучателя в точке ξ' ; a – радиус проводника излучателя; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число окружающего пространства на частоте ω ; λ – длина волны; $E_{ig}^{cm}(\xi, \omega) = \xi_0 \mathbf{E}^{cm}(\xi, \omega)$; $G_q(\xi, \xi')$ – функция Грина свободного пространства волнового уравнения относительно векторного потенциала; ξ, ξ' – радиус-векторы точек наблюдения и интегрирования. Если ИС расположена в свободном пространстве, то $G_q(\xi, \xi') = e^{-jk_q|\xi - \xi'|} / 4\pi|\xi - \xi'|$.

Интегрирование в (3) проводится вдоль всех проводников ИС. После чего, подставив (3) в (2), получим интегральное уравнение Поклингтона относительно тока вдоль проводников излучателя:

$$\int_L I(\xi', \omega) \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \xi'} + (\xi_0 \xi'_0) k^2 \right\} G(\xi, \xi') d\xi' + \frac{j\omega \epsilon_0}{2\pi a} Z_s I(\xi, \omega) = -j\omega \epsilon_0 E_{ig}(\xi, \omega). \quad (4)$$

В результате применения метода Галеркина данное уравнение сводится к системе линейных уравнений. Для этого искомое распределение тока $I(\xi', \omega)$ представляется в виде разложения по некоторой системе базисных функций $\{\Phi_m(\xi', \omega)\}$, ($m = \overline{1, M}$), то есть распределение находим из выражения

$$\mathbf{I}(\xi', \omega) = \sum_{m=1}^M I_m(\omega) \Phi_m(\xi', \omega). \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), после умножения на весовые функции и интегрирования вдоль проводников структуры, получим

$$(\hat{\mathbf{Z}}_\Sigma + \hat{\mathbf{Z}}_d + \hat{\mathbf{Z}}_{CЭ} + \hat{\mathbf{Z}}_{ПЭ}) \cdot \mathbf{I} = \mathbf{U}. \quad (6)$$

Здесь: $\hat{\mathbf{Z}}_\Sigma$ – квадратная матрица размерности $M \times M$ с элементами

$$Z_{mn}(\omega) = \iint_L \Phi_n(\xi, \omega_q) \Phi_m(\xi', \omega_q) \left[-\frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \xi'} + (\xi_0 \xi'_0) k_q^2 \right] G_q(\xi, \xi') d\xi' d\xi; \quad (7)$$

$\hat{\mathbf{Z}}_d$ – матрица размерности $M \times M$, элементы которой описывают влияние распределенного поверхностного импеданса проводника; $\hat{\mathbf{Z}}_{CЭ}$ – матрица, элементы которой описывают влияние элементов с сосредоточенными параметрами, включенных в структуру ИС (за исключением управляющих элементов); $\hat{\mathbf{Z}}_{ПЭ}$ – матрица, элементы которой описывают влияние управляющих (переключающих) элементов, включенных в структуру излучающей системы; $\mathbf{I} = (I_1(\omega), I_2(\omega), \dots, I_M(\omega))^T$ – матрица-столбец (вектор), элементами которой являются коэффициенты аппроксимации искомого распределения тока; $\mathbf{U} = (U_1(\omega), U_2(\omega), \dots, U_M(\omega))^T$ – матрица-столбец с элементами:

$$U_n(\omega) = -j\omega \epsilon_0 \int_L \Phi_n(\xi, \omega) E_{ig}^{ct}(\xi, \omega) d\xi. \quad (8)$$

Индекс T обозначает операцию транспонирования.

Соотношения (6) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения распределения тока вдоль проводни-

ков структуры. Считая, что ИС имеют только один вход для подключения внешних устройств, полученную систему можно представить в виде структуры изображенной на рис. 2. В приведенной схеме под свободными узлами ИС подразумеваются точки непосредственного соединения только проводников ИС друг с другом или с экраном. Включения ПЭ и ЭСП в этих узлах нет. Многополюсник ИС в схеме описывает только излучающую систему и характеризуется обобщенной матрицей собственных и взаимных сопротивлений $\hat{\mathbf{Z}} = \hat{\mathbf{Z}}_c + \hat{\mathbf{Z}}_d$ и системой действующих на его входах источников ЭДС \mathbf{U} . Система уравнений (12) является, по сути, системой уравнений состояния ИС. Эффективность ее решения и, следовательно, эффективность всей математической модели ИС в целом, зависит от выбора систем базисных функций.

В качестве базисных и весовых функций наиболее целесообразно использовать функции, обеспечивающие непрерывность тока, как вдоль ветвей, так и в узлах [3, 4]. Из этого следует равенство нулю суммарного тока всех ветвей, образующих какой-либо узел (выполнение закона Кирхгофа для токов). При этом некоторые авторы [5] отдают предпочтение кусочно-синусоидальным функциям, которые представляют собой разновидность базисных функций подобластей, совпадающих на участках с отличными от нуля значениями с синусоидальными функциями. Их применение обеспечивает: возможность эффективного вычисления элементов матрицы обобщенных импедансов $\hat{\mathbf{Z}} = \hat{\mathbf{Z}}_c + \hat{\mathbf{Z}}_d$ и вектора обобщенных напряжений \mathbf{U} , поскольку для многих интегралов в этом случае могут быть получены аналитические выражения; быстрая сходимость решения ИУ; возможность достаточно просто расширить алгоритм для расчета структур, имеющих включенные в рассечки сосредоточенные сопротивления нагрузки. Следует, однако, учесть, что для получения корректных результатов анализа излучателей, в структуру которых переключаются элементы включаются в произвольном сечении, требуется увеличение числа базисных функций, необходимых для корректной аппроксимации распределения тока. Как результат, это ведет к увеличению времени расчета матрицы собственных и взаимных сопротивлений. Обзор работ по данному вопросу и исследования с применением программы WIRE показали, что использование стандартных подходов при определении элементов Z_{mn} ограничивает быстродействие алгоритма и требует больших затрат времени. В связи с этим для решения задач синтеза требуется более рациональный способ формирования матрицы обобщенных импедансов $\mathbf{Z}(\omega_q)$. Рассмотрим некоторые возможности организации такого алгоритма.

