



Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет інформаційно-аналітичних технологій та менеджменту

Кафедра прикладної математики

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 124 Системний аналіз

(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна

(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Системний аналіз і управління

(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри ПМ \_\_\_\_\_  
(підпис)

“ 07 ” листопада 2022 р.

**ЗАВДАННЯ**  
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Гончаровій Вікторії Дмитрівні  
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Застосування нерівномірної сітки при комп'ютерному моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру

затверджена наказом по університету від 25 жовтня 2022 р. № 1413 Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 7 грудня 2022 р.

3. Вихідні дані до роботи математична модель нестационарного режиму по ділянці трубопроводу великого діаметру

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі \_\_\_\_\_

1. Системний аналіз предметної області

2. Вибір і обґрунтування методу розв'язання

3. Програмна реалізація

4. Результати обчислювального експерименту

5. Аналіз можливих застосувань

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій \_\_\_\_\_

1. Актуальність теми роботи \_\_\_\_\_

2. Постановка задачі \_\_\_\_\_

3. Системний аналіз предметної області \_\_\_\_\_

4. Метод чисельного аналізу \_\_\_\_\_

5. Результати обчислювального експерименту \_\_\_\_\_

### КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Підбір та вивчення технічної літератури за темою роботи	7 – 13 листопада 2022 р.	виконано
2	Вибір та обґрунтування методу	14 – 20 листопада 2022 р.	виконано
3	Розробка алгоритму і програми	21 – 27 листопада 2022 р.	виконано
4	Проведення аналітичних досліджень та розрахунків	28 листопада – 4 грудня 2022 р.	виконано
5	Робота над текстом пояснювальної записки	28 листопада – 6 грудня 2022 р.	виконано
6	Представлення роботи на рецензію в ЕК	7 грудня 2022 р.	виконано

Дата видачі завдання 7 листопада 2022 р.

Студент \_\_\_\_\_  
(підпис)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ проф. Гусарова І.Г.  
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 118 с., 20 табл., 109 рис., 2 дод., 15 джерел.

НЕСТАЦІОНАРНИЙ РЕЖИМ, МЕТОД СКІНЧЕННИХ РІЗНИЦЬ, ГАЗОВИЙ ПОТІК, НЕЯВНА СКІНЧЕННО-РІЗНИЦЕВА СХЕМА, РІВНОМІРНА ТА НЕРІВНОМІРНА СКІНЧЕННО-РІЗНИЦЕВА СІТКА, ДІЛЯНКА ТРУБОПРОВОДУ, ТРАНСПОРТУВАННЯ ГАЗУ.

Об'єкт дослідження – нестационарні режими течії газу по ділянці трубопроводу (ДТ) великого діаметру.

Мета роботи – порівняння методу скінченних різниць з використанням рівномірної та методу різниць з використанням нерівномірної неявних скінченно-різницевої сітки для моделювання нестационарних неізотермічних режимів течії газу (НН РТГ) по ділянці трубопроводу великого діаметру для отримання більш точних значень параметрів газового потоку поблизу границь ДТ за найменший час.

Методи дослідження – метод скінченних різниць з застосуванням нерівномірної та рівномірної неявної скінченно-різницевої сітки.

В ході кваліфікаційної роботи був проведений огляд існуючих методів та вибір чисельного методу для моделювання НН по ДТ великого діаметру, який дозволяв би отримувати більш точні значення параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу. Були описані методи скінченних різниць з використанням рівномірної та нерівномірної неявних скінченно-різницевої сітки для моделювання РТГ по ДТ. Розроблено програми на основі розглянутих методів, проведено порівняння результатів чисельного моделювання.

Результати роботи можуть бути використані у газовій промисловості. Вони показують можливість зменшення часу на розрахунок параметрів газового потоку поблизу границь ДТ при аварійних та нештатних ситуаціях.

## ABSTRACT

Introductory note: 118 pages, 20 tables, 109 figures, 2 appendixes, 15 sources.

NON-STATIONARY REGIME, FINITE-DIFFERENCE METHOD, GAS FLOW, IMPLICIT FINITE-DIFFERENCE SCHEME, UNIFORM AND NON-UNIFORM FINITE-DIFFERENCE GRID, PIPELINE SECTION, GAS TRANSPORT.

Object of research – non-stationary regimes of gas flow through a section of a large diameter pipeline (SP).

Purpose of work – comparison of the finite-difference method using uniform and the difference method using non-uniform implicit finite-difference grids for modeling non-stationary non-isothermal gas flow regimes (NN RGF) along a section of a large-diameter pipeline in order to obtain more accurate values of gas flow parameters near the boundaries in the shortest time.

Methods of research – finite difference method using non-uniform and uniform implicit finite-difference grid.

In the qualification work, a review of existing methods was carried out and a numerical method was selected for modeling NN regimes on a large-diameter SP, which would allow obtaining more accurate values of gas flow parameters near the borders of the pipeline section. The finite-difference methods using uniform and non-uniform implicit finite-difference grids for modeling regimes RGF by SP was described. Programs were developed based on the considered methods, and the results of modeling were compared.

The work results can be used in the gas industry. They show the possibility of reducing the time for calculating the parameters of the gas flow near the boundaries of the SP in emergency and abnormal situations.

## ЗМІСТ

	С.
Вступ .....	7
1 Системний аналіз предметної області та постановка задач дослідження .....	9
1.1 Огляд існуючих методів моделювання режимів течії газу по ділянці трубопроводу .....	9
1.2 Змістовна та формальна постановка задачі .....	16
1.3 Постановка задач дослідження .....	18
2 Вибір та обґрунтування методу розв’язання .....	19
2.1 Метод скінченних різниць з використанням нерівномірної неявної скінченно-різницевої сітки для чисельного розрахунку ННРТГ по ділянці трубопроводу .....	19
2.2 Метод скінченних різниць з використанням рівномірної неявної скінченно-різницевої сітки для чисельного розрахунку ННРТГ по ділянці трубопроводу .....	24
3 Програмна реалізація .....	28
3.1 Система комп’ютерної алгебри Mathematica 11.1 .....	28
3.2 Опис програми .....	29
4 Результати обчислювального експерименту та їх аналіз .....	30
Висновки .....	78
Перелік джерел посилання .....	79
Додаток А Лістинг програми для нерівномірного шаблону.....	81
Додаток Б Лістинг програми для рівномірного шаблону .....	102

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Актуальність теми обумовлена дослідженням можливості зменшення часу на розрахунок параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу (ДТ) при аварійних та нештатних ситуаціях за допомогою вибору нерівномірної скінченно-різницевої сітки та збільшення часу на прийняття рішень на подолання можливих наслідків таких ситуацій.

У всьому світі газова промисловість завжди була однією з найважливіших галузей в економіці. Ефективне транспортування газу – важливий чинник енергетичної безпеки. Проблема забезпечення надійності та безпеки газотранспортної системи є достатньо актуальною для нашої країни.

Чисельне моделювання нестационарних неізотермічних режимів роботи системи транспортування газу дає можливість описувати і прогнозувати аварійні та нештатні ситуації на підприємствах, та їх наслідки як на лінійних ділянках газотранспортних систем, так і на компресорних станціях.

**Мета і завдання кваліфікаційної роботи.** Метою кваліфікаційної роботи є порівняння методу скінченних різниць з використанням рівномірної та методу різниць з використанням нерівномірної неявних скінченно-різницевих сіток для моделювання нестационарних неізотермічних режимів течії газу (НН РТГ) по ДТ великого діаметру з метою отримання більш точних значень параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу за найменший час. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні завдання:

- вибір математичної моделі НН РТГ по ДТ великого діаметру;
- огляд існуючих методів та вибір чисельного методу для моделювання нестационарних режимів по ДТ великого діаметру, який дозволяв би отримувати більш точні значення параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу;
- розробка алгоритмів для рівномірної та нерівномірної неявних скінченно-різницевих сіток;

– розробка програмного продукту, який розраховує параметри газового потоку при ННРТГ по ДТ на основі обраних методів;

– проведення чисельних експериментів для порівняння обраних методів.

*Об'єктом дослідження є неізотермічні нестационарні режими течії газу по ділянці трубопроводу великого діаметру.*

*Предметом дослідження є чисельні методи для обчислення параметрів газового потоку поблизу границь за найкращий час.*

**Методи дослідження.** У кваліфікаційній роботі використовуються методи розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь та методи чисельного інтегрування систем гіперболічних рівнянь у частинних похідних.

**Публікації.** Результати, отримані у кваліфікаційній роботі, було представлено на IV International Scientific and Practical Conference «Theoretical and empirical scientific research: concept and trends» (Велика Британія, м. Оксфорд, 14 жовтня 2022 р.) [4] та на III International Scientific and Theoretical Conference «Current issues of science, prospects and challenges» (Австралія, м. Сідней, 25 листопада 2022 р.) [15].

# 1 СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

## 1.1 Огляд існуючих методів моделювання режимів течії газу по ділянці трубопроводу

Проблема безпечного газотранспортування є достатньо актуальною в наш час. Для зменшення надзвичайних ситуацій та катастроф на підприємствах при транспортуванні газу, треба автоматизувати цей процес, а саме створити ММ, яка описує режими течії газу та обрати чисельний метод моделювання життєвого циклу розглянутої трубопровідної системи, в тому числі методи моделювання режимів течії при аварійних або позаштатних ситуаціях.

Є велика необхідність у розробці чисельних методів, які зможуть промоделювати нестационарні процеси течії газу та управління в позаштатних і аварійних ситуаціях в системі транспорту газу. Будемо розглядати методи розв'язання систем гіперболічних диференціальних рівнянь в частинних похідних.

Для моделювання нестационарних режимів можна, наприклад, розглянути математичну модель, що описує нестационарний одновимірний рух природного газу в трубопроводі постійного перерізу, яка отримана з загальних теорем газової динаміки: інтегральних законів збереження маси, імпульсу та енергії, з використанням загальних фундаментальних положень термодинаміки. Отримана система нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних, замкнута відносно трьох невідомих функцій тиску, питомої масової витрати та температури, та описана у роботі [1]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - \frac{z_2 p}{z_1 T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{Rz^2 T}{z_1} \frac{\partial W}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \left[ 1 - \frac{z_1 RTW^2}{p^2} \right] \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2zRTW}{p} \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{z_2 RW^2}{p} \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\lambda zRTW|W|}{2Dp} - \frac{gp}{zRT} \frac{dh}{dx},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{C_p zRTW}{C_V p} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{z_2 (zRT)^2}{z_1 C_V p} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{zz_2}{C_V} \left( \frac{RT}{p} \right)^2 W \frac{\partial p}{\partial x} = \\ = \frac{\lambda |W|^3}{2DC_V} \left( \frac{zRT}{p} \right)^3 - \frac{4kzRT}{C_V Dp} (T - T_n), \end{aligned}$$

де  $x$  – координата вздовж осі трубопроводу;

$t$  – час;

$p(x, t)$  – тиск;

$T(x, t)$  – абсолютна температура;

$D$  – діаметр трубопроводу;

$W(x, t) = r \cdot v$  – масова витрата, віднесена до одиниці площі поперечного перерізу трубопроводу;

$\rho$  – щільність газу;

$v$  – проекція швидкості газу на вісь трубопроводу;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$h(x)$  – висота осі трубопроводу;

$\lambda$  – коефіцієнт гідравлічного опору (безрозмірний параметр);

$k$  – коефіцієнт теплопередачі;

$T_n$  – температура навколишнього середовища;

$R$  – газова стала;

$z(p, T)$  – коефіцієнт стислості.

Для наших цілей така модель не підходить, бо вона не враховує ефект Джоуля-Томсона. У кваліфікаційній роботі розглядається математична модель нестационарного неізотермічного режиму течії газу по ДТ великого діаметру, яка враховує ефект Джоуля-Томсона [2]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \left( 1 - \alpha TS \frac{W^2}{P^2} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + 2\alpha TS \frac{W}{P} \frac{\partial W}{\partial x} + \beta TS \frac{W|W|}{P} + \frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \alpha TS \frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \left( \frac{\alpha^2 T^2 S^2}{PC_p} + D_i \alpha TS \right) \frac{\partial W}{\partial x} - \left( \frac{\alpha^2 T^2 S^2 W}{P^2 C_p} + \frac{D_i \alpha TSW}{P} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + \\ + \left( \frac{\alpha TSW}{P} + \frac{\alpha^3 T^2 S^3 W^3}{P^3 C_p} \right) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{4K\alpha TS}{DPC_p} (T_{sp} - T) + \frac{\beta \alpha^2 T^3 S^3 W^3}{P^3 C_p}, \end{aligned} \quad (1.3)$$

де  $P(x, t)$  – тиск газу;

$W(x, t)$  – питома масова витрата газу;

$T(x, t)$  – температура газу.

Рівняння транспорту газу включає в себе змінні коефіцієнти при похідних, тому вказувати, до якого типу рівнянь відносяться розглядувані вирази, практично неможливо. Внаслідок цього постає проблема вибору універсального методу розрахунку вказаної системи диференціальних рівнянь. Розрахунок режимів роботи газопроводів для оперативного керування потрібно провести за досить короткий час, з іншого боку, довжина ділянки, що розраховується, може досягати сотень кілометрів. Цей метод має бути швидкодіючим за умови достатньої точності розв'язку [3].

Для чисельного моделювання таких систем, які описуються диференціальними рівняннями у часткових похідних, часто використовуються такі методи, як метод скінченних різниць з використанням рівномірної або нерівномірної скінченно-різницевої сітки, метод характеристик (Массо, модифікований Массо), метод скінченного обсягу, метод скінченних різниць з використанням методу Лагранжевих частинок, інтегро-інтерполяційний метод та ін. Кожен із цих методів має свої переваги та недоліки [4].

Найбільш поширеним методом є метод сіток внаслідок своєї універсальності та наявності добре розроблених теорій. Метод сіток або метод скінченних різниць є одним з найбільш поширених методів чисельного розв'язку крайових задач для рівнянь математичної фізики. Ідея методу

належить І. Ейлеру. Суть його полягає в наступному. Область неперервної зміни аргументів функції заданої крайової задачі заміняють дискретною (як правило скінченною) множиною точок. Ці точки називають вузлами. Множина вузлів утворює так звану різницеву сітку. Пошук невідомої функції неперервних аргументів зводять до пошуку деякої сіткової функції дискретних аргументів, заданих на утвореній різницевій сітці. Для цього початкове диференціальне рівняння (чи їх систему) апроксимують (заміняють), тобто представляють у вузлах сітки системою (чи системами) алгебраїчних рівнянь, кількість яких дорівнює кількості вузлів сітки, а невідомими є значення сіткової функції дискретних аргументів.

Крайові умови (початкові і граничні) заміняються різницевими крайовими умовами для сіткової функції. Кожне алгебраїчне рівняння для відповідного вузла різницевої сітки отримується із заданого диференціального рівняння чи додаткових умов (крайових умов) заміною в них значень похідних чи диференціалів їх економічно-різницеvim аналогами в усьому вузлі.

Для більшості різницевих схем вузли сітки лежать на перетині деяких прямих ліній, проведених або у звичайній системі координат, або у спеціально підібраній за формою області визначення  $G$  шуканих функцій. Вибір виду сітки значною мірою залежить від форми області  $G$ . Для двомірних задач у прямокутній області найчастіше використовують прямокутну сітку, значно менше – трикутну та шестикутну [5]. Основні скінченно-різницеві формули для часткових похідних можуть бути одержані за допомогою розкладання у ряди Тейлора.

Метод скінченних різниць використовує явну або неявну скінченно-різницеvu схему. Слід відзначити, що залежно від способу апроксимації похідних одержані алгебраїчні рівняння можуть мати одне чи декілька невідомих значень функції на новому шарі. У першому випадку схеми називають явними, у другому – неявними. Метод скінченних різниць використовує явну або неявну скінченно-різницеvu схему. Явна різницева схема досить проста для розуміння, але володіє істотними недоліками і при

чисельних розрахунках прикладних задач спеціалістами в даний час майже не використовується [3].

Основною перевагою явних систем є простота розв'язку апроксимуючих рівнянь [6]. Явні схеми економічні, оскільки для переходу до нового шару потрібно виконати арифметичні дії у кількості, пропорційній до першого ступеня числа невідомих. У цьому розумінні явна схема не поліпшується. Суттєвим недоліком явних схем є: по-перше, динамічна нестійкість, пов'язана з обмеженням на величину кроку за часом; по-друге, статична нестійкість, зумовлена для рівняння теплообміну за величиною температуропровідності. Вказані недоліки явних різницевих схем призвели до необхідності використання для розв'язку систем диференціальних рівнянь неявних схем. У [5] зазначається, що при чисельному вивченні складних задач, особливо на початковій стадії роботи, коли невідомий характер поведінки розв'язку, доцільніше використовувати явні схеми. У подальшому ж слід віддавати перевагу більш ефективним схемам, зокрема неявним. Перевагою неявних скінченно-різницевих схем над іншими є те, що їхня стійкість не залежить від вибору співвідношення між просторової та часової змінними та дозволяє значно зменшити час розрахунку на ЕОМ режиму течії газу по ДТ.

Розглянемо ще один метод розв'язку систем диференціальних рівнянь – метод скінченних елементів (МСКЕ) [7] і його подальшу розробку – метод суперелементів (МСЕ) [8]. Метод скінченних елементів є сітковим методом, призначеним для вирішення завдань мікрорівня, для якого модель об'єкта задається системою диференціальних рівнянь в часткових похідних із заданими крайовими умовами. Метод скінченних елементів успішно застосовується в найрізноманітніших завданнях. Цей метод незамінний, якщо потрібно враховувати геометричні особливості областей – тоді ЕОМ використовується не тільки для вирішення системи рівнянь, але, в першу чергу, для формулювання і побудови дискретних апроксимацій. З математичної точки зору метод являє собою узагальнення методу Релея - Рітца - Гальоркіна. Тому він застосовний до широкого класу рівнянь в часткових похідних. До переваг

МСКЕ слід віднести виняткову індіферентність відносно геометрії області, що розглядається, крайових умов задачі, законів зміни властивостей середовища та зовнішніх впливів на область [7]. Крім того, МСКЕ наділений простою фізичною інтерпретацією основних його обчислювальних операцій. До загальних недоліків цього методу слід віднести необхідність обробки великих об'ємів інформації, що часто дуже складно навіть при використанні найдосконаліших ЕОМ, а також значну затрату праці при підготовці початкових даних для реалізації МСКЕ [8].

На відміну від методів, що опираються на скінченно-різницеві схеми, методи скінченних елементів можуть забезпечити високий рівень точності, а отже, і зменшити розміри системи рівнянь, які підлягають розв'язанню. Тому вимоги до обробки даних виявляються менш жорсткими, і з метою підвищення величини кроку за часом можна скористатися багатоступінчастими різницеvими схемами за часовою змінною. Водночас при розв'язанні нелінійних задач за допомогою цих методів доводиться на кожному кроці за часом обчислювати інтеграли, і в результаті цього об'єм арифметичних операцій на кожному кроці виявляється значно більшим, ніж при використанні скінченно-різницеvих схем. Отже, незважаючи на більшу точність, ці процедури високого порядку, пов'язані з застосуванням МСКЕ, не дають суттєвих переваг у часі порівняно з методами скінченних різниць при заданій точності розрахунків [8].

Якщо подивитись на роботи різних авторів [5], бачимо, що більшість неявних схем, безумовно стійких при застосуванні до диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, не може бути такою ж і при застосуванні до системи рівнянь, які описують течію стисливої рідини. Багато нелінійних задач течії газів успішно розв'язуються за допомогою явних схем [3]. У зв'язку з цим постає питання про застосування в задачах транспортування природного газу інших методів, таких як: метод «прямих», метод характеристик, метод контрольного об'єму, інтегральний метод та ін. Метод «прямих» є одним із багатокрокових за часом методів з явною схемою по просторових змінних. У цьому методі сітка вводиться тільки для частини змінних, які розглядаються як

дискретні, а одна змінна, переважно час  $\tau$ , залишається безперервною. При цьому рівняння у часткових похідних апроксимується диференціально-різницеvими аналогами, які становлять систему значного числа звичайних диференціальних рівнянь [10]. Метод «прямих» дає змогу ефективно розв'язувати різноманітні задачі, які виникають при моделюванні динамічних властивостей трубопровідних систем. Недоліком цього методу є те, що при розрахунку ділянки в магістральних газопроводах довжиною в декілька сотень кілометрів доводиться розв'язувати систему диференціальних рівнянь великої розмірності. У процесі зведення початкових рівнянь до звичайних диференціальних опираються на неперервність початкових функцій та їх похідних по всій області інтегрування [3]. Цей метод не дасть значно зменшити час розрахунку на ЕОМ, як у випадку із методом скінченних різниць.

Для порівняння розглянемо також метод характеристик – метод теоретичного дослідження та розрахунку стаціонарних надзвукових течій та нестаціонарних течій газу, які описуються рівняннями Ейлера гіперболічного типу та мають дійсні характеристики. Його суть зводиться до відшукування таких напрямків, де часткове диференціальне рівняння може бути спрощене до звичайного диференціального рівняння. Цей метод незручний при розрахунках складних схем, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Крім того, різкі зміни параметрів системи (наприклад, перепад тиску в магістральному газопроводі) призводять до неможливості розв'язання методом характеристик [6]. Метод характеристик може використовувати метод Массо та модифікований метод Массо. У результаті досліджень, незалежно від довжини ділянки і діаметра трубопроводу, при однаковій кількості точок розбиття модифікований метод Массо та метод Массо дають практично однакові результати, але модифікований метод Массо дозволяє за менший час проводити розрахунок параметрів газового потоку при перехідних процесах. В порівнянні з методом характеристик метод скінченних різниць з використанням неявних різницеvих схем має кращий час розрахунку [11].

Найважливішими критеріями порівняння методів, що обираються, є

точність значення параметрів газового потоку поблизу границь, час розрахунку та незалежність стійкості алгоритму від співвідношення між параметрами дискретизації по просторовій та часовій змінним. В результаті аналізу можна обрати метод скінчених різниць з використанням неявних схем, який дозволяє більш точно описувати режими течії газу як поблизу границь ділянки трубопроводу, так і по всій довжині, більше повно описувати перехідні процеси, зокрема в аварійних та позаштатних ситуаціях, що дозволяє більш точно прогнозувати наслідки аварій та вибирати заходи для їх запобігання.

## 1.2 Змістовна та формальна постановка задачі

Метою кваліфікаційної роботи є порівняння методу скінчених різниць з використанням рівномірної та методу скінчених різниць з використанням нерівномірної неявних скінченно-різницевих сіток для моделювання нестационарних неізотермічних режимів течії газу по ділянці трубопроводу великого діаметру з метою отримання більш точних значень параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу за найкращий час.

Розглядається ДТ, що має вигляд циліндричної труби заданої довжини з жорсткими стінками та постійним діаметром, на границях якої відбувається різка зміна граничних умов.

Задачею кваліфікаційної роботи є знаходження параметрів газового потоку та вибору найкращого методу для розрахунку параметрів газового потоку з точки зору точності та витраченого часу роботи ЕОМ.

Розглянемо лінійну ділянку (ЛД) трубопроводу довжини  $L$  (рис. 1.1).

