

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет \_\_\_\_\_ Комп'ютерних наук  
(повна назва)  
Кафедра \_\_\_\_\_ Штучного інтелекту  
(повна назва)

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**  
**Пояснювальна записка**

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ перший (бакалаврський)

Розробка системи прогнозування цін фінансових інструментів та формування  
торгових стратегій на основі машинного навчання  
(тема)

Виконав:  
здобувач \_\_\_\_\_ четвертого \_\_\_\_\_ року навчання,  
групи \_\_\_\_\_ ІТШ-22-4

\_\_\_\_\_ Данило МАЛЄЄВ  
(власне ім'я, прізвище)

Спеціальність 122 Комп'ютерні науки  
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми \_\_\_\_\_ освітньо-професійна  
Освітня програма \_\_\_\_\_ Штучний інтелект  
(повна назва освітньої програми)

Керівник \_\_\_\_\_ ас. Максим ПОЛІТ  
(посада, власне ім'я, прізвище)

Допускається до захисту

Завідувач кафедри ШІ

\_\_\_\_\_  
(підпис)

\_\_\_\_\_ Лариса ЧАЛА  
(власне ім'я, прізвище)

2026 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет \_\_\_\_\_ Комп'ютерних наук \_\_\_\_\_

Кафедра \_\_\_\_\_ Штучного інтелекту \_\_\_\_\_

Рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ перший (бакалаврський) \_\_\_\_\_

Спеціальність \_\_\_\_\_ 122 Комп'ютерні науки \_\_\_\_\_  
(код і повна назва)

Тип програми \_\_\_\_\_ освітньо-професійна \_\_\_\_\_

Освітня програма \_\_\_\_\_ Штучний інтелект \_\_\_\_\_  
(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри \_\_\_\_\_

(підпис)

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ р.

**ЗАВДАННЯ**  
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві \_\_\_\_\_ Малєєву Данилу Вадимовичу \_\_\_\_\_  
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи \_\_\_\_\_ Розробка системи прогнозування цін фінансових інструментів та формування торгових стратегій на основі машинного навчання \_\_\_\_\_

затверджена наказом університету від \_\_\_\_\_ 5 \_\_\_\_\_ червня \_\_\_\_\_ 20 26 р. № 488Ст

2. Термін подання здобувачем роботи до екзаменаційної комісії \_\_\_\_\_ 7 \_\_\_\_\_ липня \_\_\_\_\_ 20 26 р.

3. Вихідні дані до роботи \_\_\_\_\_ дані Інтернет-джерел; історичні ринкові дані: денні ціни акцій індексу S&P 500 (yfinance) та внутрішньоденні дані Binance USDM Futures з таймфреймом 15 хв; методи економетричного аналізу часових рядів та машинного навчання; мова програмування Python; бібліотеки Pandas, NumPy, statsmodels, scikit-learn, LightGBM, PyTorch, cscxt, Matplotlib; середовище розробки Visual Studio Code. \_\_\_\_\_

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі \_\_\_\_\_

1) Аналіз предметної галузі та постановка задачі дослідження \_\_\_\_\_

2) Методи та моделі статистичного арбітражу і прогнозування цін \_\_\_\_\_

3) Розробка програмної системи статистичного арбітражу \_\_\_\_\_

4) Експериментальне дослідження та аналіз результатів \_\_\_\_\_

## КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

| №  | Назва етапів роботи                                                          | Строк / термін виконання етапів роботи | Примітка |
|----|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------|
| 1  | Отримання завдання на кваліфікаційну роботу                                  | 08.06.2026                             | виконано |
| 2  | Аналіз предметної галузі та постановка задачі                                | 08.06.2026–10.06.2026                  | виконано |
| 3  | Теоретичне дослідження методів статистичного арбітражу та машинного навчання | 10.06.2026–12.06.2026                  | виконано |
| 4  | Завантаження та підготовка ринкових даних (акції S&P 500, ф'ючерси Binance)  | 13.06.2026–15.06.2026                  | виконано |
| 5  | Розробка модулів системи та моделей прогнозування цін                        | 15.06.2026–19.06.2026                  | виконано |
| 6  | Проведення експериментальних досліджень та оцінювання якості моделей         | 20.06.2026–22.06.2026                  | виконано |
| 7  | Валідація торгових стратегій та аналіз стійкості результатів                 | 22.06.2026–24.06.2026                  | виконано |
| 8  | Оформлення пояснювальної записки                                             | 25.06.2026–27.06.2026                  | виконано |
| 9  | Нормоконтроль                                                                | 28.06.2026–30.06.2026                  | виконано |
| 10 | Рецензування                                                                 | 01.07.2026                             | виконано |
| 11 | Попередній захист                                                            | 04.07.2026                             | виконано |
| 12 | Захист перед ЕК                                                              | 07.07.2026                             |          |
|    |                                                                              |                                        |          |
|    |                                                                              |                                        |          |
|    |                                                                              |                                        |          |

Дата видачі завдання 8 червня 2026 р.

Здобувач   
(підпис)

Керівник роботи \_\_\_\_\_  
(підпис)

ас. Максим ПОЛІТ  
(посада, власне ім'я, прізвище)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 68 с., 23 рис., 1 табл., 2 дод., 19 джерел.

БЕКТЕСТУВАННЯ, ГЛИБОКЕ НАВЧАННЯ, КОІНТЕГРАЦІЯ, МАШИННЕ НАВЧАННЯ, ПАРНИЙ ТРЕЙДИНГ, ПРОГНОЗУВАННЯ ЦІН, ПРОЦЕС ОРНШТЕЙНА–УЛЕНБЕКА, СТАТИСТИЧНИЙ АРБІТРАЖ, ТОРГОВА СТРАТЕГІЯ, ФІЛЬТР КАЛМАНА.

Об’єкт дослідження – процес прогнозування цін фінансових інструментів та формування торгових стратегій статистичного арбітражу.

Предмет дослідження – економетричні методи та методи машинного навчання для побудови, оцінювання та валідації стратегій статистичного арбітражу на ринках акцій та криптовалютних деривативів.

Мета роботи – розробка системи прогнозування цін фінансових інструментів та формування торгових стратегій на основі машинного навчання з емпіричною перевіркою наявності торгового еджу після врахування транзакційних витрат.

Методи дослідження – методи аналізу часових рядів (тести коінтеграції Енгла-Грейнджера та Йохансена, моделювання процесу Орнштейна-Уленбека, фільтр Калмана), факторні моделі на основі методу головних компонент, методи машинного навчання (градієнтний бустинг) та глибокого навчання (одновимірні згорткові нейронні мережі), методика meta-labeling з triple-barrier розміткою, методи бектестування з урахуванням транзакційних витрат, методи валідації walk-forward та in-sample/out-of-sample, засоби програмної реалізації на Python.

У роботі розглянуто задачу побудови системи статистичного арбітражу на основі прогнозування цін фінансових інструментів методами економетрики та машинного навчання.

## **ABSTRACT**

Bachelor's thesis contains: 68 pp., 23 fig., 1 tab., 2 ann., 19 references.

BACKTESTING, COINTEGRATION, DEEP LEARNING, KALMAN FILTER, MACHINE LEARNING, ORNSTEIN-UHLENBECK PROCESS, PAIRS TRADING, PRICE FORECASTING, STATISTICAL ARBITRAGE, TRADING STRATEGY.

The object of research is the process of forecasting financial instrument prices and constructing statistical arbitrage trading strategies.

The subject of research is econometric and machine learning methods for building, evaluating, and validating statistical arbitrage strategies in equity and cryptocurrency derivatives markets.

The purpose of the thesis is to develop a system for forecasting financial instrument prices and constructing trading strategies based on machine learning, with an empirical verification of whether a tradable edge exists after accounting for transaction costs.

Research methods include time series analysis methods (Engle-Granger and Johansen cointegration tests, Ornstein-Uhlenbeck process modeling, Kalman filtering), principal component factor models, machine learning (gradient boosting) and deep learning (one-dimensional convolutional neural networks) methods, the meta-labeling technique with triple-barrier labeling, cost-aware backtesting methods, walk-forward and in-sample/out-of-sample validation, and Python-based software development tools.

The thesis addresses the problem of building a statistical arbitrage system based on financial price forecasting using econometrics and machine learning.

## ЗМІСТ

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| Вступ.....                                                           | 8  |
| 1 Аналіз предметної галузі та постановка задачі дослідження .....    | 12 |
| 1.1 Алгоритмічна торгівля та статистичний арбітраж .....             | 12 |
| 1.2 Проблеми та виклики прогнозування фінансових часових рядів ..... | 16 |
| 1.3 Огляд методів та програмних рішень .....                         | 19 |
| 1.4 Постановка задачі дослідження.....                               | 23 |
| 2 Методи та моделі статистичного арбітражу і прогнозування цін.....  | 27 |
| 2.1 Коінтеграція та парний трейдинг .....                            | 27 |
| 2.2 Процес Орнштейна-Уленбека та оцінювання параметрів .....         | 29 |
| 2.3 Динамічне оцінювання коефіцієнта хеджування: фільтр Калмана ...  | 30 |
| 2.4 Факторна модель статистичного арбітражу .....                    | 32 |
| 2.5 Методи машинного та глибокого навчання .....                     | 33 |
| 2.6 Методологія чесної валідації .....                               | 36 |
| 3 Розробка програмної системи .....                                  | 39 |
| 3.1 Архітектура системи.....                                         | 39 |
| 3.2 Підсистема даних .....                                           | 40 |
| 3.3 Модулі економетричних методів .....                              | 42 |
| 3.4 Модулі машинного та глибокого навчання.....                      | 43 |
| 3.5 Підсистема бектестування.....                                    | 44 |
| 3.6 Підсистема валідації .....                                       | 45 |
| 3.7 Перевірка коректності модулів на синтетичних даних.....          | 46 |
| 4 Експериментальне дослідження та аналіз результатів.....            | 48 |
| 4.1 Експериментальна установка.....                                  | 48 |
| 4.2 Результати на ринку акцій.....                                   | 49 |
| 4.3 Дилема реалізованості та стаціонарності спреда .....             | 51 |
| 4.4 Результати на криптовалютному ринку.....                         | 55 |
| 4.5 Роль методів машинного навчання .....                            | 56 |
| 4.6 Узагальнення результатів.....                                    | 59 |

|                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------|----|
| Висновки .....                                               | 60 |
| Перелік джерел посилання .....                               | 63 |
| Додаток А Лістинги ключових модулів програмної системи ..... | 66 |
| Додаток Б Відомість кваліфікаційної роботи.....              | 68 |

## ВСТУП

Сучасні фінансові ринки характеризуються високим ступенем автоматизації торгових процесів. За оцінками галузевих досліджень, значна частка обсягу торгів на провідних біржах світу генерується алгоритмічними системами, які приймають рішення без безпосередньої участі людини. Розвиток обчислювальних потужностей, доступність історичних ринкових даних та поширення методів машинного навчання зумовили активне зростання інтересу до кількісних торгових стратегій як з боку інституційних учасників ринку, так і з боку дослідницької спільноти.

Одним із класичних напрямів кількісної торгівлі є статистичний арбітраж – клас стратегій, що ґрунтуються на виявленні статистичних закономірностей у динаміці цін фінансових інструментів та використанні тимчасових відхилень цін від рівноважних співвідношень. На відміну від класичного безризикового арбітражу, статистичний арбітраж передбачає прийняття ризику: стратегія є прибутковою лише в середньому, за умови що виявлена закономірність зберігається у майбутньому. Базовим прикладом такого підходу є парний трейдинг, у межах якого торгується спред між цінами двох історично пов'язаних інструментів у припущенні його повернення до середнього рівня.

Водночас питання про те, чи існує на сучасних ліквідних ринках торговий едж, який можна реалізувати після врахування транзакційних витрат, залишається відкритим і дискусійним. З одного боку, у науковій літературі регулярно публікуються роботи, що повідомляють про високу прибутковість стратегій статистичного арбітражу, зокрема із застосуванням методів глибокого навчання. З іншого боку, відомо, що історична прибутковість класичного парного трейдингу суттєво знизилася з часом, а значна частина опублікованих позитивних результатів може бути наслідком перенавчання бектестів, множинного тестування гіпотез та некоректного моделювання виконання угод. Це робить актуальною не лише розробку

торгових стратегій як таких, а й побудову методологічно чесного апарату їх перевірки, здатного відрізнити реальний едж від статистичного самообману.

Актуальність теми зумовлена, з одного боку, зростанням ролі машинного навчання у задачах прогнозування фінансових часових рядів і формування торгових стратегій, а з іншого – гострою потребою у строгих методах валідації таких стратегій, які враховують транзакційні витрати, реалізованість виконання угод та ризик перенавчання. Розробка системи, що поєднує класичні економетричні методи, сучасні моделі машинного навчання та апарат чесного бектестування, дозволяє одержати обґрунтовану відповідь на питання про наявність торгового еджу на ліквідних ринках та має як практичну, так і методологічну цінність.

Об'єкт дослідження – процес прогнозування цін фінансових інструментів та формування торгових стратегій статистичного арбітражу.

Предмет дослідження – економетричні методи та методи машинного навчання для побудови, оцінювання та валідації стратегій статистичного арбітражу на ринках акцій та криптовалютних деривативів.

Мета роботи – розробка системи прогнозування цін фінансових інструментів та формування торгових стратегій на основі машинного навчання з емпіричною перевіркою наявності торгового еджу після врахування транзакційних витрат.

Для досягнення поставленої мети у роботі розв'язуються такі задачі:

- аналіз предметної галузі статистичного арбітражу, сучасних методів прогнозування цін фінансових інструментів та проблеми валідації торгових стратегій;

- дослідження економетричних методів (коінтеграція, процес Орнштейна-Уленбека, фільтр Калмана, факторні моделі) та методів машинного і глибокого навчання для задач статистичного арбітражу;

- розробка програмної системи, що реалізує повний цикл дослідження: завантаження та підготовку даних, побудову спредів і

факторних залишків, генерацію торгових сигналів, бектестування з урахуванням транзакційних витрат та валідацію стратегій;

- проведення експериментального дослідження на двох класах активів – денних даних акцій індексу S&P 500 та внутрішньоденних даних криптовалютних ф'ючерсів – із застосуванням розробленого апарату чесної валідації;

- аналіз та інтерпретація отриманих результатів, формулювання висновків щодо наявності торгового еджу та умов його реалізованості.

Методи дослідження включають методи аналізу часових рядів (тести коінтеграції Енгла-Грейнджера та Йохансена, моделювання процесу Орнштейна-Уленбека, фільтр Калмана), факторні моделі на основі методу головних компонент, методи машинного навчання (градієнтний бустинг LightGBM) та глибокого навчання (одновимірні згорткові нейронні мережі), методику meta-labeling з triple-barrier розміткою, методи бектестування з урахуванням транзакційних витрат і моделі лімітного виконання, методи валідації walk-forward та in-sample/out-of-sample, а також засоби програмної реалізації мовою Python.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у такому. По-перше, сформульовано дилему реалізованості та стаціонарності спреда, яка пояснює фундаментальну причину неефективності парного статистичного арбітражу на ліквідних інструментах: за фіксованого коефіцієнта хеджування спред є реалізовним, але нестаціонарним, тоді як динамічне оцінювання коефіцієнта робить спред стаціонарним, але позбавляє його реалізованості. По-друге, виявлено та задокументовано артефакт калманівської інновації – механізм виникнення хибно позитивних результатів бектестування у разі використання інновації фільтра Калмана як торгового сигналу. По-третє, одержано узгоджений негативний результат щодо наявності торгового еджу на двох незалежних класах активів за допомогою єдиного методологічного апарату, що підвищує надійність висновку.

Практичне значення роботи полягає у створенні програмної системи статистичного арбітражу з відкритою модульною архітектурою, яка реалізує повний дослідницький цикл та апарат чесної валідації торгових стратегій. Розроблений апарат (порівняння gross-vs-net, діагностика 2×2-інверсії, розділення in-sample/out-of-sample з анти-оверфіт оптимізатором, перевірка реалізованості) може використовуватися для перевірки довільних торгових стратегій та запобігає типовим методологічним помилкам, що призводять до фінансових втрат при впровадженні неробастних стратегій у реальну торгівлю.

Пояснювальна записка складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку джерел посилання та одного додатка. У першому розділі проведено аналіз предметної галузі та сформульовано постановку задачі. У другому розділі розглянуто методи та моделі статистичного арбітражу і прогнозування цін. Третій розділ присвячено програмній реалізації системи. У четвертому розділі наведено результати експериментального дослідження та їх аналіз.