Представим токи ветвей излучающей структуры в виде разложения по системе кусочно-синусоидальных функций. При этом ток каждой ветви может быть аппроксимирован произвольным количеством базисных функций, то есть ветви структуры разбиваются сечениями ξ_k ($k = 1, 2, \dots$) на некоторое число элементарных прямолинейных отрезков ("сегментов"), а

n -я базисная функция определяется на двух соседних сегментах n и $(n+1)$ как совокупность двух отрезков синусоиды следующим образом [3]:

$$\phi_n = \phi_n(\xi) = \Phi_n(\xi, \omega_q) = \begin{cases} \frac{\sin k_q(\xi - \xi_{n-1})}{\sin k_q(\xi_n - \xi_{n-1})} \xi_{0n}, & \xi_{n-1} \leq \xi \leq \xi_n \\ \frac{\sin k_q(\xi_{n+1} - \xi)}{\sin k_q(\xi_{n+1} - \xi_n)} \xi_{0n+1}, & \xi_n \leq \xi \leq \xi_{n+1} \end{cases}, \quad (9)$$

где ξ_{0n}, ξ_{0n+1} – орты, характеризующие

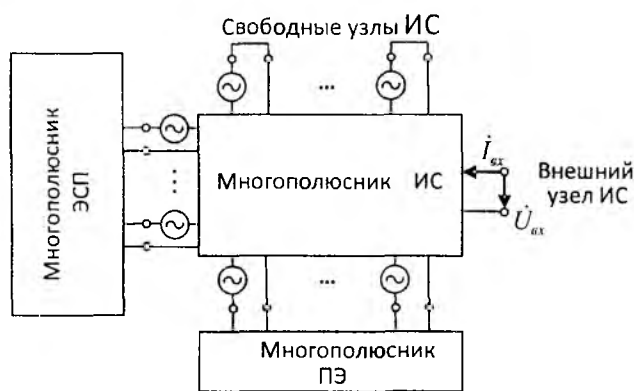


Рис. 2

направления осей n -го и $(n+1)$ -го сегментов соответственно; ξ – координата, отсчитываемая по оси сегмента в направлении его орта; ξ_n – координата начала n -го и $(n+1)$ -го сегментов, то есть координата проводника, для которой амплитуда тока с частотой ω_q равна $I_n(\omega_q)$; ξ_{n-1} , ξ_{n+1} – координаты концов n -го и $(n+1)$ -го сегментов соответственно (рис.3, а). Такая аппроксимация автоматически обеспечивает непрерывность распределения тока вдоль ветвей и обращение в нуль токов на свободных концах ветвей (рис.3,б).

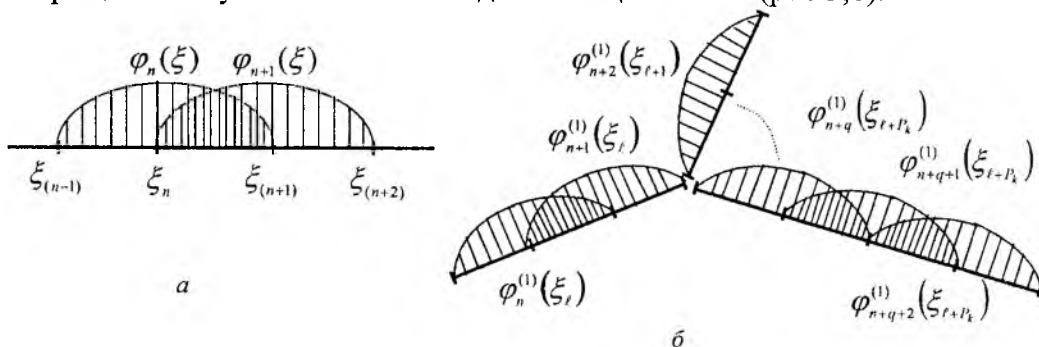


Рис. 3

Кроме того, возможность аппроксимации тока ветви произвольным количеством базисных функций отвечает требованию универсальности создаваемого алгоритма, так как в данном случае для повышения точности аппроксимации достаточно увеличить количество сегментов, на которые разбиваются ветви. Общая структура исходных данных при этом остается неизменной.