На рис. 1.1 у схематичному вигляді показується ділянка трубопроводу, де кружечки 1, 2 це вхід та вихід цієї ділянки.

На кінцях ділянки відбувається різка зміна граничних умов, з цього можемо сказати, що режим течії є нестационарними та неізотермічними.

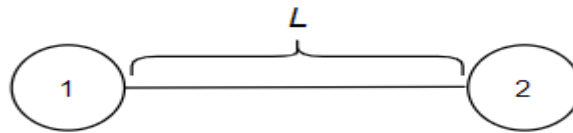


Рисунок 1.1 – Ділянка трубопроводу

Щоб описати режим течії газу виділимо область  $\Lambda = \{(x,t), x \in [0,L], t \in [0, T_{\max}]\}$ , де  $T_{\max}$  – кінцевий час процесу. Описують режим такі функції  $W(x,t)$ ;  $P(x,t)$ ;  $T(x,t)$ : питома масова витрата, тиск і температура, задані в області  $\Lambda$ .

У вузлах 1 та 2 задані граничні умови 1-го або 2-го типу, тобто задані або тиск, або витрата газу, як функція часу, крім того задана температура газу. Початковий розподіл параметрів газового потоку має вигляд:

$$\begin{aligned} P(x,0) &= P_0(x), \\ T(x,0) &= T_0(x), \\ W(x,0) &= W_0(x), \\ x &\in (0,L), \end{aligned}$$

де  $P_0(x), T_0(x), W_0(x)$  – задані функції.

Граничні умови:

$$\begin{cases} \left[ \begin{aligned} P(0,t) &= P^1(t), \\ G(0,t) &= G^1(t), \\ T(0,t) &= T^1(t), \end{aligned} \right. \\ \left[ \begin{aligned} P(L,t) &= P^2(t), \\ G(L,t) &= G^2(t), \end{aligned} \right. \end{cases}$$

де  $G(x,t)$  – масова витрата,  $G^1(t), T^1(t), P^1(t), G^2(t), P^2(t)$  – задані функції.

Для розрахунків НН РТГ по ДТ виявляється можливим в якості початкового розподілу обирати параметри потоку газу зі стаціонарного режиму [12].

### 1.3 Постановка задач дослідження

Поставлена мета роботи зумовлює наступні етапи:

- вибір математичної моделі НН РТГ по ДТ великого діаметру;
- огляд існуючих методів та вибір чисельного методу для моделювання нестационарних режимів по ДТ великого діаметру, який дозволяв би отримувати більш точні значення параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу;
  - розробка алгоритмів для рівномірної та нерівномірної неявних скінченно-різницевих сіток;
  - розробка програмного продукту, який розраховує параметри газового потоку при НН РТГ по ДТ на основі обраних методів;
  - проведення чисельних експериментів для порівняння обраних методів.

Об'єктом дослідження є нестационарні режими течії газу по ділянці трубопроводу великого діаметру.

Предметом дослідження є чисельні методи для розв'язання параметрів поблизу границь за найкращий час.

Методом дослідження є методи розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь та методи чисельного інтегрування систем гіперболічних рівнянь у частинних похідних.

## 2 ВИБІР ТА ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ

2.1 Метод скінченних різниць з використанням нерівномірної неявної скінченно-різницевої сітки для чисельного розрахунку НН РТГ по ділянці трубопроводу

Для моделювання НН РТГ по ділянці трубопроводу був обраний один з методів чисельного розв'язання диференціальних рівнянь – метод скінченних різниць з використанням нерівномірної скінченно-різницевої сітки. Ми використовуємо неявну скінченно-різницеву схему, бо вона є достатньо стійкою при співвідношенні кроків за часовою і просторовою змінними.

Напишемо систему (1.1) – (1.3) в матричній формі:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + B \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi, \quad (2.1)$$

де

$$B = \begin{bmatrix} 2S \frac{W}{P} T \alpha & 1 - \frac{\alpha T S W^2}{P^2} & 0 \\ S \alpha T & 0 & 0 \\ T \alpha S D_i + \frac{\alpha^2 S^2 T^2}{P C_p} & -\frac{T^2 \alpha^2 S^2 W}{C_p P^2} - \frac{T S W D_i \alpha}{P} & \frac{T^2 W^3 \alpha^3 S^3}{P^3 C_p} + \frac{T \alpha S W}{P} \end{bmatrix},$$

$$\Phi(x, t, \phi) = \begin{bmatrix} -S \beta T \frac{|W| W}{P} - \frac{g}{S \alpha T} \frac{P}{dx} \\ 0 \\ (T_{zp} - T) \frac{4 K T \alpha S}{P D C_p} + \frac{\alpha^2 \beta S^3 T^3 W^3}{P^3 C_p} \end{bmatrix} -$$

матриці, у яких елементи неперервні та неперервно диференційовані в певній

області зміни аргументів функції змінних  $x, t, W, P, T$ ;  $\varphi = (W(x, t), P(x, t), T(x, t))$  – неперервно диференційований в  $\Lambda = \{(x, t), x \in [0, L], t \in [0, T_{\max}]\}$  розв’язок рівняння.

Для отримання розв’язку системи (2.1) поділимо відрізок  $[0, L]$  на  $m$  відрізків, які мають довжину  $\Delta x$ , а потім перший і останній відрізки навпіл. Маємо  $m+2$  відрізків. Перший, другий, останній і передостанній довжиною  $\frac{\Delta x}{2}$ , інші довжиною  $\Delta x$ , отже маємо  $m+3$  точки розбиття  $x_i, i = \overline{0, m+2}$  [2].

Після певних перетворень отримаємо наступну систему різницьових рівнянь [13].

При  $i=0$ :

$$\frac{\varphi_0^k - \varphi_0^{k-1}}{\Delta t} + B_0^k \frac{2(\varphi_1^k - \varphi_0^k)}{\Delta x} = \Phi_0^k,$$

тобто

$$\frac{1}{\Delta t} \varphi_0^k - \frac{2}{\Delta x} B_0^k \varphi_0^k + \frac{2}{\Delta x} B_0^k \varphi_1^k = \Phi_0^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_0^{k-1}. \quad (2.2)$$

Для  $i=1, i=2$  різницьові рівняння наведені в роботі [13].

Напишемо рівняння для проміжних точок

$$-\frac{1}{2\Delta x} B_i^k \varphi_{i-1}^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_i^k + \frac{1}{2\Delta x} B_i^k \varphi_{i+1}^k = \Phi_i^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_i^{k-1}, \quad i = \overline{3, m-1}. \quad (2.3)$$

Далі отримаємо для  $i = m, i = m+1, i = m+2$ :

$$\frac{\varphi_m^k}{\Delta t} - \frac{1}{3\Delta x} B_m^k \varphi_{m-1}^k + \frac{4B_m^k}{3\Delta x} \varphi_{m+1}^k + \frac{1}{\Delta x} B_m^k \varphi_m^k = \frac{\varphi_m^{k-1}}{\Delta t} + \Phi_m^k, \quad i = m, \quad (2.4)$$

$$\frac{\varphi_{m+1}^k}{\Delta t} - \frac{B_{m+1}^k \varphi_m^k}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta x} B_{m+1}^k \varphi_{m+2}^k = \Phi_{m+1}^k + \frac{\varphi_{m+1}^{k-1}}{\Delta t}, \quad i = m+1, \quad (2.5)$$

$$\frac{\varphi_{m+2}^k}{\Delta t} - \frac{2\varphi_{m+1}^k}{\Delta x} B_{m+2}^k + \frac{2B_{m+2}^k}{\Delta x} \varphi_{m+2}^k = \frac{1}{\Delta t} \varphi_{m+2}^{k-1} + \Phi_{m+2}^k, \quad i = m+2. \quad (2.6)$$

Розв'язком системи (2.2) – (2.6) є вектор

$$\varphi^k = (\varphi_0^k, \varphi_1^k, \varphi_2^k, \dots, \varphi_i^k, \dots, \varphi_m^k, \varphi_{m+1}^k, \varphi_{m+2}^k) = (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_{m+2}^k, P_{m+2}^k, T_{m+2}^k).$$

Дану систему (2.2) – (2.6) розв'язували методом Ньютона.

На  $(p+1)$ -й ітерації  $k$ -го часового шару отримаємо систему лінійних рівнянь, яка в загальному вигляді буде мати вигляд:

$$A^{k,p} f^{k,p+1} \delta = \psi^{k,p}, \quad (2.7)$$

$$A^{k,p} = \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial f^k} \right]_{f^{k,p}},$$

де  $\delta f^{k,p+1}$  – вектор поправок до невідомих на  $(p+1)$ -й ітерації  $k$ -го часового шару;

$\psi^{k,p}$  – вектор нев'язок, який був визначений на розв'язку, отриманому на попередній  $p$ -й ітерації  $k$ -го часового шару;

$A^{k,p}$  – матриця Якобі, яка визначена на розв'язку, який був отриманий на попередній  $p$ -й ітерації.

Формули отриманих компонент вектору нев'язок в точках  $0, 1, 2$  та  $m, m+1, m+2$  для  $k$ -го часового шару  $p$ -ї ітерації були описані в роботі [13].

Для внутрішніх точок ділянки ( $i = 3, \dots, m-1$ ) вектори нев'язок обчислюються за формулою:

$$\psi_i^{k,p} = \frac{1}{\Delta t} \varphi_i^{k,p} - \frac{1}{\Delta t} \varphi_i^{k-1} - \Phi_i^{k,p} + \frac{B_i^{k,p}}{2\Delta x} (\varphi_{i+1}^{k,p} - \varphi_{i-1}^{k,p}), \quad i = \overline{3, m-1}. \quad (2.8)$$

Подивимось на компоненти вектору нев'язок для моделі в третій точці розбиття для  $k$ -го часового шару  $p$ -ї ітерації (індекси  $k$  та  $p$  у змінних для зручності опущені):

$$\begin{aligned} \psi_3^{k,p} = (\psi_{3,1}^{k,p}, \psi_{3,2}^{k,p}, \psi_{3,3}^{k,p}) = & \\ & \left( \begin{aligned} & -\frac{\frac{2ST_3W_2W_3\alpha}{P_3} + P_2\left(1 - \frac{ST_3W_3^2\alpha}{P_3^2}\right)}{2\Delta x} + \frac{\frac{2ST_3W_3W_4\alpha}{P_3} + P_4\left(1 - \frac{ST_3W_3^2\alpha}{P_3^2}\right)}{2\Delta x} + \\ & + \frac{W_3}{\Delta t} - \frac{W_3^{k-1}}{\Delta t} + \frac{ST_3W_3\beta|W_3|}{P_3} + \frac{gP_3h'(x)}{ST_3\alpha}, \\ & -\frac{ST_3W_2\alpha}{2\Delta x} + \frac{ST_3W_4\alpha}{2\Delta x} + \frac{P_3}{\Delta t} - \frac{P_3^{k-1}}{\Delta t}, \\ & \frac{4KST_3(T_3 - T_{ep})\alpha}{C_pDP_3} - \frac{S^3T_3^3W_3^3\alpha^2}{C_pP_3^3} - \\ & -\frac{W_2\left(D_jST_3\alpha + \frac{S^2T_3^2\alpha^2}{C_pP_3}\right) + P_2\left(-\frac{D_jST_3\alpha W_3}{P_3} - \frac{S^2T_3^2\alpha^2W_3}{C_pP_3^2}\right) + T_2\left(\frac{SW_3T_3\alpha}{P_3} + \frac{S^3T_3^2W_3^3\alpha^3}{C_pP_3^3}\right)}{2\Delta x} + \\ & + \frac{W_4\left(D_jST_3\alpha + \frac{S^2T_3^2\alpha^2}{C_pP_3}\right) + P_4\left(-\frac{D_jST_3\alpha W_3}{P_3} - \frac{\alpha^2W_3S^2T_3^2}{C_pP_3^2}\right) + T_4\left(\frac{ST_3\alpha W_3}{P_3} + \frac{S^3T_3^2\alpha^3W_3^3}{C_pP_3^3}\right)}{\Delta x} + \\ & + \frac{T_3}{\Delta t} - \frac{T_3^{k-1}}{\Delta t} \end{aligned} \right) \end{aligned}$$

Виходячи зі співвідношень, які описані у роботі [13] та співвідношення (2.8) матриця Якобі має вигляд:

$$\left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,p}} = \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_0^k} \right]_{\phi^{k,p}} & \frac{2}{\Delta x} B_0^{k,p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{B_1^{k,p}}{\Delta x} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_1^k} \right]_{\phi^{k,p}} & \frac{B_1^{k,p}}{\Delta x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{4}{3\Delta x} B_2^{k,p} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_2^k} \right]_{\phi^{k,p}} & \frac{B_2^{k,p}}{3\Delta x} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{B_i^{k,p}}{2\Delta x} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_i^k} \right]_{\phi^{k,p}} & \frac{B_i^{k,p}}{2\Delta x} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{B_m^{k,p}}{3\Delta x} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_m^k} \right]_{\phi^{k,p}} & \frac{4}{3\Delta x} B_m^{k,p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\Delta x} B_{m+1}^{k,p} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_{m+1}^k} \right]_{\phi^{k,p}} & \frac{B_{m+1}^{k,p}}{\Delta x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{\Delta x} B_{m+2}^{k,p} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_{m+2}^k} \right]_{\phi^{k,p}} \end{bmatrix}.$$

Спочатку необхідно розрахувати стаціонарний режим транспортування газу. Потім нестационарний режим та з цього отримаємо більш точні значення параметрів газового потоку поблизу границь ДТ.

Алгоритм розрахунку режиму транспорту газу по ДТ, який допомагає знайти значення параметрів на  $(p+1)$ -ї ітерації  $k$ -го часового шару, знаючи параметри з попередньої ітерації та ГУ:

Крок 1. Для всіх точок ДТ обчислення нев'язок.

Крок 2. Розрахунок матриць Якобі для всіх точок ДТ.

Крок 3. Визначення поправок шляхом розв'язання лінійної системи алгебраїчних рівнянь.

Крок 4. Отримання нових значень невідомих параметрів газового потоку на  $(p+1)$ -й ітерації.

$$\phi_i^{k,p+1} = \phi_i^{k,p} - \delta\phi_i^{k,p+1}, \quad i = 0, \dots, m+2. \quad (2.9)$$

Крок 5. Перевірка збіжності  $\|\psi^{k,p+1}\| \leq \varepsilon$ , де  $\varepsilon$  – задана точність. Якщо задана точність не досягнута, то перехід до п.1, в іншому випадку до п.6.

Крок 6. Кінець розрахунку часового шару.

Використання обраної нерівномірної скінченно-різницевої сітки дозволяє отримати більш точні значення параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу.

## 2.2 Метод скінченних різниць з використанням рівномірної неявної скінченно-різницевої сітки для чисельного розрахунку ННРТГ по ділянці трубопроводу

Розглянемо метод скінченних різниць з використанням рівномірної скінченно-різницевої сітки. У методі скінченних різниць область неперервної зміни аргументів замінюється кінцевою (дискретною) множиною вузлів, які називають сіткою. Для розв'язку системи з використанням рівномірної неявної скінченно-різницевої сітки поділимо відрізок  $[0, L]$  на  $m$  рівних відрізків, які мають довжину  $\Delta x$ . Після цього маємо рівномірну скінченно-різницеву координатну сітку з  $(m+1)$ -ю точками розбиття  $x_i, i = \overline{0, m}$ .

Система різницевих рівнянь буде мати наступний вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{B_0^k \phi_0^k}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta x} B_0^k \phi_1^k + \frac{1}{\Delta t} \phi_0^k = \Phi_0^k + \frac{1}{\Delta t} \phi_0^{k-1}, \quad i = 0, \\ -\frac{B_i^k \phi_{i-1}^k}{2\Delta x} + \frac{\phi_i^k}{\Delta t} + \frac{1}{2\Delta x} B_i^k \phi_{i+1}^k = \frac{1}{\Delta t} \phi_i^{k-1} + \Phi_i^k, \quad i = \overline{1, m-1}, \\ -\frac{B_m^k \phi_{m-1}^k}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta t} \phi_m^k + \frac{1}{\Delta x} B_m^k \phi_m^k = \Phi_m^k + \frac{1}{\Delta t} \phi_m^{k-1}, \quad i = m. \end{array} \right. \quad (2.10)$$

Розв'язком системи рівнянь (2.9) буде вектор

$$\phi^k = (\phi_0^k, \phi_1^k, \phi_2^k, \dots, \phi_i^k, \dots, \phi_m^k) = (W_0^k, P_0^k, T_0^k, W_1^k, P_1^k, T_1^k, \dots, W_m^k, P_m^k, T_m^k).$$

Для розв'язання системи рівнянь візьмемо метод Ньютона, який дає можливість вирішувати нелінійні задачі. На  $(r+1)$ -й ітерації  $k$ -го часового шару отримаємо систему лінійних рівнянь, яка в загальному вигляді буде мати вид:

$$\left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,r}} \cdot \delta \phi^{k,r+1} = \psi^{k,r},$$

де  $\delta \phi^{k,r+1}$  – вектор поправок до невідомих на  $(r+1)$ -й ітерації;

$\psi^{k,r}$  – вектор нев'язок;

$\left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,r}}$  – матриці Якобі.

З цієї системи отримуються компоненти векторів поправок до невідомих.

Отримані вектори нев'язок в граничних точках 0 та  $m$  для  $k$ -го часового шару  $r$ -ї ітерації представлені у роботі [14].

Вектори нев'язок для внутрішніх точок ділянки ( $i=1, \dots, m-1$ ) обчислюються за формулою:

$$\psi_i^{k,r} = -\frac{B_i^{k,r} \phi_{i-1}^{k,r}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta t} \phi_i^{k,r} + \frac{1}{2\Delta x} B_i^{k,r} \phi_{i+1}^{k,r} - \frac{1}{\Delta t} \phi_i^{k-1} - \Phi_i^{k,r}. \quad (2.11)$$

Відповідно, матриця похідних  $\left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,r}}$  буде виглядати наступним

чином:

$$\left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi^k} \right]_{\phi^{k,r}} = \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_0^k} \right]_{\phi^{k,r}} & \frac{B_0^{k,r}}{\Delta x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-B_1^{k,r}}{2\Delta x} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_1^k} \right]_{\phi^{k,r}} & \frac{B_1^{k,r}}{2\Delta x} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \frac{-B_i^{k,r}}{2\Delta x} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_i^k} \right]_{\phi^{k,r}} & \frac{B_i^{k,r}}{2\Delta x} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \frac{-B_{m-2}^{k,r}}{2\Delta x} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_{m-2}^k} \right]_{\phi^{k,r}} & \frac{B_{m-2}^{k,r}}{2\Delta x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-B_{m-1}^{k,r}}{2\Delta x} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_{m-1}^k} \right]_{\phi^{k,r}} & \frac{B_{m-1}^{k,r}}{2\Delta x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-B_m^{k,r}}{\Delta x} & \left[ \frac{\partial \psi^k}{\partial \phi_m^k} \right]_{\phi^{k,r}} \end{bmatrix}.$$

Згідно формули (2.10) вирази для координат вектору нев'язок та елементи матриці Якобі записані в роботі [14].

Розглянемо алгоритм розрахунку режиму транспорту газу по ДТ для  $(r+1)$ -ї ітерації  $k$ -го часового шару:

Крок 1. Обчислення вектору початкових значень параметрів  $f^{k,0}$ .

Крок 2. Обчислення компонент вектору нев'язок  $\psi^{k,r}$ , враховуючи розв'язок на  $r$ -й ітерації.

Крок 3. Обчислення елементів матриці Якобі.

Крок 4. Визначення поправок, отриманих із розв'язання системи.

Крок 5. Розрахунок нових значень невідомих параметрів на  $(r+1)$ -й ітерації

$$f_i^{k,r+1} = f_i^{k,r} - \delta f_i^{k,r+1}, \quad i = \overline{0, m}.$$

Крок 6. Перевірка збіжності  $\|\psi^{k,r+1}\| \leq \varepsilon$ , де точність  $\varepsilon$  задана. Якщо бажана точність не досягнута, то  $r = r + 1$  та вертаємось до п. 1, а в іншому випадку – до п. 7.

Крок 7. Завершення розрахунку часового шару.

Використання обраної рівномірної скінченно-різницевої сітки дозволяє отримати значення параметрів газового потоку вздовж всієї ділянки трубопроводу. Більш точні значення поблизу границь за допомогою цієї сітки можна отримати за рахунок збільшення кількості точок розбиття.

Слід зазначити, що використання як нерівномірної неявної скінченно-різницевої сітки так і рівномірної неявної скінченно-різницевої сітки дозволяє зменшити час розрахунку перехідних процесів, тому що можна вибирати кроки розбиття по часовій  $\Delta t$  та по просторовій  $\Delta x$  змінним незалежно один від одного.

### 3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

#### 3.1 Система комп'ютерної алгебри Mathematica 11.1

Основа Mathematica – гнучка символна мова, що підтримує безліч парадигм програмування, просунуті інструменти налагодження, автоматичне проектування інтерфейсу та багато іншого. Вона спрощує весь процес розробки від дизайну до зовнішності. Mathematica представляє дані, програми, формули, графіки, документи у вигляді символних виразів.

Усі математичні можливості поміщені в невеликому наборі потужних функцій, що надають можливість розв'язання алгебраїчних, диференціальних, рекурентних та функціональних рівностей та нерівностей, а також лінійних систем; можливість проводити диференціальний та інтегральний аналізи, аналіз рядів та аналіз Фур'є, кластерний аналіз, інтегральні перетворення та багато іншого. А також: символні матриці, матриці з числами будь-якої точності, щільні, розріджені, матриці з мільйонами елементів, різні чисельні методи знаходження коренів і систем рівнянь алгебри.

Система комп'ютерної алгебри Wolfram Mathematica була розроблена компанією Wolfram Research. Вона містить безліч функцій, як аналітичних перетворень, так численних розрахунків. Крім того, програма підтримує роботу з графікою та звуком, включаючи побудову дво- та тривимірних графіків функцій, малювання довільних геометричних фігур, імпорт та експорт зображень та звуку.

Порівнюючи різні середовища для обчислення поставленої задачі був обраний пакет Wolfram Mathematica 11.1. Він був використаний для розробки програм та для проведення обчислювального експерименту, а саме для розрахунку більш точних значень параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу для рівномірної та нерівномірної неявних скінченно-різницевої сітки.

### 3.2 Опис програми

Було розроблено дві програми для моделювання нестационарного неізотермічного режиму течії газу із застосуванням методу скінченних різниць для рівномірного та нерівномірного шаблону та отримання більш точних значень параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу за допомогою Wolfram Mathematica 11.1.

Визначили кількість точок розбиття ДТ як для рівномірної, так і для нерівномірної скінченно-різницевої сітки та часовий інтервал розрахунку. Для теоретичних викладок написали вектори змінних, відповідних параметрам у кожній точці розбиття даного відрізка. Потім отримали вектори нев'язок та матрицю похідних нев'язок у символьному виді.

Потім задали технічні параметри ділянки трубопроводу: діаметр ДТ та його довжину, товщину стінок, коефіцієнт ефективності ділянки, та фізичні параметри: питому теплоємність, температуру ґрунту, коефіцієнт стисливості газу. Також були задані інші параметри, такі як температура ґрунту на глибині закладення газопроводу, температура і тиск газу на початку ДТ та коефіцієнт Джоуля-Томсона.