## 1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ГАЛУЗІ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1.1 Алгоритмічна торгівля та статистичний арбітраж

Алгоритмічна торгівля – це використання комп’ютерних програм та математичних алгоритмів для автоматичного прийняття торгових рішень на фінансових ринках. Сьогодні вона є однією з домінуючих сил на сучасних ринках: за оцінками аналітичних агентств, частка автоматизованих транзакцій на найбільших фондових біржах світу, зокрема NYSE та NASDAQ, перевищує 70–80 % загального обсягу торгів, і подібна тенденція спостерігається на криптовалютних та валютних ринках. Це робить розробку якісних автоматизованих торгових систем не лише академічно цікавим, а й практично важливим завданням.

У сучасному вигляді ця сфера сформувалася у другій половині XX століття разом із розвитком обчислювальної техніки, проте її теоретичні основи були закладені значно раніше. Перші систематичні дослідження поведінки цін фінансових активів датуються 1900 роком, коли французький математик Луї Башельє у дисертації «*Théorie de la spéculation*» запропонував модель випадкового блукання для опису динаміки цін акцій [1]. Башельє вперше застосував апарат теорії ймовірностей до фінансових ринків та фактично описав рівняння броунівського руху за п’ять років до робіт Айнштейна, заклавши основи сучасної фінансової математики.

У середині XX століття Гаррі Марковіц у праці «*Portfolio Selection*» (1952) запропонував теорію портфельного вибору, що розглядає інвестиційні рішення як задачу оптимізації з урахуванням ризику та доходності [2]. Марковіц увів поняття ефективної межі та продемонстрував важливість диверсифікації; ці результати лягли в основу сучасної теорії портфеля та принесли автору Нобелівську премію з економіки.

У 1965–1970 роках Юджин Фама сформулював гіпотезу ефективного ринку (Efficient Market Hypothesis, EMH), згідно з якою ціни фінансових активів повністю відображають усю доступну інформацію [3]. У сильній формі ця гіпотеза виключає систематичне одержання надприбутку на основі історичних даних. Парадоксальним чином саме на хвилі критики EMH виникла та розвинулася сфера алгоритмічної торгівлі, яка ґрунтується на припущенні про існування локальних та тимчасових неефективностей ринку.

У 1980-х роках відбулася революція у моделюванні фінансових часових рядів. Роберт Енгл запропонував модель ARCH, що дозволила адекватно описувати кластеризацію волатильності фінансових інструментів [4]; згодом Тім Боллерслев узагальнив її до моделі GARCH, яка й донині залишається стандартним інструментом прогнозування волатильності.

Не менш важливим стало відкриття теорії коінтеграції Робертом Енглом та Клайвом Гренжером (1987), за яку обидва автори отримали Нобелівську премію [5]. Концепція коінтеграції дозволила формально описати стійкі довгострокові взаємозв'язки між нестационарними часовими рядами та стала математичною основою статистичного арбітражу: якщо лінійна комбінація двох або більше нестационарних рядів є стаціонарною, такі ряди вважаються коінтегрованими, що дозволяє будувати торгові стратегії на виявленні тимчасових відхилень спреду від рівноваги.

Період 1990–2000-х років ознаменувався появою спеціалізованих кількісних хедж-фондів. Фонд Medallion компанії Renaissance Technologies під керівництвом Джеймса Саймонса протягом десятиліть демонстрував середньорічну дохідність, що, за наявними оцінками, суттєво перевищувала ринкову, – це слугувало практичним аргументом на користь можливості систематичного виявлення статистичних закономірностей попри жорстке формулювання EMH. Останнє десятиліття пов'язане з активним застосуванням методів глибокого навчання до фінансових задач:

архітектури LSTM [6], згорткові нейронні мережі та трансформери [7] відкрили нові можливості для аналізу нелінійних залежностей, а праця Маркоса Лопеса де Прадо «Advances in Financial Machine Learning» (2018) систематизувала методологію застосування машинного навчання у кількісних фінансах [8].

Серед напрямів сучасної алгоритмічної торгівлі основними є: високочастотна торгівля (HFT), що оперує у мікросекундних масштабах; статистичний арбітраж, заснований на виявленні тимчасових відхилень цін споріднених активів від статистичних рівноваг; парний трейдинг як окремий випадок статистичного арбітражу; трендові стратегії; маркет-мейкінг; а також широкий клас стратегій на основі машинного навчання. Об'єктами торгівлі виступають акції, валютні пари, товарні ф'ючерси, облігації, криптовалюти та похідні інструменти, кожен з яких має власні особливості мікроструктури. Зокрема, криптовалютні ринки характеризуються вищою волатильністю та цілодобовою торгівлею, тоді як ринки акцій мають фіксований розклад роботи та регулятивні обмеження.

Предметом даної роботи є статистичний арбітраж – клас стратегій, що використовують статистичні відхилення цін від рівноважних співвідношень між пов'язаними інструментами. На відміну від класичного безризикового арбітражу, статистичний арбітраж є ризиковою стратегією: позиція відкривається у припущенні, що виявлене статистичне співвідношення збережеться у майбутньому, і прибуток забезпечується лише у середньому за великою кількістю угод.

Базовою формою є парний трейдинг: при відхиленні спреду між двома історично пов'язаними інструментами від середнього рівня відкривається ринково-нейтральна позиція (відносно дорогий інструмент продається, відносно дешевий купується), яка закривається при поверненні спреду до рівноваги. Приклад поведінки цін коінтегрованої пари та відповідного спреду наведено на рисунку 1.1.

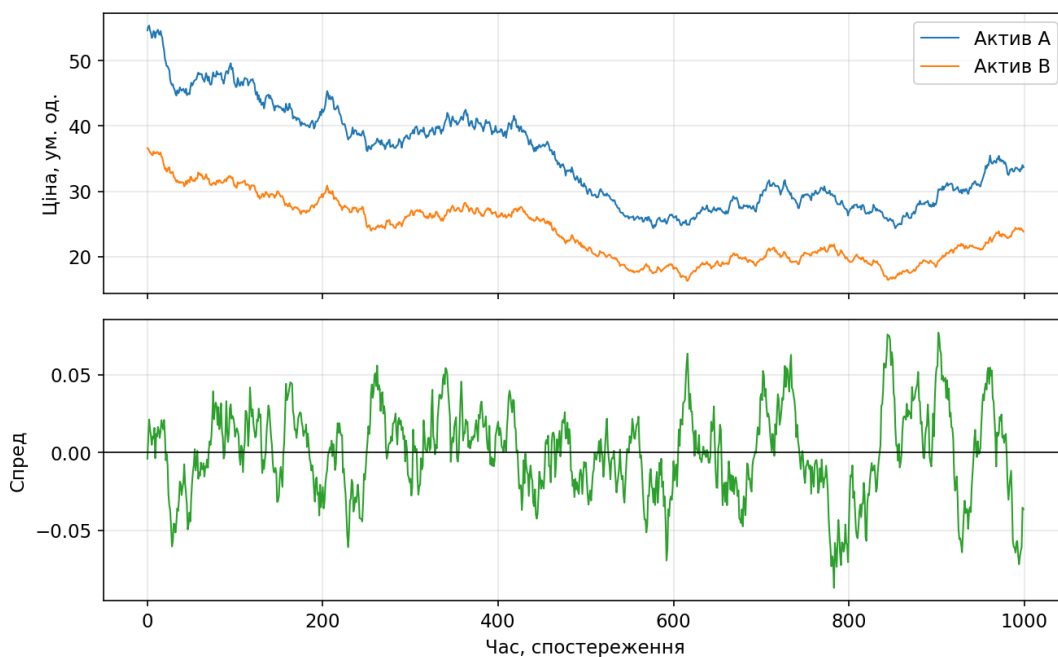


Рисунок 1.1 – Ціни коінтегрованої пари активів та спред між ними (змодельовані дані)

Практична реалізація стратегії будується на нормованому відхиленні спреда від середнього –  $z$ -оцінці. Коли  $z$ -оцінка перевищує заданий поріг входу, відкривається позиція проти відхилення; закриття відбувається при поверненні  $z$ -оцінки до околу нуля або при спрацьовуванні захисних обмежень. Принцип генерації торгових сигналів проілюстровано на рисунку 1.2.

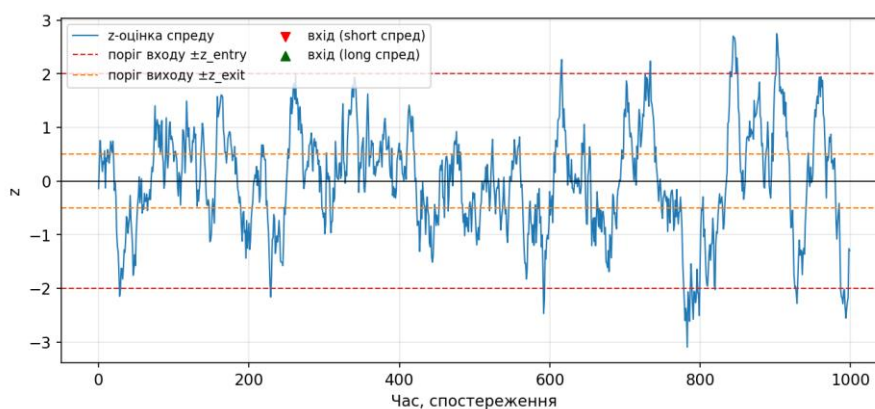


Рисунок 1.2 – Принцип генерації торгових сигналів за  $z$ -оцінкою спреда

Класична робота [9] систематично проаналізувала ефективність парного трейдингу на ринку акцій США за 1962–2002 роки та показала, що проста стратегія на основі відстані між нормованими ціновими рядами забезпечувала надлишкову дохідність порядку 11 % річних; водночас уже у цьому дослідженні зафіксовано помітне зниження прибутковості методу в останній частині вибірки. Подальший розвиток напряму пов'язаний з ускладненням економетричного апарату – переходом від статичних оцінок коефіцієнта хеджування до динамічних (фільтр Калмана) та від окремих пар до факторних моделей на десятках і сотнях інструментів, а також із залученням методів машинного та глибокого навчання. Огляд відповідних проблем і методів наведено у наступних підрозділах.

## 1.2 Проблеми та виклики прогнозування фінансових часових рядів

При розробці систем прогнозування цін фінансових інструментів та формування торгових стратегій розробники стикаються з низкою фундаментальних проблем, які суттєво відрізняють фінансову галузь від інших застосувань машинного навчання. Розуміння цих проблем є необхідною передумовою коректної постановки задачі, оскільки саме вони визначають, чому позитивний результат бектесту сам по собі не є доказом наявності торгового еджу.

Першою фундаментальною проблемою є вже згадана гіпотеза ефективного ринку [3]. Хоча емпіричні дослідження свідчать про наявність ринкових аномалій та неефективностей, постулати ЕМН встановлюють принципову межу того, чого можна досягти за допомогою аналізу історичних даних, і вимагають обережності у трактуванні будь-якого виявленого «еджу».

Другою проблемою є нестационарність фінансових часових рядів. На відміну від багатьох інших галузей, де статистичні характеристики даних стабільні у часі, фінансові ринки постійно змінюються через зміни

регуляторного середовища, макроекономічних умов та поведінки учасників. Унаслідок цього моделі, навчені на даних минулих років, можуть втрачати ефективність на нових даних; класичними прикладами є обвал ринку 2008 року та безпрецедентні умови періоду пандемії 2020 року, що не мали аналогів у попередній історії.

Третя проблема – надзвичайно низьке співвідношення сигналу до шуму у фінансових даних. Корисний сигнал у короткострокових рухах цін складає лише декілька відсотків, тоді як решта є шумом, спричиненим випадковими факторами та технічними особливостями виконання ордерів. Ця особливість суттєво ускладнює застосування методів машинного навчання, які зазвичай показують найкращі результати на даних з високим співвідношенням сигналу до шуму.

Четверта проблема, тісно пов'язана з нестационарністю, – режимні зміни ринку (regime shifts). Ринок може переходити між якісно різними станами: трендовим, бічним, високоволатильним кризовим. Модель, ефективна в одному режимі, може давати збиткові сигнали в іншому: зокрема, стратегії повернення до середнього добре працюють у бічному русі, але стають збитковими у періоди стійких трендів.

П'ята проблема – особлива небезпека перенавчання (overfitting). Через низьке співвідношення сигналу до шуму та обмежений обсяг репрезентативних даних моделі легко виявляють хибні закономірності, відсутні у реальних ринкових процесах. Якщо тестувати багато стратегій на одних і тих самих історичних даних, з високою ймовірністю буде знайдено стратегію, що «працює», але насправді є випадковою флуктуацією. У праці [10] математично показано, що багаторазовий перебір конфігурацій на одній вибірці гарантує знаходження прибуткової конфігурації навіть на чисто випадкових даних, а очікувана out-of-sample ефективність такої конфігурації є від'ємною; для діагностики цього явища запропоновано показник Deflated Sharpe Ratio [8].

Шоста проблема – упередження «погляду вперед» (look-ahead bias) та data snooping. Look-ahead bias виникає, коли при побудові моделі неявно використовується інформація, недоступна на момент прийняття рішення. Data snooping bias – явище, коли перевірка багатьох гіпотез на одних даних підвищує ймовірність хибнопозитивних результатів. У праці [11] з урахуванням сотень опублікованих ринкових аномалій показано, що стандартні пороги статистичної значущості є недостатніми, та запропоновано суттєво жорсткіші критерії для нових факторів дохідності.

Сьома проблема – реалістичне моделювання транзакційних витрат. Більшість академічних досліджень публікують результати «до врахування витрат», тоді як на практиці витрати включають біржові комісії (зазвичай від 0,01 % до 0,5 % за угоду), прослизання при виконанні ордерів, ринковий вплив та бід-аск спред. Стратегія, прибуткова «на папері», може стати збитковою після врахування цих факторів – особливо для високо- та середньочастотних стратегій з великою кількістю транзакцій. У дослідженні [12] зафіксовано суттєве зниження прибутковості класичного парного трейдингу на сучасних даних порівняно з історичними періодами, що автори пов'язують, зокрема, зі зростанням ролі транзакційних витрат та конкуренції за стратегію.

Восьма проблема – упередження виживаючих (survivorship bias): при формуванні вибірки часто включаються лише компанії, що торгуються на момент дослідження, та виключаються збанкрутілі або делістовані, що створює систематично оптимістичну картину дохідності. Дев'ята проблема стосується багатовимірності та обчислювальної складності: оцінювання коваріаційної матриці розмірності  $N \times N$  для великих  $N$  є складним як обчислювально, так і статистично, а класична оптимізація особливо чутлива до помилок такої оцінки. Десята проблема – особливості валідації: стандартна перехресна валідація неефективна на часових рядах через порушення часової послідовності, тому застосовується walk-forward аналіз, у якому модель навчається на історичних даних і тестується на наступному

часовому інтервалі. Окремою проблемою є інтерпретованість складних моделей глибокого навчання, «чорна скринька» яких ускладнює довіру до прогнозів у нових ринкових умовах.

Сукупно перелічені проблеми означають, що науково коректне дослідження стратегій статистичного арбітражу має передбачати не максимізацію історичної дохідності, а побудову методологічно строгого апарату перевірки, здатного відрізнити реальний едж від статистичного самообману. Саме ця теза є визначальною для постановки задачі даної роботи.

### 1.3 Огляд методів та програмних рішень

Існує велика кількість підходів та програмних рішень для прогнозування цін фінансових інструментів. Класифікацію основних класів методів наведено на рисунку 1.3.