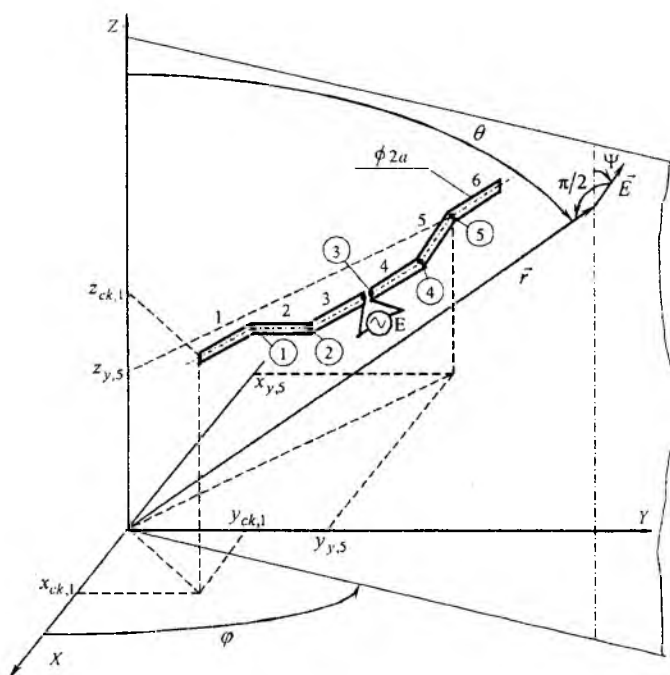


Рис. 4

Для формирования последовательности $\phi_n(\xi)$ необходимо иметь полное описание геометрии излучателя и информацию о количестве и (или) длине сегментов на каждой из ветвей. При описании геометрии проволочной структуры удобно ввести прямоугольную систему координат XYZ , а также пронумеровать все ветви и узлы излучателя (рис. 4). Нумерация в предлагаемом алгоритме выполняется произвольно последовательностью чисел натурального ряда с единственным условием, что в каждом узле наименьший номер присваивается ветви с суммарным током (рис.5, а). Описание геометрии структуры будет полным и однозначным, если заданы следующие параметры: координаты всех узлов и свободных концов ветвей излучателя во введенной системе координат; радиусы проводников,

образующих структуру; номера узлов, в которых начинаются и заканчиваются ветви; количество и номера внешних узлов (точки соединения двух и более ветвей, между которыми включаются сторонние источники возбуждения); количество и номера узлов, соединенных с экраном (при наличии последнего). Если в узлах излучающей структуры соединяется более двух ветвей, алгоритмизация решения задачи затрудняется, поскольку в точке разветвления должен выполняться закон Кирхгофа для токов проводников, входящих в разветвление

$$I_l(\xi_k) + I_{l+1}(\xi_k) + \dots + I_{l+p_k}(\xi_k) = 0, \quad k = \overline{1, M_p}, \quad (10)$$

где ξ_k – координата k -го узла; $I_l(\xi_k)$ – ток l -го сегмента, образующего k -й узел в точке разветвления; (p_k+1) – общее количество сегментов, соединенных в k -м узле, равное количеству подключенных к этому узлу ветвей; M_p – общее число внутренних узлов в излучающей структуре (точки непосредственного соединения (путем замыкания) двух и более ветвей). В этом случае, для того чтобы определить распределение тока, необходимо решить систему уравнений (4) совместно с уравнениями (10). Последнее означает, что при изменении конфигурации структуры (то есть числа и вида разветвлений образующих ее проводников) изменится и вид решаемой системы линейных уравнений, а следовательно, необходимо будет внести изменения и в алгоритм ее решения.

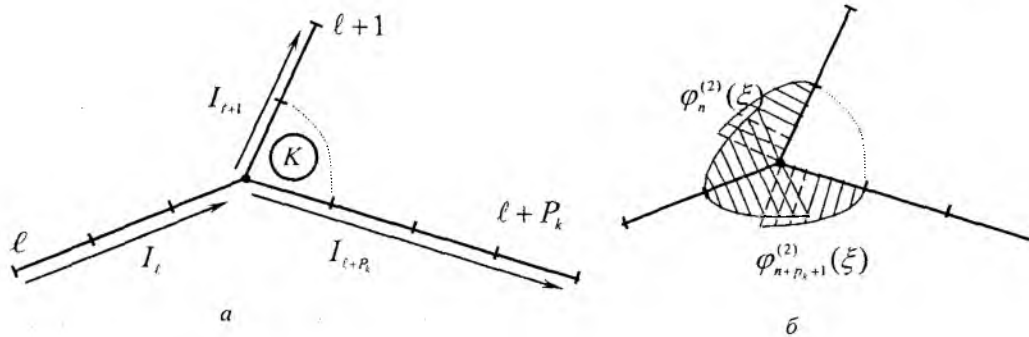


Рис. 5

Тем не менее, данное затруднение не является принципиальным для создания универсального алгоритма. Чтобы обойти его, представим последовательность базисных функций $\{\phi_n(\xi)\}$ в виде двух подпоследовательностей $\{\phi_n^{(1)}(\xi)\}$ и $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$, которые формируются следующим образом. В $\{\phi_n^{(1)}(\xi)\}$ объединяются базисные функции, аппроксимирующие распределение тока вдоль ветвей проволочной структуры так, что токи на концах ветвей обращаются в нуль независимо от того, являются ли последние свободными или подключенными к узлам. Другими словами, распределение тока, аппроксимированного базисными функциями только из $\{\phi_n^{(1)}(\xi)\}$, соответствует току проволочной структуры, состоящей из несоединенных отрезков проводников (рис. 3, б).

