УДК: 005.311.6:519.86 DOI: https://doi.org/10.30837/IYF.CVSAMM.2024.242

ВИБОРИ НА ПОСАДУ ПРЕЗИДЕНТА ЯК МАТРИЧНА ГРА З НЕЧІТКИМИ ВИГРАШАМИ

Мироненко О.Ю.
Науковий керівник – канд. техн. наук, доц. Матвієнко О.І.
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПМ,
м. Харків, Україна
e-mail oleksandr.myronenko@nure.ua

The object of research is the game presidential elections as a matrix game with unexpected gains. The purpose is to reproduce elections as a game and to define the best strategy for a specific candidate with the help of a matrix game with unexpected prizes. The key to simulating presidential elections as a matrix game is to find all sets of saddle points with different reliability levels for the special candidate and define the best by the highest reliability level. Those saddle points represent such a pair of chosen strategies in payoff matrixes when the payoff of a specific candidate will be maximum gain, even when another candidate chooses the optimal strategy. For different levels of winnings (low, medium, high) it is important to understand which strategy of a specific candidate maximizes gains in each of those cases.

Матричні ігри з нечіткими виграшами – це форма аналізу стратегічних ситуацій, де гравці вибирають свої стратегії, а їх виграші подані у вигляді нечітких чисел, які зазвичай виражаються як вірогідності рівня виграшу [1]. Рівень виграшу може бути визначений як низький, середній та високий. Такий підхід дозволяє краще врахувати різноманітність ситуацій та ступені успіху в умовах нечіткості або невизначеності. Метою є знаходження таких стратегій, які максимізують виграш одного гравця, навіть у найгіршому випадку, коли інші гравці обирають найкращі для себе стратегії [2].

Нехай G – множина всіх матричних ігор з m стратегіями у першого гравця та n стратегіями у другого. Цю множину будемо розглядати як універсальну множину, на якій задані нечіткі множини – нечіткі матричні ігри, тобто ігри, в яких виграші є нечіткими та задаються нечіткими числами. Функцію приналежності нечіткої матричної гри $\hat{g}$ позначимо $\mu_{\hat{g}}(g), g \in G$. Оскільки матрична гра однозначно визначається матрицею виграшів, то вважатимемо, що $g = A(g)$, і тоді

$$\mu_{\hat{g}}(g) = \mu_{\hat{g}}(A(g)).$$

Розглянемо нечітку матричну гру $\hat{g}$ з m стратегіями у першого гравця та n стратегіями у другого [3].

Нехай виграші першого гравця в ній є нечіткими числами

$$\hat{D}_{ij}(\hat{g}) = \left\langle c_{ij}(\hat{g}), d_{ij}(\hat{g}), f_{ij}(\hat{g}) \right\rangle, \; i = 1,...,m, \; j = 1,...,n,$$

з функціями приналежності $\mu_{ij}^{\hat{g}}$:

$$\mu_{ij}^{\hat{g}}(u)=\begin{cases}\dfrac{u-c_{ij}(\hat{g})}{d_{ij}(\hat{g})-c_{ij}(\hat{g})}, \text{якщо} \quad c_{ij}(\hat{g})\le u\le d_{ij}(\hat{g}),\\ \dfrac{f_{ij}(\hat{g})-u}{f_{ij}(\hat{g})-d_{ij}(\hat{g})}, \text{якщо} \quad d_{ij}(\hat{g})\le u\le f_{ij}(\hat{g}),\\ \quad 0, \ \text{в інших випадках.}\end{cases}$$

Розглянемо гру $g\in G$ з матрицею виграшів $A(g)$:

$$A(g)=\begin{pmatrix} H_{11}(g) & H_{12}(g) & \dots & H_{1n}(g)\\ H_{21}(g) & H_{22}(g) & \dots & H_{2n}(g)\\ . & . & . & .\\ H_{m1}(g) & H_{m2}(g) & \dots & H_{nm}(g)\end{pmatrix},$$

де $H_g(i,j)$ – функція виграшу першого гравця.