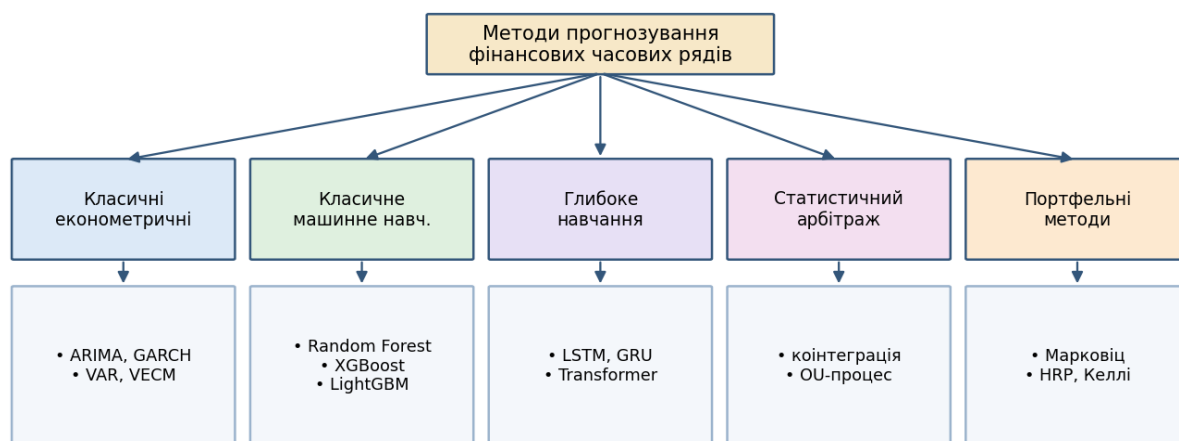


Рисунок 1.3 – Класифікація методів прогнозування фінансових часових рядів

Класичні економетричні моделі залишаються базовим інструментом аналізу фінансових часових рядів. Модель ARIMA дозволяє описувати стаціонарні ряди як комбінацію авторегресійних та ковзно-середніх

компонент, а її розширення ARIMA-GARCH – одночасно моделювати динаміку середнього та умовної дисперсії. Багатовимірні узагальнення – моделі VAR та VECM – описують взаємозв'язки між кількома рядами, причому модель VECM є особливо корисною для коінтегрованих рядів, оскільки враховує довгострокові рівноважні зв'язки. До переваг цих моделей належать міцна теоретична основа, інтерпретованість параметрів та обчислювальна ефективність; до недоліків – обмеженість лінійними залежностями, необхідність ручного підбору структури та складність обробки нестационарності й режимних змін.

Класичне машинне навчання активно застосовується для прогнозування цін за останні два десятиліття. Алгоритми Random Forest та градієнтного бустингу (XGBoost [13], LightGBM [14], CatBoost) показали ефективність у задачах класифікації напряму руху цін та регресії дохідності.

Зокрема, LightGBM, розроблений Microsoft, використовує поелементне (leaf-wise) ростіння дерев замість порівневого, що дозволяє досягати кращих результатів за менший час навчання, – ця властивість особливо важлива для walk-forward валідації з частими переоцінками моделі. Масштабне дослідження [15] показало, що нелінійні методи статистично значуще перевершують лінійні за рахунок врахування взаємодій між ознаками, причому найбільший приріст одержано для короткострокових горизонтів; водночас автори підкреслили, що економічна значущість прогнозів критично залежить від ліквідності інструментів та витрат на реалізацію. До переваг класичного машинного навчання належать здатність моделювати нелінійні залежності, стійкість до шуму та інтерпретованість через важливість ознак; до недоліків – необхідність якісної інженерії ознак та схильність до перенавчання за низького співвідношення сигналу до шуму.

Глибоке навчання є одним з найперспективніших напрямів. Рекурентні мережі, зокрема архітектура LSTM [6], спеціально розроблені для обробки послідовностей з довготерміновими залежностями за

допомогою комірок пам'яті з механізмом гейтів; спрощеним варіантом є архітектура GRU. Революцію в обробці послідовностей здійснила архітектура Transformer [7], що обробляє всю послідовність паралельно за допомогою механізму уваги. Останнім часом з'явилися спеціалізовані варіанти трансформерів для часових рядів; огляд застосування глибокого навчання для прогнозування часових рядів наведено у праці [16]. Перевагами глибокого навчання є здатність моделювати складні нелінійні залежності та автоматичне виявлення ознак; недоліками – необхідність великих обсягів даних, висока схильність до перенавчання на фінансових даних, обмежена інтерпретованість та значні обчислювальні витрати.

Статистичний арбітраж та парний трейдинг є окремим напрямом з тривалою історією та теоретичним обґрунтуванням у теорії коінтеграції. Класична робота [9] систематично проаналізувала ефективність парного трейдингу на ринку акцій США, а у праці [17] запропоновано складніший підхід із застосуванням методу головних компонент для виявлення спільних факторів та подальшого моделювання залишків як процесів повернення до середнього. Математичною основою статистичного арбітражу часто виступає процес Орнштейна–Уленбека, що описує стохастичну динаміку повернення до середнього:

$$dX(t) = \theta(\mu - X(t)) dt + \sigma dW(t), \quad (1.1)$$

де  $\theta$  – швидкість повернення до середнього;

$\mu$  – рівноважний рівень;

$\sigma$  – волатильність;

$W(t)$  – вінерівський процес.

У праці [18] одержано аналітичні рішення для оптимальних порогів входу та виходу у стратегіях статистичного арбітражу на основі цього процесу. Приклад моделювання спреду коінтегрованої пари процесом Орнштейна-Уленбека наведено на рисунку 1.4.

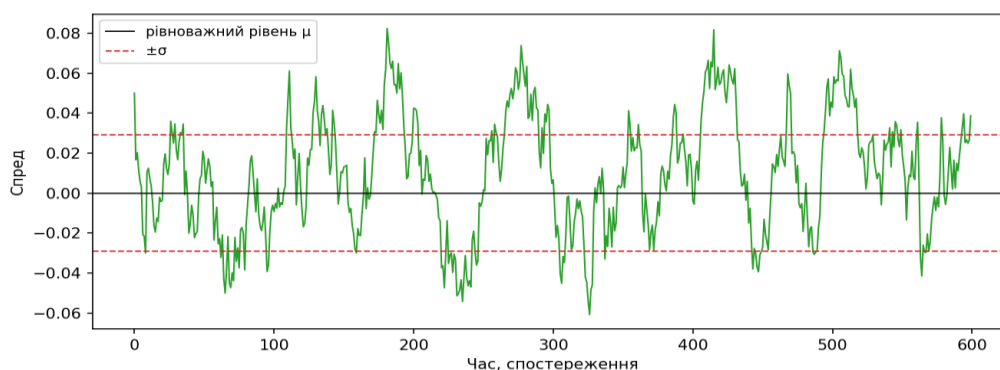


Рисунок 1.4 – Моделювання спреду коінтегрованої пари процесом Орнштейна-Уленбека (змодельовані дані)

До переваг стратегій статистичного арбітражу належать теоретичне обґрунтування на основі коінтеграції та ринково-нейтральна природа (мала залежність від загального напрямку ринку); до недоліків – зменшення ефективності з часом через еволюцію ринків і конкуренцію, ризик «поломки» коінтеграції у періоди структурних змін та висока чутливість до транзакційних витрат через велику кількість угод. Безпосереднім поєднанням факторного підходу та глибокого навчання є праця [19], у якій згорткові нейронні мережі навчаються безпосередньо на часових вікнах факторних залишків; архітектурна ідея цієї роботи реалізована у DL-компоненті розробленої системи.

Серед готових платформ та фреймворків для алгоритмічної торгівлі можна виокремити такі. QuantConnect – хмарна платформа для розробки, тестування та запуску стратегій з підтримкою C# та Python, потужним бектестером та можливістю живої торгівлі; її обмеженнями є залежність від хмарної інфраструктури та обмежений контроль над виконанням.

Backtrader – популярна Python-бібліотека з відкритим кодом, що надає гнучкий фреймворк для написання стратегій, проте має нижчу швидкість порівняно з векторизованими рішеннями. vectorbt – бібліотека, орієнтована на швидкий векторизований бектестинг тисяч параметрів завдяки NumPy та Numba, але менш зручна для складних стратегій зі станом.

MetaTrader (MQL) – платформа, поширена серед роздрібних трейдерів, орієнтована переважно на Forex. CCXT – бібліотека з відкритим кодом для уніфікованої роботи з API понад 100 криптовалютних бірж; не є повноцінною торговою платформою, проте є важливим компонентом систем, орієнтованих на криптовалюту, і використовується у даній роботі для отримання даних Binance.

Огляд існуючих рішень дозволяє виявити загальну закономірність. Більшість готових платформ зосереджена на бектестингу та виконанні ордерів, але не пропонує комплексних інструментів для статистичного аналізу пар активів, виявлення коінтеграції та, що особливо важливо, для методологічно строгої валідації стратегій з урахуванням розглянутих у підрозділі 1.2 проблем. Інтеграція економетричного апарату, ML-моделей та апарату чесної перевірки в єдину систему здебільшого залишається задачею власної розробки, що й визначає інженерну складову даної роботи.

#### 1.4 Постановка задачі дослідження

На підставі проведеного аналізу предметної галузі сформульовано таку постановку задачі. Метою роботи є розробка системи прогнозування цін фінансових інструментів та формування торгових стратегій на основі машинного навчання, яка реалізує повний дослідницький цикл статистичного арбітражу та забезпечує методологічно чесну перевірку наявності торгового еджу після врахування транзакційних витрат.

Формальну постановку задачі може бути представлено так. Нехай задано множину фінансових інструментів  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ , де  $N$  – кількість активів. Для кожного активу  $s_i \in S$  доступні історичні дані у вигляді часових рядів цін у форматі OHLCV (ціни відкриття, максимуму, мінімуму, закриття та обсяг) у дискретні моменти часу  $t \in T$ . Завданням системи є побудова відображення

$$F: S \times T \rightarrow A \times Q, \quad (1.2)$$

де  $A \in \{-1, 0, +1\}$  – торгове рішення (відповідно продаж, утримання поточної позиції, купівля);

$Q \in \mathbb{R}^+$  – розмір позиції в одиницях капіталу.

Якість стратегії оцінюється з урахуванням реалізованої дохідності, її волатильності та транзакційних витрат. Особливістю задачі є те, що пряме розв’язання у замкненій формі неможливе через високу розмірність простору стратегій, нестаціонарність залежностей між активами та невідомість справжнього розподілу дохідностей; тому замість аналітичного пошуку оптимуму застосовується композиція спеціалізованих методів, кожен з яких розв’язує власну під задачу.

Розроблювана система має задовольняти такі вимоги. По-перше, вона має підтримувати два незалежні класи активів з різними характеристиками мікроструктури: денні дані акцій індексу S&P 500 (висока ліквідність, помірні витрати, довга історія) та внутрішньоденні дані безстрокових ф’ючерсів криптовалютного ринку Binance USDM з таймфреймом 15 хвилин (цілодобова торгівля, ставки фінансування, можливість мейкерського виконання). Узгодженість висновків на двох незалежних класах активів суттєво підвищує надійність загального результату.

По-друге, система має реалізовувати три гілки формування торгових стратегій: парну гілку на основі коінтеграційного аналізу та z-оцінки спреду зі статичним і динамічним (фільтр Калмана) оцінюванням коефіцієнта хеджування; факторну гілку за моделлю [17] з PCA-розкладанням дохідностей та s-оцінкою залишків; ML-гілку, що включає модель градієнтного бустингу LightGBM для прогнозування знака дохідності залишку, одновимірну згорткову нейронну мережу на часових вікнах факторних залишків та вторинну meta-labeling модель на угодах бектестера.

По-третє, центральним компонентом системи має бути апарат чесної валідації, що включає: бектестування з повним урахуванням транзакційних

витрат (комісії, бід-аск спред, ставки фінансування) та консервативною моделлю лімітного виконання для внутрішньоденних даних; обов'язкове порівняння gross- і net-результатів; діагностику  $2 \times 2$ -інверсії (перевірку поведінки стратегії при інверсії сигналу на gross- і net-рівнях); розділення вибірки на in-sample та out-of-sample періоди з оптимізацією параметрів виключно на in-sample частині; walk-forward навчання ML-моделей з виключенням підглядання у майбутнє; перевірку реалізованості сигналів, тобто можливості фактичного виконання угод за цінами, використаними у розрахунку прибутку. Схему walk-forward валідації наведено на рисунку 1.5.

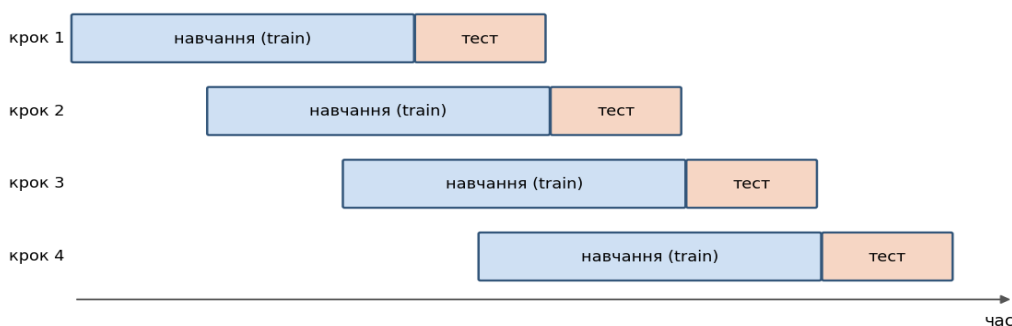


Рисунок 1.5 – Схema walk-forward валідації моделей

Загальну схему дослідження наведено на рисунку 1.6: ринкові дані проходять етапи побудови спреду або факторного залишку, генерації торгового сигналу, бектестування з витратами та багатоступеневої валідації, за результатами якої формується висновок про наявність або відсутність реалізованого еджу.

Критерієм наявності торгового еджу вважається стійко додатний net-результат стратегії на out-of-sample періоді, який зберігається за розумних варіацій параметрів та не супроводжується ознаками артефактів (зокрема, одночасною прибутковістю прямого та інвертованого сигналів на gross-рівні). На відміну від типового для прикладних робіт підходу, у якому апріорі задаються цільові значення метрик (наприклад, коефіцієнт Шарпа не менше одиниці), у даній роботі негативний результат – обґрунтована

відсутність реалізованого еджу – вважається рівноцінним науковим висновком за умови, що він одержаний коректним апаратом та підтверджений на незалежних даних. Така постановка узгоджується з розглянутими у підрозділі 1.2 проблемами та запобігає підлаштовуванню висновку під заздалегідь очікуваний результат.

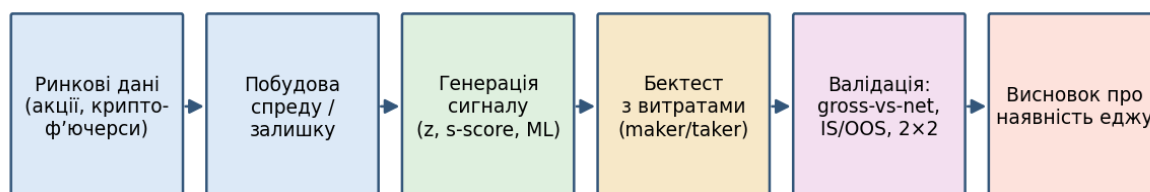


Рисунок 1.6 – Загальна схема дослідження

Вихідними даними дослідження є денні ціни закриття акцій індексу S&P 500, одержані через сервіс ufinance, а також внутрішньоденні дані (OHLCV, таймфрейм 15 хвилин) та ставки фінансування безстрокових ф'ючерсів Binance USDM, одержані через бібліотеку ccxt. Програмна реалізація виконується мовою Python з використанням бібліотек pandas, NumPy, statsmodels, scikit-learn, LightGBM, PyTorch, ccxt та Matplotlib. Таким чином, поставлена задача поєднує інженерну складову – розробку модульної програмної системи статистичного арбітражу – та дослідницьку складову – емпіричну перевірку гіпотези про наявність реалізованого торгового еджу на двох класах активів за допомогою методологічно строгого апарату валідації.

## 2 МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ СТАТИСТИЧНОГО АРБИТРАЖУ І ПРОГНОЗУВАННЯ ЦІН

У цьому розділі викладено теоретичні основи методів, реалізованих у розробленій системі. Виклад побудовано від класичного економетричного апарату (коінтеграція, процес Орнштейна–Уленбека, фільтр Калмана, факторна модель) до методів машинного та глибокого навчання, після чого окремо описано методологію чесної валідації, яка є методичним стрижнем роботи. Такий порядок відповідає логіці дослідження: економетричні методи задають первинний торговий сигнал, методи машинного навчання перевіряють наявність нелінійного залишкового сигналу, а апарат валідації встановлює, чи є виявлений ефект реалізованим після врахування витрат.

### 2.1 Коінтеграція та парний трейдинг

Ціни фінансових інструментів здебільшого є нестационарними часовими рядами, інтегрованими першого порядку,  $I(1)$ : їх перші різниці (дохідності) стаціонарні, тоді як самі рівні цін мають стохастичний тренд. Два ряди  $Y_t$  та  $X_t$ , кожен з яких є  $I(1)$ , називаються коінтегрованими, якщо існує така лінійна комбінація

$$S_t = Y_t - \beta X_t - \alpha, \quad (2.1)$$

яка є стаціонарною,  $I(0)$ . Коефіцієнт  $\beta$  називається коефіцієнтом хеджування (hedge ratio), а ряд  $S_t$  – спредом. Економічний зміст коінтеграції полягає в існуванні довгострокового рівноважного співвідношення між цінами: відхилення спреда від його середнього рівня мають тенденцію до згасання, що й створює основу для торгівлі на поверненні до середнього.