На початку та в кінці ділянки були задані граничні умови. Спочатку провели розрахунок стаціонарного режиму, потім перейшли до розрахунку нестационарного режиму течії газу. Були виведені результати у вигляді таблиць і графіків для рівномірного та нерівномірного шаблону відповідно.

Після проведених розрахунків, знайшли максимуми модулів різниці параметрів потоку газу (питомої масової витрати, тиску, температури газу) у відповідних точках розбиття по просторовій змінній для кожного шаблону та перейшли до аналізу отриманих результатів.

В результаті порівняння були отримані більш точні параметри газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу для НН РТГ та можливість зменшення часу на розрахунок цих параметрів.

## 4 РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Для проведення обчислювального експерименту спочатку задаємо такі параметри:

- а) довжина ділянки  $L = 84$  км;
- б) діаметр труби  $D = 1400$  мм;
- в) товщина стінок  $\delta = 10$  мм;
- г) еквівалентна шорсткість труб  $K_{шор} = 0,03$  мм;
- д) коефіцієнт ефективності  $E = 0,95$ .

Потім задаємо коефіцієнт стисливості газу  $z = 0,91$ , питому теплоємність  $C_p = 0,6559$ , коефіцієнт теплопередачі  $K = 1,4$ , відносну щільність газу по повітрю  $\Delta_1 = 0,6047$  та температуру ґрунту на глибині закладення газопроводу  $T_{gp} = 10^\circ\text{C}$ .

Крок розбиття по часовій змінній  $\Delta t = 300$  секунд, загальний час моделювання  $T_{\max} = 12$  годин, точність розрахунків  $\varepsilon = 10^{-6}$ .

Далі задаємо початкові умови: комерційну витрату газу  $q = 103,77$  млн.м<sup>3</sup>/доб, тиск газу на початку ДТ  $P_n = 83,7$  атм, температуру газу на початку ділянки  $T_n = 39^\circ\text{C}$ . Граничні умови, які відповідають ситуації підключення великого споживача, мають вид:

$$\begin{cases} P_1(0,t) = 83,7 \text{ атм}, \\ T_1(0,t) = 39^\circ\text{C}, \end{cases} \quad G(L,t) = \begin{cases} 103,77 \text{ млн.м}^3 / \text{доб}, t < 180 \text{ хв}, \\ 113,97 \text{ млн.м}^3 / \text{доб}, t \geq 180 \text{ хв}. \end{cases}$$

Порівняємо значення параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу, які отримані за допомогою методу скінченних різниць з використанням рівномірної та методу скінченних різниць з використанням нерівномірної неявних скінченно-різницевих сіток на 35-му, 36-му, 37-му, 38-

му, 39-му та 123-му часових шарах. Зміна граничних умов починалась з 36-го часового шару. Для нерівномірного шаблону кількість точок розбиття буде  $n = 7$ ,  $n = 12$ ,  $n = 22$  та для рівномірного відповідно  $n = 10$ ,  $n = 20$ ,  $n = 40$ .

Порівняємо результати, коли кількість точок розбиття буде  $n = 7$  та  $n = 10$  для нерівномірного та рівномірного шаблону відповідно. Отримаємо параметри газового потоку поблизу границь ДТ (табл. 3.1 – 3.6); графіки значень параметрів (рис. 3.1 – 3.36).

Таблиця 3.1 – Параметри потоку газу на 35-у часовому шарі

$x$ (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)
0	103,783000	83,700000	39,000000	103,777827	83,700000	39,000000
8,4	103,782080	82,145499	37,823861	103,778486	82,145652	37,786061
16,8	103,782520	80,544088	36,610277	103,777544	80,544695	36,625890
67,2	103,773748	70,445793	30,046011	103,772874	70,395655	29,970477
75,6	103,772227	68,621262	28,962792	103,771700	68,590029	28,904697
84	103,770000	66,775316	27,975519	103,770000	66,724246	27,894310

Таблиця 3.2 – Параметри потоку газу на 36-у часовому шарі

$x$ (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)
0	104,309426	83,700000	39,000000	104,309967	83,700000	39,000000
8,4	104,389440	82,128771	37,814054	104,290695	82,128846	37,773381
16,8	104,439094	80,504426	36,580251	104,440249	80,511186	36,600358
67,2	108,869826	70,071251	29,737608	108,502887	69,970694	29,607081
75,6	110,315419	67,983179	28,404375	110,152030	67,906276	28,300030
84	113,970000	65,864571	27,183173	113,970000	65,773163	27,063257

Таблиця 3.3 – Параметри потоку газу на 37-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	105,216143	83,700000	39,000000	105,259753	83,700000	39,000000
8,4	105,350280	82,100683	37,800010	105,221936	82,099466	37,755245
16,8	105,433863	80,443161	36,538599	105,487528	80,451591	36,559569
67,2	110,472356	69,696506	29,447535	110,292674	69,577127	29,293807
75,6	111,942085	67,546085	28,063752	111,840377	67,446921	27,936197
84	113,970000	65,359853	26,796258	113,970000	65,243385	26,652550

Таблиця 3.4 – Параметри потоку газу на 38-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	106,243061	83,700000	39,000000	106,342689	83,700000	39,000000
8,4	106,392772	82,069116	37,788223	106,295825	82,066172	37,739257
16,8	106,487759	80,376968	36,500296	106,600810	80,383310	36,519269
67,2	111,198741	69,376772	29,219172	111,134877	69,251929	29,055905
75,6	112,463023	67,200046	27,819227	112,420621	67,093068	27,682713
84	113,970000	64,985111	26,538895	113,970000	64,858296	26,385631

Таблиця 3.5 – Параметри потоку газу на 39-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	107,238598	83,700000	39,000000	107,383697	83,700000	39,000000
8,4	107,382437	82,038476	37,781129	107,334926	82,034107	37,728597
16,8	107,476123	80,313865	36,471365	107,632306	80,317084	36,487809
67,2	111,669647	69,107355	29,044953	111,651246	68,981095	28,876071
75,6	112,739106	66,912982	27,636161	112,724146	66,803843	27,495843
84	113,970000	64,679215	26,349968	113,970000	64,548844	26,193329

Таблиця 3.6 – Параметри потоку газу на 123-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	113,969972	83,700000	39,000000	113,970036	83,700000	39,000000
8,4	113,969923	81,825109	37,806603	113,970063	81,825106	37,735603
16,8	113,969969	79,878843	36,531668	113,970038	79,879707	36,535597
67,2	113,969906	67,419830	29,654117	113,970025	67,341235	29,459628
75,6	113,969944	65,111348	28,440086	113,970017	65,060255	28,278452
84	113,970000	62,760503	27,345735	113,970000	62,680736	27,160691

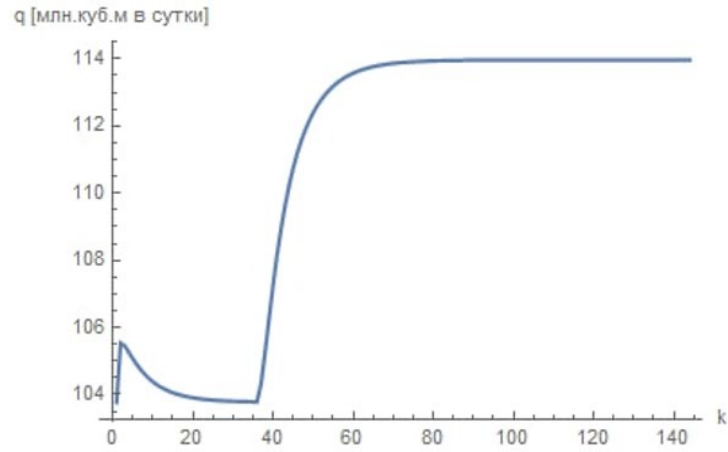


Рисунок 3.1 – Значення витрат газу в 0-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

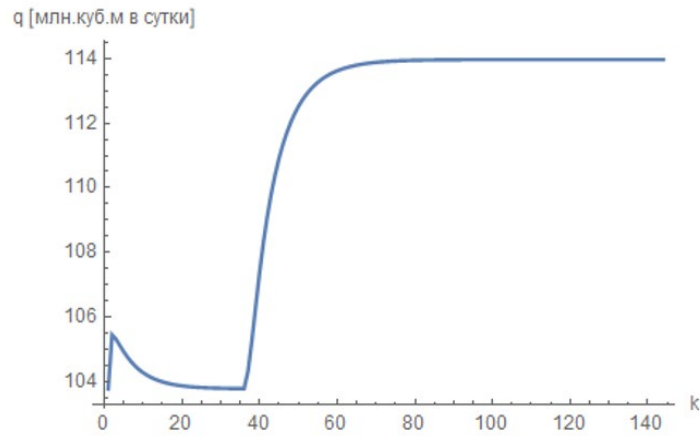


Рисунок 3.2 – Значення витрат газу в 0-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

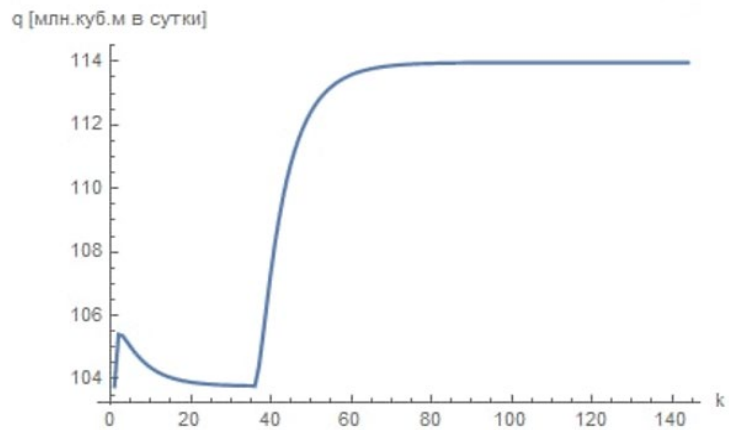


Рисунок 3.3 – Значення витрат газу в 1-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

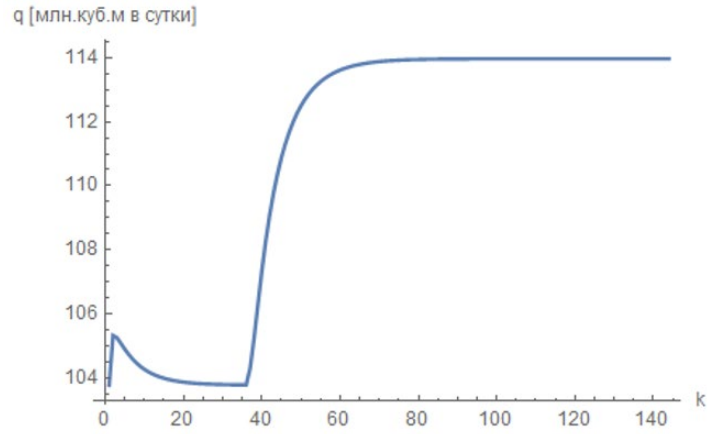


Рисунок 3.4 – Значення витрат газу в 1-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

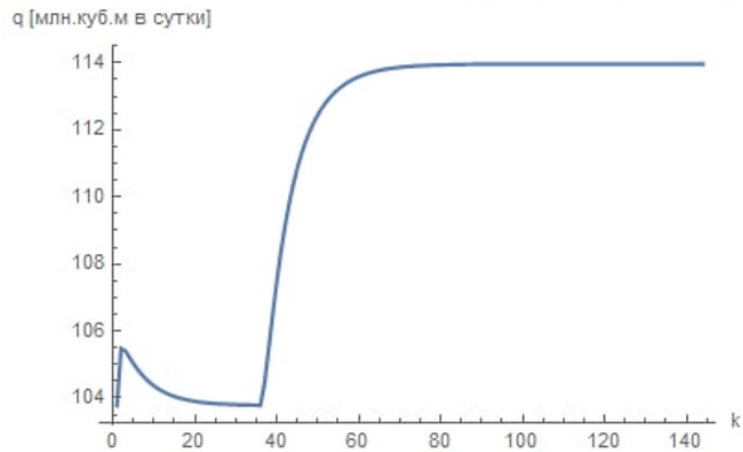


Рисунок 3.5 – Значення витрат газу в 2-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

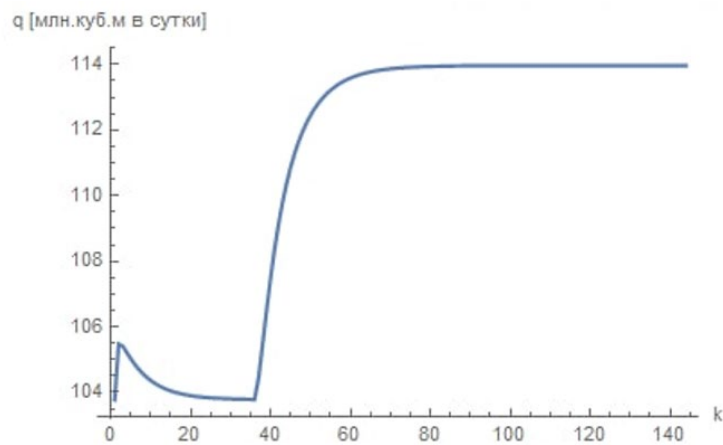


Рисунок 3.6 – Значення витрат газу в 2-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

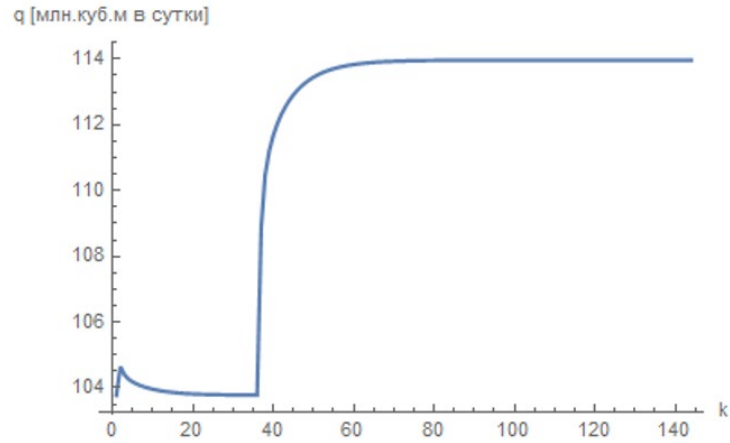


Рисунок 3.7 – Значення витрат газу в 5-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

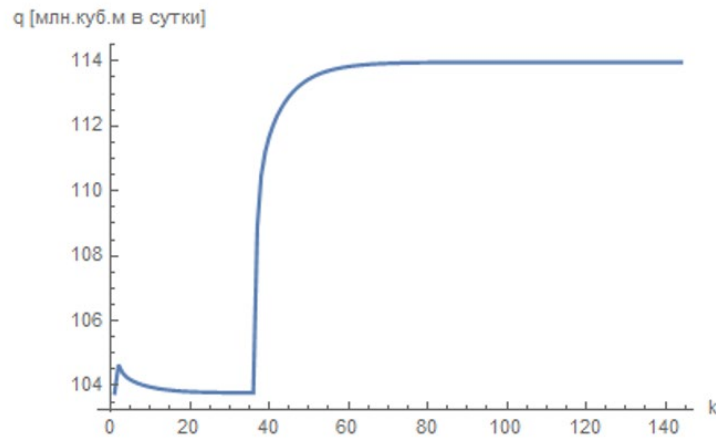


Рисунок 3.8 – Значення витрат газу в 8-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

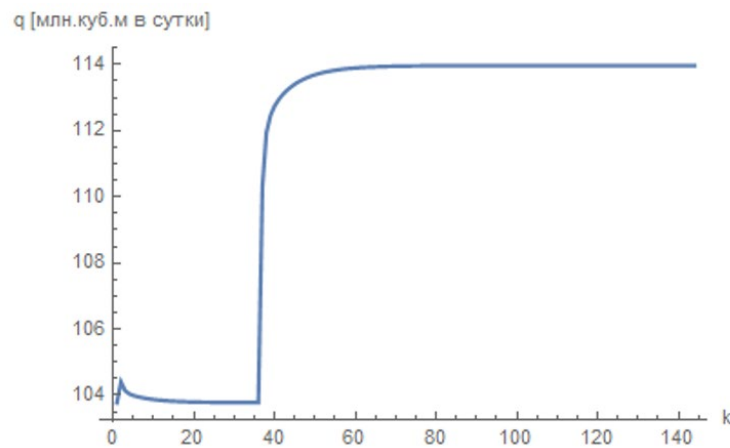


Рисунок 3.9 – Значення витрат газу в 6-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

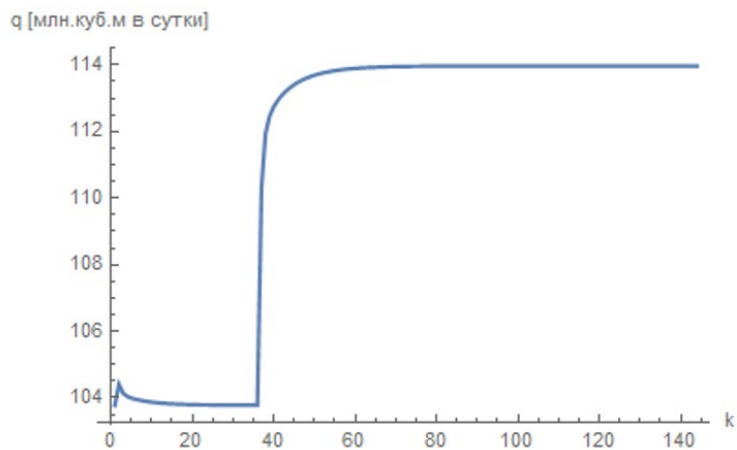


Рисунок 3.10 – Значення витрат газу в 9-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

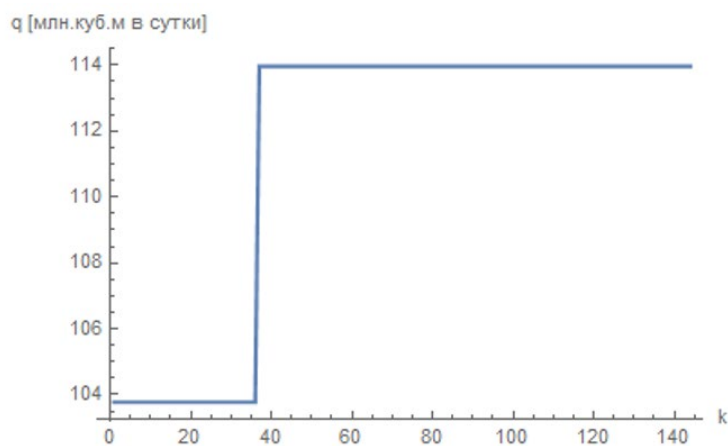


Рисунок 3.11 – Значення витрат газу в 7-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

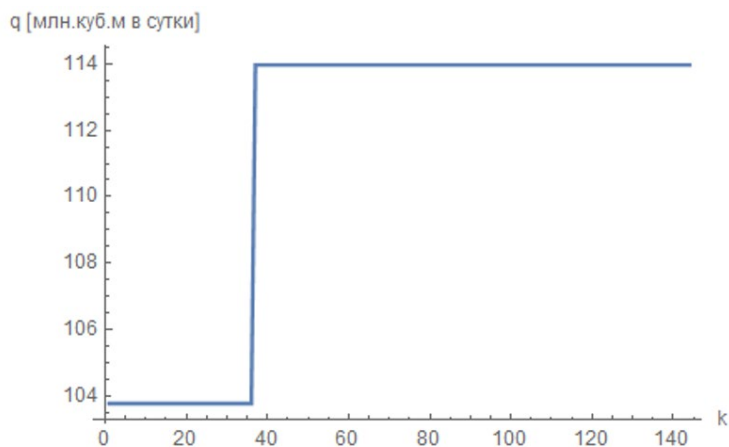


Рисунок 3.12 – Значення витрат газу в 10-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

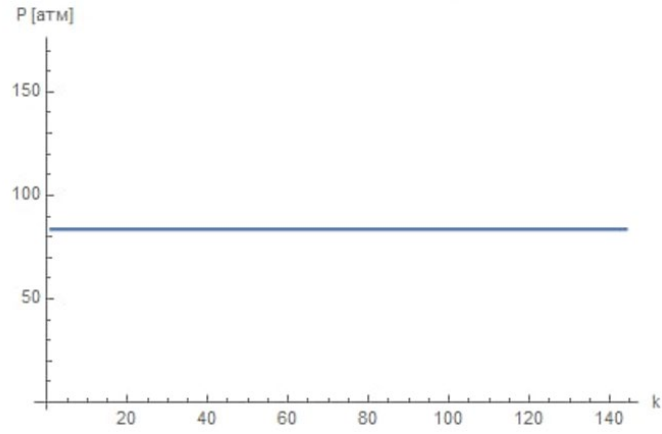


Рисунок 3.13 – Значення тиску в 0-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

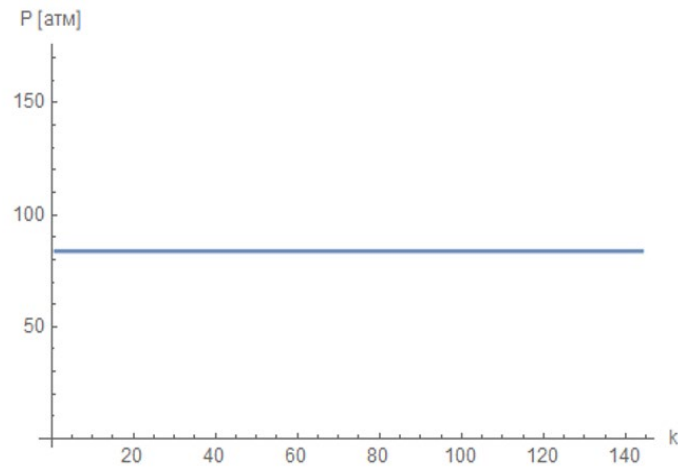


Рисунок 3.14 – Значення тиску в 0-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

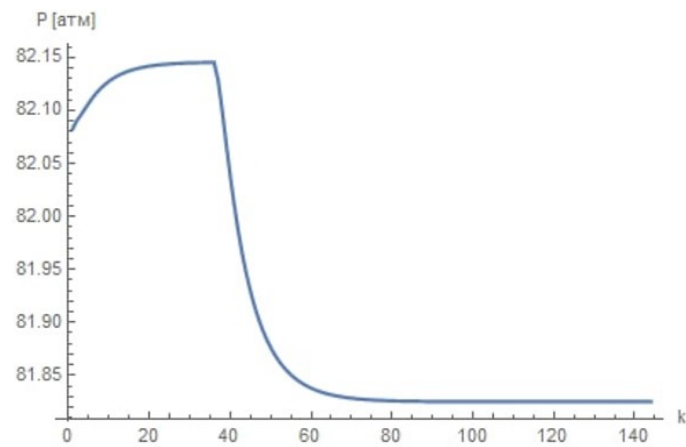


Рисунок 3.15 – Значення тиску в 1-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