Значення функцій приналежності у нечіткій грі $\hat{g}$ для виграшів з $A(\hat{g})$ будемо позначати $h_{ij}^{\hat{g}}(g): h_{ij}^{\hat{g}}=\mu_{ij}^{\hat{g}}(H_{ij}(g))$. Розв’язуючи це рівняння щодо $H_{ij}(g)$, крім ситуації, коли $h_{ij}^{\hat{g}}(g)=1$, маємо два розв’язки – один більше $d_{ij}(\hat{g})$, інший менше.

Відповідно до визначення кон'юнкції в нечіткій логіці маємо:

$$\mu_{\hat{g}}(A(g))=\min_{i,j}\mu_{ij}^{\hat{g}}(H_{ij}(g)).$$

Нехай $\Im^{ij}(\hat{g})$ – множина ігор, $F^{ij}(\hat{g})$ – множина відповідних цим іграм матриць виграшів таких, що у грі з матрицею $A^{ij}(\hat{g})\in F^{ij}(\hat{g})$ ситуація (i,j) є сідловою точкою. Позначимо через $A_0^{ij}(\hat{g})$ матрицю виграшів, для якої виконується рівність:

$$\mu_{\hat{g}}(A_0^{ij}(\hat{g}))=\max_{A\in F^{ij}(\hat{g})}\mu_{\hat{g}}(A).$$

Величину $\mu_{\hat{g}}(A_0^{ij}(\hat{g}))$ будемо розглядати як ступінь надійності того, що ситуація (i,j) у розглянутій нечіткій грі $\hat{g}$ є сідловою точкою.

Рішенням розглянутої нечіткої гри $\hat{g}$ вважатимемо ситуацію (i,j), для якої надійність того, що вона є сідловою точкою, максимальна.

Перевагою запропонованого підходу є те, що будь-яка гра має рішення у чистих стратегіях, чого не можна сказати про класичний підхід.

У грі «Вибори на посаду президента» розглядається вибір між двома кандидатами на посаду президента. Кожен кандидат має стратегії, які відображають його політичну платформу та обіцянки перед виборцями.

Джон вирішив йти на другий термін президентства, він пропонує продовжувати реформи, розповідаючи про досягнення минулих чотирьох років. Джон концентрується на підвищенні економічного добробуту країни та її геополітичного впливу. Майкл, у свою чергу, критикує теперішню владу та розкриває «правду» про досягнення Джона. Він також підкреслює важливість безпеки та стабільності, критикуючи геополітичні наміри першого кандидата та вважаючи, що проблеми всередині країни – найголовніші.

Розглянемо математичну модель даної гри.

Нехай Майкл буде гравцем a, тоді Джон буде – b. Майкл обирає на ці вибори наступні стратегії:

1) a_1 – критика політики теперішньої влади;

2) a_2 – важливість безпеки та стабільності всередині країни;

3) a_3 – мінуси досягнень минулої влади.

Стратегії Джона:

1) b_1 – продовження реформ, розповсюдження інформації про досягнення за минулий термін президентства;

2) b_2 – підвищення економічного добробуту країни, зростання зарплат та пенсій;

3) b_3 – розширення геополітичного впливу на міжнародній арені.

Отримаємо таку матрицю нечіткої гри $\hat{g}$:

$$A(\hat{g}) = \begin{pmatrix} \hat{D}_{11} & \hat{D}_{12} & \hat{D}_{13} \\ \hat{D}_{21} & \hat{D}_{22} & \hat{D}_{23} \\ \hat{D}_{31} & \hat{D}_{32} & \hat{D}_{33} \end{pmatrix},$$

де $\hat{D}_{ij}$ – нечітке число виграшу першого гравця у ситуації (i, j). Необхідно знайти ситуацію (i, j), для якої надійність того, що вона є сідловою точкою, максимальна.

Список використаних джерел:

1. Захаров А.В. Теория игр в общественных науках: учеб. пос. Москва, 2015. 304 с.

2. Матвієнко О. І., Мірошніченко О. О. Застосування методів нечіткої векторної оптимізації для складання дієти // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях, №2 (5), 2023. С. 46–54.

3. Флегонтов А.Д., Вилков В.Б., Черных А.К. Моделирование задач принятия решений при нечетких исходных данных: монография. Санкт-Петербург, 2020. 332 с.