Для перевірки коінтеграції у роботі застосовано два тести. Двокроковий тест Енгла-Грейнджера для пари інструментів полягає у

такому. На першому кроці методом найменших квадратів оцінюється регресія  $Y_t = \alpha + \beta X_t + S_t$ , що дає оцінку коефіцієнта хеджування  $\beta$  та ряд залишків  $S_t$ . На другому кроці до залишків застосовується розширений тест Дікі-Фуллера (Augmented Dickey-Fuller, ADF) з нульовою гіпотезою про наявність одиничного кореня. Відхилення нульової гіпотези (р-значення менше за рівень значущості) свідчить про стаціонарність залишків і, отже, про коінтеграцію рядів. Тест Енгла-Грейнджера є асиметричним: результат залежить від того, який ряд обрано залежною змінною, тому у реалізації перевіряються обидва напрями регресії та обирається той, що дає менше р-значення.

Тест Йохансена, що ґрунтується на векторній моделі корекції помилок (VECM), є симетричним та узагальнюється на групи з більш ніж двох інструментів. Він оцінює ранг коінтеграції – кількість незалежних стаціонарних лінійних комбінацій – через власні числа відповідної матриці. Для пари інструментів ранг 0 означає відсутність коінтеграції, ранг 1 – наявність однієї коінтеграційної комбінації (шуканий випадок), ранг 2 – стаціонарність обох рядів окремо (торгівля недоцільна). У розробленій системі тест Енгла-Грейнджера використовується для швидкого одержання явного коефіцієнта хеджування регресією, а тест Йохансена – як стійкіша симетрична перевірка та для роботи з групами активів.

Базова торгова логіка парного трейдингу формулюється через нормоване відхилення спереду – z-оцінку:

$$z_t = (S_t - \mu_s) / \sigma_s, \quad (2.2)$$

де  $\mu_s$  та  $\sigma_s$  – середнє та стандартне відхилення спереду, що оцінюються або на всій вибірці, або на ковзному вікні. Позиція відкривається проти відхилення при перевищенні z-оцінкою порогу входу  $z\_entry$ , закривається при поверненні до околу  $z\_exit$  та примусово закривається при досягненні захисного порогу  $z\_stop$  або максимального часу утримання. Використання

ковзного вікна для оцінки  $\mu_s$  та  $\sigma_s$  є важливим з огляду на нестационарність: параметри спреду повільно дрейфують, і фіксована оцінка на всій історії містить підглядання у майбутнє.

## 2.2 Процес Орнштейна-Уленбека та оцінювання параметрів

Динаміку стаціонарного спреду зручно описувати неперервним процесом повернення до середнього – процесом Орнштейна-Уленбека, заданим стохастичним диференціальним рівнянням (1.1). Параметр  $\theta$  визначає швидкість повернення до рівноважного рівня  $\mu$ , а  $\sigma$  – миттєву волатильність. Ключовою торговою характеристикою процесу є період напіввідновлення (half-life) – час, за який очікуване відхилення від рівноваги зменшується вдвічі:

$$t_{1/2} = \ln 2 / \theta, \quad (2.3)$$

Період напіввідновлення має безпосередній практичний зміст: пари зі занадто великим half-life торгувати не вигідно, оскільки повернення до середнього відбувається повільно, а ризик структурного зламу коінтеграції за цей час зростає. Характер згасання відхилення проілюстровано на рисунку 2.1.

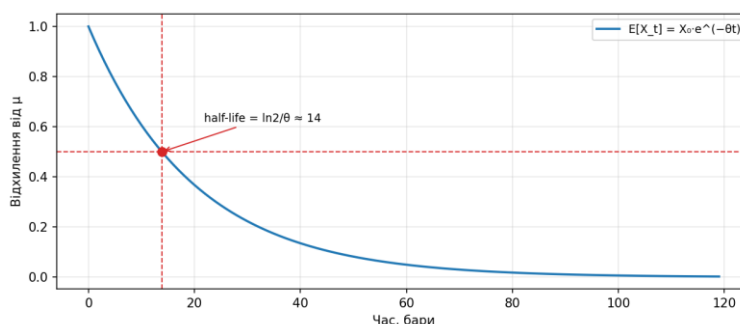


Рисунок 2.1 – Згасання відхилення спреду від рівноваги та період напіввідновлення

Оцінювання параметрів процесу Орнштейна-Уленбека у роботі виконано через його точну дискретизацію. На кроці  $dt$  точним розв'язком рівняння (1.1) є авторегресійний процес першого порядку:

$$X_t = a + b X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.4)$$

де  $b = e^{(-\theta dt)}$ ,  $a = \mu(1 - b)$ , а дисперсія залишку  $\text{Var}(\varepsilon) = \sigma^2(1 - b^2)/(2\theta)$ .

Оцінивши коефіцієнти  $a$  та  $b$  методом найменших квадратів, параметри процесу відновлюють за оберненими співвідношеннями:  $\theta = -\ln b / dt$ ,  $\mu = a/(1 - b)$ , а стаціонарне стандартне відхилення  $\sigma_{eq} = \sigma/\sqrt{(2\theta)}$ . Умовою наявності повернення до середнього є  $0 < b < 1$ ; за  $b \geq 1$  ряд відповідає випадковому блуканню або вибуховому процесу і не торгується. Альтернативна швидка оцінка half-life одержується з лінеаризованої регресії приростів спреду  $\Delta X_t$  на лагований рівень  $X_{t-1}$ : за коефіцієнта  $\lambda$  при лагованому рівні half-life дорівнює  $-\ln 2 / \lambda$  (за  $\lambda \geq 0$  ряд не повертається до середнього).

На основі оцінених параметрів будується s-оцінка – нормоване відхилення накопиченого залишку від рівноваги, що використовується у факторній моделі (підрозділ 2.4) як аналог z-оцінки. Точна дискретизація замість схеми Ейлера застосована також для генерації синтетичних траєкторій із наперед відомими параметрами, що необхідно для перевірки коректності модулів системи.

### 2.3 Динамічне оцінювання коефіцієнта хеджування: фільтр Калмана

Класична оцінка коефіцієнта хеджування  $\beta$  методом найменших квадратів на історичному вікні припускає його сталість. Однак реальний зв'язок між інструментами дрейфує у часі, що проявляється у нестабільності коінтеграції від вікна до вікна. Для адаптивного оцінювання коефіцієнта хеджування застосовано фільтр Калмана у формулюванні, прийнятому у

літературі з парного трейдингу. Коефіцієнти хеджування трактуються як прихований стан лінійної динамічної системи, що еволюціонує як випадкове блукання:

$$\theta_t = [\beta_t, \alpha_t]^T, \theta_t = \theta_{t-1} + w_t, w_t \sim N(0, Q), \quad (2.5)$$

$$y_t = F_t \cdot \theta_t + v_t, F_t = [x_t, 1], v_t \sim N(0, R), \quad (2.6)$$

де  $y_t = \ln Y_t$ ,  $x_t = \ln X_t$ ;

$Q$  – коваріація шуму стану;

$R$  – дисперсія шуму спостереження.

Параметр адаптації  $\delta$  задає коваріацію шуму стану як  $Q = \delta/(1 - \delta) \cdot I$ : менше значення  $\delta$  відповідає повільнішій зміні коефіцієнта (ближче до статичної оцінки), більше – швидшій адаптації. На кожному кроці фільтр виконує етап прогнозу та етап корекції стану за надходженням нового спостереження, обчислюючи коефіцієнт підсилення Калмана та оновлюючи коваріаційну матрицю стану.

Принципово важливою величиною є помилка прогнозу спостереження  $e_t = y_t - F_t \cdot \theta_{t-1}$ , яка називається інновацією фільтра. Інновація обчислюється каузально – лише за минулими даними через оцінку стану на попередньому кроці –  $i$ , по суті, є каузальним аналогом спреду. Стандартизована інновація  $e_t/\sqrt{S_t}$ , де  $S_t$  – дисперсія інновації, відіграє роль онлайн  $z$ -оцінки. Динаміку дрейфу коефіцієнта хеджування та відповідну інновацію наведено на рисунку 2.2.

Слід наголосити на тонкому, але критичному для подальшого аналізу моменті, пов'язаному з використанням інновації як торгового сигналу. У двостановій формулюванні зі станом  $[\beta, \alpha]$  перехоплення  $\alpha$  «вбирає» рівень спреду, тому інновація містить переважно шум. У формулюванні лише з коефіцієнтом  $\beta$  (без перехоплення) інновація несе сам рівень спреду, і ковзна  $z$ -оцінка інновації виявляє повернення до середнього. Проте, як буде

показано у розділі 4, інновація фільтра Калмана є механічно стаціонарною за побудовою, що за певних умов призводить до артефакту – фізично неможливих метрик бектесту. Цей ефект є одним з ключових результатів роботи і детально аналізується у підрозділі 4.3.

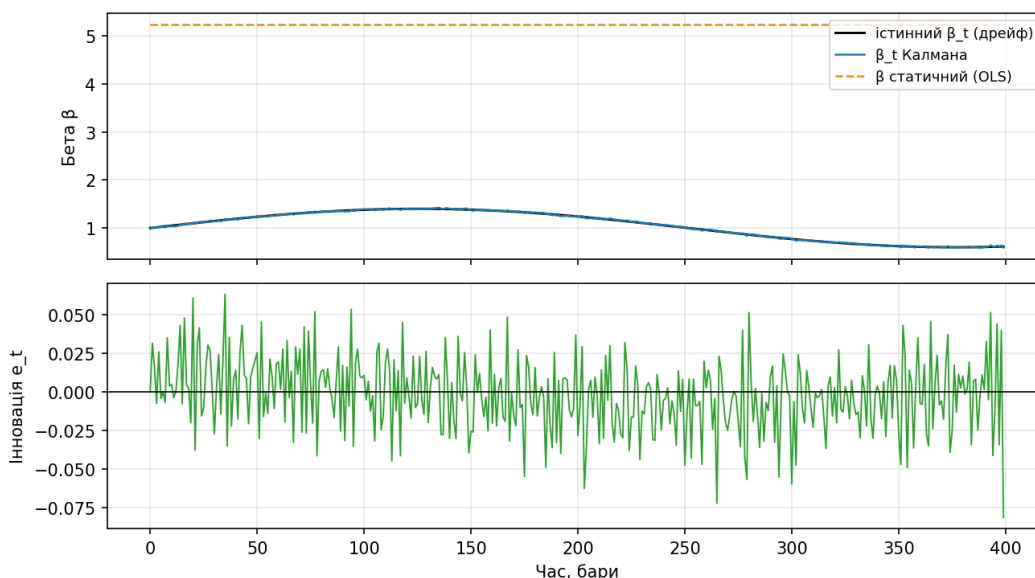


Рисунок 2.2 – Динамічний коефіцієнт хеджування за Калманом порівняно зі статичною оцінкою та інновація фільтра (змодельовані дані)

## 2.4 Факторна модель статистичного арбітражу

Попарна коінтеграція є крихкою: зв'язок конкретної пари може зруйнуватися через структурні зміни. Фундаментальнішим підходом є факторна модель статистичного арбітражу [17], у якій замість пошуку окремих пар дохідності всього універсуму інструментів розкладаються на систематичну компоненту, пояснювану спільними факторами, та ідіосинкратичний залишок; торгується повернення до середнього саме залишку, нейтралізованого до факторів.

Факторну модель побудовано у чотири кроки. На першому кроці спільні фактори одержують методом головних компонент кореляційної матриці дохідностей. Стандартизовані дохідності інструментів

розкладаються за власними векторами кореляційної матриці, що дає так звані власні портфелі (eigenportfolios). Вага  $i$ -го інструмента у  $j$ -му власному портфелі визначається як  $Q_i^{\wedge}(j) = v_i^{\wedge}(j)/\sigma_i$ , де  $v_i^{\wedge}(j)$  – компонента власного вектора, а  $\sigma_i$  – стандартне відхилення дохідності інструмента; факторна дохідність  $F_j = \sum_i Q_i^{\wedge}(j) R_i$ . На другому кроці для кожного інструмента виконується регресія його дохідностей на факторні дохідності, що дає факторні навантаження  $\beta$  та ідіосинкратичний залишок  $\varepsilon$ . На третьому кроці накопичений залишок  $X = \sum \varepsilon$  моделюється як процес Орнштейна–Уленбека за методикою підрозділу 2.2. На четвертому кроці обчислюється  $s$ -оцінка

$$s = (X - \mu) / \sigma_{eq}, \quad (2.7)$$

яка показує, наскільки накопичений залишок відхилився від рівноваги. Торговий сигнал формується за  $s$ -оцінкою, а позиція є факторно-нейтральною: систематичний (ринковий та секторний) ризик захеджований через факторні навантаження  $\beta$ . Перевагою факторної моделі порівняно з попарним підходом є робастність: оскільки модель спирається не на крихкий зв'язок однієї пари, а на статистичну структуру всього універсуму, вона менш чутлива до руйнування окремих коінтеграційних співвідношень.

## 2.5 Методи машинного та глибокого навчання

Економетричні методи, розглянуті вище, виявляють лінійний сигнал повернення до середнього. Для перевірки гіпотези про наявність нелінійного залишкового сигналу, який класичні методи можуть пропускати, у роботі застосовано методи машинного та глибокого навчання. Принципово важливо, що машинне навчання використовується тут не для прямого прогнозування абсолютних цін (задача з украй низькою точністю), а як незалежний інструмент детекції сигналу: якщо у даних присутній прихований торгований патерн, його має виявити достатньо потужна

нелінійна модель. Відсутність такого сигналу у результатах роботи потужних моделей є інформативним свідченням на користь загального висновку.

Градiєнтний бустинг (LightGBM) застосовано як базову модель машинного навчання для задачі класифікації знака майбутньої дохідності залишку. Градiєнтний бустинг будує ансамбль дерев рішень послідовно, де кожне наступне дерево навчається коригувати помилки попередніх через апроксимацію градiєнта функції втрат. Реалізація LightGBM використовує поелементне (leaf-wise) ростіння дерев та гістограмний алгоритм пошуку розбиттів, що забезпечує високу швидкість навчання – критичну властивість для walk-forward валідації з частими переоцінками моделі. Ознаками для класифікатора слугують характеристики спреду та залишку: поточна z- або s-оцінка, період напіввідновлення, p-значення тесту ADF на ковзному вікні, показники режиму ринкової волатильності та лагові значення сигналу.

Одновимірну згорткову нейронну мережу (1D-CNN) застосовано для виявлення торгованого патерну безпосередньо у часових вікнах факторних залишків, без апіорного припущення про процес Орнштейна–Уленбека. Архітектурно мережа (ResidCNN) трактує вікно залишку фіксованої довжини (60 спостережень) як одновимірне «зображення» спреду та складається з двох згорткових шарів з ядрами розміру 5 та 3, функцій активації ReLU та пакетної нормалізації, шару глобального усереднювального пулінгу, що стискає карту ознак у вектор, та повнозв'язної голови з регуляризацією dropout, яка видає прогноз. Загальну архітектуру наведено на рисунку 2.3.

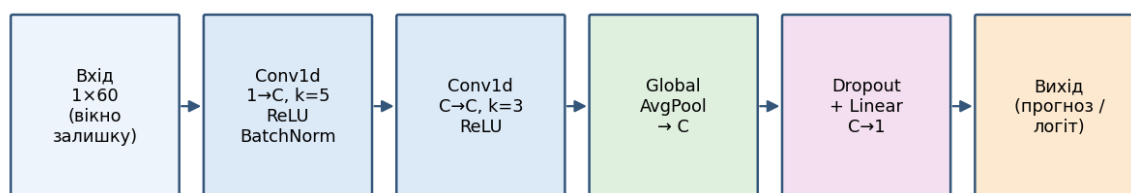


Рисунок 2.3 – Архітектура одновимірної згорткової мережі ResidCNN

Навчання мережі виконується у режимі walk-forward з ранньою зупинкою за валідаційною помилкою, що запобігає перенавчанню та виключає підглядання у майбутнє. Згорткова архітектура обрана з огляду на її здатність виявляти локальні патерни форми спреду незалежно від їх положення у вікні, що відповідає природі сигналів повернення до середнього.

Методику meta-labeling [8] застосовано як гібридний підхід, що поєднує економетричний первинний сигнал з вторинною ML-моделлю. Ідея полягає у розділенні задачі на два рівні: первинна модель (перетин порогу z-оцінки парною стратегією) визначає напрям угоди, а вторинна модель навчається передбачати, чи буде конкретна угода прибутковою, та фільтрує слабкі сигнали. Для розмітки навчальної вибірки використано метод трьох бар'єрів (triple-barrier): результат кожної угоди класифікується за тим, який із трьох бар'єрів буде досягнуто першим – верхній (тейк-профіт, мітка «прибуток»), нижній (стоп-лосс, мітка «збиток») або часовий (вичерпання максимального часу утримання). Принцип розмітки проілюстровано на рисунку 2.4.