Элементами подпоследовательности $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$ являются базисные функции, аппроксимирующие распределение тока в местах соединения ветвей (рис. 5, б). При этом в каждом из узлов излучающей структуры, образованном соединением k ветвей, распределение тока можно аппроксимировать $(k-1)$ кусочно-синусоидальной функцией, каждая из которых определена на смежных ветвях (рис. 5, б). В реализованном алгоритме подпоследовательность $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$ выбрана так, чтобы одной из смежных ветвей для всех $(k-1)$ базисных функций из $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$, которые аппроксимируют распределение тока в этом узле, была одна общая ветвь. Такой ветвью была выбрана ветвь с наименьшим номером l из P_k ветвей, соединяемых в узле. В качестве вторых смежных ветвей, на которых определяются базисные функции из $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$, выбраны оставшиеся $(k-1)$ ветвей, образующие узел. Этим обеспечивается выполнение условия (10), так как ток l -й ветви является суммой токов оставшихся $(k-1)$ ветвей.

Таким образом, точность аппроксимации тока обеспечивается подпоследовательностью $\{\phi_n^{(1)}(\xi)\}$, а выполнение закона Кирхгофа в месте разветвления – подпоследовательностью

$\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$. Использование описанного способа формирования систем базисных функций позволило предложить следующие возможности повышения быстродействия алгоритма анализа излучающей системы РА.

Во-первых, если положить, что длины сегментов, на которые разбивается какая-либо из ветвей излучающей структуры, одинаковы, то соответствующая взаимодействию сегментов данной ветви диагональная клетка матрицы \hat{Z} является теплицевой матрицей, для формирования которой, как известно, достаточно вычислить одну из ее строк. Данное свойство позволяет повысить эффективность вычислений матрицы \hat{Z} по сравнению с тем случаем, когда вычисляются все её элементы.

Во-вторых, еще одна возможность повышения быстродействия алгоритма состоит в учете симметрии, присущей матрице \hat{Z} , в частности, в исключении повторяющихся вычислений в блоках, соответствующих взаимодействию токов, соответствующих последовательности $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$. Это легко осуществляется программным образом при описанном выше способе формирования подпоследовательностей $\{\phi_n^{(1)}(\xi)\}$ и $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$, что приводит к значительному уменьшению времени вычислений матрицы \hat{Z} . Обе эти возможности были реализованы в разработанном пакете программ.

Необходимо также отметить следующее. Предлагаемый выше способ формирования системы базисных функций обеспечивает выполнение закона Кирхгофа во внутренних узлах и обращение в нуль токов на свободных концах ветвей не на этапе решения системы уравнений (4), а еще на этапе формирования системы базисных функций для анализируемой структуры. Однако при этом необходимо учитывать, что он также накладывает и определенные ограничения относительно способа включения сосредоточенных элементов в структуру излучателя. Эти ограничения заключаются в способе описания многополюсников, содержащих нелинейные элементы, и связаны с принятой аппроксимацией тока в узле. Как было сказано выше, подпоследовательность $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$ выбрана так, что для всех $(k-1)$ базисных функций, аппроксимирующих распределение тока в этом узле, одна из ветвей является общей, ток которой является суммой токов оставшихся $(k-1)$ ветвей. Следовательно, многополюсник, включаемый в данный узел, должен быть описан в терминах N -полюсников [6]. При этом общий узел N -полюсника (базисный узел) обязательно должен быть подключен к ветви излучающей структуры с наименьшим номером из тех ветвей, которые образуют узел. Заметим, что если многополюсник из сосредоточенных элементов включается в узел, образованный соединением двух ветвей (или в разрыв ветви), то такой многополюсник представляет собой двухполюсник (рис. 6) и указанное ограничение не имеет места.

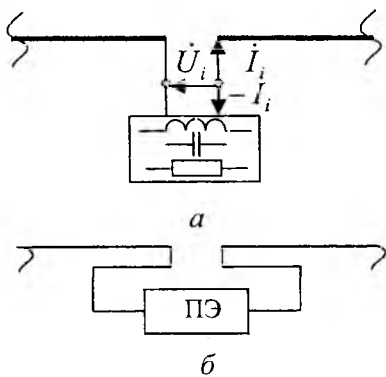


Рис. 6

Это ограничение существенно, если в узле излучающей структуры соединяется больше, чем две ветви. Более того, принятый способ формирования подпоследовательности $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$ предполагает, что внутри многополюсника может быть непосредственная связь только между любым его узлом и базисным, т.е. не должно быть никаких сосредоточенных элементов, включенных между любыми двумя узлами, если ни один из них не является базисным (рис. 7).

Таким образом, описанный алгоритм определения распределения тока дает возможность разработки универсальной математической модели реконфигурируемых антенн с излучающими структурами сложной конфигурации.

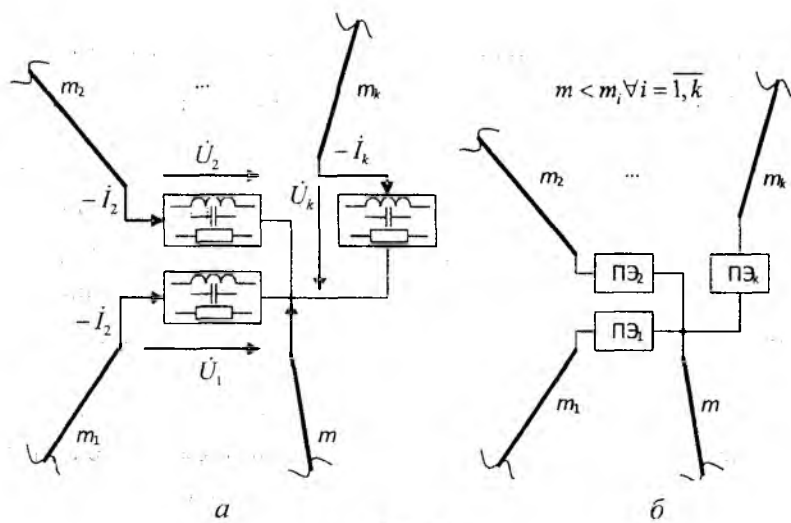


Рис. 7

Он реализован в виде отдельного программного модуля, исходными для которого являются данные о геометрии и свойствах излучающей системы, количестве и месте включения многополосников с сосредоточенными элементами, точности аппроксимации искомого распределения тока, на основании которого формируются подпоследовательности базисных функций $\{\phi_n^{(1)}(\xi)\}$ и $\{\phi_n^{(2)}(\xi)\}$, а результатом вычисления – матрицы \hat{Z}_Σ , \hat{Z}_d и $\hat{Z}_{CЭ}$.