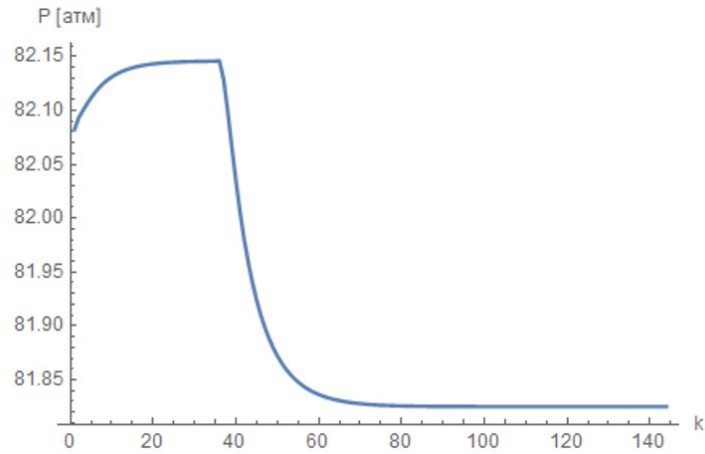


Рисунок 3.16 – Значення тиску в 1-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

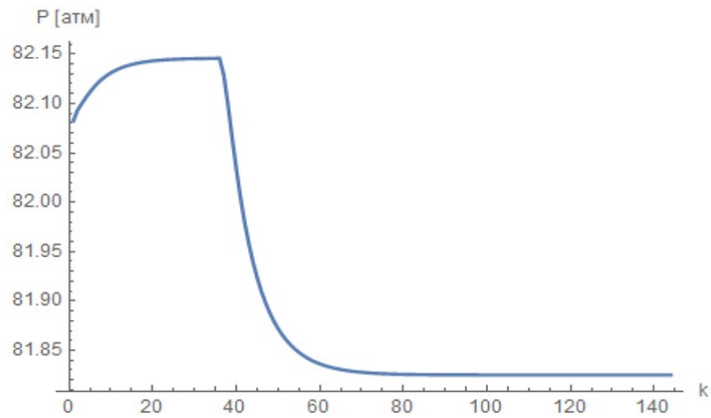


Рисунок 3.17 – Значення тиску в 2-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

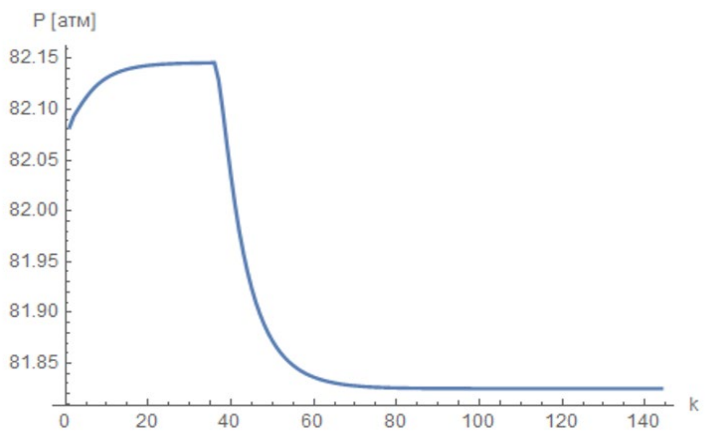


Рисунок 3.18 – Значення тиску в 2-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

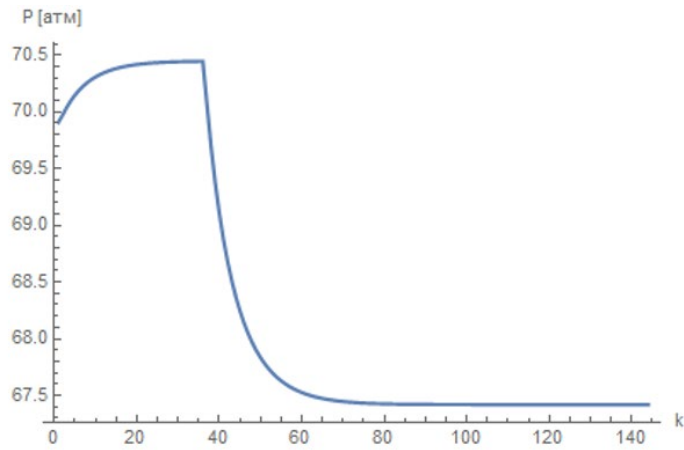


Рисунок 3.19 – Значення тиску в 5-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

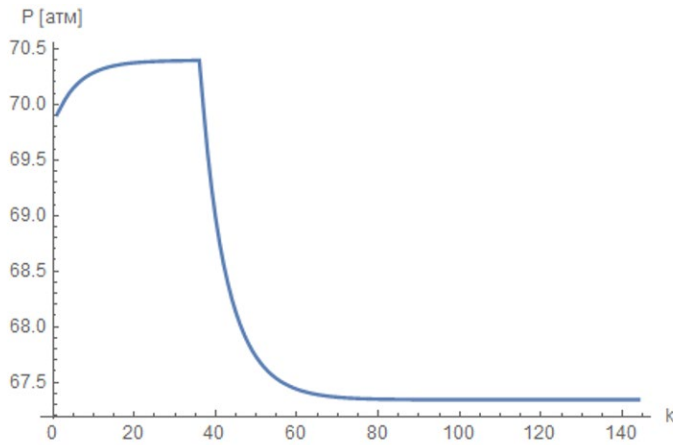


Рисунок 3.20 – Значення тиску в 8-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

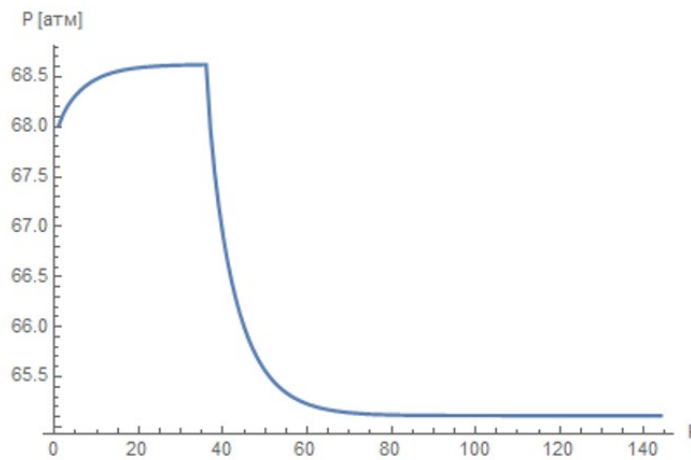


Рисунок 3.21 – Значення тиску в 6-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

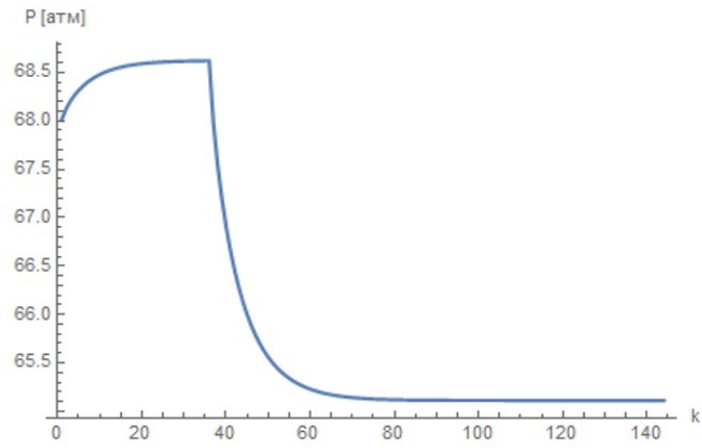


Рисунок 3.22 – Значення тиску в 9-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

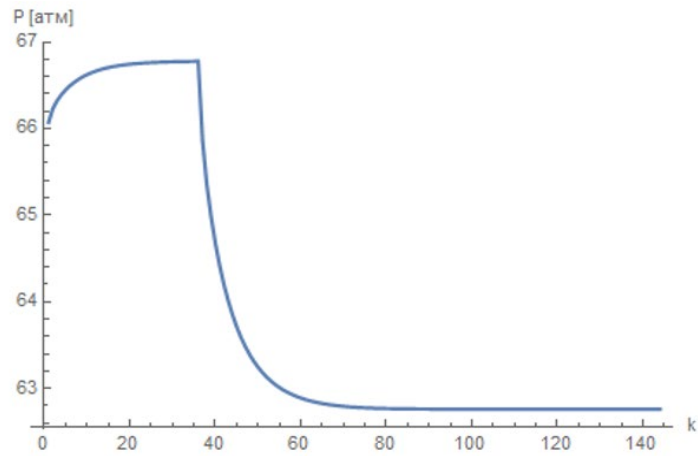


Рисунок 3.23 – Значення тиску в 7-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

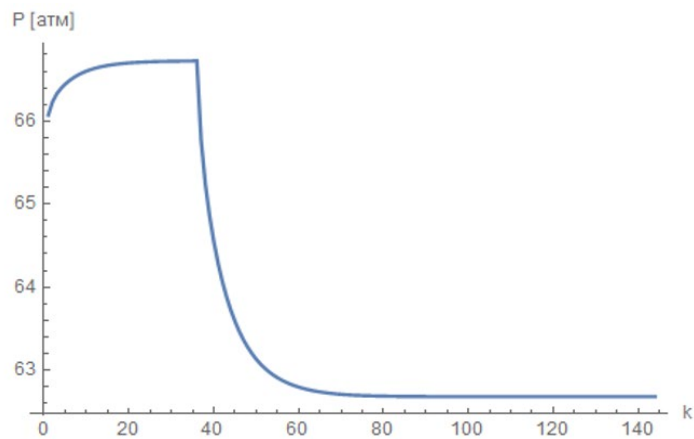


Рисунок 3.24 – Значення тиску в 10-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

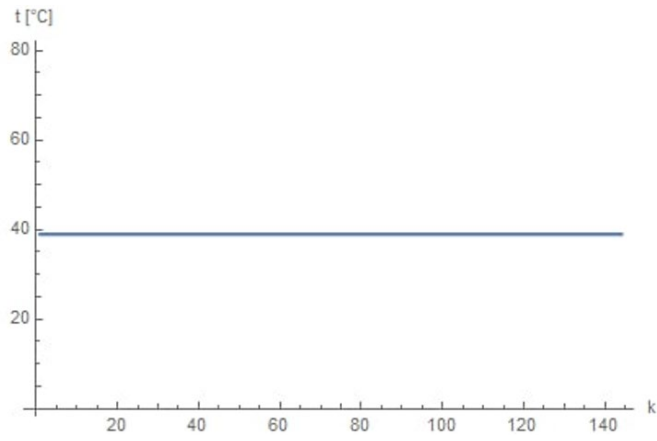


Рисунок 3.25 – Значення температури в 0-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

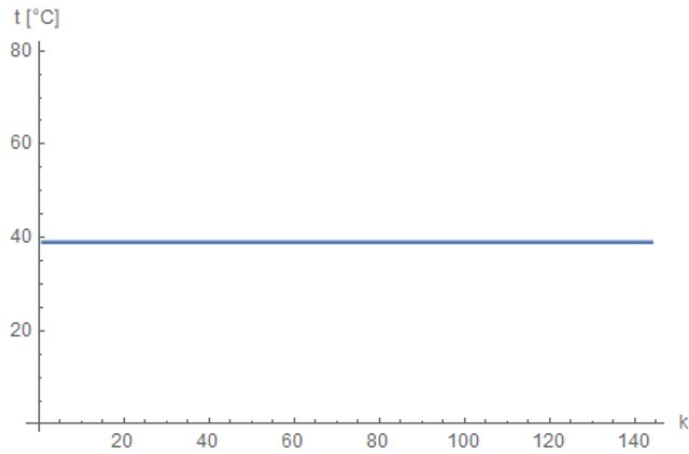


Рисунок 3.26 – Значення температури в 0-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

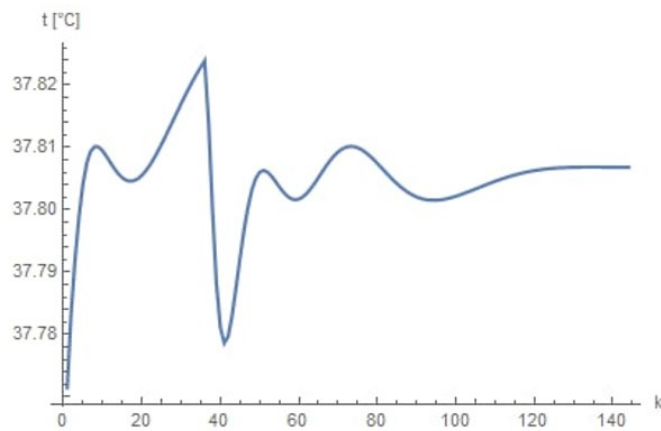


Рисунок 3.27 – Значення температури в 1-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

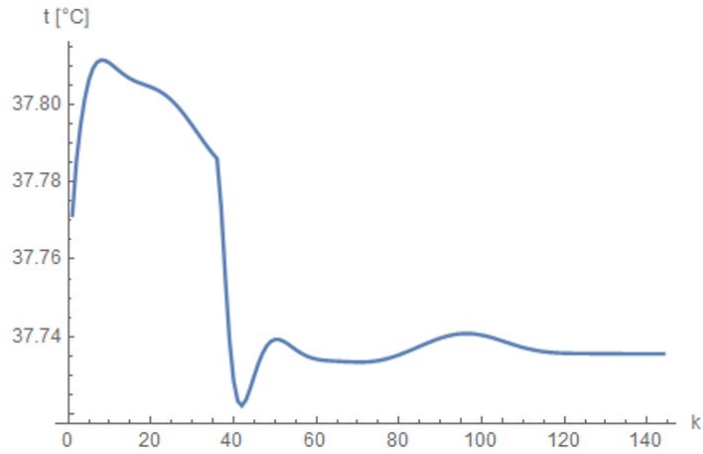


Рисунок 3.28 – Значення температури в 1-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

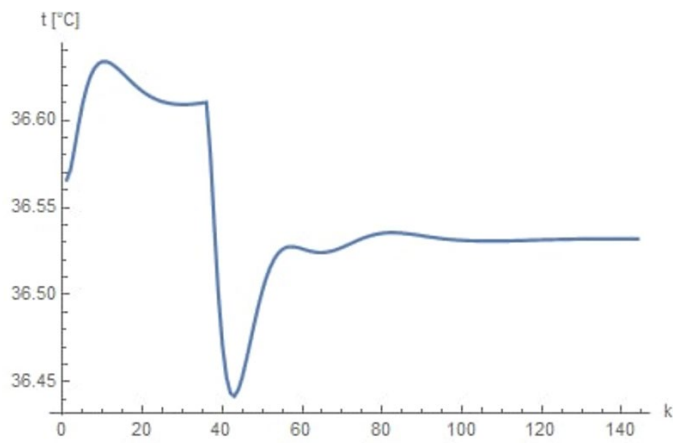


Рисунок 3.29 – Значення температури в 2-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

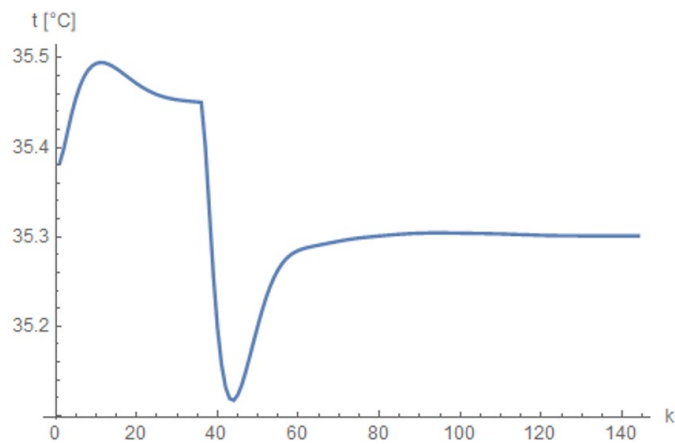


Рисунок 3.30 – Значення температури в 2-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

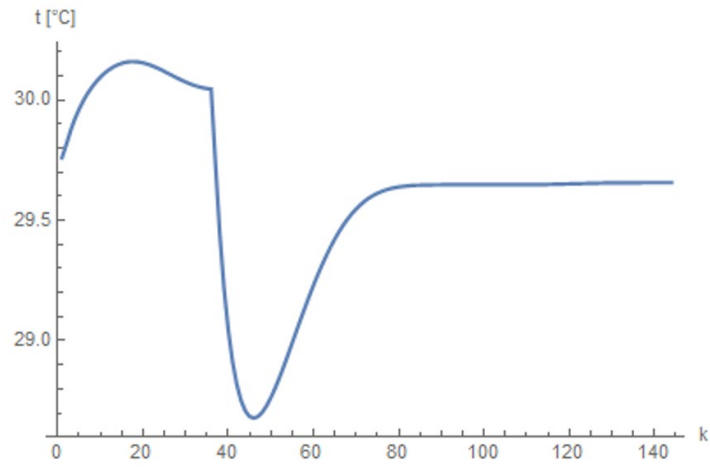


Рисунок 3.31 – Значення температури в 5-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

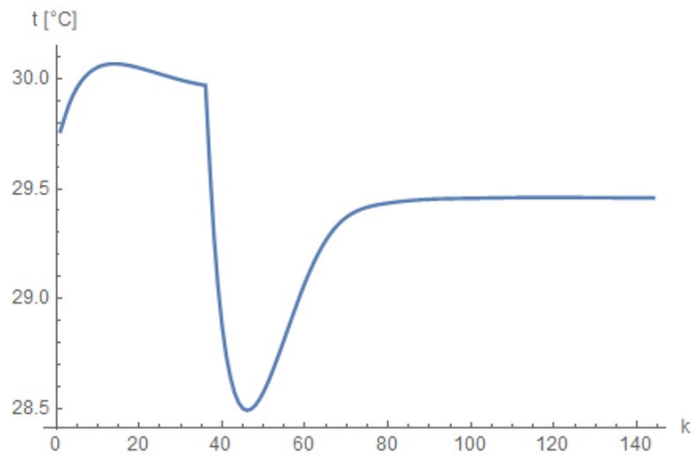


Рисунок 3.32 – Значення температури в 8-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

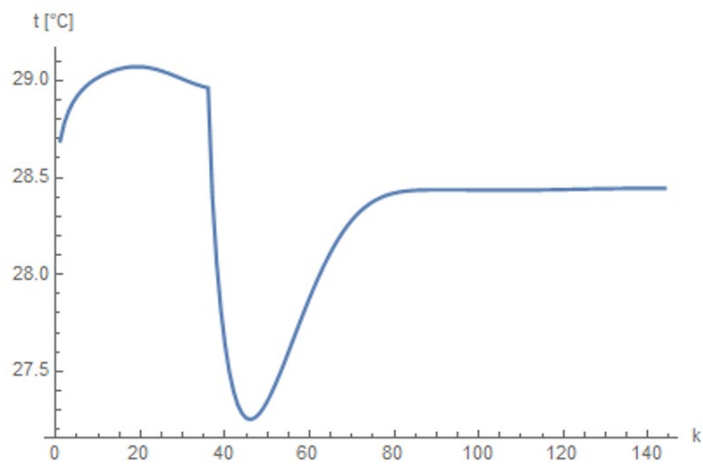


Рисунок 3.33 – Значення температури в 6-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

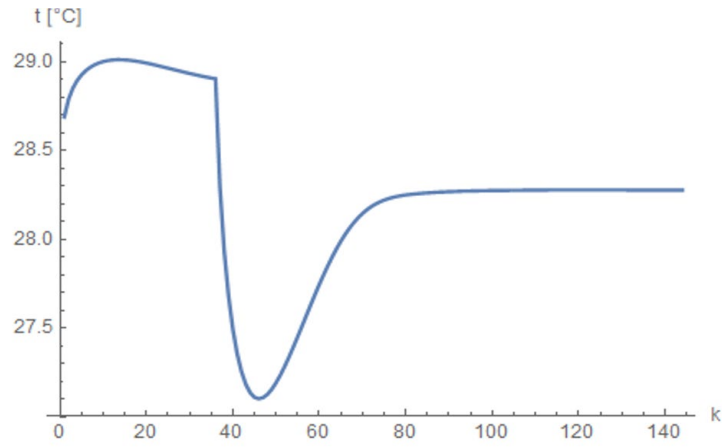


Рисунок 3.34 – Значення температури в 9-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

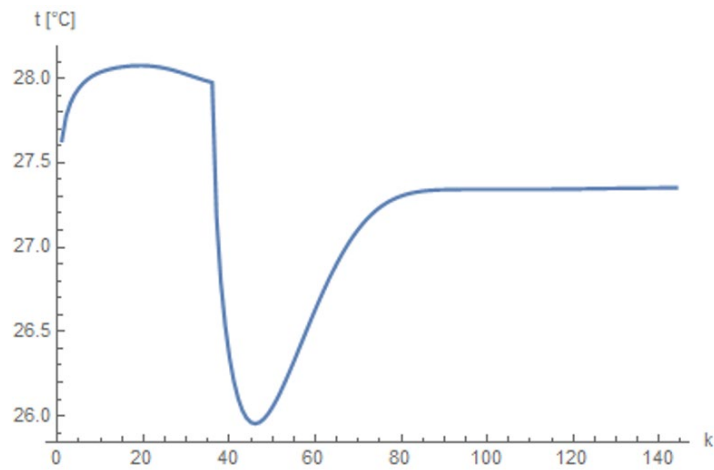


Рисунок 3.35 – Значення температури в 7-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

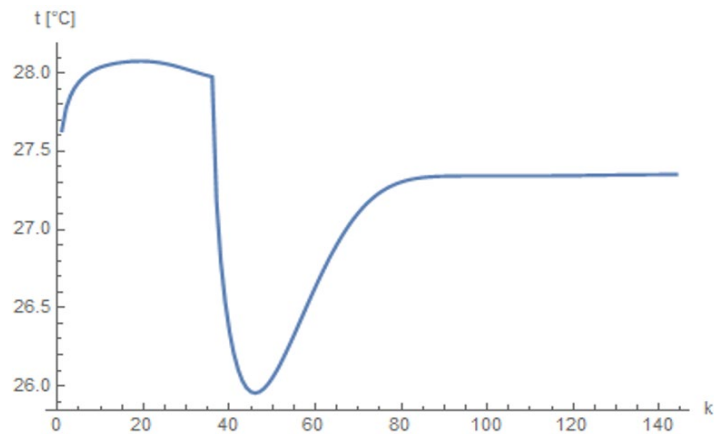


Рисунок 3.36 – Значення температури в 10-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

Порівняємо результати, коли кількість точок розбиття буде  $n=12$  та  $n=20$  для нерівномірного та рівномірного шаблону відповідно, які представлені у таблицях (табл. 3.7 – 3.12) та на графіках (рис. 3.37 – 3.72).