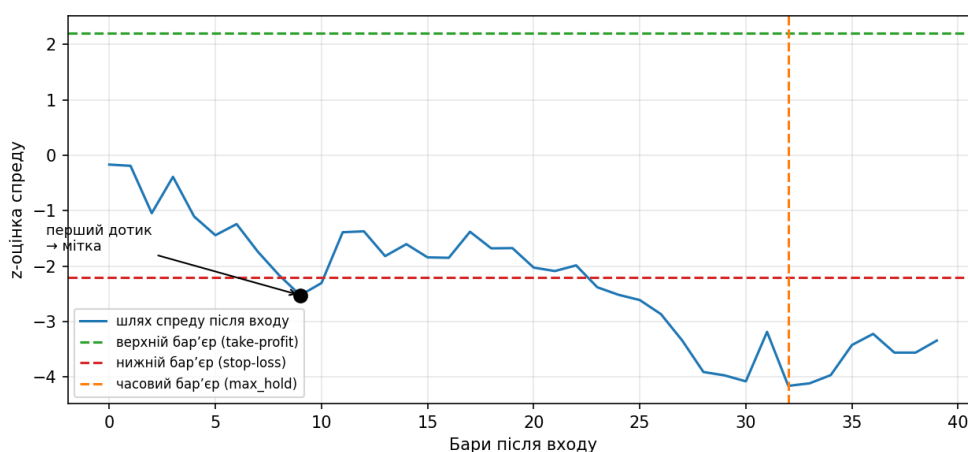


Рисунок 2.4 – Метод трьох бар'єрів (triple-barrier) для розмітки угод

Навчальна вибірка для meta-labeling формується безпосередньо з журналу реальних угод бектестера: для кожної угоди фіксується вікно

факторного залишку, що передувало входу, та бінарна мітка її результату. Через природну незбалансованість класів (частка прибуткових угод відрізняється від 50 %) при навчанні вторинної моделі застосовується зважування класів через параметр `pos_weight` у функції втрат бінарної крос-ентропії. Якість вторинної моделі оцінюється за площею під ROC-кривою (AUC) на out-of-sample періоді.

## 2.6 Методологія чесної валідації

Як показано у підрозділі 1.2, позитивний результат бектесту сам по собі не є доказом наявності торгового еджу через ризики перенавчання, підглядання у майбутнє та ігнорування транзакційних витрат. Тому центральним методичним елементом роботи є апарат чесної валідації, що складається з кількох взаємодоповнювальних компонентів.

Перший компонент – обов’язкове розділення оцінки прибутку на валову (gross, без витрат) та чисту (net, з повним урахуванням витрат). Модель витрат включає біржові комісії, бід-аск спред, прослизання при ринковому виконанні та, для криптовалютних деривативів, ставки фінансування за утримання позиції.

Для внутрішньоденних даних застосовано консервативну модель лімітного (maker) виконання: вхід та закриття за метою моделюються як лімітні заявки з пониженою комісією, тоді як спрацьовування стоп-лосу та примусове закриття за часом – як ринкові (taker) заявки з підвищеною комісією та прослизанням; заповнення лімітної заявки зараховується лише за умови пробою рівня ціною, а не простого дотику. Висновок про наявність еджу робиться виключно за net-результатами.

Залежність gross- і net-прибутку від рівня витрат схематично показано на рисунку 2.5 (ліворуч).

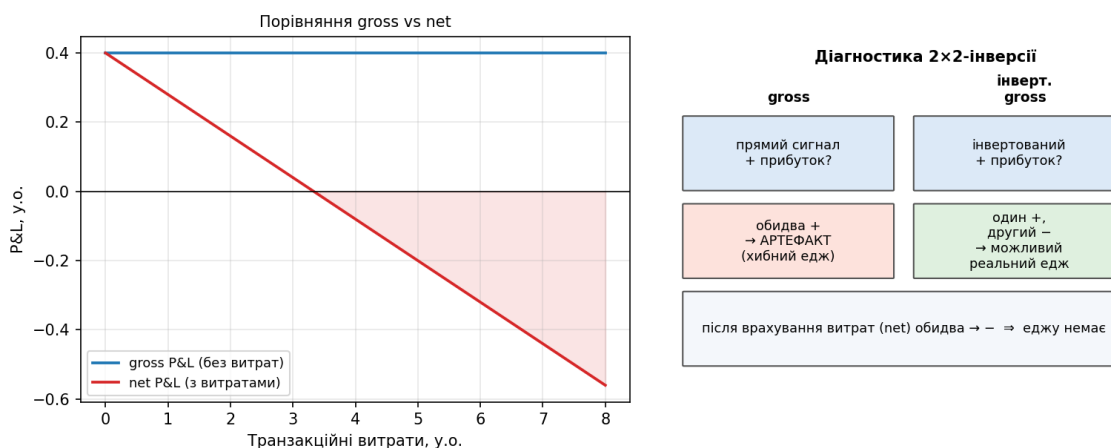


Рисунок 2.5 – Компоненти методології чесної валідації: порівняння gross/net (ліворуч) та діагностика 2×2-інверсії (праворуч)

Другий компонент – діагностика 2×2-інверсії. Стратегія тестується у чотирьох конфігураціях: прямий і інвертований сигнали, кожен на gross- і net-рівнях. Ключовою діагностичною ознакою є поведінка на gross-рівні: якщо прибутковими виявляються одночасно і прямий, і інвертований сигнали, це свідчить про артефакт (наприклад, систематичну помилку в обліку P&L або підглядання у майбутнє), а не про реальний едж, оскільки реальний едж не може існувати одночасно для сигналу та його заперечення. Реальний едж проявляється як асиметрія: прибутковість одного напряму та збитковість протилежного на gross-рівні з подальшим збереженням прибутковості на net-рівні.

Схему діагностики наведено на рисунку 2.5 (праворуч).

Третій компонент – розділення вибірки на in-sample (IS) та out-of-sample (OOS) періоди з оптимізацією параметрів стратегії виключно на IS-частині та оцінкою якості на OOS-частині, що раніше не використовувалася. Для запобігання перенавчанню при оптимізації параметрів застосовується анти-оверфіт підхід: перевага надається конфігураціям, стійким у широкому okolí простору параметрів, а не точковим максимумам історичної дохідності.

Четвертий компонент – walk-forward валідація ML-моделей, описана у підрозділі 2.5 та проілюстрована на рисунку 1.5: модель послідовно навчається на історичному вікні та тестується на наступному часовому інтервалі, після чого вікно зсувається вперед. Підсумкові метрики обчислюються на об'єднанні всіх тестових інтервалів, що унеможливлює підглядання у майбутнє.

П'ятий компонент – перевірка реалізованості сигналу. Окремо контролюється, що угоди можуть бути фактично виконані за тими цінами, які використано у розрахунку прибутку, та що сигнал обчислюється каузально – лише за інформацією, доступною на момент прийняття рішення. Як буде показано у розділі 4, саме порушення реалізованості за динамічної зміни коефіцієнта хеджування між входом і виходом лежить в основі дилеми реалізованості та стаціонарності спреду – центрального результату роботи.

Як кількісні характеристики ефективності стратегій застосовано стандартні метрики: коефіцієнт Шарпа як відношення середньої надлишкової дохідності до її стандартного відхилення (з річним масштабуванням відповідно до частоти даних), максимальне просідання (Maximum Drawdown) як найбільше відносне падіння капіталу від попереднього історичного максимуму, а також чистий сукупний прибуток у перерахунку на пару чи інструмент.

Принципово важливо, що жодна метрика не використовується ізольовано: зокрема, частка прибуткових угод (winrate) завжди розглядається разом із чистим прибутком на пару, оскільки висока частка прибуткових угод за малого прибутку та рідкісних великих збитків може супроводжуватися від'ємним сукупним результатом. Сукупність описаних компонентів утворює методологічно строгий апарат, застосування якого до двох незалежних класів активів становить зміст експериментального дослідження, наведеного у розділі 4.

## 3 РОЗРОБКА ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ

### 3.1 Архітектура системи

Програмна система статистичного арбітражу реалізована мовою Python у вигляді модульного пакета (близько сорока модулів), організованого за функціональним принципом. Архітектура побудована так, щоб кожен компонент розв'язував окрему підзадачу та був незалежно тестованим і взаємозамінним, а потік обробки відтворював повний дослідницький цикл: від завантаження ринкових даних до формування висновку про наявність реалізованого еджу. Загальну архітектуру системи наведено на рисунку 3.1.

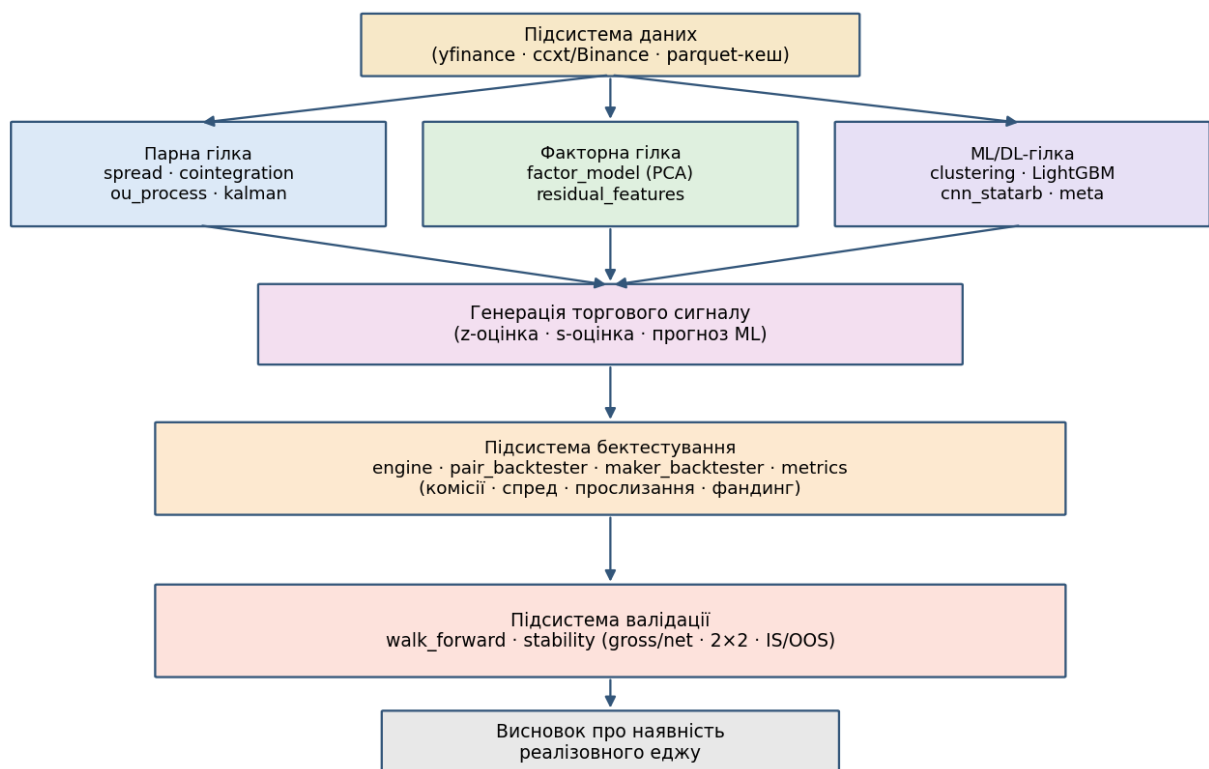


Рисунок 3.1 – Загальна архітектура програмної системи

Система складається з п'яти основних підсистем. Підсистема даних забезпечує завантаження, кешування та уніфікацію ринкових даних з двох

джерел. Три гілки формування стратегій – парна, факторна та ML/DL – реалізують різні підходи до генерації торгового сигналу та поділяють спільну підсистему даних. Підсистема бектестування виконує моделювання процесу торгівлі з урахуванням транзакційних витрат, а підсистема валідації застосовує апарат чесної перевірки, описаний у підрозділі 2.6. Результатом роботи системи є обґрунтований висновок про наявність або відсутність торгового еджу.

Пакет організовано у такі основні каталоги: `data_providers` – завантажувачі даних; `statarb` – ядро економетричних методів (модулі `spread`, `cointegration`, `ou_process`, `kalman`, `factor_model`); `ml` – методи машинного та глибокого навчання (`clustering`, `residual_features`, `cnn_statarb`); `backtest` – підсистема бектестування (`engine`, `pair_backtester`, `maker_backtester`, `metrics`); `validation` – підсистема валідації (`walk_forward`, `stability`); `strategy` – формування стратегій та керування позицією; `scripts` – виконувані сценарії дослідів; `utils` – допоміжні засоби кешування та логування. Такий поділ забезпечує слабку зв'язаність компонентів: наприклад, заміна моделі машинного навчання у ML-гілці не потребує змін у підсистемах даних, бектестування чи валідації.

### 3.2 Підсистема даних

Підсистема даних реалізує завантаження історичних котирувань з двох незалежних джерел та їх приведення до уніфікованого формату OHLCV (ціни відкриття, максимуму, мінімуму, закриття та обсяг). Денні дані акцій індексу S&P 500 завантажуються через бібліотеку `yfinance` (модуль `data_providers/yahoo`), а внутрішньоденні дані безстрокових ф'ючерсів Binance USDM з таймфреймом 15 хвилин – через бібліотеку `ccxt` (модуль `data_providers/binance`) з пагінацією запитів. Окремо завантажуються ставки фінансування ф'ючерсів, необхідні для коректного обліку витрат на утримання позиції.

Загальну схему роботи підсистеми наведено на рисунку 3.2.

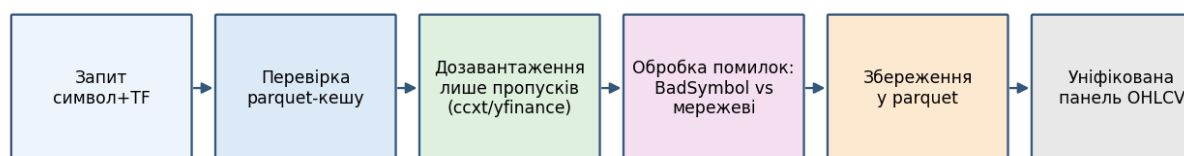


Рисунок 3.2 – Схема роботи підсистеми даних

Ключовим елементом підсистеми є інтелектуальний кеш на основі колонкового формату Apache Parquet. При запиті даних система перевіряє наявність відповідного файлу кешу та дозавантажує лише відсутні часові ділянки, що суттєво прискорює повторні запуски дослідів та зменшує навантаження на API бірж.

Окремої уваги потребувала обробка помилок завантаження: необхідно розрізняти постійні помилки (зокрема, виключення `ccxt.BadSymbol` для символів, що більше не торгуються) та тимчасові мережеві збої. Постійні помилки не повинні призводити до повторних спроб завантаження, тоді як тимчасові – повинні. Практичним прикладом є зміна тикера MATIC/USDT на POL/USDT унаслідок міграції токена мережі Polygon у 2024 році: некоректна обробка такого випадку призводила б до нескінченного циклу повторних запитів.

Слід зазначити обмеження, пов'язане з джерелом даних акцій: сервіс `yfinance` надає котирування лише за інструментами, що торгуються на поточний момент, тобто вибірка містить *survivorship bias* (упередження виживаючих), розглянуте у підрозділі 1.2.

Це обмеження враховується при інтерпретації результатів: оскільки виключення збанкрутілих та делістованих компаній створює систематично оптимістичну картину, відсутність еджу на такій «оптимістичній» вибірці є тим сильнішим аргументом на користь загального висновку.

### 3.3 Модулі економетричних методів

Ядро економетричних методів реалізоване у каталозі `statarb` та містить чотири основні модулі, що відповідають методам, описаним у розділі 2.

Модуль `spread` реалізує побудову спреду пари інструментів та обчислення  $z$ -оцінки у двох варіантах: статичному (за середнім і стандартним відхиленням усієї вибірки) та ковзному (за параметрами на рухомому вікні). Ковзний варіант є основним для бектестування, оскільки виключає підглядання у майбутнє. Модуль також виконує нормалізацію та вирівнювання пар цінових рядів за спільним часовим індексом.

Модуль `cointegration` реалізує тести коінтеграції: розширений тест Дікі-Фуллера (через функцію `adfuller` бібліотеки `statsmodels`), двокроковий тест Енгла-Грейнджера з перевіркою обох напрямів регресії та системний тест Йохансена (через `coint_johansen`). Результати тестів повертаються у вигляді структур даних, що містять оцінку коефіцієнта хеджування,  $p$ -значення, критичні значення та логічний висновок про стаціонарність.