Следующим шагом в построении математической модели является получение выходных уравнений устройства. Такими уравнениями являются соотношения для определения внешних параметров моделируемого устройства.

Внешние параметры реконфигурируемых антенн

Исходным для определения внешних параметров РА является соотношение (6). Однако прежде чем непосредственно получить требуемые соотношения, необходимо учесть, что для использования их в задачах структурного синтеза в этих соотношениях должна содержаться зависимость от вектора внутренних параметров, описывающего структуру излучающей системы. При этом необходимо заметить, что с формальной точки зрения в качестве узлов излучающей структуры можно рассматривать все сечения проводников ξ_n , для которых из уравнения (6) определяются токи $I_n(\omega_q)$. Разъединение или соединение проводников в данных сечениях приводит к изменению структуры излучающей системы (ее конфигурации). Так, если предположить, что все сечения разомкнуты, то $I_n(\omega_q) = 0 \quad \forall n = \overline{1, M}$, т.е. излучающая система отсутствует. Если все сечения замкнуты, то излучающая система имеет исходную конфигурацию, заданную для моделирования. Если же некоторые из сечений разомкнуты, т.е. ток при $\xi = \xi_n$ равен нулю, то это эквивалентно изменению структуры излучателя. В том случае, если разомкнуты соседние сечения ξ_n и ξ_{n+1} , то это эквивалентно тому, что в ИС будет отсутствовать отрезок проводника длиной $|\xi_{n+1} - \xi_n|$. Существенным при этом является то, что такое изменение структуры не приводит к изменению матриц \hat{Z}_Σ , \hat{Z}_d и $\hat{Z}_{CЭ}$ в (6). В дальнейшем будем полагать, что вариация структуры ИС производится путем изменения состояния переключающих элементов, включенных в сечения ξ_n . Для удобства дальнейших выкладок введем следующие предположения: переключающие элементы включаются в произвольные сечения, число которых равно $N_{пэ}$ (в частном случае $N_{пэ} = M$); сопротивление i -го переключающего элемента $Z_{пэ}(\omega)$ в закрытом состоянии равно $Z_{пэ}^c(\omega)$, а в открытом – $Z_{пэ}^o(\omega)$; переключающие элементы и элементы с сосредоточенными параметрами включаются в различные сечения ИС. Обозначим через $\alpha - \alpha$, $\beta - \beta$ и $\gamma - \gamma$ группы сечений, в которые включаются элементы с сосредоточенными параметрами, переключающие элементы и сечения, являющиеся входом антенны соответственно. Полагаем также, что РА имеет один вход.

Последнее предположение позволяет представить входящие в (6) матрицы в блочном виде следующим образом:

$$\hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma\alpha\alpha} & \hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma\alpha\beta} & \hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma\alpha\gamma} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma\beta\alpha} & \hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma\beta\beta} & \hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma\beta\gamma} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma\gamma\alpha} & \hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma\gamma\beta} & \hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma\gamma\gamma} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{Z}}_d = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_{d\alpha\alpha} & \hat{\mathbf{Z}}_{d\alpha\beta} & \hat{\mathbf{Z}}_{d\alpha\gamma} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{d\beta\alpha} & \hat{\mathbf{Z}}_{d\beta\beta} & \hat{\mathbf{Z}}_{d\beta\gamma} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{d\gamma\alpha} & \hat{\mathbf{Z}}_{d\gamma\beta} & \hat{\mathbf{Z}}_{d\gamma\gamma} \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{C\varepsilon} = \begin{bmatrix} \{\hat{\mathbf{Z}}_{C\varepsilon}\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \{\hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon}\} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Здесь $\{\hat{\mathbf{Z}}_{C\varepsilon}\}$ и $\{\hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon}\}$ – диагональные матрицы, элементы которых представляют собой сопротивления элементов с сосредоточенными параметрами и переключающих элементов соответственно.

Для описания состояния переключающих элементов введем в рассмотрение диагональную матрицу $\{X\}$, размерность которой равна числу переключающих элементов. По сути, матрица $\{X\}$ представляет собой варьируемую часть вектора внутренних параметров РА, записанного в несколько иной форме, а именно – в форме диагональной матрицы. Диагональный элемент $x_{ii} = 1$, если переключатель с номером i разомкнут (“open”) и $x_{ii} = 0$ – если замкнут (“close”). Это позволяет выразить матрицу $\{\hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon}\}$ через две матрицы $\{\hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon}^o\}$ и $\{\hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon}^c\}$, каждая из которых содержит сопротивления переключающих элементов только в открытом и только в закрытом состояниях и объединить матрицы $\hat{\mathbf{Z}}_{C\varepsilon}$ и $\hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon}$ следующим образом:

