

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ВИБРАЦИОННЫХ СТЕНДОВ КАК ОБЪЕКТОВ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ СО СЛУЧАЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В. А. Михайлов, В. Н. Давиденко, А. Е. Божко

Харьков

В настоящее время надежности проектируемых приборов и устройств автоматизации уделяется особое внимание. В лабораторных условиях с целью более точного определения количественной оценки надежности аппаратуры стремятся максимально приближать испытание этой аппаратуры к реальным условиям ее эксплуатации. Известно [1, 2; 5—7], что большинство реальных вибраций являются случайными, т. е. имеют негармонический и непериодический характер.

Однако вопрос о возможности имитации в лаборатории случайных вибраций освещен слабо, хотя в [5—6] ставилась задача о необходимости проведения подобных испытаний. В [8] рассматривается возможность воспроизведения вибраций со случайными параметрами при помощи создания полигармонических колебаний. Такое имитирование случайных вибраций затруднено, так как в этом случае необходимо использовать большое количество генераторов различных гармонических колебаний.

Поэтому авторы останавливаются именно на вопросе воспроизведения в лаборатории случайных вибраций, подобных реальным. В связи с этим необходимо рассмотреть наиболее приемлемую систему вибратора, которая воспроизводила бы колебания без искажения вероятностных характеристик [3].

Для этого вибрационный стенд должен автоматически регулировать изменение амплитуды и частоты колебаний. С точки зрения быстродействия и широкодиапазонного частотного воспроизведения колебаний ни центробежные, ни эксцентриковые стенды не могут конкурировать с электродинамическими и пьезоэлектрическими вибрационными стендами. Однако применение пьезоэлектрических стендов из-за их малой допустимой весовой нагрузки ограничено при виброиспытании широкого класса аппаратуры автоматизации.

Поэтому в качестве основного вибростенда, способного воспроизвести колебания со случайными параметрами, служит электродинамический стенд. Для воспроизведения вибраций в широком диапазоне частот более удовлетворяющими являются электродинамические стенды резонансного типа с частотой собственных колебаний виброплатформы значительно меньшей нижней частоты возмущающей силы.

Определим характеристики имитируемой вибрации электродинамической виброплатформой. Электродинамический вибратор представляет собой колебательное звено с одной степенью свободы.

Сила взаимодействия постоянного магнитного поля обмотки возбуждения с током подвижной катушки, который является электрическим сигналом-аналогом случайных вибраций, определяется выражением

$$F = B_0 l i, \quad (1)$$

где F — сила взаимодействия магнитного поля и тока;

B_0 — магнитная индукция в воздушном зазоре электродинамического стенда;

l — длина проводника подвижной катушки;

i — электрический ток в проводнике подвижной катушки.

Для электродинамического стенда уравнение движения подвижной системы имеет следующий вид:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2v \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = k i \omega_0^2, \quad (2)$$

где

$$k = \frac{B_0 l}{\omega_0^2 m}; \quad v = \frac{h}{2m}; \quad \omega_0^2 = \frac{c}{m};$$

y — текущее значение перемещения подвижной системы стенда;

m — масса движущихся частей;

h — коэффициент демпфирования (сопротивления колебаниям);

c — коэффициент жесткости пружин;

ω_0 — собственная частота колебаний подвижной системы;

v — коэффициент затухания.

Для зарезонансных стендов [4] восстанавливающую силу пружин считаем линейной, и коэффициент демпфирования — малой величиной. Поэтому, учитывая дополнительно то, что уравнение движения стенда является линейным и коэффициенты постоянны, можно представить электродинамический вибратор как линейный преобразователь, ко входу которого приложено случайное воздействие.

Передающая функция такого преобразователя

$$\Phi(p) = \frac{k \omega_0^2}{p^2 + 2vp + \omega_0^2}, \quad (3)$$

где p — оператор Лапласа.

На основании данных [7—8], параметры реальной вибрации являются случайными стационарными процессами. Поэтому будем считать, что ко входу вибратора приложено воздействие в виде белого шума в ограниченной области частот. Определение характеристик реакции вибратора на сигнал в виде белого шума является как бы обобщением на всю гамму стационарных случайных воздействий в заданном диапазоне частот [3].



Рис. Структура стенда как линейного преобразователя.