Модуль `ou_process` реалізує оцінювання параметрів процесу Орнштейна-Уленбека через точну дискретизацію в авторегресійну модель першого порядку (функція `fit_ou`), швидку оцінку періоду напіввідновлення через лінеаризовану регресію (функція `half_life`) та генерацію синтетичних траєкторій з відомими параметрами (функція `simulate_ou`), необхідну для перевірки коректності модулів.

Модуль `kalman` реалізує фільтр Калмана для динамічного оцінювання коефіцієнта хеджування (функція `kalman_filter_pair`). Реалізація підтримує два режими: двостановий  $[\beta, \alpha]$  – класична калманівська регресія, та одностановий  $[\beta]$  – для торгівлі, у якому інновація несе сам рівень спреду. Усі величини, що повертаються модулем (коефіцієнти стану, інновація-спред, стандартизована онлайн  $z$ -оцінка), обчислюються каузально, без підглядання у майбутнє, що є необхідною умовою коректності бектесту.

### 3.4 Модулі машинного та глибокого навчання

Каталог `ml` реалізує методи машинного та глибокого навчання. Як зазначено у підрозділі 2.5, ці методи застосовуються як незалежний інструмент детекції нелінійного сигналу, а не для прямого прогнозування цін.

Модуль `clustering` реалізує попередній відбір кандидатних пар через ієрархічну кластеризацію інструментів за подібністю поведінки. Підтримується обчислення відстаней між часовими рядами, зокрема за мірою динамічної трансформації часової шкали (DTW) на  $z$ -нормованих дохідностях, та власне ієрархічна кластеризація (через `scipy.cluster.hierarchy`). Пари формуються лише всередині кластерів, що зменшує проблему множинного тестування при пошуку коінтегрованих пар у великому універсумі.

Модуль `factor_model` реалізує факторну модель статистичного арбітражу за методикою [17]: побудову власних портфелів методом головних компонент (функція `eigen_portfolios`), регресію дохідностей інструментів на фактори (функція `residual_beta`) та обчислення  $s$ -оцінки накопиченого залишку (функція `residual_sscore`). Модуль `residual_features` будує матрицю ознак з факторних залишків на ковзному вікні: для кожного моменту часу факторна модель оцінюється на попередньому вікні, а залишок обчислюється на поточному кроці, що виключає підглядання у майбутнє.

Модуль `cnn_statarb` реалізує одновимірну згорткову нейронну мережу `ResidCNN` (бібліотека `PyTorch`) для виявлення торгованого патерну у часових вікнах факторних залишків. Архітектура мережі (рисунок 2.3) складається з двох згорткових шарів, глобального усереднювального пулінгу та повнозв'язної голови з регуляризацією. Навчання виконується у режимі `walk-forward` з ранньою зупинкою. Окремо реалізовано формування навчальної вибірки для `meta-labeling` (сценарій `build_meta_dataset`), що

використовує журнал реальних угод бектестера: для кожної угоди фіксується вікно факторного залишку та бінарна мітка результату за методом трьох бар'єрів. Для забезпечення каузальності та реалізованості навчальна вибірка формується у режимі `prefix`: коефіцієнт хеджування оцінюється на першій частині історії (перші 30%), фіксується та застосовується лише до подальшого `out-of-sample` періоду. Режими з динамічною (`kalman`) та повною статичною (`static`) оцінкою збережено в реалізації виключно для діагностики та позначено явними попередженнями, оскільки, як показано у розділі 4, вони порушують реалізованість.

Важливим практичним результатом, який буде кількісно підтверджено у розділі 4, є те, що методи машинного навчання демонструють вимірюване перевищення над лінійним базовим рівнем у виявленні сигналу на валовому (`gross`) рівні. Це підтверджує здатність нелінійних моделей витягати структуру, недоступну класичним лінійним методам, навіть в умовах відсутності реалізованого еджу.

### 3.5 Підсистема бектестування

Підсистема бектестування (каталог `backtest`) моделює процес торгівлі з повним урахуванням транзакційних витрат. Модуль `engine` реалізує загальний рушій бектесту з обліком комісій, прослизання, ринкового впливу від великих позицій та керуванням капіталом; він обчислює траєкторію капіталу та журнал угод. Модуль `pair_backtester` спеціалізований для парних стратегій та працює із зафіксованими на навчальному вікні параметрами спреду.

Окремий модуль `maker_backtester` реалізує консервативну модель лімітного (`maker`) виконання для внутрішньоденних криптовалютних даних. Необхідність цього модуля зумовлена тим, що на високочастотних даних тейкерська комісія (0,04–0,05% за угоду) повністю поглинає потенційний едж, тому реалістична оцінка вимагає врахування можливості мейкерського

виконання. Модель розрізняє типи виконання: вхід та закриття за метою моделюються як лімітні заявки зі зниженою (maker) комісією, тоді як спрацьовування стоп-лосу та примусове закриття за часом — як ринкові (taker) заявки з підвищеною комісією та прослизанням. Консервативність моделі полягає у тому, що заповнення лімітної заявки зараховується лише за умови фактичного пробією рівня ціною, а не простого дотику. Конфігурація витрат (структури `MakerConfig` та `MakerSignalParams`) включає роздільні мейкерську та тейкерську комісії, прослизання, ставку фінансування за день, кількість барів на день та параметри сигналу (пороги входу, виходу, стопу, максимальний час утримання).

Модуль `metrics` обчислює характеристики ефективності за траєкторією капіталу та журналом угод: коефіцієнт Шарпа з річним масштабуванням відповідно до частоти даних, максимальне просідання, частку прибуткових угод та чистий сукупний прибуток. Відповідно до методології підрозділу 2.6, частка прибуткових угод завжди супроводжується чистим прибутком на пару, оскільки ізольований розгляд `winrate` є оманливим.

### 3.6 Підсистема валідації

Підсистема валідації (каталог `validation`) реалізує апарат чесної перевірки. Модуль `walk_forward` виконує валідацію парних стратегій з ковзним розділенням на навчальне та тестове вікна. На навчальному вікні оцінюються коефіцієнт хеджування (тест Енгла–Грейнджера) та параметри процесу Орнштейна–Уленбека; на тестовому вікні спред обчислюється за зафіксованими навчальними параметрами, а  $z$ -оцінка нормується навчальним стандартним відхиленням, що повністю виключає підглядання у майбутнє. Якщо на навчальному вікні пара не є коінтегрованою, торгівля на відповідному тестовому вікні не ведеться. Схему `walk-forward` валідації за парою наведено на рисунку 3.3.

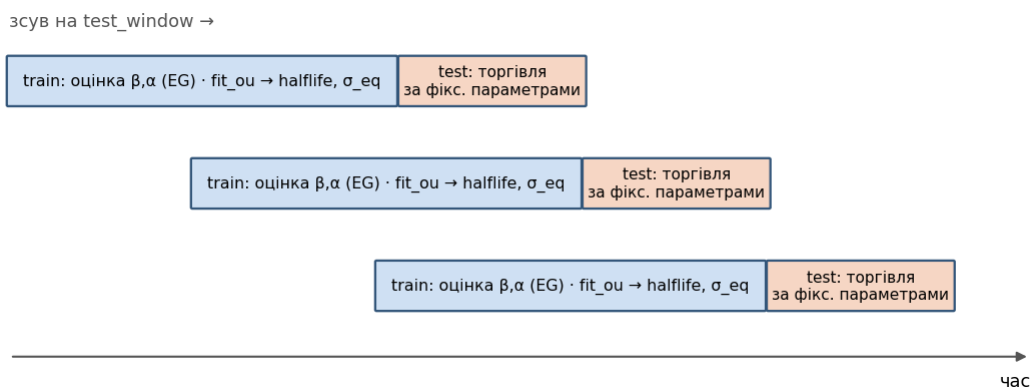


Рисунок 3.3 – Схема walk-forward валідації парної стратегії

Типова конфігурація валідації (структура WFConfig) використовує навчальне вікно близько одного року, тестове вікно близько кварталу, мінімальний обсяг навчальних даних та поріг коінтеграції. Максимальний час утримання позиції задається як кратне періоду напіввідновлення, що пов'язує параметри торгівлі з оціненою динамікою спреду.

Модуль *stability* реалізує діагностику стабільності та  $2 \times 2$ -інверсії. Він оцінює, наскільки часто пара залишається коінтегрованою від вікна до вікна (показник стабільності коінтеграції), та перевіряє поведінку стратегії у чотирьох конфігураціях (прямий і інвертований сигнали на gross- і net-рівнях). Окремий сценарій *sweep\_base\_economics* виконує систематичний перебір простору параметрів сигналу (пороги входу, виходу, стопу, час утримання) у режимі *prefix* з повторними прогонами, що дозволяє оцінити, чи існує хоча б одна конфігурація зі стійким позитивним net-результатом. Результати цього перебору наведено у розділі 4.

### 3.7 Перевірка коректності модулів на синтетичних даних

Перед застосуванням системи до реальних ринкових даних коректність ключових модулів перевірено на синтетичних даних з наперед відомими параметрами. Такий підхід є стандартною практикою інженерії дослідницьких систем: він дозволяє відокремити помилки реалізації від

властивостей реальних даних та гарантувати, що подальші висновки не є наслідком програмних дефектів.

Для перевірки модуля `ou_process` згенеровано синтетичну траєкторію процесу Орнштейна–Уленбека з відомими параметрами через функцію `simulate_ou`, після чого параметри відновлено функцією `fit_ou`. Результати наведено на рисунку 3.4: відновлені значення швидкості повернення, волатильності та періоду напіввідновлення близькі до істинних, що підтверджує коректність реалізації оцінювача.

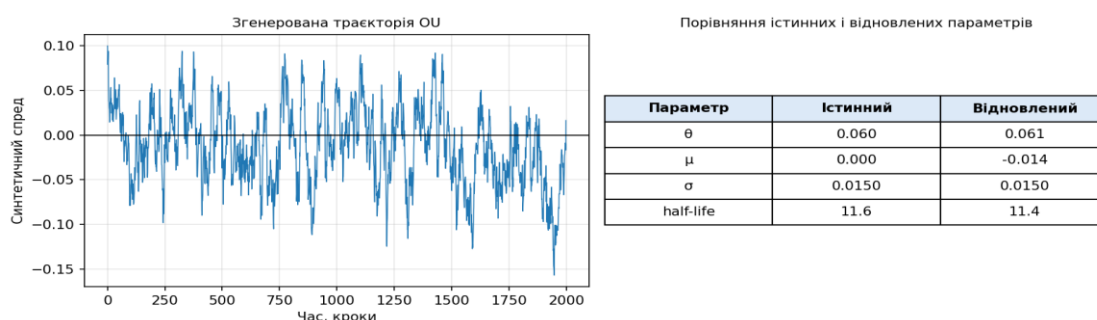


Рисунок 3.4 – Перевірка модуля оцінювання параметрів OU на синтетичних даних

Аналогічно перевірено модулі тестів коінтеграції (на штучно сконструйованих коінтегрованих та некоінтегрованих парах), фільтра Калмана (на даних з відомим дрейфом коефіцієнта хеджування) та факторної моделі (на даних з відомою факторною структурою). Особливе значення синтетична перевірка має для аналізу артефакту калманівської інновації: як буде показано у розділі 4, саме порівняння поведінки бектесту на синтетичних даних у трьох режимах (`kalman`, `static`, `prefix`) дозволило однозначно встановити, що фізично неможливі метрики калманівського режиму є артефактом реалізації стратегії, а не властивістю ринкових даних. Таким чином, синтетична перевірка є не лише засобом контролю якості коду, а й самостійним методологічним інструментом дослідження.

## 4 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

У цьому розділі наведено результати застосування розробленої системи до реальних ринкових даних двох незалежних класів активів. Виклад побудовано від результатів на ринку акцій до результатів на криптовалютному ринку, після чого окремо проаналізовано центральний результат роботи – дилему реалізованості та стаціонарності спреду – та роль методів машинного навчання. Усі результати наведено з обов’язковим розділенням на валовий (gross) та чистий (net) рівні відповідно до методології підрозділу 2.6.

### 4.1 Експериментальна установка

Дослідження на ринку акцій виконано на універсумі зі 110 інструментів індексу S&P 500 за період з 2019 по 2024 рік (1509 торгових днів денних даних). Факторна та ML-стратегії будувалися на повному універсумі інструментів.

Для калманівської стратегії, що не потребує апріорного жорсткого відбору пар, як кандидати розглядалися всі пари універсуму, які пройшли початкову перевірку (1041 пара); умову коінтеграції на навчальних вікнах задовольнили та фактично торгувалися 1025 пар. Окремо коінтеграційний аналіз за тестами Енгла-Грейнджера та Йохансена з контролем періоду напіввідновлення виявив 72 пари, що стабільно задовольняють критерії стаціонарності; для кожної з них збережено оцінений коефіцієнт хеджування, р-значення тестів, період напіввідновлення та стаціонарне стандартне відхилення спреду.

Дослідження на криптовалютному ринку виконано на безстрокових ф’ючерсах Binance USDM з таймфреймом 15 хвилин. Як кандидати розглядалися ліквідні пари криптовалют відносно базових

активів (ETH~BTC, SOL~BTC, BNB~BTC, AVAX~SOL). Конфігурація транзакційних витрат для криптовалютних експериментів включала мейкерську комісію 1 базисний пункт, тейкерську комісію 5 базисних пунктів, прослизання 1 базисний пункт та ставку фінансування 1 базисний пункт на день; для акцій застосовано комісію 4 базисних пункти та прослизання 1 базисний пункт. Усі бектести виконано з повним урахуванням цих витрат та з виключенням підглядання у майбутнє через каузальне обчислення сигналів та walk-forward оцінювання параметрів.

#### 4.2 Результати на ринку акцій

Першою протестовано факторну стратегію статистичного арбітражу за моделлю Авельянеди-Лі (підрозділ 2.4) на універсумі зі 110 інструментів з п'ятьма головними компонентами як факторами. Результат за повний період (2019–2024) виявився від'ємним: коефіцієнт Шарпа склав  $-1,10$ , сукупна дохідність  $-31,2\%$  за максимального просідання  $32,7\%$ ; капітал зменшився з 10 000 до 6 851 умовної одиниці. Стратегія перебувала у ринку 100% часу, тобто результат не є наслідком випадкового короткочасного епізоду.

Другою протестовано ML-стратегію на основі градієнтного бустингу LightGBM, навченого на факторних залишках (підрозділ 2.5). Мотивацією цього експерименту була перевірка гіпотези про наявність нелінійного сигналу, який лінійна факторна модель не виявляє: оскільки лінійний факторний рушій давав валовий результат близький до нуля, будь-який стійкий додатний результат нелінійної моделі свідчив би про нелінійний едж. Проте результат LightGBM виявився ще гіршим за лінійну модель: коефіцієнт Шарпа  $-2,92$ , сукупна дохідність  $-27,9\%$  за максимального просідання  $28,1\%$ .

Погіршення порівняно з лінійною моделлю пояснюється вищим оборотом ML-стратегії: складніша модель генерує більше перебалансувань,

що збільшує транзакційні витрати без відповідного приросту якості сигналу. Таким чином, гіпотеза про реалізований нелінійний едж на факторних залишках не підтвердилася.

Третьою протестовано калманівську стратегію з динамічним оцінюванням коефіцієнта хеджування у каузальному режимі (одностанова інновація як джерело z-оцінки).

На рівні окремих пар низка пар показала формально додатні значення коефіцієнта Шарпа на out-of-sample періоді (наприклад, SLB~KMI – 1,41; ACN~SBUX – 1,14; GS~USB – 1,05), проте портфель з рівними вагами по всіх 1025 торгованих парах дав коефіцієнт Шарпа  $-0,24$  за сукупної дохідності  $-0,7\%$  та частки прибуткових пар  $55\%$ . Близькість портфельного результату до нуля свідчить про відсутність систематичного еджу: позитивні результати окремих пар компенсуються негативними результатами інших, що характерно для випадкового розкиду навколо нуля, а не для наявності стійкої закономірності.

Порівняння траєкторій капіталу трьох стратегій наведено на рисунку 4.1, а зведення коефіцієнтів Шарпа – на рисунку 4.2.