$$\mathbf{Z}_L = \begin{bmatrix} \{\hat{\mathbf{Z}}_{C\varepsilon}\} & 0 & 0 \\ 0 & \{\hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon}^c\} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \{\hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon}^c\} - \{\hat{\mathbf{Z}}_{П\varepsilon}^o\} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \{X\} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Обозначим $\hat{\mathbf{Z}}_{\Sigma} + \hat{\mathbf{Z}}_d = \hat{\mathbf{Z}}_r$ и для сокращения дальнейших выкладок введем обозначения:

$$\hat{\mathbf{Z}}_{r\gamma\gamma} = \tilde{\mathbf{Z}}_{r22}; \quad \mathbf{X} = \{X\}, \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Z}}_{r\alpha\alpha} & \hat{\mathbf{Z}}_{r\alpha\beta} \\ \hat{\mathbf{Z}}_{r\beta\alpha} & \hat{\mathbf{Z}}_{r\beta\beta} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}) = \left[\begin{array}{c|c} \{\mathbf{Z}_{C\varepsilon}\} & 0 \\ \hline 0 & \{\mathbf{Z}_{П\varepsilon}^c\} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & \{\mathbf{Z}_{П\varepsilon}^c\} - \{\mathbf{Z}_{П\varepsilon}^o\} \end{array} \right] \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \hline 0 & \{X\} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Тогда (6) можно записать в виде

$$\left(\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Z}}_{r11} & \tilde{\mathbf{Z}}_{r12} \\ \tilde{\mathbf{Z}}_{r21} & \tilde{\mathbf{Z}}_{r22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \cdot \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Z}}_{r11} - \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}) & \mathbf{Z}_{r12} \\ \mathbf{Z}_{r21} & \mathbf{Z}_{r22} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1(\theta_n, \phi_n, \psi) \\ \mathbf{U}_2(\theta_n, \phi_n, \psi) \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Таким образом, соотношение (16) является уравнением состояния, описывающим ИС приемной РА, возбуждаемой плоской волной, приходящей с направления (θ_n, ϕ_n) и имеющей

угол поляризации ψ (см. рис. 4). Напряжение U_2 , элементы вектора $\mathbf{U}_1(\theta, \phi, \psi)$ определяются из соотношения (8), в котором $\vec{\mathbf{E}}^{ct}(\theta_n, \phi_n)$ описывает поле возбуждающей волны

$$\vec{\mathbf{E}}^{ct}(\theta_n, \phi_n) = E_0 \vec{\mathbf{e}} \cdot e^{-j\vec{k}\vec{r}}, \quad (17)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \vec{k}\vec{r} &= -k(x \sin \theta_n \cos \phi_n + y \sin \theta_n \sin \phi_n + z \cos \theta_n) \\ \vec{\mathbf{e}} &= \varepsilon_x \vec{x}_0 + \varepsilon_y \vec{y}_0 + \varepsilon_z \vec{z}_0 \\ \varepsilon_x &= -(\sin \psi \sin \theta_n + \cos \psi \cos \theta_n \cos \phi_n) \\ \varepsilon_y &= \sin \psi \cos \theta_n - \cos \psi \cos \phi_n \sin \phi_n \\ \varepsilon_z &= \cos \psi \sin \theta_n \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

Естественно, что отсутствие нелинейных и невзаимных элементов в схеме (рис. 2) позволяет определить параметры ИС и в режиме передачи.

Приведем соотношения для основных выходных параметров РА.

Входное сопротивление. В этом случае $\mathbf{U}_1(\theta_n, \phi_n, \psi) \equiv \theta$, $U_2(\theta_n, \phi_n, \psi) = \dot{U}_{\text{вх}}$ и (16) можно записать в виде двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X})) \cdot \mathbf{I}_1 + \tilde{\mathbf{Z}}_{r12} \cdot \mathbf{I}_2 &= 0 \\ \mathbf{Z}_{r21} \cdot \mathbf{I}_1 + \tilde{\mathbf{Z}}_{r22} \cdot \mathbf{I}_2 &= U_{\text{вх}} \end{aligned} \right\}, \quad (19)$$

Определив \mathbf{I}_1 из первого уравнения и подставив во второе уравнение, получим

$$Z_{\text{вх}} = \frac{U_{\text{вх}}}{I_2} = Z_{r22} - \mathbf{Z}_{r21} \cdot (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}))^{-1} \mathbf{Z}_{r12}. \quad (20)$$

Векторная комплексная характеристика направленности

$$\vec{f}(\theta, \phi) = \vec{f}_2(\theta, \phi) - \tilde{\mathbf{Z}}_{r21} (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}))^{-1} \vec{f}_1(\theta, \phi). \quad (21)$$

Здесь: $\vec{f}_2(\theta, \phi)$ – векторная комплексная характеристика направленности базисной функции, аппроксимирующей распределение тока в окрестности входных клемм РА; $\vec{f}_1(\theta, \phi)$ – матрица-столбец, элементами которой являются векторные комплексные характеристики токов, описываемых базисными функциями.