В общем случае электродинамический вибратор структурно представлен на рисунке, где $x(t)$ — входной случайный сигнал (ток подвижной катушки);

$y(t)$ — выходной сигнал (колебания подвижной системы вибратора);

Φ — передаточная функция стенда.

Определим характеристики выходного сигнала $y(t)$ преобразователя при действии на его входе белого шума $x(t)$. Известно, что спектральная плотность белого шума $S_x(\omega)$ равна его постоянной величине, поэтому

$$S_x(\omega) = S_x. \quad (1)$$

Определяем спектральную плотность реакции $S_y(\omega)$

$$S_y(\omega) = |\Phi(j\omega)|^2 S_x(\omega). \quad (5)$$

Здесь $|\Phi(j\omega)|$ — модуль частотной характеристики преобразователя:

$$|\Phi(j\omega)| = \frac{k\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\nu^2\omega^2}, \quad (6)$$

где ω — текущее значение круговой частоты в заданном диапазоне. Подставляя уравнения (4), (6) в выражение (5), получим спектральную плотность колебаний вибратора, т. е.

$$S_y(\omega) = \frac{k^2\omega_0^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\nu^2\omega^2} \cdot S_x. \quad (7)$$

Таким образом, в зарезонансной области $D_y(\omega) = \text{const}$.

Белый шум является центрированной случайной функцией. Поэтому математическое ожидание выходного сигнала преобразователя m_y определяемое выражением

$$m_y = \Phi(p)m_x, \quad (8)$$

равно нулю, что физически отражает работу электродинамического стенда.

Дисперсия колебания вибратора D_y при действии белого шума

$$D_y = S_x I, \quad (9)$$

где I — интегральная квадратичная оценка импульсной переходной функции преобразователя.

Наиболее простым способом определения величины I является метод Мак-Лэна [9], основанный на использовании коэффициентов изображения импульсной переходной функции преобразователя $X(p)$, которое определяется уравнением

$$X(p) = \frac{\Phi(0)}{p} - \frac{\Phi(p)}{p}, \quad (10)$$

где $\Phi(p)$ — передаточная функция вибратора.

Подставляя выражения для $\Phi(p)$ (3) в уравнение (10), получим

$$X(p) = \frac{kp + 2k\nu}{p^2 + 2\nu p + \omega_0^2}. \quad (11)$$

Так как показатель степени при операторе p в числителе меньше показателя степени знаменателя на единицу, то

$$I = \frac{B'_0\Delta_0 + B'_1\Delta_1 + \dots - 2b'_0b'_1\Delta}{2a_0^2\Delta}, \quad (12)$$

где определитель Δ является старшим определителем Гурвица для преобразователя

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_0 & -a_2 \\ 0 & a_1 \end{vmatrix} = a_0 a_1; \quad (13)$$

Определители числителя и коэффициенты в (12—14), для вибратора

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} a_1 & -a_2 \\ a_0 & a_1 \end{vmatrix} = a_1^2 + a_0 a_2; \quad \Delta_1 = \Delta_2 = \dots = \Delta_n = 0; \quad (14)$$

$$a_0 = \omega_0^2; \quad b_0 = 2k\nu;$$

$$a_1 = 2v; \quad b_1 = k; \quad b'_0 = b_1 \left(-\frac{a_0}{a_2} \right) = -k\omega_0^2;$$

$$a_2 = 1; \quad b'_0 = b_0'^2 = k^2\omega_0^4 \quad (15)$$

Подставляя значение коэффициентов из (15) в (12), получим выражение интегральной квадратичной оценки для вибратора

$$I = \frac{k^2\omega_0}{4\xi} \cdot (4\xi^2 + 1); \quad \xi = \frac{v}{\omega_0}, \quad (16)$$

где ξ — показатель коэффициента затухания.

Таким образом, дисперсия колебаний подвижной системы стэнда под действием белого шума

$$D_y = \frac{4\xi^2 + 1}{4\xi} k^2\omega_0 S_x. \quad (17)$$

При $\xi \rightarrow 0$ $D_y \rightarrow \infty$, что почти наглядно отражает дисперсию белого шума. Однако реально дисперсия перемещения подвижной системы вибратора бесконечно большой быть не может из-за действия сил сопротивления.