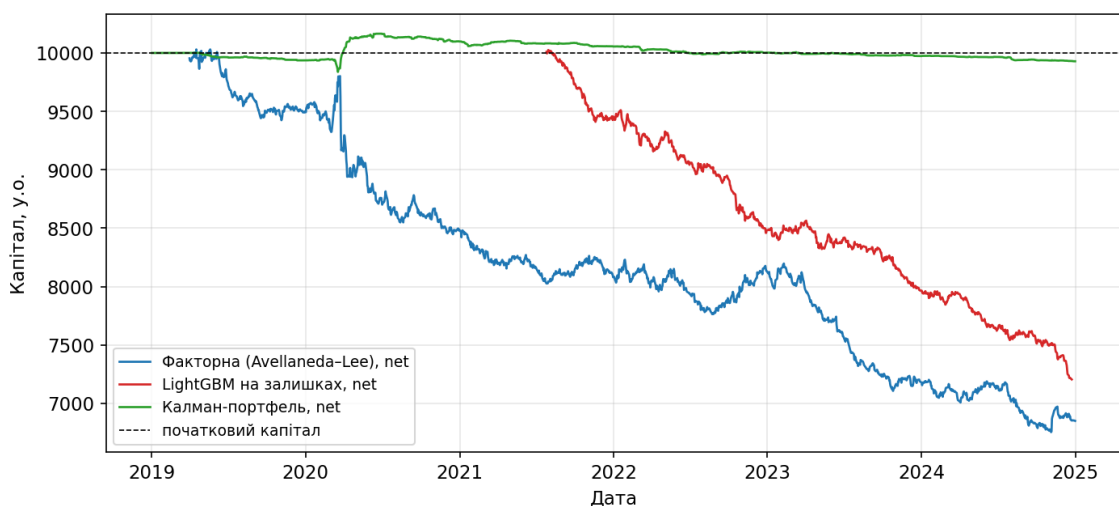


Рисунок 4.1 – Траєкторії капіталу трьох стратегій на ринку акцій (net, з урахуванням витрат)

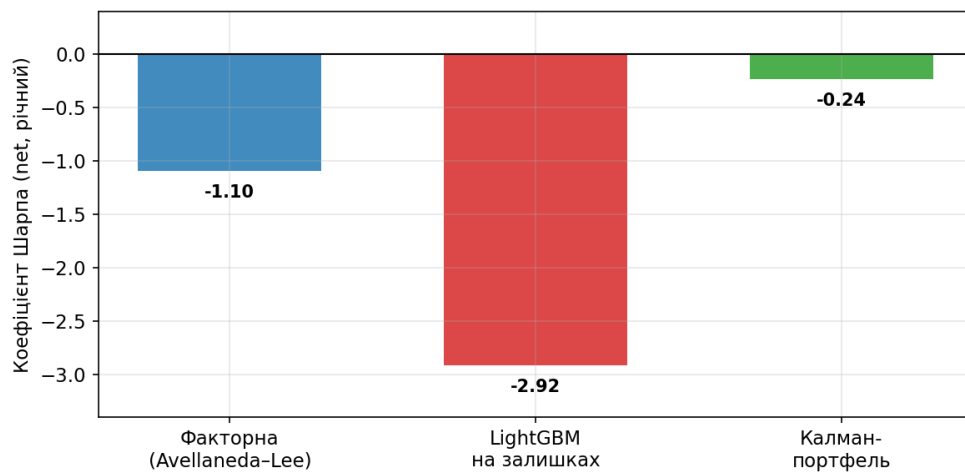


Рисунок 4.2 – Коефіцієнти Шарпа стратегій на ринку акцій (net)

Узагальнюючи результати на ринку акцій, можна констатувати, що жодна з трьох стратегій – лінійна факторна, нелінійна ML та адаптивна калманівська – не виявила реалізовного торгового еджу після врахування витрат. Найкращий результат (калманівський портфель) є статистично нерозрізненним від нуля, а дві інші стратегії є відверто збитковими. Цей результат узгоджується із зафіксованим у літературі (підрозділ 1.1) зниженням прибутковості класичного статистичного арбітражу на сучасних ліквідних ринках.

#### 4.3 Дилема реалізованості та стаціонарності спреду

Центральним результатом роботи є виявлення та аналіз фундаментальної суперечності, що пояснює неможливість побудови реалізовного парного статистичного арбітражу на досліджених інструментах. Цю суперечність названо дилемою реалізованості та стаціонарності спреду. Її суть полягає у такому.

Реалізованість торгової стратегії вимагає, щоб коефіцієнт хеджування  $\beta$  був фіксованим на час утримання позиції: лише тоді кількості інструментів у довгій та короткій ногах стали, а прибуток від закриття

позиції фактично досяжний. Проте за фіксованого  $\beta$  спред пари на досліджених інструментах є нестационарним – він не повертається до сталого рівня, а отже, не дає сигналу повернення до середнього, придатного для торгівлі.

З іншого боку, стаціонарність спреду можна забезпечити, зробивши коефіцієнт хеджування динамічним – переоцінюючи  $\beta$  на кожному кроці фільтром Калмана. Інновація фільтра дійсно є стаціонарним рядом з вираженим поверненням до середнього. Однак така стаціонарність досягається ціною реалізованості: оскільки  $\beta$  змінюється між моментом входу та моментом виходу, кількості інструментів у ногах позиції стають неузгодженими, і прибуток, обчислений за спредом зі змінним  $\beta$ , фактично не може бути одержаний на ринку. Інновація фільтра Калмана є механічно реверсивною за побудовою – вона прямує до нуля незалежно від ринкової динаміки, – тому стратегія на її основі дає хибно позитивні результати бектесту. Структуру дилеми наведено на рисунку 4.3.

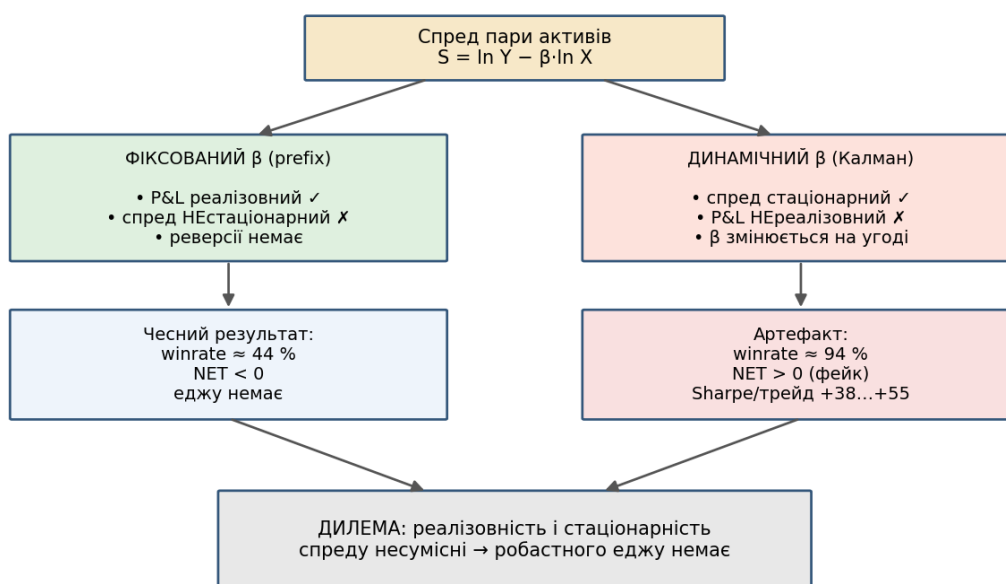


Рисунок 4.3 – Дилема реалізованості та стаціонарності спреду

Дилему підтверджено прямим експериментом на криптовалютних даних – порівнянням двох режимів оцінювання коефіцієнта хеджування на

одних і тих самих парах за один і той самий період. У режимі prefix коефіцієнт  $\beta$  оцінювався на першій частині історії, фіксувався та застосовувався лише до подальшого out-of-sample періоду (каузальний та реалізовний режим). У режимі kalman коефіцієнт  $\beta$  переоцінювався фільтром на кожному кроці (стаціонарний, але нереалізовний режим). Результати наведено у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Порівняння реалізованого (prefix) та артефактного (kalman) режимів

| Пара         | Режим  | Winrate, % | NET P&L  | Sharpe/угоди |
|--------------|--------|------------|----------|--------------|
| ETH~BTC      | prefix | 43,8       | -175 848 | -24,7        |
| ETH~BTC      | kalman | 93,5       | +123 107 | +38,9        |
| SOL~BTC      | prefix | 44,5       | -615 899 | -23,8        |
| SOL~BTC      | kalman | 95,3       | +380 244 | +54,9        |
| BNB~BTC      | prefix | 43,8       | -393 172 | -24,6        |
| BNB~BTC      | kalman | 94,7       | +160 534 | +38,9        |
| AVAX~SO<br>L | prefix | 48,8       | -174 266 | -19,0        |
| AVAX~SO<br>L | kalman | 91,6       | +270 363 | +23,6        |

Контраст між режимами є разючим і наведений графічно на рисунках 4.4 та 4.5. У реалізованому режимі prefix частка прибуткових угод складає 44–49% (нижче 50%), а чистий P&L від’ємний для всіх пар. У режимі kalman частка прибуткових угод стрибкоподібно зростає до 92–95%, чистий P&L стає додатним, а коефіцієнт Шарпа на одну угоду досягає значень +24...+55. Останні величини є фізично неможливими: коефіцієнт Шарпа на угоду порядку кількох десятків не спостерігається у жодній реальній торговій стратегії та однозначно свідчить про артефакт, а не про

едж. Показовим є також обвал ваги позитивного класу (pos\_weight) при формуванні навчальної вибірки: у режимі prefix вона складає 1,20 (класи майже збалансовані), а у режимі kalman – 0,07, що відповідає 94% «прибуткових» угод, яких у реальності не існує.

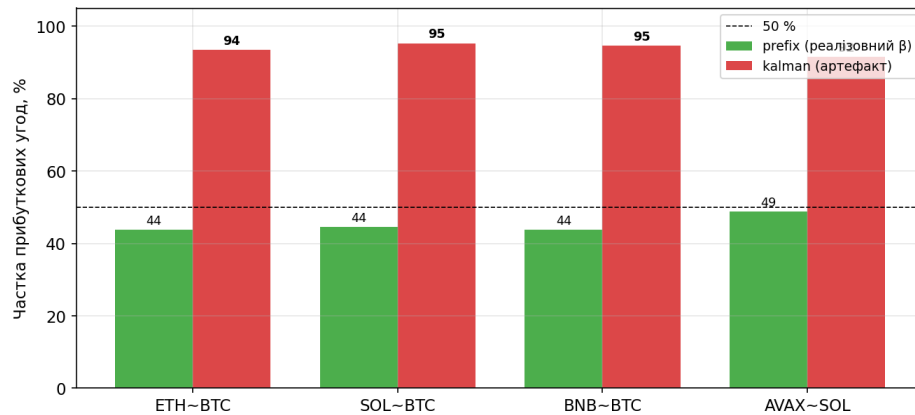


Рисунок 4.4 – Частка прибуткових угод: реалізовний режим prefix проти артефактного kalman

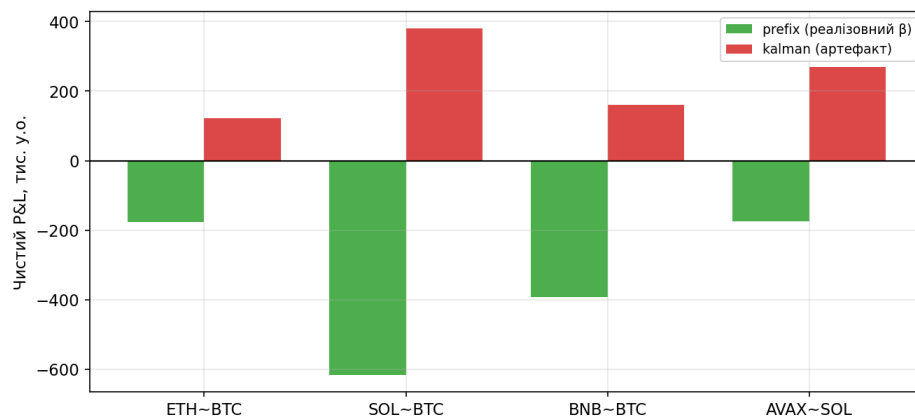


Рисунок 4.5 – Чистий P&L: реалізовний режим prefix проти артефактного kalman

Те, що один і той самий механізм за зміни лише способу оцінювання коефіцієнта хеджування дає або чесний нульовий результат (prefix), або фізично неможливий «грааль» (kalman), є прямим експериментальним

підтвердженням дилеми. Виявлений артефакт калманівської інновації має самостійну методологічну цінність: він демонструє конкретний механізм виникнення хибно позитивних результатів бектестування, поширений у практичній літературі з парного трейдингу, але систематично не задокументований. Окремо слід зазначити, що у режимі static (фіксований коефіцієнт хеджування, оцінений на всій історії) спред для досліджених криптовалютних пар взагалі не вдалося побудувати, оскільки на повному внутрішньоденному горизонті пари не проходять тест коінтеграції Енгла–Грейнджера. Це є додатковим свідченням на користь дилеми: статичної рівноваги між цими інструментами не існує, а штучно створена «стаціонарність» через динамічний коефіцієнт є нереалізованою.

#### 4.4 Результати на криптовалютному ринку

Для остаточної перевірки наявності еджу на криптовалютному ринку проведено систематичний перебір простору параметрів торгового сигналу у реалізованому режимі prefix. Перебиралися пороги входу (1,5; 2,0; 2,5), виходу (0,0; 0,5; 1,0), стоп-лосу (3,0; 4,0; 6,0) та максимального часу утримання (48, 96, 192 бари) – загалом 81 конфігурація, кожна з розділенням на in-sample (70%) та out-of-sample (30%) періоди.

Результат перебору є однозначним: жодна з 81 конфігурації не дала додатного результату навіть на валовому (gross) рівні, не кажучи вже про чистий. Найкращий валовий результат за всіма конфігураціями склав –424 240 умовних одиниць. Кількість конфігурацій з додатним gross-результатом дорівнює 0 з 81; кількість конфігурацій з додатним net-результатом одночасно на IS- та OOS-періодах також дорівнює 0 з 81. Розподіл результатів топ-конфігурацій наведено на рисунку 4.6.

Принципова важливість від’ємного валового результату полягає у такому. Якби валовий результат був додатним, а чистий – від’ємним, це означало б наявність сигналу, який «з’їдається» транзакційними витратами;

у такому разі мало б сенс шукати дешевші способи виконання. Однак від’ємний валовий результат означає, що сигналу немає у самій основі стратегії: справа не у витратах, а у відсутності закономірності повернення до середнього у реалізованому спреді. Цей висновок повністю узгоджується з результатами на ринку акцій та з дилемою реалізованості та стаціонарності.

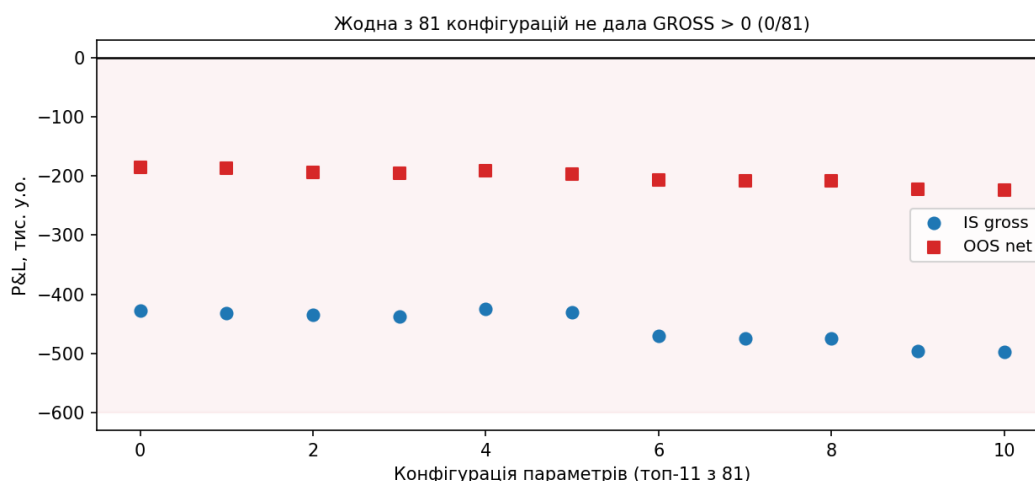


Рисунок 4.6 – Результати перебору 81 конфігурації параметрів на крипто валютному ринку

#### 4.5 Роль методів машинного навчання

Окремий блок експериментів присвячено перевірці гіпотези про наявність прихованого нелінійного сигналу за допомогою методів машинного навчання. Як зазначено у підрозділі 2.5, методи машинного навчання застосовано тут не як засіб прямого прогнозування цін, а як незалежний інструмент детекції: якщо у даних присутній торгований патерн, його має виявити достатньо потужна нелінійна модель, і навпаки, відсутність такого патерну є інформативним свідченням на користь загального висновку.