Таблиця 3.7 – Параметри потоку газу на 35-у часовому шарі

$x$ (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)
0	103,777779	83,700000	39,000000	103,777518	83,700000	39,000000
4,2	103,777939	82,922827	38,392945	103,777665	82,922831	38,392610
8,4	103,777708	82,134116	37,798533	103,777447	82,134126	37,798481
75,6	103,77158	68,580998	28,923994	103,77145	68,576864	28,911415
79,8	103,770846	67,659785	28,401292	103,770778	67,655629	28,388543
84	103,770000	66,723143	27,892637	103,770000	66,718975	27,879739

Таблиця 3.8 – Параметри потоку газу на 36-у часовому шарі

$x$ (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)
0	104,300337	83,700000	39,000000	104,269461	83,700000	39,000000
8,4	104,295238	82,914571	38,388202	104,264264	82,915060	38,388208
16,8	104,332275	82,117479	37,787641	104,299522	82,118478	37,788194
67,2	110,737089	67,944179	28,373797	110,623743	67,911319	28,331369
75,6	111,999481	66,852754	27,693549	111,944294	66,820419	27,652110
84	113,970000	65,741509	27,030792	113,970000	65,709986	26,990527

Таблиця 3.9 – Параметри потоку газу на 37-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	105,245894	83,700000	39,000000	105,198349	83,700000	39,000000
8,4	105,236127	82,899937	38,382056	105,188266	82,900673	38,382095
16,8	105,302504	82,087852	37,771593	105,254004	82,089359	37,772319
67,2	112,007158	67,473373	28,001395	112,010377	67,442422	27,960908
75,6	112,947768	66,363391	27,312341	112,947137	66,331924	27,271883
84	113,970000	65,232935	26,641613	113,970000	65,201166	26,601288

Таблиця 3.10 – Параметри потоку газу на 38-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	106,329817	83,700000	39,000000	106,283516	83,700000	39,000000
8,4	106,317900	82,883271	38,377559	106,271248	82,883982	38,377441
16,8	106,394290	82,054010	37,757881	106,348089	82,055467	37,758426
67,2	112,482530	67,112297	27,741982	112,495252	67,084574	27,705000
75,6	113,205005	65,992867	27,051377	113,211179	65,964614	27,014357
84	113,970000	64,852672	26,379704	113,970000	64,824018	26,342711

Таблиця 3.11 – Параметри потоку газу на 39-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	107,373374	83,700000	39,000000	107,335103	83,700000	39,000000
8,4	107,361097	82,867199	38,375349	107,322556	82,867786	38,375054
16,8	107,435551	82,021312	37,749457	107,397755	82,022517	37,749782
67,2	112,760674	66,818201	27,551048	112,770080	66,792777	27,516745
75,6	113,349440	65,691819	26,860198	113,354230	65,665943	26,825809
84	113,970000	64,544401	26,188692	113,970000	64,518161	26,154333

Таблиця 3.12 – Параметри потоку газу на 123-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	113,970019	83,700000	39,000000	113,969974	83,700000	39,000000
8,4	113,970026	82,762554	38,371424	113,969983	82,762554	38,371421
16,8	113,970019	81,807659	37,758908	113,969975	81,807660	37,758916
67,2	113,970015	65,047451	28,307908	113,969997	65,038433	28,300685
75,6	113,970009	63,875640	27,725481	113,969999	63,866471	27,718159
84	113,970000	62,678239	27,158802	113,970000	62,668938	27,151438

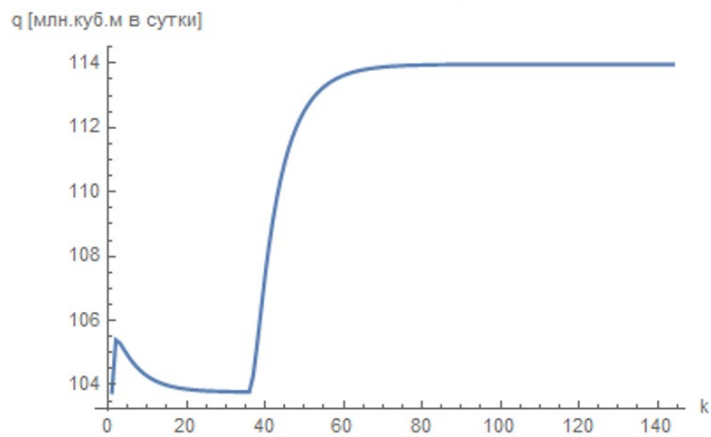


Рисунок 3.37 – Значення витрат газу в 0-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

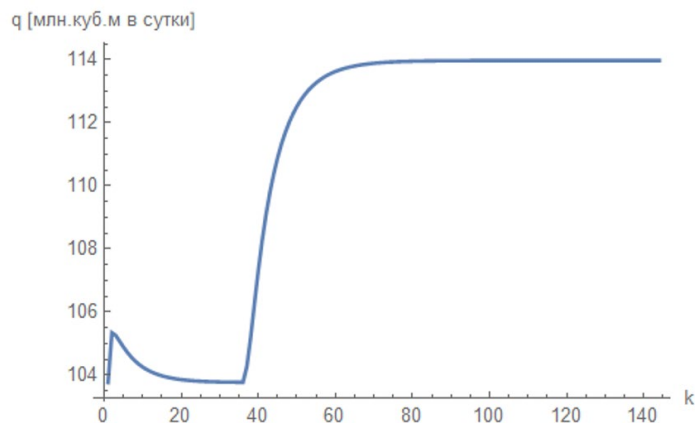


Рисунок 3.38 – Значення витрат газу в 0-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

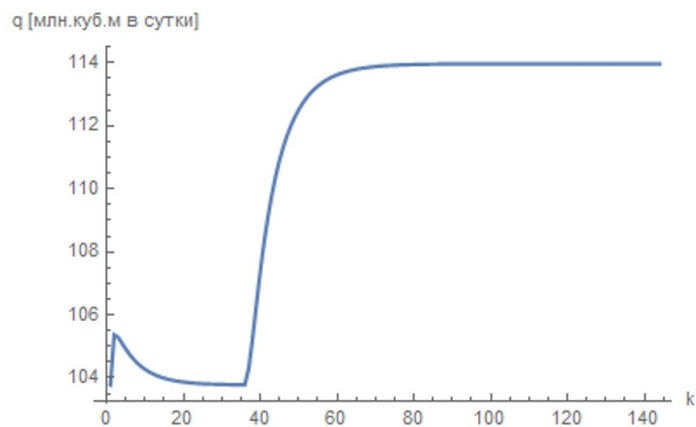


Рисунок 3.39 – Значення витрат газу в 1-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

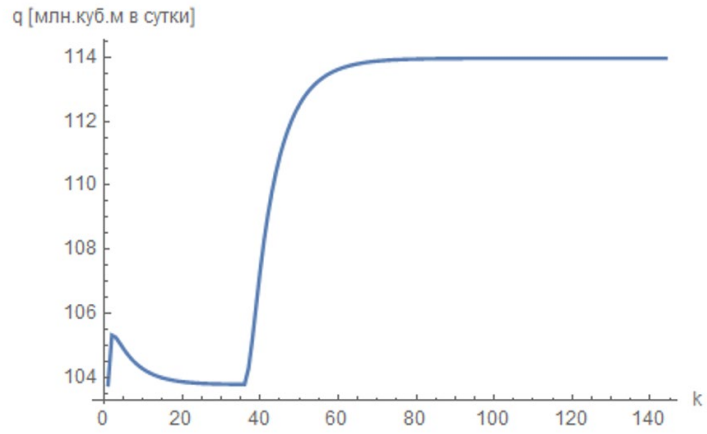


Рисунок 3.40 – Значення витрат газу в 1-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

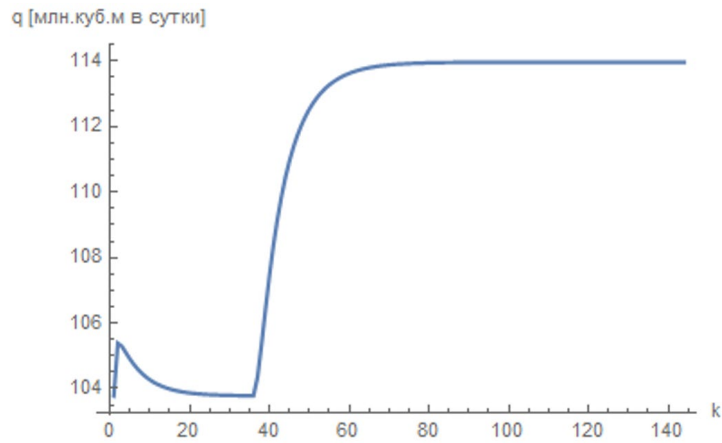


Рисунок 3.41 – Значення витрат газу в 2-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

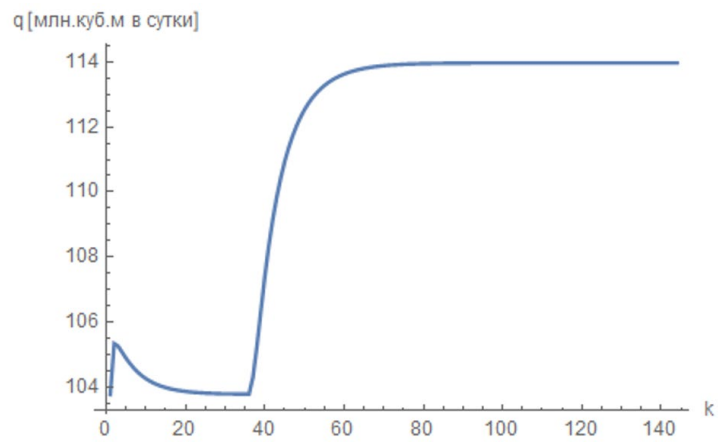


Рисунок 3.42 – Значення витрат газу в 2-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

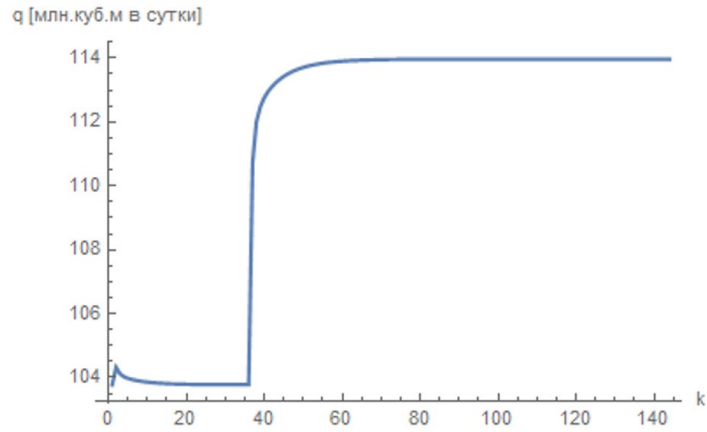


Рисунок 3.43 – Значення витрат газу в 10-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

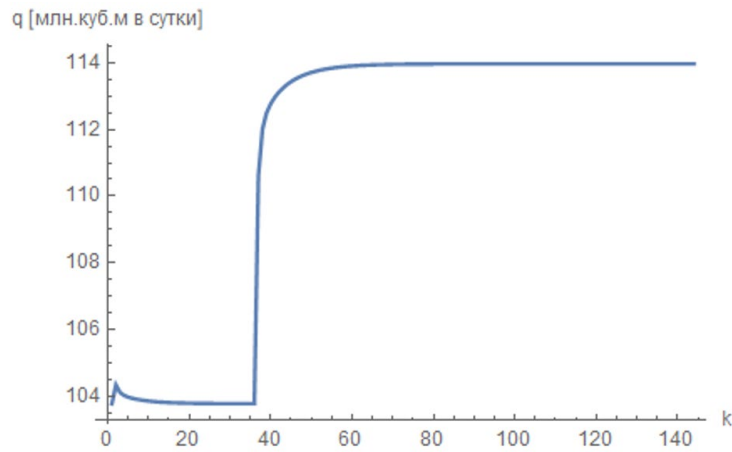


Рисунок 3.44 – Значення витрат газу в 18-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

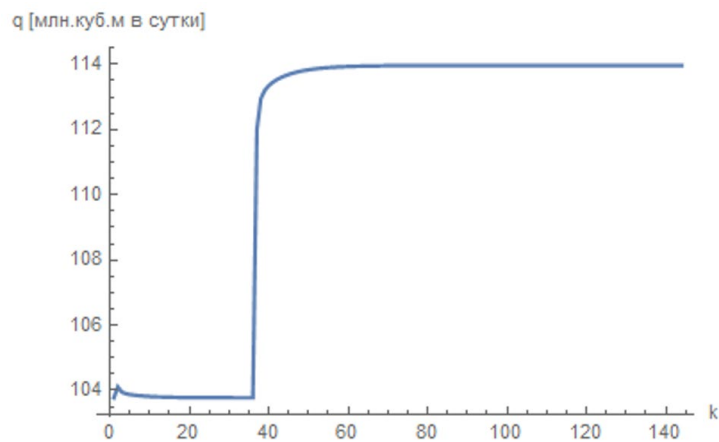


Рисунок 3.45 – Значення витрат газу в 11-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

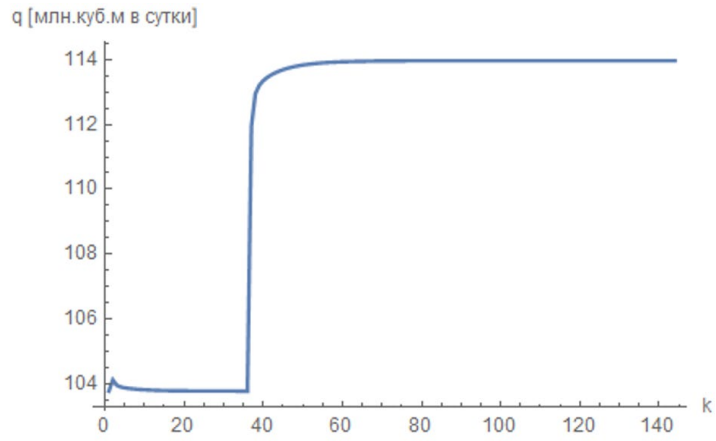


Рисунок 3.46 – Значення витрат газу в 19-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

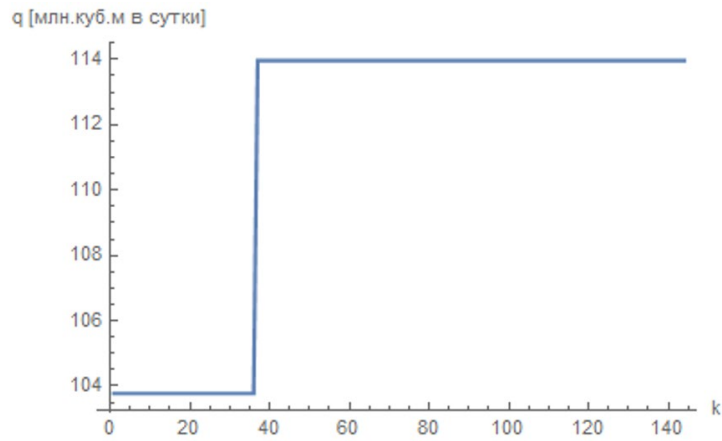


Рисунок 3.47 – Значення витрат газу в 12-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

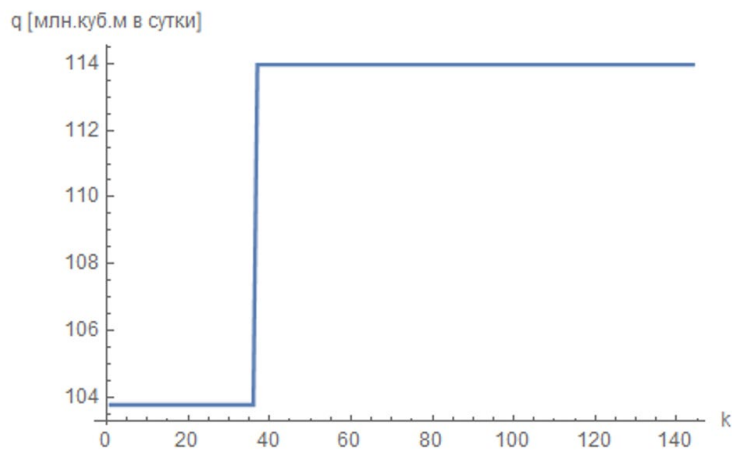


Рисунок 3.48 – Значення витрат газу в 20-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

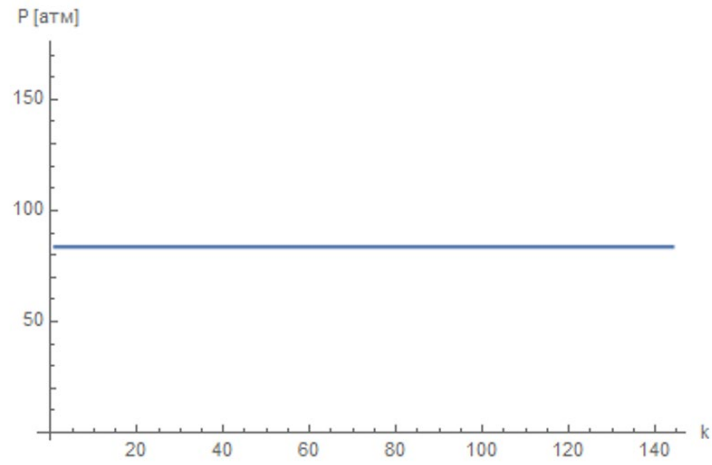


Рисунок 3.49 – Значення тиску в 0-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

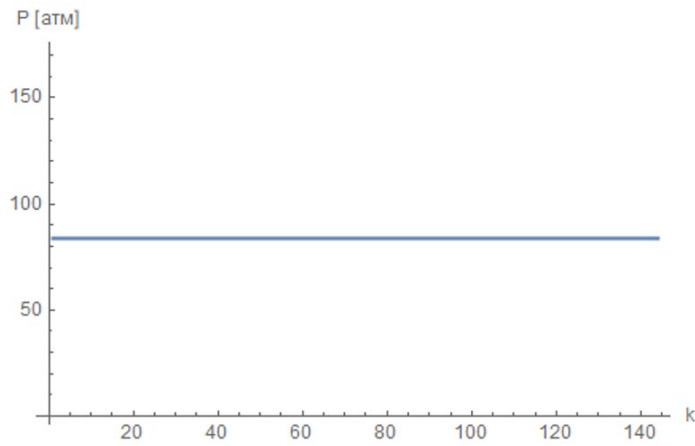


Рисунок 3.50 – Значення тиску в 0-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

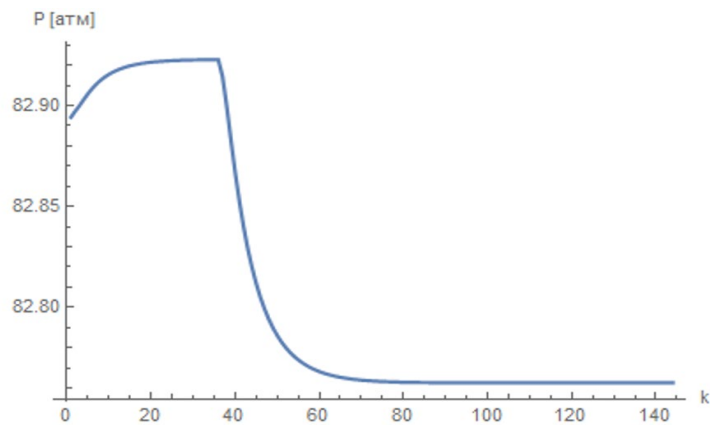


Рисунок 3.51 – Значення тиску в 1-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

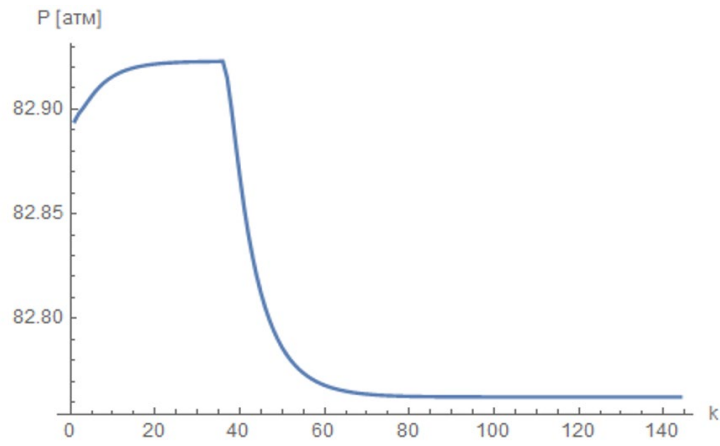


Рисунок 3.52 – Значення тиску в 1-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

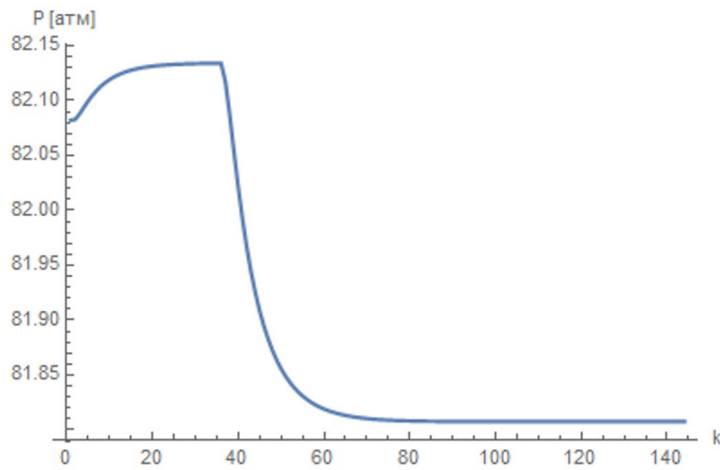


Рисунок 3.53 – Значення тиску в 2-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

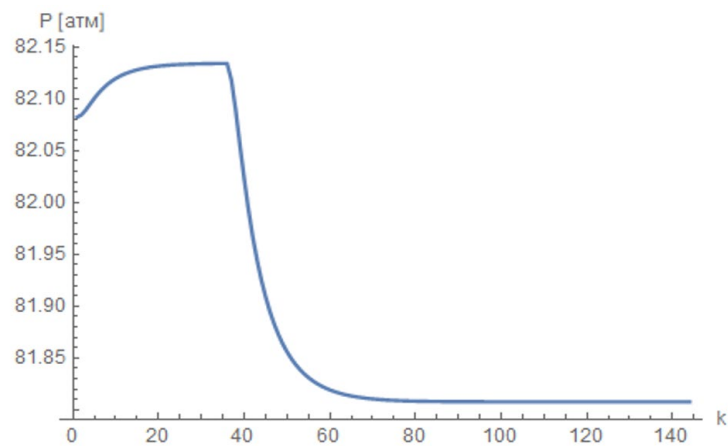


Рисунок 3.54 – Значення тиску в 2-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

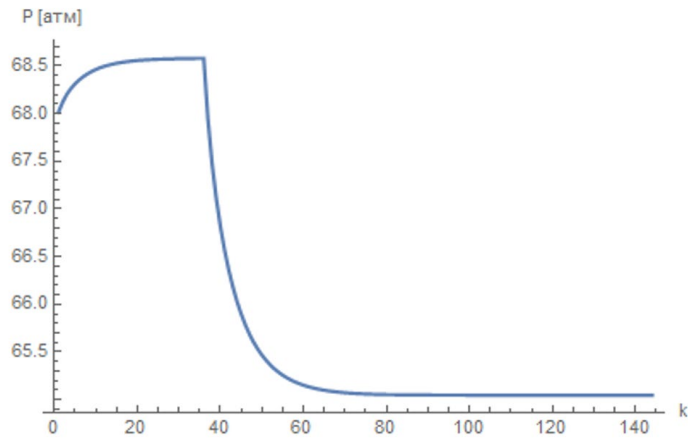


Рисунок 3.55 – Значення тиску в 10-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