Коэффициент усиления в направлении (θ_0, ϕ_0)

$$G_{\theta, \phi}(\theta_0, \phi_0) = \frac{4\pi r^2 |E_{\theta, \phi}(\theta_0, \phi_0)|^2}{W_0 \cdot P_{\text{вх}}} = \frac{[\vec{f}_{\theta, \phi 2}(\theta_0, \phi_0) - \tilde{\mathbf{Z}}_{r21} (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}))^{-1} \vec{f}_{\theta, \phi 1}(\theta_0, \phi_0)]^2}{30 \text{Re}[\mathbf{Z}_{r22} - \mathbf{Z}_{r21} \cdot (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}))^{-1} \mathbf{Z}_{r12}]}. \quad (22)$$

Видно, что все основные характеристики РА (входное сопротивление, диаграмма направленности, коэффициент усиления) зависят от выбранного вектора входных параметров, то есть определяются состоянием переключающих элементов. Из (20) - (22) также видно, что, при вычислении любого параметра РА используется процедура обращения матрицы $(\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}))$, от эффективности которой существенно зависит и эффективность всей процедуры синтеза РА. В упомянутой выше программе моделирования обращение матрицы проводится с использованием метода Гаусса - Жордано, для которого время обращения матрицы оценивается как $t \sim N^3$. Поэтому увеличения быстродействия процедуры синтеза можно достичь уменьшением размерности обрабатываемых матриц. В общем случае размерность матрицы $(\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}))$ определяется количеством переключающих элементов в схеме, сама

матрица является матрицей общего вида. Однако эта матрица представляет собой сумму двух матриц $\tilde{\mathbf{Z}}_{r11}$ и $\tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X})$, одна из которых, а именно $\tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X})$, является диагональной матрицей, элементы которой представляют собой сопротивления переключающих элементов в замкнутом или разомкнутом состояниях. Следовательно, элементы матрицы $\tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X})$ близки к нулю, когда переключающий элемент замкнут, и стремятся к бесконечности, когда ПЭ разомкнут. Этим обстоятельством можно воспользоваться с целью увеличения быстродействия алгоритма обращения матрицы $(\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}))$.

Суть предлагаемой модификации состоит в следующем. Сгруппируем в матрицах $\tilde{\mathbf{Z}}_{r11}$, $\tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X})$, $\tilde{\mathbf{Z}}_{r12}$, $\tilde{\mathbf{Z}}_{r21}$ и векторах \mathbf{I}_1 , $\mathbf{U}_1(\theta_n, \phi_n, \psi)$ элементы, относящиеся к замкнутым и разомкнутым состояниям переключателей, в отдельные блоки. Тогда уравнение состояния можно записать в виде:

$$\left(\begin{array}{c|c|c} \tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^{oo} & \tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^{oc} & \tilde{\mathbf{Z}}_{r12}^o \\ \hline \tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^{co} & \tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^{cc} & \tilde{\mathbf{Z}}_{r12}^c \\ \hline \tilde{\mathbf{Z}}_{r21}^o & \tilde{\mathbf{Z}}_{r21}^c & \tilde{\mathbf{Z}}_{r22} \end{array} \right) + \left[\begin{array}{cc|c} \tilde{\mathbf{Z}}_L^o(\mathbf{X}) & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{Z}}_L^c(\mathbf{X}) & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{I}_1^o \\ \mathbf{I}_1^c \\ \mathbf{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1^o(\theta_n, \phi_n, \psi) \\ \mathbf{U}_1^c(\theta_n, \phi_n, \psi) \\ \mathbf{U}_2(\theta_n, \phi_n, \psi) \end{pmatrix}, \quad (23)$$

или в развернутом виде

$$\left. \begin{aligned} (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^{oo} + \tilde{\mathbf{Z}}_L^o(\mathbf{X}))\mathbf{I}_1^o + \tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^{oc}\mathbf{I}_1^c + \tilde{\mathbf{Z}}_{r12}^o\mathbf{I}_2 &= \mathbf{U}_1^o(\theta_n, \phi_n, \psi) \\ \tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^{co}\mathbf{I}_1^o + (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^{cc} + \tilde{\mathbf{Z}}_L^c(\mathbf{X}))\mathbf{I}_1^c + \tilde{\mathbf{Z}}_{r12}^c\mathbf{I}_2 &= \mathbf{U}_1^c(\theta_n, \phi_n, \psi) \\ \tilde{\mathbf{Z}}_{r21}^o\mathbf{I}_1^o + \tilde{\mathbf{Z}}_{r21}^c\mathbf{I}_1^c + \tilde{\mathbf{Z}}_{r22}\mathbf{I}_2 &= \mathbf{U}_2(\theta_n, \phi_n, \psi) \end{aligned} \right\}. \quad (24)$$

Так как диагональные элементы матрицы $\tilde{\mathbf{Z}}_L^o(\mathbf{X})$ $\tilde{Z}_{Lii}^o(\mathbf{X}) \rightarrow \infty$, то соответствующие элементы I_{ii}^o вектора \mathbf{I}_1^o , должны стремиться к нулю, то есть нет необходимости определять \mathbf{I}_1^o . В этом случае (24) можно записать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^{cc} + \tilde{\mathbf{Z}}_L^c(\mathbf{X}))\mathbf{I}_1^c + \tilde{\mathbf{Z}}_{r12}^c\mathbf{I}_2 &= \mathbf{U}_1^c(\theta_n, \phi_n, \psi) \\ \tilde{\mathbf{Z}}_{r21}^c\mathbf{I}_1^c + \tilde{\mathbf{Z}}_{r22}\mathbf{I}_2 &= \mathbf{U}_2(\theta_n, \phi_n, \psi) \end{aligned} \right\}. \quad (25)$$

Учитывая (23), соотношения для определения выходных параметров РА примут вид: входное сопротивление:

$$\mathbf{Z}_{\text{вх}} = \mathbf{Z}_{r22} - \mathbf{Z}_{r21}^c \cdot (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^c + \tilde{\mathbf{Z}}_L^c(\mathbf{X}))^{-1} \mathbf{Z}_{r12}^c, \quad (26)$$

