УДК 681.323

Г. Ф. ДЮБКО канд. техн. наук, *Ю. С. ЗАМАЛЕЕВ*

АВТОМАТИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ ШЕННОНА

К проблеме автоматизации программирования для различных классов вычислительных машин можно подойти как к моделированию интеллектуальных функций человека при преобразовании информации из одной формы в другую. При этом осуществляется перевод с языков программирования высокого уровня на машинно-ориентированный язык. Необходимо отметить, что они примитивны и ни в коей мере не конкурируют с естественными языками.

В предлагаемой работе моделируется деятельность человека по преобразованию математических зависимостей, записанных на языке высокого уровня, в систему уравнений Шеннона (СУШ) — некоторую форму машинно-ориентированного языка. Как показала практика, уровень использования вычислительной техники, в частности интегрирующих машин, в большой мере зависит от удобства программирования, от степени близости языка программирования к языку пользователя. При программировании для интегрирующих машин необходимо все решаемые задачи представлять в форме СУШ. Эта работа трудоемка, целесообразно автоматизировать ее так, чтобы по записи задачи на обычном математическом языке автоматически получать СУШ. Известные методы преобразования различных математических уравнений в СУШ базируются на СУШ, полученных от простых функций, образующих данное уравнение. В самом общем виде система уравнений Шеннона может быть записана следующим образом [1]:

$$\left.\begin{aligned} dz_\gamma &= \sum_{\alpha=0}^{n}\sum_{\beta=0}^{n} a_{\gamma\alpha\beta} z_\alpha dz_\beta, \\ dz_0 = 0,\ dz_1 = dx,\ z_\gamma(x_0) &= z_{\gamma 0}\ (\gamma = 2, 3, \ldots, n) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

или

$$\left.\begin{aligned} dz_k &= \sum_{s=0}^{N}\sum_{r=0}^{N} A_{ksr} z_s dz_r, \\ dz_0 = 0,\ dz_1 = dx,\ z_k(x_0) &= z_{k0},\ k = 2, 3, \ldots, N, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

где в системе уравнений (1) $a_{\gamma\alpha\beta}$ — любые постоянные коэффициенты, а в системе уравнений (2) A_{ksr} — постоянные коэффициенты, равные 0 или 1.

Процесс преобразования функциональных зависимостей в СУШ состоит в расчленении сложных функций на простейшие, преобразовании последних в СУШ и объединении всех элементарных СУШ в общую СУШ [1]. В соответствии с методами преобразования элементарных функций (т. е. функций, которые не являются суперпозициями никаких других функций) в СУШ, описанными в работе [1], построены СУШ элементарных функций, которые приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Вид функции	$z = 1/x$	$z = \sin x$
СУШ	$dz = -z_1 dx$ $dz_1 = 2z dz$	$dz = z_1 dx$ $dz_1 = -z dx$
Вид функции	$z = \cos x$	$z = \sqrt{x}$
СУШ	$dz = -z_1 dx$ $dz_1 = z dx$	$dz = \frac{1}{2} z_1 dx$ $dz_1 = -z_2 dz$ $dz_2 = 2z_1 dz_1$
Вид функции	$z = \log_a x$	$z = z_1/z_2$

СУШ	$dz = (\log_a l)\, z_1 dx$ $dz_1 = -z_2 dx$ $dz_2 = 2z_1 dz_1$	$dz = z_1 dz_3 + z_3 dz_1$ $dz_3 = -z_4 dz_2$ $dz_4 = 2z_3 dz_3$
Вид функции	$z = \operatorname{tg} x$	$z = \arcsin x$
СУШ	$dz = z_1 dx$ $dz_1 = -z_2 dz_3$ $dz_2 = 2z_1 dz_1$ $dz_3 = 2z_4 dz_5$ $dz_4 = dz_5$ $dz_5 = -z_6 dx$ $dz_6 = z_5 dx$	$dz = z_1 dx$ $dz_1 = -z_3 dz_2$ $dz_2 = z_5 dz_4/2$ $dz_3 = 2z_1 dz_1$ $dz_4 = dz_7 - dz_8$ $dz_5 = -z_6 dz_2$ $dz_6 = 2z_5 dz_5$ $dz_7 = 0$ $dz_8 = 2z_9 dx$ $dz_9 = dx$ $z_7(0) = 1$
Вид функции	$z = x^n$ (n — целое)	$z = a^x$
СУШ	$dz = nz_1 dx$ $dz_1 = (n-1) z_2 dx$ . . . . $dz_{n-2} = 2z_{n-1} dx$ $dz_{n-1} = dx$	$dz = (\ln a)\, z dx$
Вид функции	$z = x$	$z = \text{const}$
СУШ	$dz = dx$	$dz = 0$ $z(0) = \text{const}$
Вид функции	$z = z_1 + z_2$	$z = z_1 z_2$
СУШ	$dz = dz_1 + dz_2$	$dz = z_1 dz_2 + z_2 dz_1$

