СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ

И. В. Кузьмин, Ф. А. Бекиров
Харьков

Если точностные возможности собственно навигационных приборов и коррекции систематических ошибок исчерпаны, то дальнейшее повышение точности управления летательным аппаратом может быть достигнуто за счет рациональной статистической обработки сигналов навигационной системы.

Навигационные приборы часто в выходном сигнале содержат значительный уровень флюктуационных помех, вызванных целым рядом причин [1]. Широко распространено мнение, что точность навигационных систем определяется исключительно медленно меняющимися составляющими ошибок. Эти составляющие обычно считаются систематическими и задаются в виде постоянных или линейных функций времени. При этом полагают, что не имеет значения ни собственная динамика элементов системы, так как их быстродействие велико по сравнению с изменением навигационных параметров, ни флюктуационные составляющие ошибок, так как их достаточно хорошо фильтруют элементы системы и, кроме того, их легко подавить дополнительными сглаживающими и фильтрующими устройствами. В действительности, такие представления допустимы лишь в некоторых пределах. В частности, медленно меняющиеся составляющие могут быть представлены в виде функций простейшей формы лишь в ограниченных интервалах времени и только в тех случаях, когда для их уменьшения не принимаются специальные меры. В [1] показано, что неучет высокочастотных составляющих помех ведет к значительному снижению точностных возможностей системы управления летательным аппаратом. Эти составляющие остаются основным источником некорректированных ошибок.

Учет того обстоятельства, что навигационные параметры летательного аппарата меняются более плавно по сравнению с флюктуационными помехами, уже давно привел к идее усреднения входных данных за некоторый интервал времени, или, в более общем случае, к идее сглаживания [2]. Однако, при этом неизбежно возникают динамические ошибки, вызванные изменениями навигационных параметров за время сглаживания. Пока постоянные времени сглаживания не слишком велики, выигрыш от уменьшения влияния флюктуационных ошибок превалирует над проигрышем из-за появления динамических ошибок. Возникает задача построения оптимальных сглаживающих устройств (фильтров), обеспечивающих наивысшую точность системы.

Оптимальная система обработки представляется в виде системы фильтров, передаточные функции которых определяются из условия минимума дисперсии ошибки в воспроизведении летательным аппаратом заданного закона управления.

К задаче определения системы оптимальной обработки навигационных сигналов необходим общий подход с позиций управления летательным аппаратом в целом, на основе знания общих вероятностных свойств навигационных параметров, зависящих от преобразования всей системы управления возмущений, воздействующих на аппарат, управляющих сигналов и случайных ошибок, присущих навигационной системе, как случайных функций времени. Такой подход к задаче стал намечаться лишь в последние годы.

Широкий класс летательных аппаратов имеет нелинейную систему управления. Это вызвано тем, что допустимые отклонения органов уп-

равления летательными аппаратами и скорости изменения этих отклонений ограничены по модулю. Известно, что при ограничениях по величине управляющих воздействий наибольшее быстродействие может быть достигнуто в системах с нелинейными обратными связями и релейными управлениями. Кроме того, в системах управления встречаются существенные нелинейности, неучет которых может привести к качественно неверному представлению о процессах, протекающих в системе.

В данной работе рассматривается задача синтеза динамических характеристик оптимальной системы обработки сигналов навигационных приборов нелинейной системы управления летательным аппаратом.

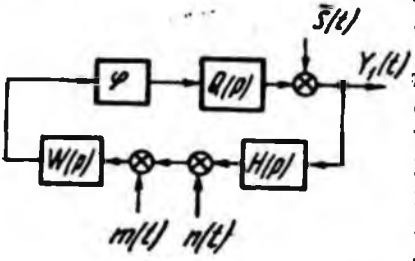


Рис. 1.