Для криптовалютних даних навчено одновимірну згорткову нейронну мережу (meta-CNN) на вибірці з 10 893 реальних угод парної стратегії у

реалізовному режимі `prefix`, розмічених методом трьох бар'єрів. Навчання виконано у режимі чесної часової оцінки з розділенням на навчальну, валідаційну та тестову частини, часовим зазором (`embargo`) між ними та ранньою зупинкою. Для оцінки стохастичної стабільності мережу навчено з трьома різними початковими ініціалізаціями (`seed 0, 1, 2`). Результати наведено на рисунку 4.7.

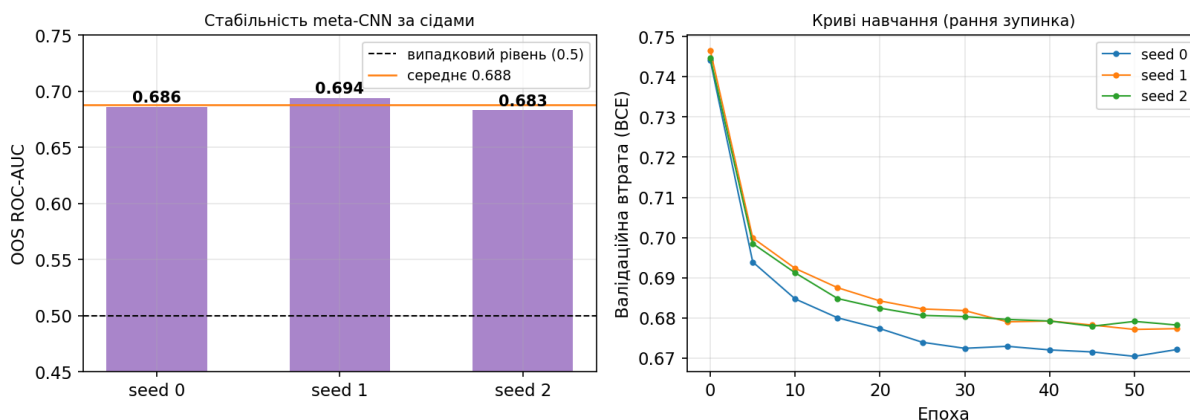


Рисунок 4.7 – Стабільність meta-CNN за трьома ініціалізаціями та криві навчання

Одержано важливий позитивний результат: на out-of-sample періоді мережа стабільно демонструє площу під ROC-кривою (AUC) у діапазоні 0,683–0,694 за трьома ініціалізаціями (середнє значення 0,688), що суттєво перевищує випадковий рівень 0,5. Це означає, що згортова мережа дійсно виявляє у формі спреду нелінійну структуру, яка має прогностну цінність щодо результату угоди.

Більше того, фільтрація угод за прогнозом мережі систематично покращує економічні показники порівняно з базовою стратегією: підвищення порогу впевненості мережі підвищує частку прибуткових угод з базових 45% до 55–60% та зменшує середній збиток на угоду з –125 до –27 умовних одиниць (рисунок 4.8).

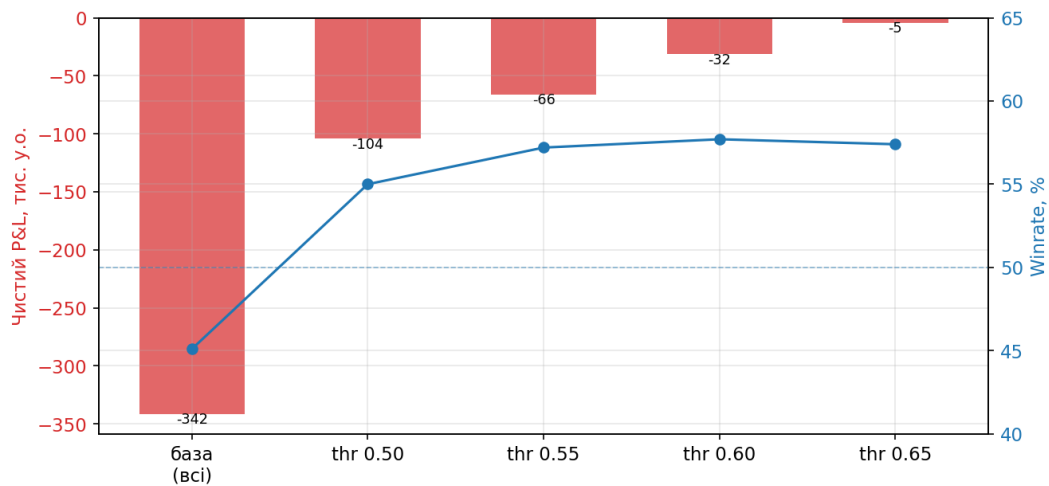


Рисунок 4.8 – Фільтрація угод за прогнозом meta-CNN: чистий P&L та частка прибуткових угод залежно від порогу впевненості

Цей результат має подвійне значення. З одного боку, він підтверджує цінність методів машинного навчання як таких: навіть у несприятливих умовах беззэджового ринку згорткова мережа демонструє вимірювану здатність витягати нелінійну структуру, недоступну класичним лінійними методами, та покращувати відбір угод.

Це є самостійним позитивним свідченням на користь застосовності глибокого навчання у задачах фінансового аналізу. З іншого боку, навіть найкращий фільтр не виводить чистий результат у додатну область: при найвищому порозі впевненості чистий збиток зменшується з  $-341\,551$  до  $-4\,603$  умовних одиниць, тобто наближається до нуля, але не перетинає його. Іншими словами, машинне навчання здатне зробити збиткову стратегію менш збитковою, відсіюючи найгірші угоди, проте не здатне створити прибуток там, де реалізованого еджу немає.

Таким чином, результат роботи методів машинного навчання не суперечить загальному висновку, а підкріплює його: потужні нелінійні моделі підтверджують відсутність реалізованого сигналу, водночас демонструючи власну методологічну цінність.

#### 4.6 Узагальнення результатів

Зведення результатів експериментального дослідження дозволяє сформулювати такі висновки. На двох незалежних класах активів – денних даних акцій індексу S&P 500 та внутрішньоденних даних криптовалютних ф'ючерсів – за допомогою єдиного методологічного апарату встановлено відсутність робастного торгового еджу у стратегіях парного та факторного статистичного арбітражу після врахування транзакційних витрат. На ринку акцій усі три протестовані стратегії (факторна, ML на основі LightGBM, калманівська) дали результат від нуля до від'ємного. На криптовалютному ринку систематичний перебір 81 конфігурації не виявив жодної з додатним валовим результатом, що свідчить про відсутність сигналу у самій основі стратегії, а не про його поглинання витратами.

Виявлено та експериментально підтверджено дилему реалізованості та стаціонарності спреду – фундаментальну суперечність, через яку реалізований парний статистичний арбітраж на досліджених інструментах є неможливим: фіксований коефіцієнт хеджування дає реалізований, але нестаціонарний спред, тоді як динамічний коефіцієнт дає стаціонарний, але нереалізований спред. У межах аналізу цієї дилеми задокументовано артефакт калманівської інновації – механізм виникнення фізично неможливих метрик бектесту (winrate 92–95%, коефіцієнт Шарпа на угоду +24...+55) при використанні інновації фільтра Калмана як торгового сигналу.

Окремим позитивним результатом є підтвердження цінності методів машинного навчання: одновимірна згорткова мережа стабільно (AUC 0,688 за трьома ініціалізаціями) виявляє нелінійну структуру даних та покращує відбір угод, що демонструє застосовність глибокого навчання навіть у несприятливих ринкових умовах, хоча й не дозволяє створити прибуток за відсутності реалізованого еджу. Сукупно одержані результати становлять узгоджений, відтворюваний та методологічно строгий негативний результат, що має наукову та практичну цінність як приклад чесного дослідження у галузі кількісних фінансів.

## ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі розв'язано актуальну задачу розробки системи прогнозування цін фінансових інструментів та формування торгових стратегій на основі машинного навчання з емпіричною перевіркою наявності реалізованого торгового еджу після врахування транзакційних витрат. Поставлену мету досягнуто, а всі сформульовані у вступі задачі виконано.

Основні результати роботи полягають у такому вигляді:

- проведено аналіз предметної галузі статистичного арбітражу, сучасних методів прогнозування цін фінансових інструментів та проблеми валідації торгових стратегій. Систематизовано фундаментальні проблеми прогнозування фінансових часових рядів (нестационарність, низьке співвідношення сигналу до шуму, режимні зміни, перенавчання, підглядання у майбутнє, транзакційні витрати), що визначають необхідність методологічно строгого підходу до оцінювання стратегій;

- досліджено та реалізовано економетричні методи (коінтеграційний аналіз за тестами Енгла-Грейнджера та Йохансена, моделювання спреду процесом Орнштейна-Уленбека, динамічне оцінювання коефіцієнта хеджування фільтром Калмана, факторну модель Авельянеди-Лі) та методи машинного і глибокого навчання (градієнтний бустинг LightGBM, одновимірну згорткову нейронну мережу, методику meta-labeling з triple-barrier розміткою);

- розроблено модульну програмну систему мовою Python (близько сорока модулів), що реалізує повний дослідницький цикл статистичного арбітражу: завантаження та кешування ринкових даних з двох джерел, побудову спредів і факторних залишків, генерацію торгових сигналів трьома гілками стратегій, бектестування з повним урахуванням транзакційних витрат та консервативною моделлю лімітного виконання, а

також апарат чесної валідації. Коректність ключових модулів підтверджено на синтетичних даних з наперед відомими параметрами;

– проведено експериментальне дослідження на двох незалежних класах активів. На ринку акцій індексу S&P 500 (110 інструментів, 2019–2024 роки) усі протестовані стратегії дали результат від нуля до від’ємного: факторна стратегія – коефіцієнт Шарпа  $-1,10$ , ML-стратегія на основі LightGBM –  $-2,92$ , калманівський портфель –  $-0,24$ . На криптовалютному ринку (внутрішньоденні ф’ючерси Binance) систематичний перебір 81 конфігурації параметрів не виявив жодної з додатним валовим результатом. Узгодженість негативного висновку на двох незалежних класах активів підвищує його надійність;

– виявлено та експериментально підтверджено дилему реалізованості та стаціонарності спреду – фундаментальну суперечність, через яку реалізований парний статистичний арбітраж на досліджених інструментах є неможливим. Показано, що фіксований коефіцієнт хеджування дає реалізований, але нестаціонарний спред, тоді як динамічний коефіцієнт дає стаціонарний, але нереалізований спред. У межах аналізу цієї дилеми задокументовано артефакт калманівської інновації – конкретний механізм виникнення фізично неможливих метрик бектесту (частка прибуткових угод 92–95 %, коефіцієнт Шарпа на угоду  $+24...+55$ ) при використанні інновації фільтра Калмана як торгового сигналу;

– підтверджено цінність методів машинного навчання як інструмента детекції сигналу: одновимірні згорткова нейронна мережа стабільно (площа під ROC-кривою 0,688 за трьома ініціалізаціями) виявляє нелінійну структуру даних та покращує відбір угод, підвищуючи частку прибуткових угод з 45 % до 55–60 %. Це демонструє застосовність глибокого навчання навіть у несприятливих ринкових умовах, хоча й не дозволяє створити прибуток за відсутності реалізованого еджу.

Наукова новизна роботи полягає у формулюванні дилеми реалізованості та стаціонарності спреду, документуванні артефакту

калманівської інновації та одержанні узгодженого негативного результату щодо наявності торгового еджу на двох незалежних класах активів за допомогою єдиного методологічного апарату. Практична цінність полягає у створенні програмної системи з відкритою модульною архітектурою та апаратом чесної валідації торгових стратегій, що запобігає типовим методологічним помилкам (перенавчання, підглядання у майбутнє, ігнорування витрат, нереалізованість сигналу), які призводять до хибно позитивних результатів та фінансових втрат при впровадженні неробастних стратегій.

Одержані результати становлять приклад методологічно строгого дослідження у галузі кількісних фінансів, у якому обґрунтований негативний результат є повноцінним науковим висновком. Перспективними напрямками подальших досліджень є розширення універсуму інструментів та часового горизонту, застосування додаткових архітектур глибокого навчання, а також дослідження дилеми реалізованості та стаціонарності на інших класах активів та частотах даних.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Bachelier L. Théorie de la spéculation. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*. 1900. Vol. 17. P. 21–86. URL: <https://doi.org/10.24033/asens.476> (дата звернення: 08.06.2026).
2. Markowitz H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*. 1952. Vol. 7, no. 1. P. 77–91. URL: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x> (дата звернення: 08.06.2026).
3. Fama E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*. 1970. Vol. 25, no. 2. P. 383–417. URL: <https://doi.org/10.2307/2325486> (дата звернення: 08.06.2026).
4. Engle R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*. 1982. Vol. 50, no. 4. P. 987–1008. URL: <https://doi.org/10.2307/1912773> (дата звернення: 08.06.2026).
5. Engle R. F., Granger C. W. J. Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica*. 1987. Vol. 55, no. 2. P. 251–276. URL: <https://doi.org/10.2307/1913236> (дата звернення: 09.06.2026).
6. Hochreiter S., Schmidhuber J. Long short-term memory. *Neural Computation*. 1997. Vol. 9, no. 8. P. 1735–1780. URL: <https://doi.org/10.1162/neco.1997.9.8.1735> (дата звернення: 09.06.2026).
7. Attention is all you need / A. Vaswani et al. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2017. Vol. 30. P. 5998–6008. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1706.03762> (дата звернення: 09.06.2026).
8. Lopez de Prado M. *Advances in financial machine learning*. Hoboken : John Wiley & Sons, 2018. 400 p.
9. Gatev E., Goetzmann W. N., Rouwenhorst K. G. Pairs trading: performance of a relative-value arbitrage rule. *The Review of Financial Studies*. 2006. Vol. 19, no. 3. P. 797–827. URL: <https://doi.org/10.1093/rfs/hhj020> (дата звернення: 09.06.2026).

10. Bailey D. H., Borwein J. M., Lopez de Prado M., Zhu Q. J. Pseudo-mathematics and financial charlatanism: the effects of backtest overfitting on out-of-sample performance. *Notices of the American Mathematical Society*. 2014. Vol. 61, no. 5. P. 458–471. URL: <https://doi.org/10.1090/noti1105> (дата звернення: 10.06.2026).
11. Harvey C. R., Liu Y., Zhu H. ...and the cross-section of expected returns. *The Review of Financial Studies*. 2016. Vol. 29, no. 1. P. 5–68. URL: <https://doi.org/10.1093/rfs/hhv059> (дата звернення: 10.06.2026).
12. Do B., Faff R. Does simple pairs trading still work? *Financial Analysts Journal*. 2010. Vol. 66, no. 4. P. 83–95. URL: <https://doi.org/10.2469/faj.v66.n4.1> (дата звернення: 10.06.2026).
13. Chen T., Guestrin C. XGBoost: a scalable tree boosting system. *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. 2016. P. 785–794. URL: <https://doi.org/10.1145/2939672.2939785> (дата звернення: 10.06.2026).
14. LightGBM: a highly efficient gradient boosting decision tree / G. Ke et al. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2017. Vol. 30. P. 3146–3154. URL: <https://dl.acm.org/doi/10.5555/3294996.3295074> (дата звернення: 10.06.2026).
15. Gu S., Kelly B., Xiu D. Empirical asset pricing via machine learning. *The Review of Financial Studies*. 2020. Vol. 33, no. 5. P. 2223–2273. URL: <https://doi.org/10.1093/rfs/hhaa009> (дата звернення: 11.06.2026).
16. Lim B., Zohren S. Time-series forecasting with deep learning: a survey. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. 2021. Vol. 379, no. 2194. P. 20200209. URL: <https://doi.org/10.1098/rsta.2020.0209> (дата звернення: 11.06.2026).
17. Avellaneda M., Lee J.-H. Statistical arbitrage in the US equities market. *Quantitative Finance*. 2010. Vol. 10, no. 7. P. 761–782. URL: <https://doi.org/10.1080/14697680903124632> (дата звернення: 11.06.2026).

18. Bertram W. K. Analytic solutions for optimal statistical arbitrage trading. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2010. Vol. 389, no. 11. P. 2234–2243. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.01.045> (дата звернення: 11.06.2026).

19. Guijarro-Ordóñez J., Pelger M., Zanotti G. Deep learning statistical arbitrage. *arXiv preprint arXiv:2106.04028*. 2021. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2106.04028> (дата звернення: 11.06.2026).