Количество элементарных функций, которыми мы пользуемся на практике, невелико, поэтому нетрудно составить СУШ для всех элементарных функций и свести их в одну таблицу (аналогичную табл. 1), которую затем можно использовать для получения СУШ любой сложной функции. Ниже приводится описание алгоритма преобразования произвольной функции, заданной аналитически, в форму Шеннона. Для этого алгоритма табл. 1 преобразована в табл. 2.

Таблица 2

Вид функции	$z_j = 1/< b_n >$	$z_j = \sin < b_n >$
СУШ	$dz_j = -z_{j+1} d < b_n >$ $dz_{j+1} = 2z_j dz_j$	$dz_j = z_{j+1} d < b_n >$ $dz_{j+1} = -z_j d < b_n >$
Вид функции	$z_j = \cos < b_n >$	$z_j = \sqrt{< b_n >}$
СУШ	$dz_j = -z_{j+1} d < b_n >$ $dz_{j+1} = z_j d < b_n >$	$dz_j = \frac{1}{2} z_{j+1}\, d < b_n >$ $dz_{j+1} = -z_{j+2} dz_j$ $dz_{j+2} = 2z_{j+1} dz_{j+1}$
Вид функции	$z_j = \log_d < b_n >$	$z_j = < b_{n1} >/< b_{n2} >$
СУШ	$dz_j = (\log_d 1)\, z_{j+1} d < b_n >$ $dz_{j+1} = -z_{j+2} d < b_n >$ $dz_{j+2} = 2z_{j+1} dz_{j+1}$	$dz_j = < b_{n1} > dz_{j+3} +$ $+ z_{j+3} d < b_{n1} >$ $dz_{j+3} = -z_{j+4} d < b_{n2} >$ $dz_{j+4} = 2z_{j+3} dz_{j+3}$
Вид функции	$z_j = \mathrm{tg} < b_n >$	$z_j = \arcsin < b_n >$
СУШ	$dz_j = z_{j+1} d > b_n >$ $dz_{j+1} = -z_{j+2} dz_{j+3}$ $dz_{j+2} = 2z_{j+1} dz_{j+1}$ $dz_{j+3} = 2z_{j+4} dz_{j+5}$ $dz_{j+4} = dz_{j+5}$ $dz_{j+5} = -z_{j+6} d < b_n >$ $dz_{j+6} = z_{j+5} d < b_n >$	$dz_j = z_{j+1} d < b_n >$ $dz_{j+1} = -z_{j+3} dz_{j+2}$ $dz_{j+2} = \frac{1}{2} z_{j+5} dz_{j+4}$ $dz_{j+3} = 2z_{j+1} dz_{j+1}$ $dz_{j+4} = dz_{j+7} - dz_{j+8}$ $dz_{j+5} = -z_{j+6} dz_{j+2}$ $dz_{j+6} = 2z_{j+5} dz_{j+5}$ $dz_{j+7} = 0$ $dz_{j+8} = 2z_{j+9} d < b_n >$ $dz_{j+9} = d < b_n >$ $z_{j+7}(0) = 1$
Вид функции	$z_j = < b_n > \uparrow n$	$z_j = a \uparrow < b_n >$

Продолжение табл. 2

СУШ	$dz_j = nz_{j+1}d < b_n >$ $dz_{j+1}=(n-1)z_{j+2}d<b_n>$ $\cdots\cdots\cdots$ $dz_{j+n-2}=2z_{j+n-1}d<b_n>$ $dz_{j+n-1} = d < b_n >$	$dz_j = (\ln a)\, z_j d < b_n >$
Вид функции	$z_j = < b_n >$	$z_j = \text{const}$
СУШ	$dz_j = d < b_n >$	$dz_j = 0$ $z_j\,(0) = \text{const}$
Вид функции	$z_j = <b_{n1}> + < b_{n2} >$	$z_j = <b_{n1}> \times <b_{n2}>$
СУШ	$dz_j = d < b_{n1} > +$ $+ d < b_{n2} >$	$dz_j = <b_{n1}> d < b_{n2}>+$ $+ <b_{n2}> d < b_{n1} >$

Здесь независимая переменная x заменена символом $<b_n>$— входная переменная,— а каждой функции z_j присвоен текущий номер $j+\nu$, $(\nu = 0, 1, 2, \ldots)$.