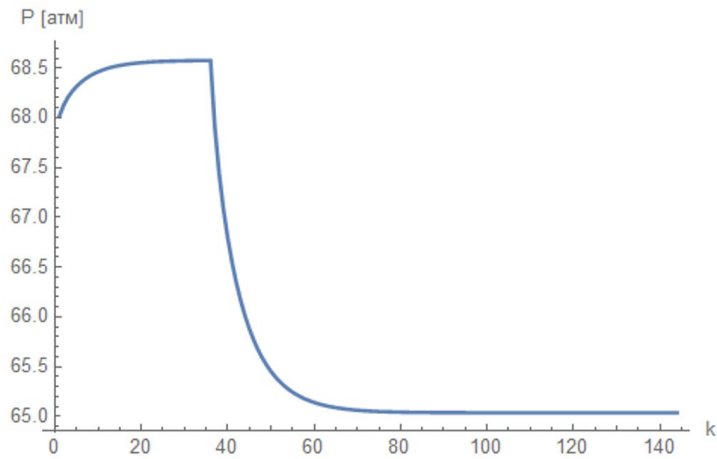


Рисунок 3.56 – Значення тиску в 18-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

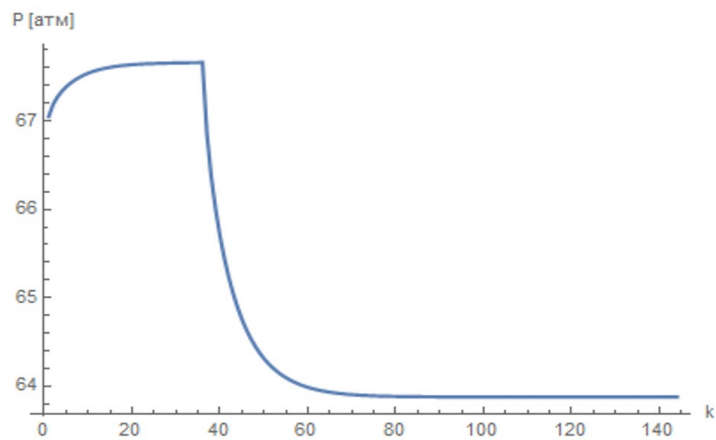


Рисунок 3.57 – Значення тиску в 11-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

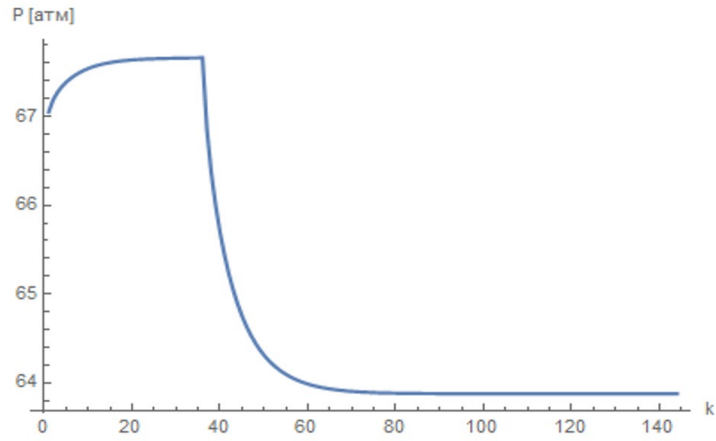


Рисунок 3.58 – Значення тиску в 19-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

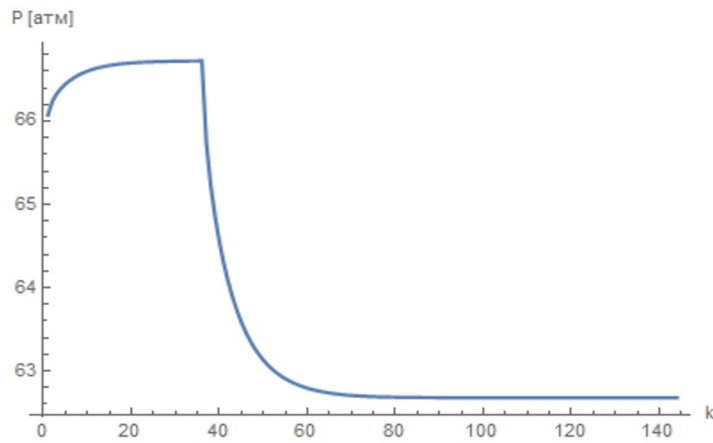


Рисунок 3.59 – Значення тиску в 12-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

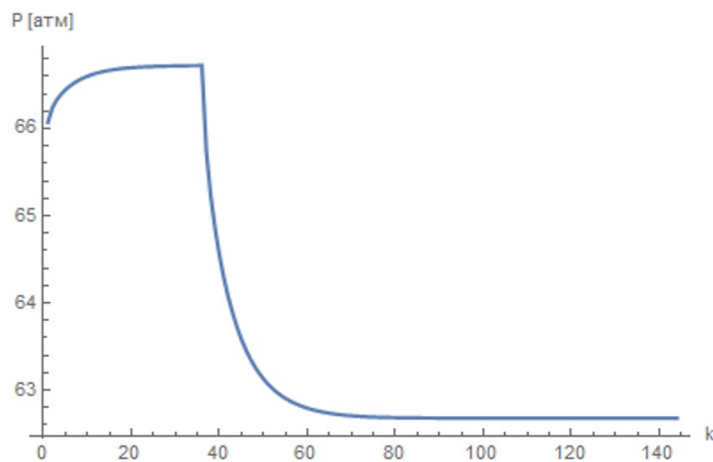


Рисунок 3.60 – Значення тиску в 20-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

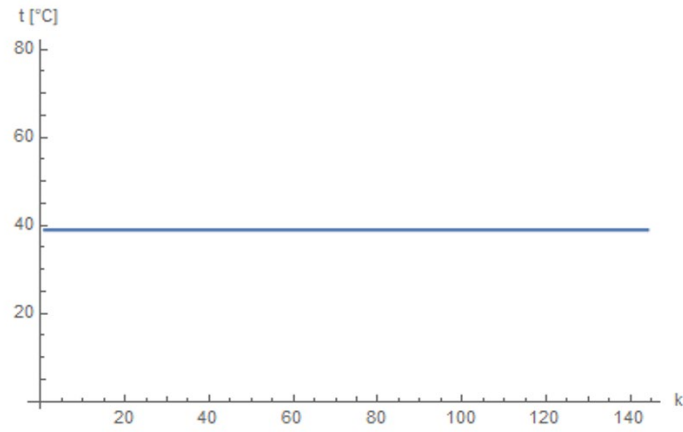


Рисунок 3.61 – Значення температури в 0-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

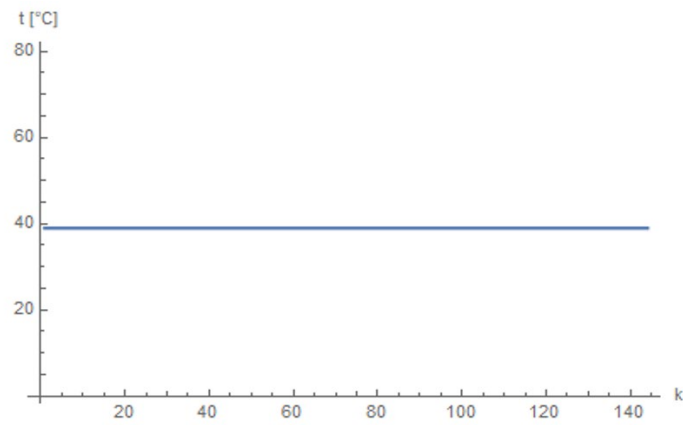


Рисунок 3.62 – Значення температури в 0-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

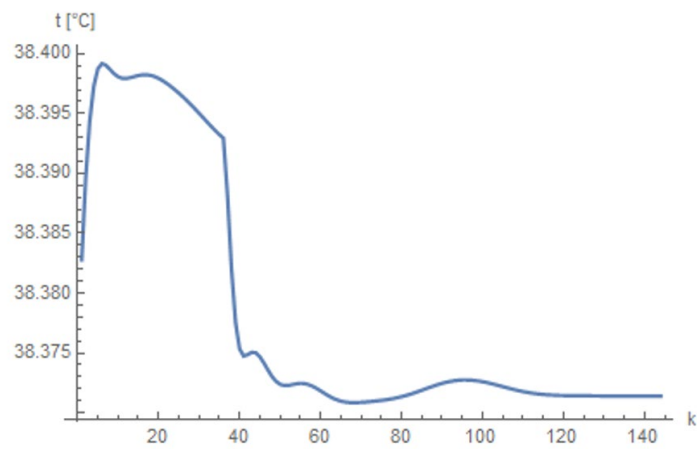


Рисунок 3.63 – Значення температури в 1-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

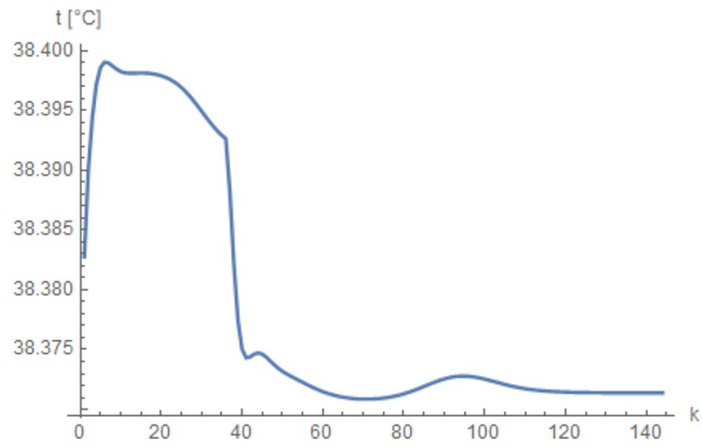


Рисунок 3.64 – Значення температури в 1-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

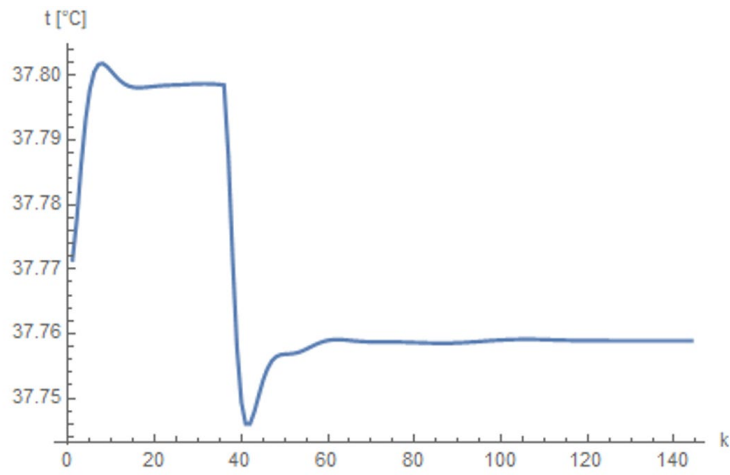


Рисунок 3.65 – Значення температури в 2-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

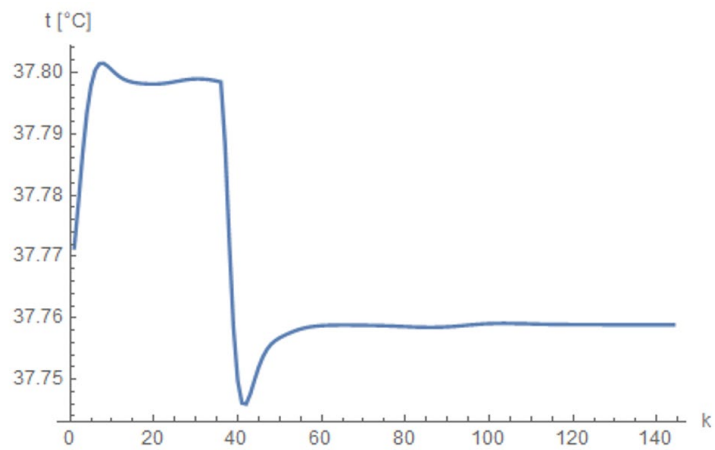


Рисунок 3.66 – Значення температури в 2-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

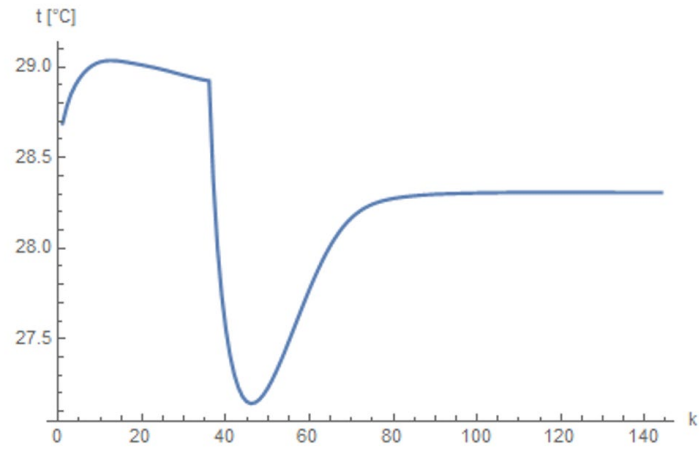


Рисунок 3.67 – Значення температури в 10-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

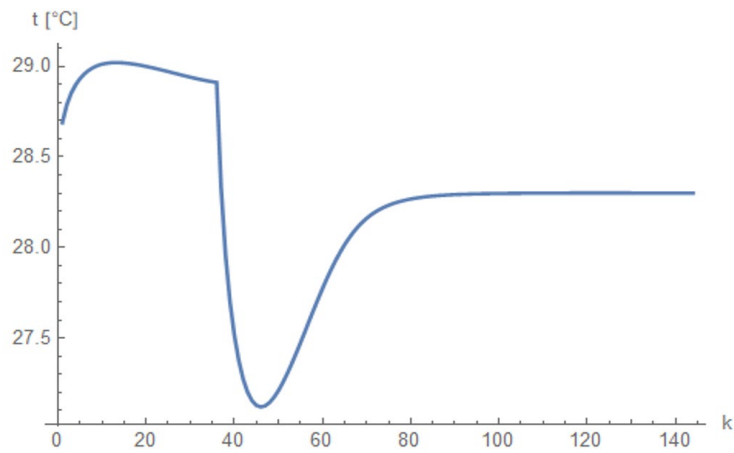


Рисунок 3.68 – Значення температури в 18-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

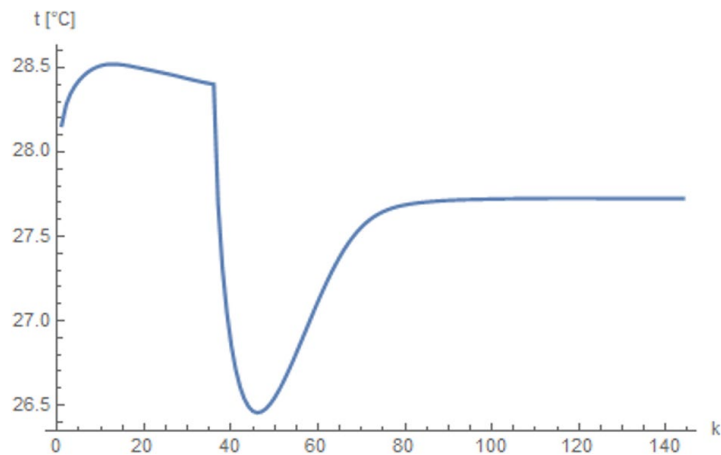


Рисунок 3.69 – Значення температури в 11-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

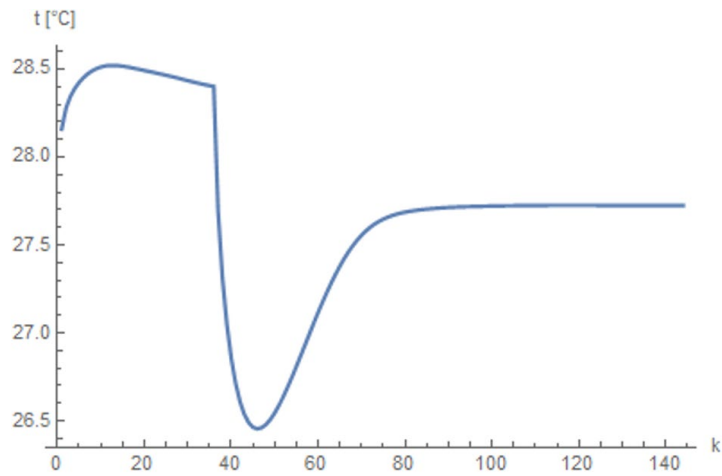


Рисунок 3.70 – Значення температури в 19-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

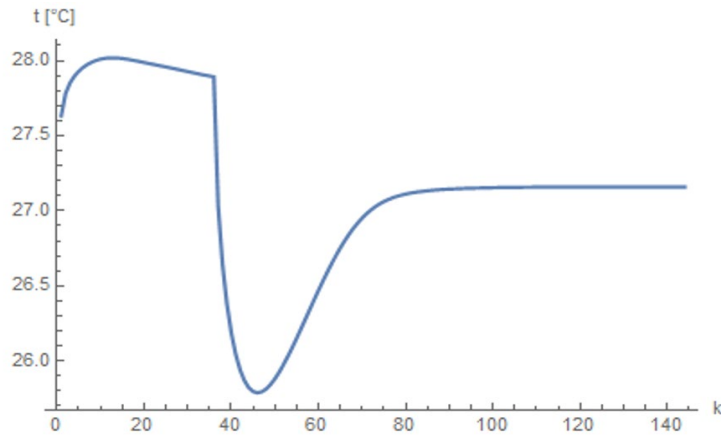


Рисунок 3.71 – Значення температури в 12-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

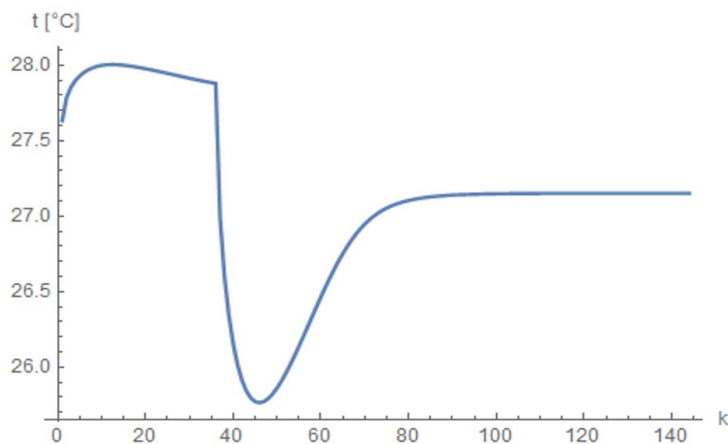


Рисунок 3.72 – Значення температури в 20-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

Порівняємо результати, коли кількість точок розбиття буде  $n = 22$  та  $n = 40$  для нерівномірного та рівномірного шаблону відповідно, які представлені у таблицях (табл. 3.13 – 3.18) та на графіках (рис. 3.73 – 3.108).

Таблиця 3.13 – Параметри потоку газу на 35-у часовому шарі

$x$ (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)
0	103,777510	83,700000	39,000000	103,777426	83,700000	39,000000
4,2	103,777546	83,311416	38,696409	103,777462	83,311416	38,696396
8,4	103,777492	82,919961	38,396007	103,777409	82,919962	38,395999
75,6	103,770754	67,653460	28,393765	103,770736	67,652283	28,390314
79,8	103,770389	67,188099	28,134912	103,770380	67,186920	28,131421
84	103,770000	66,718834	27,879573	103,770000	66,717652	27,876066

Таблиця 3.14 – Параметри потоку газу на 36-у часовому шарі

$x$ (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)	$q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$P$ (атм)	$T$ (°C)
0	104,268202	83,700000	39,000000	104,258960	83,700000	39,000000
8,4	104,266887	83,307539	38,694868	104,257631	83,307612	38,694876
16,8	104,275693	82,912158	38,392023	104,266311	82,912306	38,392107
67,2	112,132796	66,834048	27,675679	112,110387	66,821736	27,660849
75,6	112,951819	66,271972	27,328347	112,940644	66,259663	27,313596
84	113,970000	65,704555	26,985221	113,970000	65,692291	26,970593

Таблиця 3.15 – Параметри потоку газу на 37-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	105,196523	83,700000	39,000000	105,182393	83,700000	39,000000
8,4	105,193986	83,300348	38,692962	105,179826	83,300457	38,692943
16,8	105,210417	82,897670	38,386561	105,196218	82,897891	38,386674
67,2	112,967225	66,339372	27,289463	112,973461	66,330283	27,278066
75,6	113,463306	65,772576	26,942867	113,466299	65,763392	26,931399
84	113,970000	65,200449	26,600755	113,970000	65,191182	26,589245

Таблиця 3.16 – Параметри потоку газу на 38-у часовому шарі

x (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)	q (млн.м <sup>3</sup> /доб)	P (атм)	T (°C)
0	106,281825	83,700000	39,000000	106,268297	83,700000	39,000000
8,4	106,278751	83,292001	38,691622	106,265195	83,292104	38,691561
16,8	106,297955	82,880837	38,382497	106,284439	82,881047	38,382573
67,2	113,220005	65,969887	27,029837	113,222748	65,962144	27,019969
75,6	113,590800	65,399391	26,683722	113,592198	65,391584	26,673790
84	113,970000	64,823511	26,342299	113,970000	64,815646	26,332328

Таблиця 3.17 – Параметри потоку газу на 39-у часовому шарі

<i>x</i> (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	<i>q</i> (млн.м <sup>3</sup> /доб)	<i>P</i> (атм)	<i>T</i> (°C)	<i>q</i> (млн.м <sup>3</sup> /доб)	<i>P</i> (атм)	<i>T</i> (°C)
0	107,333751	83,700000	39,000000	107,322768	83,700000	39,000000
8,4	107,330618	83,283900	38,690837	107,319614	83,283984	38,690768
16,8	107,349403	82,864495	38,380402	107,338458	82,864666	38,380406
67,2	113,360935	65,669904	26,840114	113,362381	65,662878	26,831088
75,6	113,662157	65,096521	26,494556	113,662890	65,089442	26,485487
84	113,970000	64,517698	26,153866	113,970000	64,510569	26,144761

Таблиця 3.18 – Параметри потоку газу на 123-у часовому шарі

<i>x</i> (км)	Нерівномірний шаблон			Рівномірний шаблон		
	<i>q</i> (млн.м <sup>3</sup> /доб)	<i>P</i> (атм)	<i>T</i> (°C)	<i>q</i> (млн.м <sup>3</sup> /доб)	<i>P</i> (атм)	<i>T</i> (°C)
0	113,969973	83,700000	39,000000	113,969961	83,700000	39,000000
8,4	113,969975	83,231277	38,686615	113,969963	83,231277	38,686614
16,8	113,969973	82,758214	38,377242	113,969961	82,758214	38,377242
67,2	113,969999	63,863457	27,725807	113,969996	63,860853	27,723744
75,6	113,970000	63,269297	27,436534	113,969998	63,266672	27,434463
84	113,970000	62,668619	27,151196	113,970000	62,665974	27,149121