Структурная схема простейшего одноканального варианта навигационной системы, работающей в замкнутом контуре управления, представлена на рис. 1. Здесь $\bar{S}(t)$ — возмущения, приведенные к выходу летательного аппарата. Для режима равномерного горизонтального полета, близкого к прямолинейному, возмущения приближенно можно считать стационарными [3]. В данной работе предполагается именно этот случай движения. Для уменьшения ошибки измерения $n(t)$ включен линейный фильтр с передаточной функцией $W(p)$. Же-

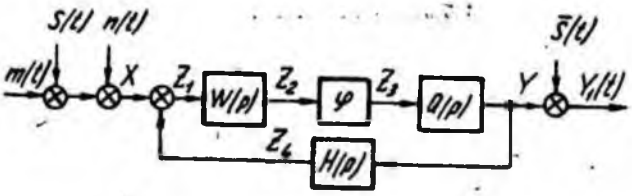


Рис. 2.

лаемый закон движения задается программой $m(t)$. В данном случае полагаем $m(t)=m$. Объект считается неколебательным с безынерционной нелинейностью φ и передаточной функцией приведенной линейной части системы $Q(p)$. На рис. 1 не показан преобразователь навигационных параметров на входе в измеритель, так как он считается линейным безынерционным [3] и его коэффициент передачи отнесен к звену $H(p)$, где $H(p)$ — передаточная функция измерителя.

Приведем структурную схему рис. 1 к обычной разомкнутой схеме преобразования сигнала. В общем случае, когда звенья системы могут быть нестационарными, такое преобразование можно осуществить на основе использования взаимно обратных систем. Ниже предполагается, что все звенья системы (в том числе и пока не рассчитанный фильтр) стационарны. В этом случае преобразование сводится к простым пересчетам передаточных функций на основе метода структурных преобразований. В результате приходим к структурной схеме, изображенной на рис. 2. Здесь $S(t)$ — сигнал $\bar{S}(t)$, приведенный к выходу навигационного прибора

$$S(j\omega)=\frac{1}{H(j\omega)}\cdot\bar{S}(j\omega). \qquad (1)$$

Таким образом, приходим к задаче оптимальной фильтрации, причем роль полезного сигнала играет $Z(t)$:

$$Z(t)=m+S(t), \tag{2}$$

а роль помехи — ошибка $n(t)$ навигационного прибора с заданной корреляционной функцией $R_n(\tau)$. Корреляционная функция $R_s(\tau)$ сигнала $S(t)$ может быть определена по методике [4]. Здесь она считается заданной.

Известные трудности, связанные с наличием нелинейности φ, могут быть преодолены применением метода статистической линеаризации. Уравнения системы имеют вид:

$$\begin{aligned} Z_1&=X-Z_4;\\ Z_2&=W(p)Z_1;\\ Z_3&=\varphi(Z_2);\\ Y&=Q(p)Z_3;\\ Z_4&=H(p)Y. \end{aligned} \tag{3}$$

Произведем статистическую линеаризацию (5) безынерционного элемента φ:

$$\varphi(Z_2)=k_0(m_{z_2},\ \delta_{z_2})m_{z_2}+k_1(m_{z_2},\sigma_{z_2})\mathring{Z}_2. \tag{4}$$

В результате линеаризации получим две системы уравнений: одну для определения математического ожидания:

$$\begin{aligned} m_{z_1}&=m_x-m_{z_4};\\ m_{z_2}&=W(p)m_{z_1};\\ m_{z_3}&=k_0(m_{z_2},\ \delta_{z_2})m_{z_2};\\ m_Y&=Q(p)m_{z_3};\\ m_{z_4}&=H(p)m_Y; \end{aligned} \tag{5}$$

другую — для определения случайных составляющих:

$$\begin{aligned} \mathring{Z}_1&=X-\mathring{Z}_4;\\ \mathring{Z}_2&=W(p)\mathring{Z}_1;\\ \mathring{Z}_3&=k_1(m_{z_2},\sigma_{z_2})\mathring{Z}_2;\\ \mathring{Y}&=Q(p)\mathring{Z}_3;\\ \mathring{Z}_4&=H(p)\mathring{Y}. \end{aligned} \tag{6}$$