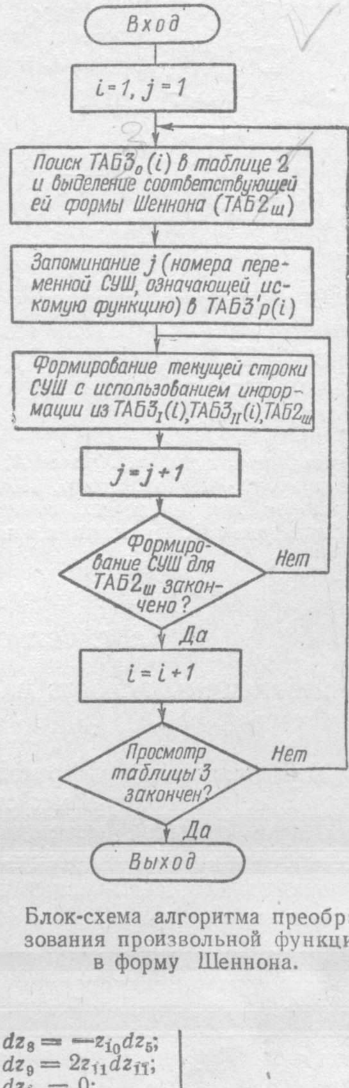
Табл. 2 задает элементарные блоки в виде соответствующих элементарным функциям СУШ и является базой данных алгоритма преобразования. Другой базой данных алгоритма преобразования служит декомпозированная запись исходной сложной функции. В качестве декомпозированной записи можно избрать польскую инверсную запись, двоичное дерево, триады или тетрады [2] и вообще любую запись, которая за один просмотр ее слева направо позволяет выделить все операции и операнды, а также порядок выполнения операций. Эта запись — промежуточная между исходным языком высокого уровня и конечным (СУШ). Получить декомпозированную запись из исходной можно путем синтаксического анализа и семантической обработки в рамках грамматики, описывающей исходный язык [3]. Получение декомпозированной записи в данной работе не рассматривается.

В качестве промежуточной формы — декомпозированной записи — изберем тетрады, которые каждую функцию представляют в виде трехадресной машинной команды. Первой компонентой этой команды является вид функции, далее — I и II операнды, а четвертой компонентой является имя, значением которого есть переменная СУШ, обозначающая функцию, указанную в первой компоненте. Последовательность команд задает последовательность элементарных функций в сложной функции. Все команды можно объединить в табл. 3.

Таким образом, блок-схема алгоритма преобразования тетрад в СУШ, представленная на рисунке, имеет базами данных табл. 2 и 3. Проиллюстрируем работу алгоритма на примере. Пусть задана функция $\sin(x) * \arcsin(x)/\log_2(x)/(\sqrt{\cos x} + \operatorname{tg}^2 x$, а ее декомпозированный вид представлен в табл. 3. В блок-схему алгоритма на рис. 1 введены условные обозначения ТАБ3$_0$ (i), ТАБ3$_{\mathrm{I}}$ (i), ТАБ3$_{\mathrm{II}}$ (i), которые обозначают соответственно первую компоненту (вид функции), вторую и третью компоненты (I и II операнды) i-й строки табл. 3; ТАБ3$'_p$ (i) — имя (R_i), которое содержится в четвертой компоненте (результате) i-й строки табл. 3; ТАБ2$_{\mathrm{III}}$ — СУШ из табл. 2. Тогда общая система уравнений Шеннона, полученная согласно табл. 2 и 3 по алгоритму, приведенному на рисунке, имеет вид

Таблица 3

№ п/п	Операция	I операнд	II операнд	Результат
1	sin	x	—	R_1
2	arc sin	x	—	R_2
3	$\times$	R_1	R_2	R_1
4	$\log_2$	x	—	R_2
5	/	R_1	R_2	R_1
6	cos	x	—	R_2
7	$\sqrt{}$	x	—	R_2
8	tg	x	—	R_3
9	$\uparrow$	R_3	2	R_3
10	+	R_2	R_3	R_2
11	/	R_1	R_2	R_1



Блок-схема алгоритма преобразования произвольной функции в форму Шеннона.