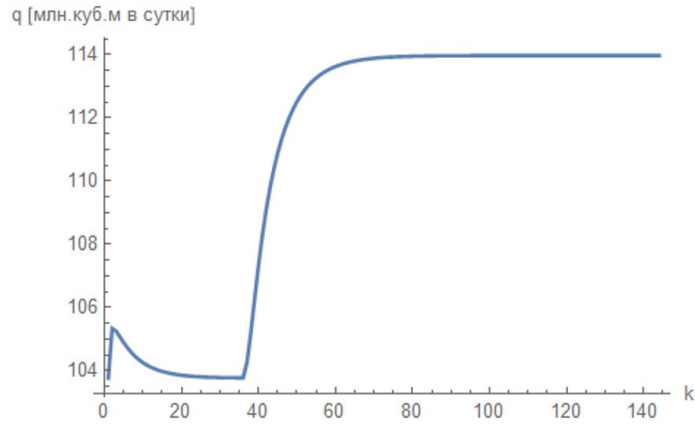


Рисунок 3.73 – Значення витрат газу в 0-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

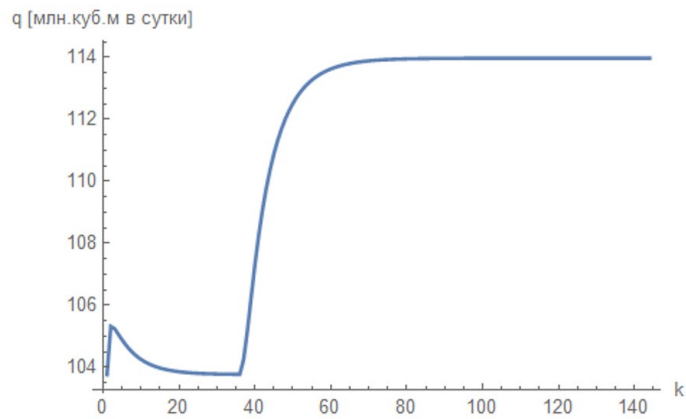


Рисунок 3.74 – Значення витрат газу в 0-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

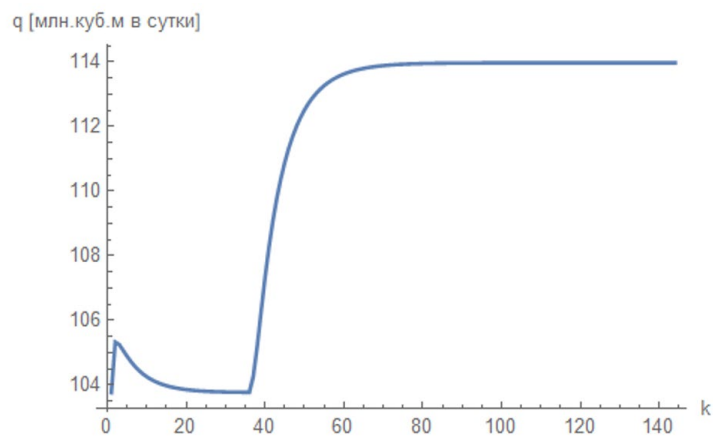


Рисунок 3.75 – Значення витрат газу в 1-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

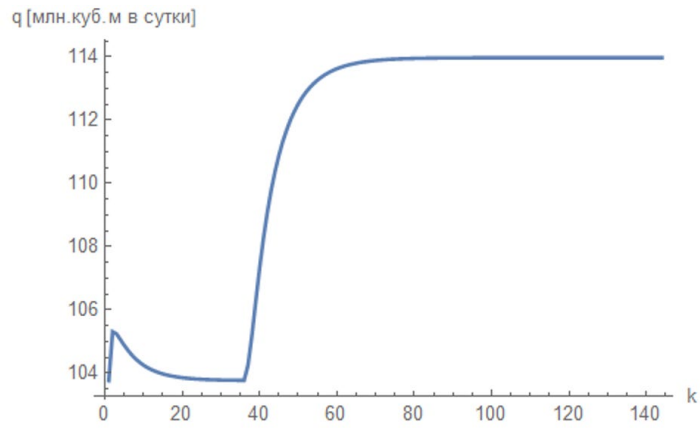


Рисунок 3.76 – Значення витрат газу в 1-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

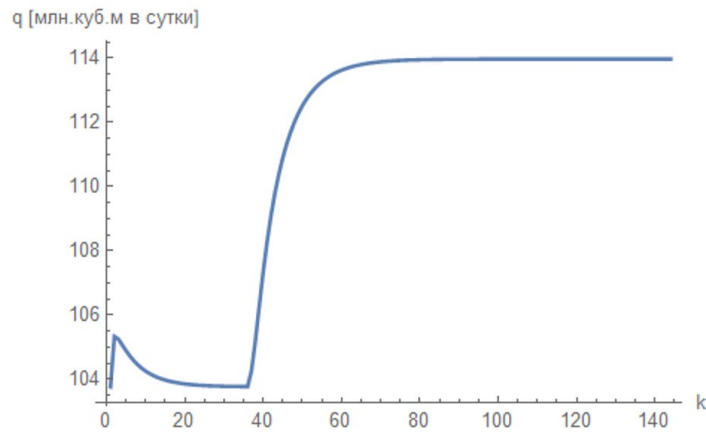


Рисунок 3.77 – Значення витрат газу в 2-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

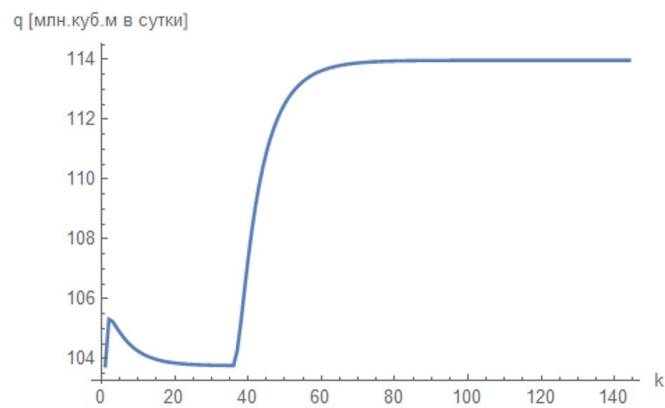


Рисунок 3.78 – Значення витрат газу в 2-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

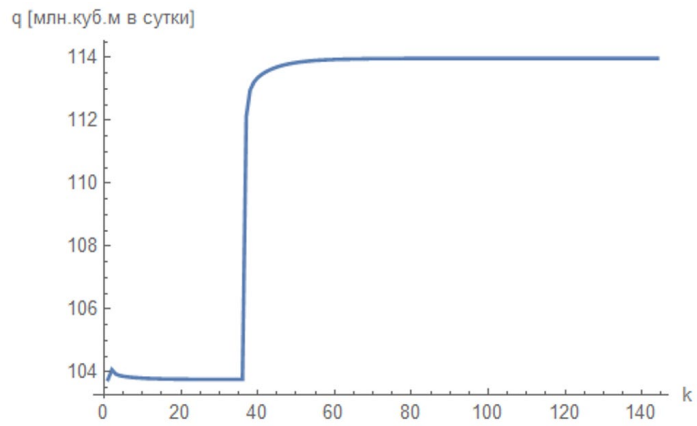


Рисунок 3.79 – Значення витрат газу в 20-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

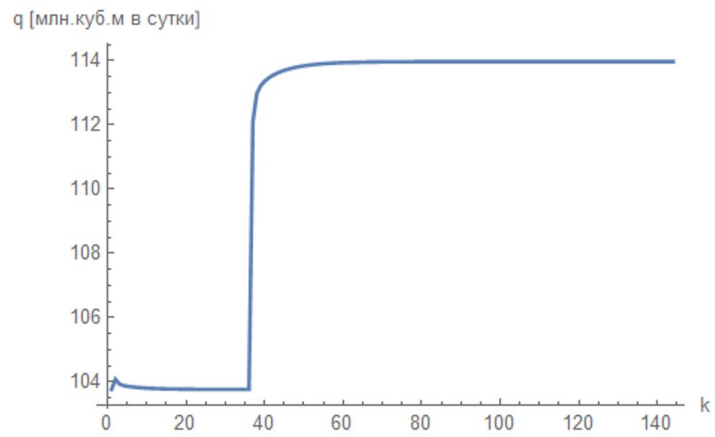


Рисунок 3.80 – Значення витрат газу в 38-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

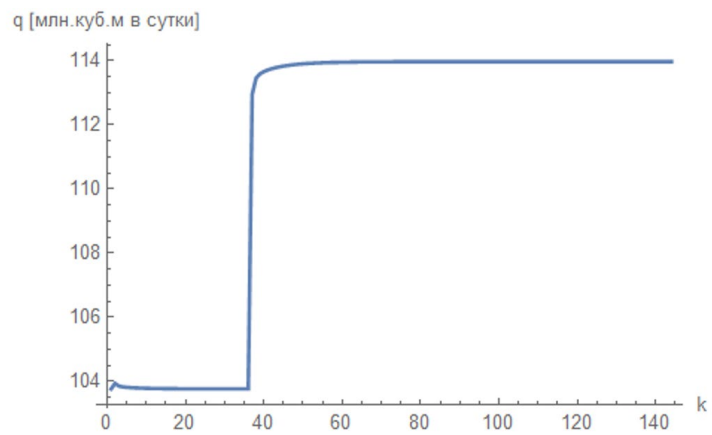


Рисунок 3.81 – Значення витрат газу в 21-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

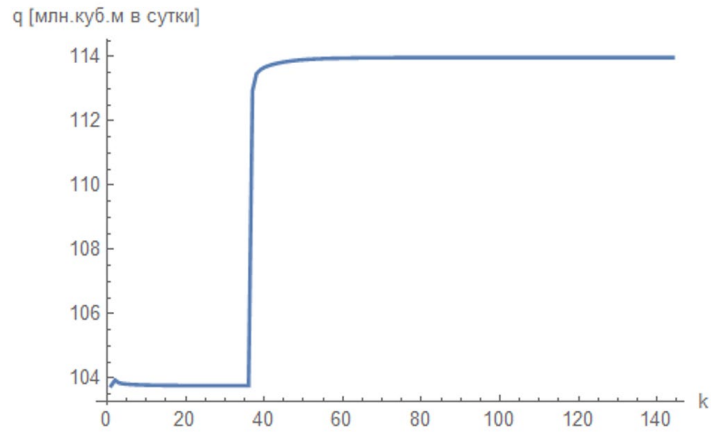


Рисунок 3.82 – Значення витрат газу в 39-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

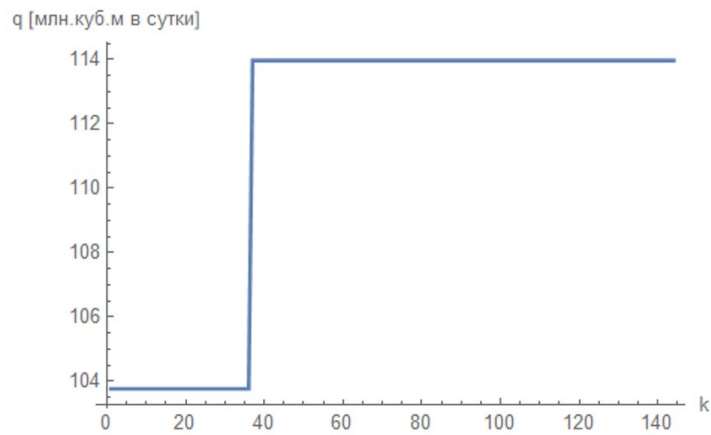


Рисунок 3.83 – Значення витрат газу в 22-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

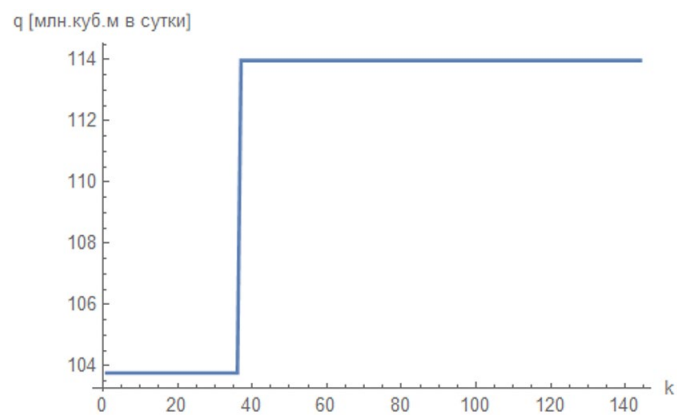


Рисунок 3.84 – Значення витрат газу в 40-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

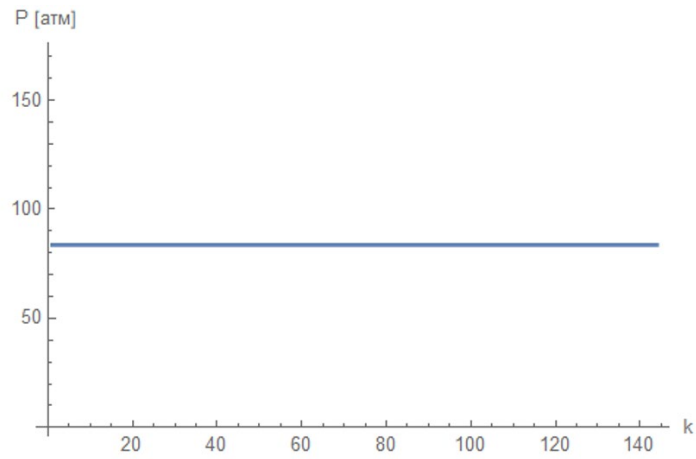


Рисунок 3.85 – Значення тиску в 0-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

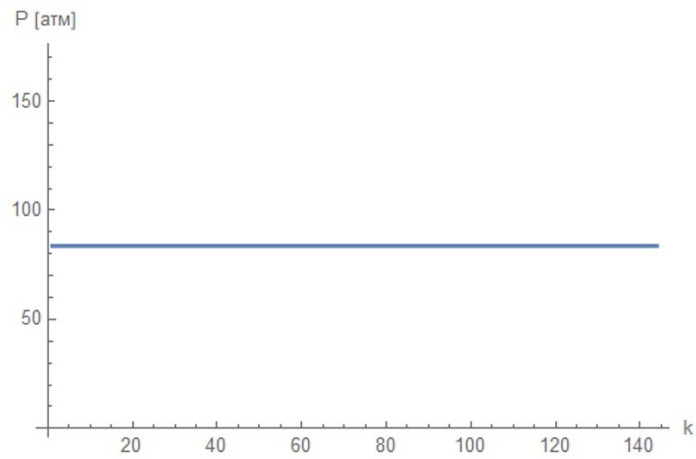


Рисунок 3.86 – Значення тиску в 0-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

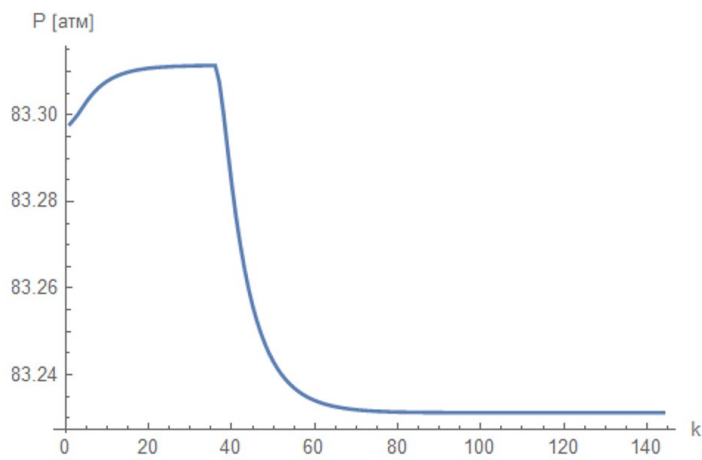


Рисунок 3.87 – Значення тиску в 1-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

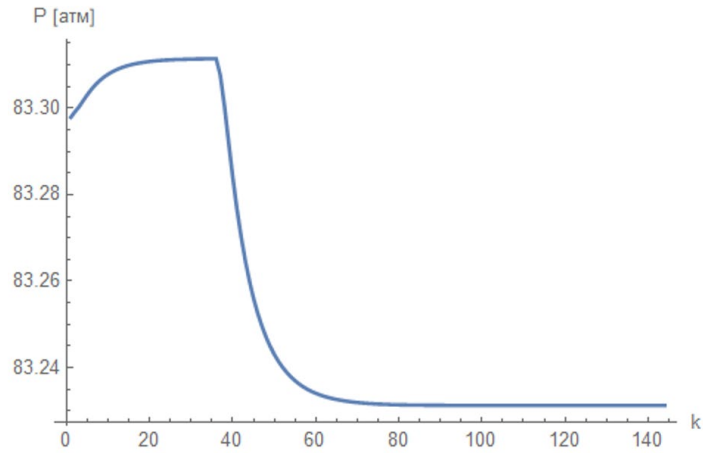


Рисунок 3.88 – Значення тиску в 1-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

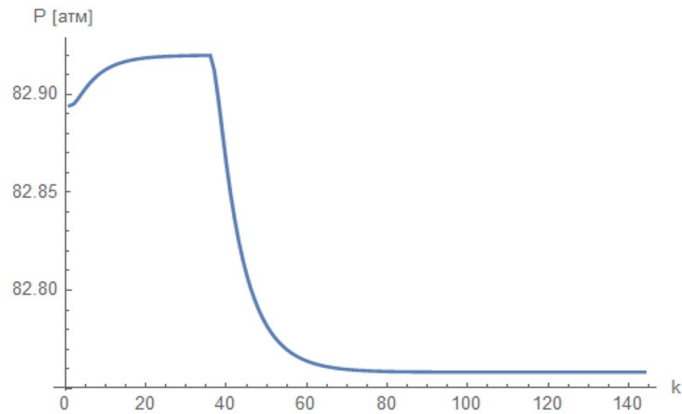


Рисунок 3.89 – Значення тиску в 2-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

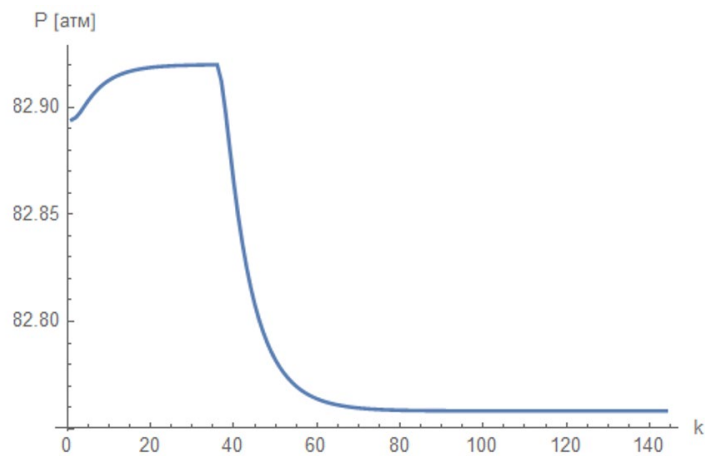


Рисунок 3.90 – Значення тиску в 2-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

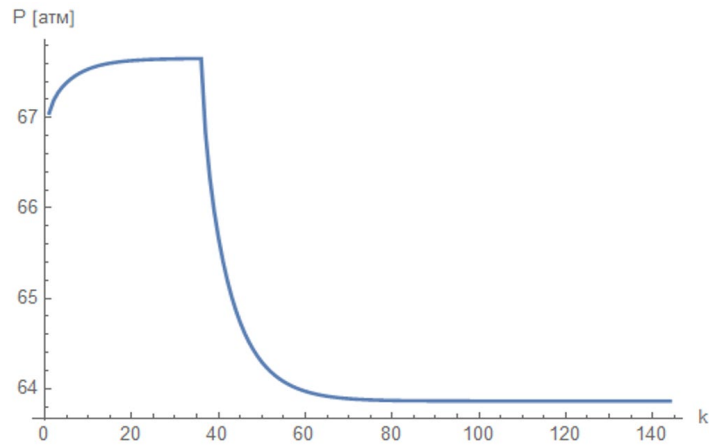


Рисунок 3.91 – Значення тиску в 20-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

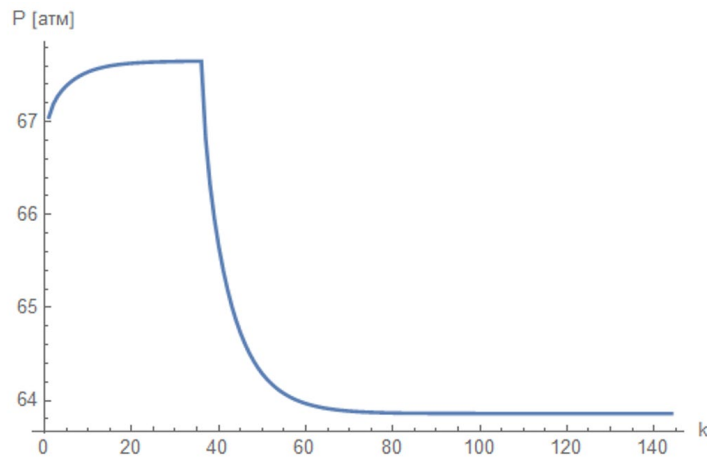


Рисунок 3.92 – Значення тиску в 38-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

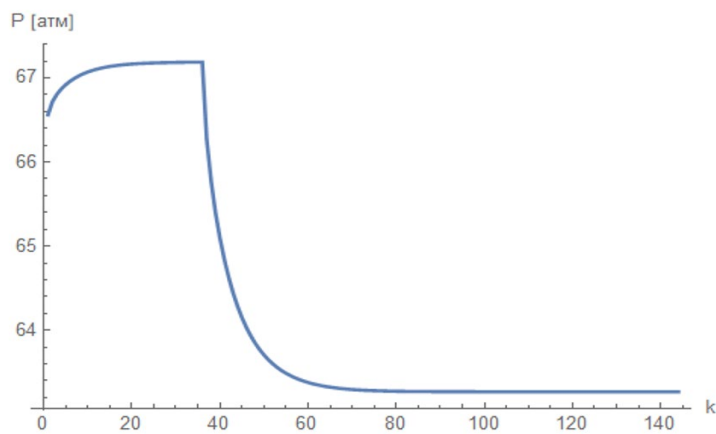


Рисунок 3.93 – Значення тиску в 21-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

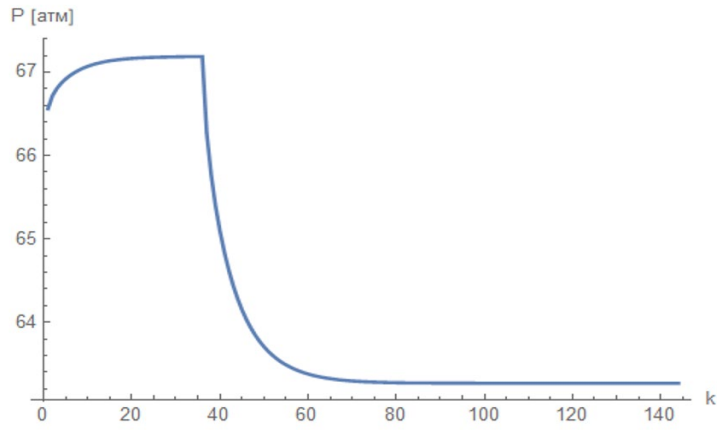


Рисунок 3.94 – Значення тиску в 39-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