Системы уравнений (5) и (6) являются линейными. Определим из системы уравнений (5) передаточную функцию $\Phi_0(p)$ для выхода m_Y относительно входа m_x, а из системы уравнений (6) — передаточную функцию $\Phi_1(p)$ для выхода $\mathring{Y}$ относительно входа $\mathring{X}$:

$$\Phi_0(p)=\frac{W(p)Q(p)k_0(m_{z_2},\ \sigma_{z_2})}{1+H(p)k_0(m_{z_2},\ \sigma_{z_2})}; \tag{7}$$

$$\Phi_1(p)=\frac{W(p)Q(p)k_1(m_{z_2},\ \sigma_{z_2})}{1+H(p)k_1(m_{z_2},\ \sigma_{z_2})}. \tag{8}$$

Переходя с помощью обратного преобразования Лапласа от передаточных функций к весовым функциям, реакцию статистически линеа-

ризованной системы на входной сигнал X можно представить в виде:

$$Y(t) = m\int_0^T g_0(\tau)\,d\tau + \int_0^T [S(t-\tau) + n(t-\tau)]\,g_1(\tau)\,d\tau, \qquad (9)$$

где $g_0(t)$ и $g_1(t)$ — весовые функции, соответствующие передаточным функциям $W_0(p)$ и $W_1(p)$. T — время наблюдения входного сигнала.

Ошибка воспроизведения системой неслучайной составляющей входного сигнала определяется выражением:

$$\varepsilon_0 = m\left[1 - \int_0^T g_0(\tau)\,d\tau\right], \qquad (10)$$

а ошибка воспроизведения случайной составляющей — выражением:

$$\varepsilon_1 = S(t) - \int_0^T [S(t-\tau) + n(t-\tau)]\,g_1(\tau)\,d\tau. \qquad (11)$$

Нулевая неслучайная ошибка ε_0 может быть получена, вообще говоря, лишь за счет увеличения случайной ошибки ε_1, что не всегда удобно. Кроме того, если управляющее воздействие, в общем случае, имеет вид полинома степени r, то, как ясно из определения астатической системы, нулевая ошибка может быть получена лишь в случае, если система обладает астатизмом порядка $(r+1)$. Реализация таких систем связана с большими трудностями уже при $r=1$. Эти трудности в известной мере отпадают, если динамическую точность воспроизведения неслучайной составляющей m полезного сигнала охарактеризовать заданным значением ошибки

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0}{m} = 1 - \int_0^T g_0(\tau)\,d\tau. \qquad (12)$$

Поэтому будем искать оптимальную весовую функцию $g_1(t)$ системы по критерию минимума средней квадратичной ошибки ε_1 воспроизведения сигнала:

$$M\varepsilon_1^2 = M\left\{\left[S(t) - \int_0^T (S(t-\tau) + n(t-\tau))\,g_1(\tau)\right]^2\right\} = \min \qquad (13)$$

при условии (12).

Необходимым и достаточным условием минимума функционала (13) при выполнении условия (12) является интегральное уравнение [5]:

$$\int_0^T [R_s(t-\tau) + R_n(t-\tau)]\,g_1(\tau)\,d\tau = \frac{\lambda}{q}\left\{1 - 2\nu\int_0^{T-t} L_1(\tau)\,\Psi_1(T-t-\tau)\,d\tau + \right.$$

$$+ 3\nu^2\int_0^{T-t} L_2(\tau)\,\Psi_2(T-t-\tau)\,d\tau + \ldots + (-1)^{n-1}\nu^{n-1}n\int_0^{T-t} L_{n-1}(\tau)\,\Psi_{n-1}(T-$$

$$\left. - t - \tau)\,d\tau + \ldots\right\} + \int_{-\infty}^{\infty} R_s(t-\tau)\,\rho(\tau)\,d\tau, \qquad (14)$$

где

$$L_{n-1}(t_1 - t_2) = \int_0^{t_1-t_2} g_1(t_2)\,dt_2 \ldots \int_0^{t_1-t_2-\ldots-t_{n-1}} g_1(t_n)\,g_1(t_1 - t_2 - \ldots - t_n)\,dt_n;$$

$$\Psi(\Theta) = \int_0^{\Theta} \omega(\tau)\,d\tau; \qquad \rho(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t}\,d\omega;$$