характеристика направленности:

$$\vec{f}(\theta, \phi) = \vec{f}_2(\theta, \phi) - \mathbf{Z}_{r21}^c \cdot (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^c + \tilde{\mathbf{Z}}_L^c(\mathbf{X}))^{-1} \vec{f}_1^c(\theta, \phi), \quad (27)$$

коэффициент усиления:

$$G_{\theta, \phi}(\theta_0, \phi_0) = \frac{[\vec{f}_{\theta, \phi_2}(\theta_0, \phi_0) - \mathbf{Z}_{r21}^c \cdot (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^c + \tilde{\mathbf{Z}}_L^c(\mathbf{X}))^{-1} \vec{f}_{\theta, \phi_1}^c(\theta_0, \phi_0)]^2}{30 \operatorname{Re}[\mathbf{Z}_{r22} - \mathbf{Z}_{r21}^c \cdot (\tilde{\mathbf{Z}}_{r11}^c + \tilde{\mathbf{Z}}_L^c(\mathbf{X}))^{-1} \mathbf{Z}_{r12}^c]}. \quad (28)$$

Видно, что для вычисления выходных параметров антенны не требуется обращения всей матрицы $(\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}))$, а необходимо обратить только ее блок, относящийся к замкнутым переключающим элементам, размерность которого может быть существенно меньше, чем размерность всей матрицы $(\tilde{\mathbf{Z}}_{r11} + \tilde{\mathbf{Z}}_L(\mathbf{X}))$.

Представленная математическая модель позволяет существенно сократить время решения задач структурного синтеза, представляющего собой итерационный процесс. В ходе

данного процесса производится поиск такого состояния управляющих элементов, при котором тот или иной выходной параметр РА будет наиболее близок к требуемым значениям.

Предложенный алгоритм вычисления внешних параметров РА был реализован в виде подпрограммы на языке Fortran-90 и включен в состав пакета программ структурного синтеза РА. Эффективность была проверена путем сравнения времени решения задачи синтеза при использовании соотношений (20) - (22) и времени решения задачи синтеза с использованием соотношений (26) - (28).

На рис. 8 показана зависимость количества замкнутых переключающих элементов для генерируемых в процессе синтеза первых 30 состояний одного из вариантов синтезируемой РА. При этом предполагалось, что исходная структура содержит 26 ПЭ. Сгенерированные в результате выполнения генетического алгоритма случайным образом структуры содержали от 2 до 25 замкнутых ПЭ. На этом же графике горизонтальная штрих-пунктирная линия соответствует общему количеству переключателей ($N=26$). Таким образом, время обращения матрицы при анализе одной структуры сокращено от $(26/25)^3 = 1,12$ раза – для структуры с 25 замкнутыми переключателями, до $(26/2)^3 = 2197$ раз – для структуры с 2 замкнутыми переключателями. При этом общее время решения задачи синтеза было сокращено в 8,3 раза.

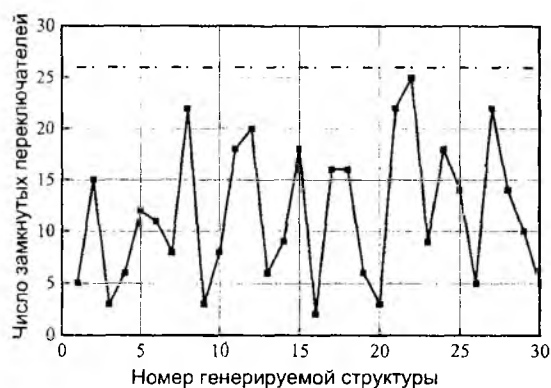


Рис. 8

тока вдоль проводников излучающей структуры.

3) Рассмотрен вопрос о нахождении внешних параметров РА, то есть параметров, описывающих ее связь и с внешним пространством, и с устройствами, подключаемыми к проводникам структуры. Соотношения для определения внешних параметров получены в зависимости от матрицы конфигурации ИС, что позволяет непосредственно применить их для формирования критериев качества в задачах структурного синтеза излучающих систем.

Эффективность принятого подхода подтверждена математическим моделированием.

Список литературы: 1. Лучанинов А. И. Математическая модель и алгоритм анализа электродинамических характеристик проволочных излучателей сложной геометрии // А. И. Лучанинов, О. Б. Лиштаев, С. В. Толстова, В. М. Шокало / Радиотехника (Москва). 1992. № 1-2. С. 53-54. 2. Лучанинов А. И. Пакет программ «WIRE» для моделирования тонко проволочных антенн произвольной конфигурации с линейным и нелинейным свойствами поверхностного импеданса / А. И. Лучанинов, Д. С. Гавва, М. А. Омаров // Прикладная радиоэлектроника. 2002. Т. 1, № 2. С. 225-230. 3. *Moment methods in electromagnetics. Techniques & Applications* / Ed. by J. Moore, R. Pizer. N.Y.: McMillan, 1984. 246 p. 4. *Gibson W. C. The method of moments in electromagnetic* / W. C. Gibson. Boca Raton, FL.: Chapman & Hall CRC, 2008. 272 p. 5. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры; Пер. с англ. под ред. Э.Л. Бурштейна. М.: Мир, 1977. 485 с. 6. Сигорский В. П. Основы теории электронных схем / В. П. Сигорский, А. И. Петренко. К.: Техніка, 1967. 610 с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 05.02.2010