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ dz_1 = dz_2 dx; \\ 2.\ dz_2 = -z_1 dx; \end{array}\right\} \sin x$$

$$\left.\begin{array}{l} 3.\ dz_3 = z_4 dx; \\ 4.\ dz_4 = -z_6 dz_5; \\ 5.\ dz_5 = \dfrac{1}{2} z_6 dz_7; \\ 6.\ dz_6 = 2z_4 dz_4; \\ 7.\ dz_7 = dz_{11} - \\ \quad - dz_{12} \end{array}\right\} \arcsin x$$

$$\left.\begin{array}{l} 8.\ dz_8 = -z_{10} dz_5; \\ 9.\ dz_9 = 2z_{11} dz_{11}; \\ 10.\ dz_{10} = 0; \\ 11.\ dz_{11} = 2z_{12} dx; \\ 12.\ dz_{12} = dx; \\ 13.\ z_{10}(0) = 1; \end{array}\right|$$

$$\left.\begin{array}{l} 14.\ dz_{13} = z_1 dz_3 + \\ \quad + z_3 dz_1; \end{array}\right\} \begin{array}{l} \sin(x)\times \\ \times \arcsin(x) \end{array}$$

$$\left.\begin{aligned} &15.\ dz_{14} = (\log_2 1)\times\\ &\quad\times z_{15}dx;\\ &16.\ dz_{15} = -\ z_{16}dx;\\ &17.\ dz_{16} = 2z_{15}dz_{15};\end{aligned}\right\}\ \log_2 x$$

$$\left.\begin{aligned} &18.\ dz_{17} = z_{14}dz_{18}+\\ &\quad+z_{18}dz_{14};\\ &19.\ dz_{18} = -z_{19}dz_{15};\\ &20.\ dz_{19} = 2z_{18}dz_{18};\end{aligned}\right\}\ \begin{aligned}&(\sin(x)\times\\ &\times\arcsin(x))/\\ &/\log_2(x) = A\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} &21.\ dz_{20} = -z_{21}dx;\\ &22.\ dz_{21} = z_{20}dx;\end{aligned}\right\}\ \cos x$$

$$\left.\begin{aligned} &23.\ dz_{22} = \frac{1}{2}z_{23}dz_{20};\\ &24.\ dz_{23} = -z_{24}dz_{22};\\ &25.\ dz_{24} = 2z_{23}dz_{23};\end{aligned}\right\}\ \sqrt{\cos x}$$

$$\left.\begin{aligned} &26.\ dz_{25} = z_{26}dx;\\ &27.\ dz_{26} = -z_{27}dz_{28};\\ &28.\ dz_{27} = 2z_{26}dz_{26};\\ &29.\ dz_{28} = 2z_{29}dz_{30};\\ &30.\ dz_{29} = dz_{30};\\ &31.\ dz_{30} = -z_{31}dx;\\ &32.\ dz_{31} = z_{30}dx;\end{aligned}\right\}\ \operatorname{tg} x$$

$$\left.\begin{aligned} &33.\ dz_{32} = 2z_{33}dz_{25};\\ &34.\ dz_{33} = dz_{25};\end{aligned}\right\}\ \operatorname{tg}^2 x$$

$$\left.\begin{aligned} &35.\ dz_{34} = dz_{22}+\\ &\quad+dz_{32};\end{aligned}\right\}\ \begin{aligned}&\sqrt{\cos x}+\\ &+\operatorname{tg}^2 x = B\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} &36.\ dz_{35} = z_{16}dz_{36}+\\ &\quad+z_{36}dz_{16};\\ &37.\ dz_{36} = -z_{37}dz_{34};\\ &38.\ dz_{37} = 2z_{36}dz_{36}.\end{aligned}\right\}\ A/B$$

В результате автоматического преобразования произвольных функций, записанных на языке программирования высокого уровня в СУШ, повышается уровень использования таких средств вычислительной техники, как цифровые интегрирующие машины и структуры.

Список литературы: 1. *Каляев А. В.* Теория цифровых интегрирующих машин и структур. М., Сов. радио, 1970. 471 с. 2. *Грис Д.* Конструирование компиляторов для цифровых вычислительных машин. М., Мир, 1975. 544 с. 3. *Вайнгартен Ф.* Трансляция языков программирования. М., Мир, 1977. 190 с.

тегии.