$\omega(t)$ — весовая функция, соответствующая передаточной функции $H(p)$, q, ν — коэффициенты, определяемые коэффициентами статистической линеаризации:

$$q = \frac{k_1(m_{z_2}, \sigma_{z_2})}{k_0(m_{z_2}, \sigma_{z_2})}; \quad \nu = k_0(m_{z_2}, \sigma_{z_2}) - qk_1(m_{z_2}, \sigma_{z_2}). \tag{15}$$

λ — неопределенный множитель Лагранжа, который определяется подстановкой решения уравнения (14) в условие (12).

Решение уравнения (14) можно искать в виде ряда по малому параметру:

$$g_1(t) = \beta_0(t) + \nu\beta_1(t) + \nu^2\beta_2(t) + \cdots \tag{16}$$

Подставляя ряд (16) в уравнение (14), получим уравнение для определения функций $\beta_i(t)$ вида:

$$\int_0^T [R_x(t-\tau) + R_n(t-\tau)]\,\beta_i(\tau)\,d\tau = F_i(t), \tag{17}$$

которые решаются известными методами. Определив весовую функцию $g_1(t)$, найдем соответствующую ей передаточную функцию

$$\Phi_1(p) = \int_0^{\infty} g_1(t)e^{-pt}dt. \tag{18}$$

Передаточная функция $\Phi_1(p)$ дает оптимальную в смысле (13) при условии (12) динамическую характеристику всего летательного аппарата в целом, включая объект с системой управления, навигационную систему и систему обработки сигналов. Зная $\Phi_1(p)$, пользуясь выражением (8), нетрудно определить динамическую характеристику оптимальной системы обработки сигналов:

$$W(p) = \frac{\Phi_1(p)}{Q(p)\,k_1(m_{z_2}, \sigma_{z_2})\,[1 - \Phi_1(p)\,H(p)\,k_1(m_{z_2}, \sigma_{z_2})]}. \tag{19}$$

Определив $W(p)$, мы тем самым решили задачу синтеза корректирующего фильтра нелинейной динамической системы.

Передаточная функция $W(p)$ может быть определена только лишь методом последовательных приближений, т. е. величины q и ν зависят от вероятностных характеристик сигналов на входе в нелинейный элемент. Последние, в свою очередь, зависят от вероятностных свойств выходных сигналов нелинейного элемента, так как нелинейный элемент работает в замкнутом контуре управления. Поэтому возможен следующий путь определения $W(p)$. Известными методами решается интегральное уравнение (17). Полученное решение будет содержать произвольные постоянные, зависящие от q и ν. Задаваясь величинами q и ν, определяем

эти постоянные. Определяем $g_1(t)$, $\Phi_1(p)$ и $W(p)$. Уточняем характеристики сигналов на входе в нелинейный элемент. В результате получим уточненные величины q и ν. Процесс повторяем до тех пор, пока новые значения переменных не будут отличаться от предыдущих на величину, лежащую в пределах заданной точности вычислений.

ВЫВОД

Методика решения задачи синтеза динамических характеристик оптимальной системы обработки навигационных сигналов заключается в следующем:

1. Структурными преобразованиями задача сводится к задаче фильтрации.

2. С позиций теории оптимальной фильтрации, на основе метода статистической линеаризации нелинейности решается задача синтеза корректирующего фильтра нелинейной динамической системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Хаммон. Влияние случайных ошибок на инерциальные системы управления. «Вопросы ракетной техники», 1968, № 12.

2. С. С. Ривкин. Теория гироскопических устройств. т. 1, 1962, т. 2, 1964.

3. В. А. Боднер. Теория автоматического управления полетом. Изд-во «Наука», 1964.

4. И. В. Кузьмин, А. Ф. Бекиров. Задача статистического синтеза оптимальной системы контроля нелинейного объекта. Приборы и системы автоматики, 1970, № 16.

5. И. Е. Казаков, Б. Г. Доступов. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. Физматгиз, 1962.