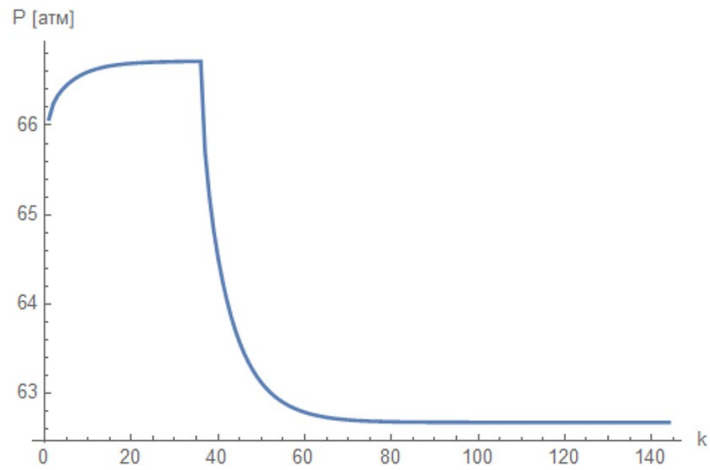


Рисунок 3.95 – Значення тиску в 22-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

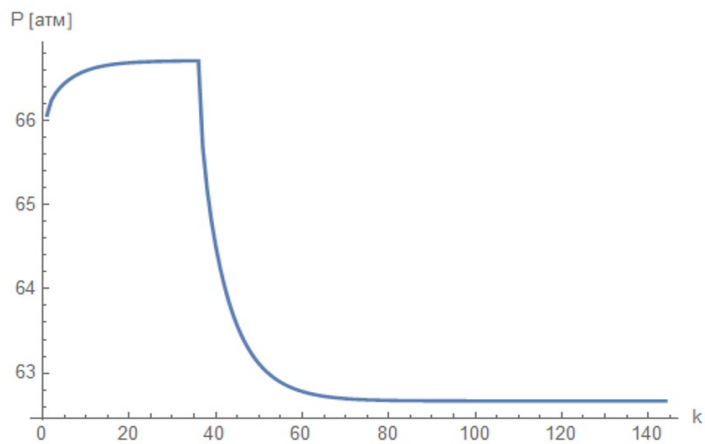


Рисунок 3.96 – Значення тиску в 40-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

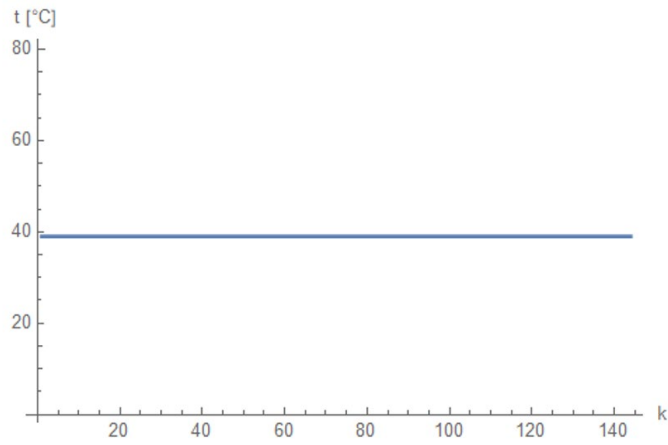


Рисунок 3.97 – Значення температури в 0-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

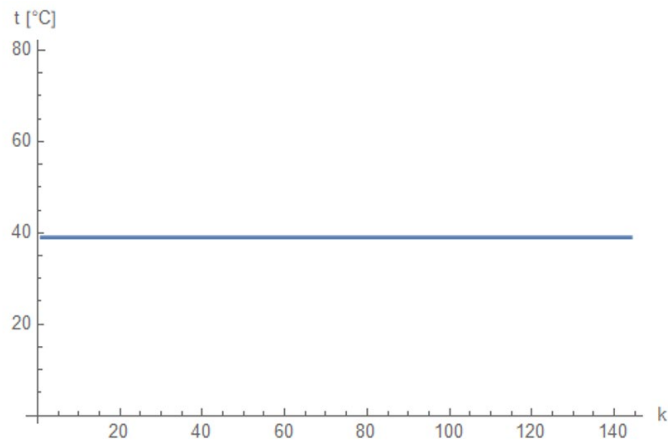


Рисунок 3.98 – Значення температури в 0-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

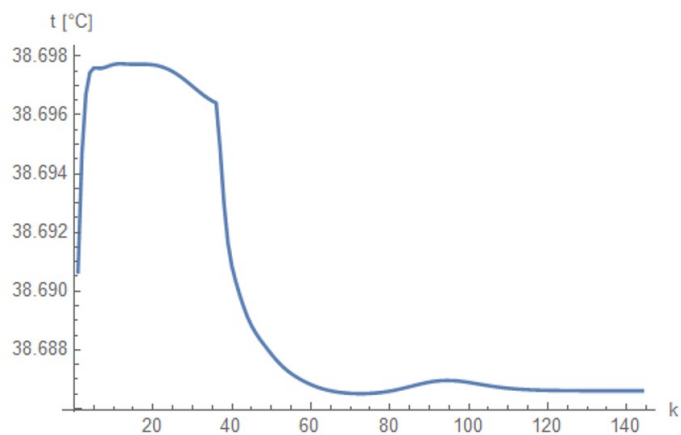


Рисунок 3.99 – Значення температури в 1-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

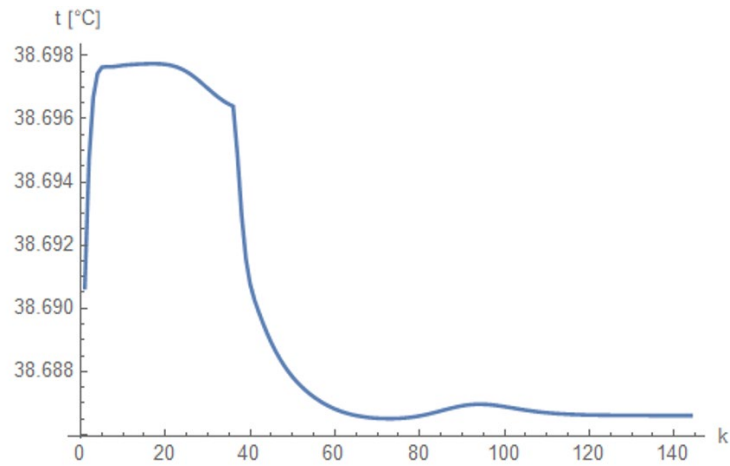


Рисунок 3.100 – Значення температури в 1-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

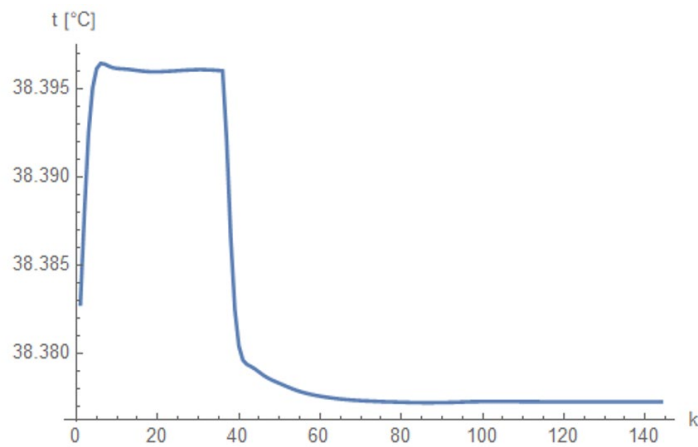


Рисунок 3.101 – Значення температури в 2-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

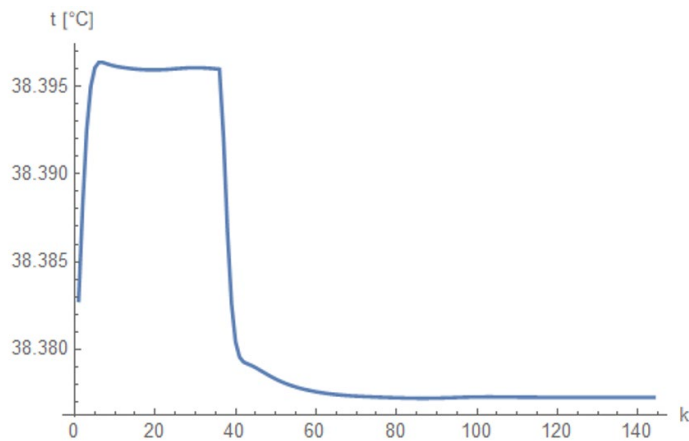


Рисунок 3.102 – Значення температури в 2-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

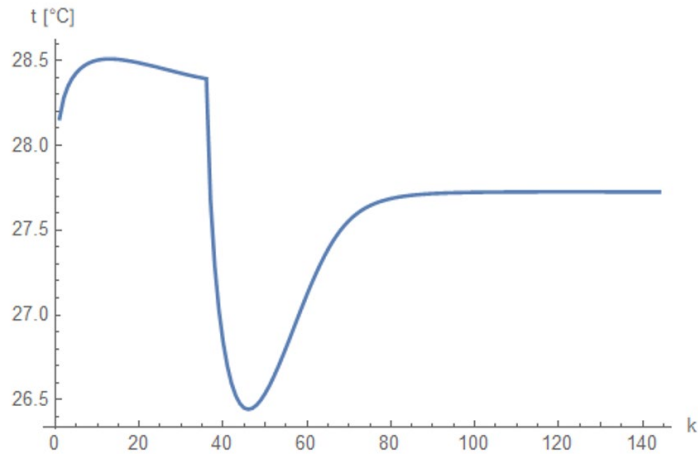


Рисунок 3.103 – Значення температури в 20-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

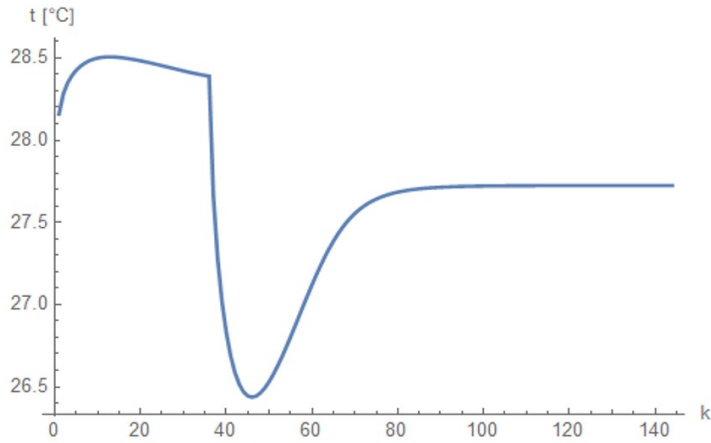


Рисунок 3.104 – Значення температури в 38-й точці розбиття ДТ  
для рівномірного шаблону

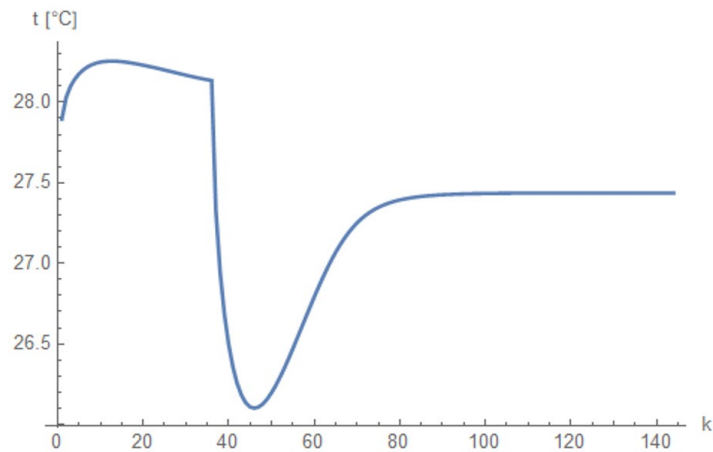


Рисунок 3.105 – Значення температури в 21-й точці розбиття ДТ  
для нерівномірного шаблону

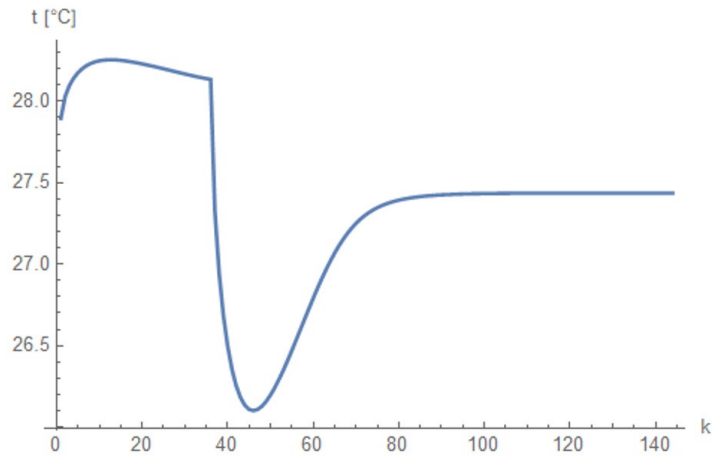


Рисунок 3.106 – Значення температури в 39-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

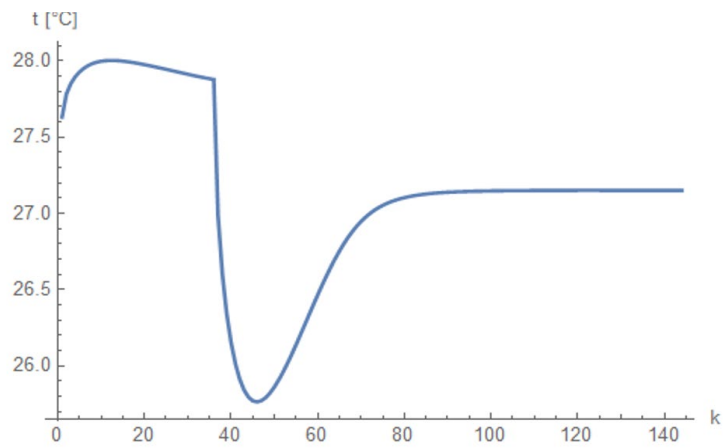


Рисунок 3.107 – Значення температури в 22-й точці розбиття ДТ для нерівномірного шаблону

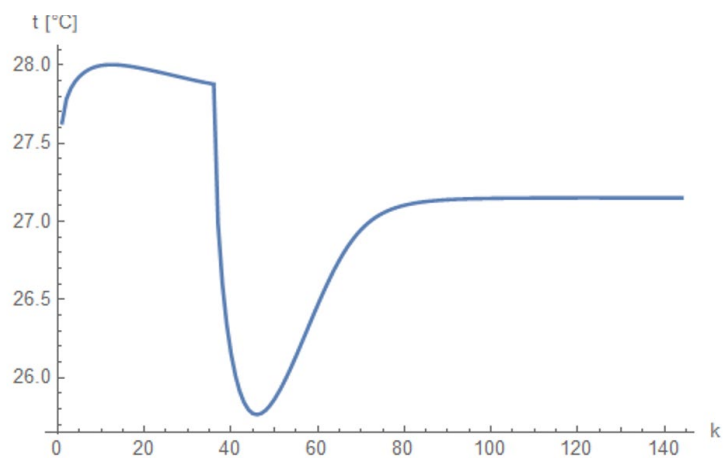


Рисунок 3.108 – Значення температури в 40-й точці розбиття ДТ для рівномірного шаблону

Після проведених розрахунків, знаходимо максимуми модулів різниці параметрів потоку газу (питомої масової витрати, тиску, температури газу) у відповідних точках розбиття по просторовій змінній при  $n = 7$  і  $n = 10$ ,  $n = 12$  і  $n = 20$  та  $n = 22$  і  $n = 40$  точками розбиття на обраних часових шарах.

Таблиця 3.19 – Різниця параметрів потоку газу на всіх шарах при різних  $n$

	Порівняння $n = 7$ і $n = 10$			Порівняння $n = 12$ і $n = 20$			Порівняння $n = 22$ і $n = 40$		
	$\Delta q$ (млн.м <sup>3</sup> /доб)	$\Delta P$ (атм)	$\Delta T$ (°C)	$\Delta q$	$\Delta P$	$\Delta T$	$\Delta q$	$\Delta P$	$\Delta T$
35	0,0052	0,0510	0,0812	0,0003	0,0042	0,0129	0,0008	0,0012	0,0035
36	0,3669	0,1006	0,1305	0,1133	0,0328	0,0424	0,0224	0,0123	0,0048
37	0,1797	0,1194	0,1537	0,0485	0,0318	0,0405	0,0142	0,0090	0,0015
38	0,1131	0,1268	0,1633	0,0466	0,0287	0,0370	0,0135	0,0008	0,0099
49	0,1561	0,1304	0,1689	0,0385	0,0262	0,0343	0,0110	0,0071	0,0091
123	0,0001	0,0798	0,1945	0,0001	0,0093	0,0074	0,0001	0,0026	0,0021

Таблиця 3.20 – Порівняння часу роботи програми при різних  $n$

	$n = 7$	$n = 12$	$n = 22$
Час роботи	12,732 сек.	18,081 сек.	38,521 сек.

	$n = 10$	$n = 20$	$n = 40$
Час роботи	16,165 сек.	32,019 сек.	201,576 сек.

Після дослідження можемо зробити висновки, що різниця параметрів газового потоку поблизу границь ділянки трубопроводу з використанням рівномірної та нерівномірної неявних скінченно-різницевої сітки має найбільше значення на початку перехідного процесу і потім зменшується. При  $n = 7$  та  $n = 10$  різниця є більшою ніж при  $n = 12$  та  $n = 20$ , при  $n = 22$  та  $n = 40$

різниця є меншою ніж при  $n = 12$  та  $n = 20$ . При збільшенні кількості точок розбиття параметри стають більш точними. Час на розрахунок зі збільшенням точок розбиття теж збільшується, але можемо побачити, що різниця параметрів при  $n = 22$  та  $n = 40$  є найменшою. Порівнюючи графіки для різних  $n$ , можна зробити висновок що при збільшенні кількості точок розбиття параметри стають більш точними.

Проведені дослідження показали можливість зменшення часу на розрахунок параметрів газового потоку поблизу границь ДТ при аварійних та нештатних ситуаціях за допомогою вибору нерівномірної скінченно-різницевої сітки та збільшення часу на прийняття рішень на подолання можливих наслідків таких ситуацій [15].

## ВИСНОВКИ

В результаті виконання кваліфікаційної роботи було проведено порівняння методу скінченних різниць з використанням рівномірної та методу скінченних різниць з використанням нерівномірної неявних скінченно-різницевих сіток для моделювання НН РТГ по ділянці трубопроводу для того, щоб отримати більш точні значення параметрів газового потоку поблизу границь ДТ за найменший час.

Для дослідження була обрана математична модель НН РТГ по ділянці трубопроводу газотранспортної системи великого діаметру з урахуванням кінетичної енергії та ефекту Джоуля-Томсона. В ході роботи був проведений огляд існуючих методів та вибір чисельного методу для моделювання нестационарних режимів по ДТ великого діаметру, який дозволяв би отримувати більш точні значення параметрів газового потоку поблизу границь ДТ. Був описаний метод скінченних різниць з використанням рівномірної та нерівномірної скінченно-різницевих сіток для моделювання режимів газу по ДТ.

Створений програмний продукт для отримання більш точних параметрів газового потоку поблизу ДТ для рівномірного та нерівномірного шаблону. Також був проведений аналіз результатів чисельного експерименту, розраховані максимуми модулів різниць параметрів потоку газу на всіх часових шарах при різних  $n$ . Результати аналізу показали, що при збільшенні кількості точок розбиття параметри стають більш точними. Було отримано, що для розрахунку параметрів газового потоку для однакової відстані від границь ДТ при нерівномірному шаблоні потрібно менше часу, ніж при рівномірному.

Тобто можемо сказати, що мета роботи досягнута.

Результати можна застосовувати для збільшення надійності роботи газотранспортних систем, прогнозування режимів роботи течії газу, особливо в складних та аварійних ситуаціях, та моделювання складних систем.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Смірнова В. С. Математичне моделювання нестационарних неізотермічних режимів транспорту газу по ділянці трубопроводу // Одинадцята Всеукраїнська (шоста міжнародна) студентська наукова конференція з прикладної математики та інформатики СНКПМІ–2008. 2008. С. 232–233.

2. Смоковський Р. С. Комп'ютерне моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру з урахуванням кінетичної енергії // XXIV Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології та системи»: зб. матеріалів форуму (м. Харків, 8-9 квітня 2021 р.). Т. 7/9/10. Харків : ХНУРЕ, 2021. С. 15–16.

3. Евдокимов А. Г. Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях // Харьков : Вища школа, 1980. 144 с.

4. Гусарова І. Г., Гончарова В. Д. Особливості чисельного моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру // Theoretical and empirical scientific research: concept and trends: Collection of scientific papers «ΛΟΓΟΣ» with Proceedings of the IV International Scientific and Practical Conference, Oxford, October 14, 2022. Oxford-Vinnytsia: P. C. Publishing House & European Scientific Platform, 2022. С. 63–64.

5. Ковеня В. М., Яненко, Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики // Москва : Наука, 1981. 304 с.

6. Режимы газотранспортных систем / Є. І. Яковлев, О. С. Казак, В. Б. Михалків, Д. Ф. Тимків // Львів : Світ, 1992. 170 с.

7. Трубопроводный транспорт газа / С. А. Бобровский, С. Г. Щербаков, Е. И. Яковлев [та ін.] // Москва : Наука, 1976. 496 с.

8. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы // Москва : Мир, 1984. 428 с.

9. Метод конечных элементов в задачах газонефтепромысловой механики / В. Н. Аликин, И. Е. Литвин, С. М. Щербаков, В. П. Бородавкин. Москва : Недра, 1992. 288 с.

10. Коздоба Л. А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности. Москва : Наука, 1975. 228 с.
11. Гусарова И. Г., Коротенко А. Н. Результаты численного моделирования переходных режимов течения газа по участку трубопровода методом характеристик // Системи обробки інформації. 2018. № 2 (153). С. 18–26.
12. Гусарова И. Г., Мелиневский Д. В. Численное моделирование переходных режимов течения газа с использованием различных конечно-разностных сеток // Системи обробки інформації. 2017. № 2 (23). С. 29–33.
13. Вдовенко В. Д. Застосування нерівномірної сітки при моделюванні нестационарних режимів течії газу по ділянці трубопроводу великого діаметру: диплом. робота. на здобуття ступеня бакалавра: [спец.] 124 “Системний аналіз” / Харків. нац. ун-т радіоелектроніки. Харків, 2021. 89 с.
14. Смоковський Р.С. Моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру з урахуванням кінетичної енергії: диплом. робота. на здобуття ступеня бакалавра: [спец.] 124 “Системний аналіз” / Харків. нац. ун-т радіоелектроніки. Харків, 2020. 107 с.
15. Гусарова І. Г., Гончарова В. Д. Результати комп’ютерного моделювання нестационарних режимів по ділянці трубопроводу великого діаметру // Current issues of science, prospects and challenges: collection of scientific papers «SCIENTIA» with Proceedings of the III International Scientific and Theoretical Conference, November 25, 2022. Sydney, Australia: European Scientific Platform, 2022. С. 105–107.