Перейдем к определению корреляционной функции $R_y(\tau)$ сигнала $y(t)$. Последняя при действии на преобразователь белого шума [2, 3, 5, 6, 7].

$$R_A(\tau) = S_x \int_{-\infty}^{\infty} h'(\tau_0 + \tau) k'(\tau_0) d\tau_0. \quad (18)$$

где $h'(\tau)$ — импульсная переходная функция вибратора.

Функция $h'(\tau)$ для электродинамического вибростэнда, работающего в зарезонансной области $\xi < 1$, может быть определена формулой

$$h'(\tau) = \frac{ke^{-r\frac{\tau}{T}}}{rT} \sin\left(r\frac{\tau}{T}\right), \quad (19)$$

где

$$r = \sqrt{1 - \xi^2}, \quad T = \frac{1}{\omega_0}.$$

После подстановки в уравнение (18) значения функции $h'(\tau)$ и вычисления интеграла корреляционная функция сигнала

$$R_A(\tau) = \frac{4\xi^2 + 1}{4\xi} \omega_0 k^2 S_x e^{-\omega_0 |\tau|} \cos \omega_0 |\tau|. \quad (20)$$

Экспериментальным подтверждением зависимости (20) является вид корреляционной функции звена второго порядка при возмущении белым шумом на выходе анализатора случайных функций [9].

Найдем время корреляции τ_k и эффективную полосу пропускания вибратора.

Так как с увеличением частоты ω амплитудная частотная характеристика вибратора $|\Phi(j\omega)|$ убывает монотонно к нулю, то, согласно [3], время корреляции определяется выражением

$$\tau_k = \frac{S_x \Phi^2(0)}{D_y}. \quad (21)$$

где $\Phi(0)$ — значение амплитудной частотной характеристики при $\omega = 0$, т. е. $\Phi(0) = k$.

Подставляя значения $\Phi(0)$ и D , в уравнение (21), получим

$$\tau_k = \frac{4\xi}{4\xi^2 + 1} \cdot \frac{\pi}{\omega_0} \quad (22)$$

Эффективная полоса пропускания вибратора

$$\omega_{эфф} = \frac{\pi}{2\tau_k} = \frac{4\xi^2 + 1}{8\xi} \omega_0. \quad (23)$$

Из уравнения (22, 23) следует, что при малом ξ время τ_k приближается к нулю, а вибратор по полосе пропускания способен воспроизвести широкий спектр частот.

Таким образом, в результате проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. Электродинамический вибрационный стенд при работе в резонансной области может воспроизводить широкий класс вибраций.
2. По своему характеру колебания подвижной системы могут быть близки к случайному стационарному воздействию.
3. Для воспроизведения случайных вибраций с линейными ускорениями (при наличии математических ожиданий выходного процесса $m, \neq 0$) необходима комбинированная конструкция вибрационного стенда, т. е. платформа стенда должна управляться электродинамическим и механическим приводами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Иорш. Виброметрия. Изд-во «Машгиз», 1963.
2. Л. А. Певзнер. Требования к аппаратуре для измерения случайных вибраций. Вибрационная техника, № 1. Изд-во ЛДНТП, 1963.
3. Н. А. Лившиц и В. Н. Пугачев. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Изд-во «Советское радио», 1963.
4. С. Б. Васютинский и Г. П. Начаенко. Конструирование схемы и основные уравнения электродинамических вибрационных стендов. Тр. ЛПИ им. М. И. Калинина «Динамика и прочность», № 192, 1958.
5. Г. В. Дружинин. Надежность устройств автоматики. Изд-во «Энергия», 1964.
6. Ирвин Вигнес. Исследование основных характеристик ударов и вибраций. Перевод № 10-498, 1968.
7. М. З. Коловский. О замене случайного вибрационного воздействия полигармоническим процессом. Изд-во АН СССР, ОТН, «Механика и машиностроение», № 2, 1963.
8. А. А. Красовский и Г. О. Поспелов. Основы автоматики и технической кибернетики. Госэнергоиздат, 1962.
9. В. И. Калашников и др. Анализатор случайных процессов для исследования систем автоматики. Сб. «Приборы и устройства средств автоматики и телемеханики», вып. 1. Изд-во ХГУ, Харьков, 1965.