

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ МАГНИТОПРОВОДА МАГНИТНЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ И ТРАНСФОР- МАТОРОВ МАЛОЙ И СРЕДНЕЙ МОЩНОСТИ

В. Ю. Сокович

Харьков

Проектирование магнитных усилителей и трансформаторов в основном сводится к получению необходимых рабочих характеристик при наименьшем весе и стоимости активных материалов (меди и стали).

На вес и стоимость активных материалов существенно влияет геометрия магнитопровода. В работах [1 — 4], посвященных выбору геометрии магнитопровода, точное решение задачи отсутствует. В связи с этим на практике соотношения между геометрическими размерами магнитопровода выбираются достаточно произвольно, что приводит к недоиспользованию активных материалов.

В качестве основного критерия для оценки оптимальности геометрии магнитопровода следует принять стоимость активных материалов.

Условие минимума стоимости активных материалов может быть записано в следующем виде

$$G'_c + \beta G'_m = 0, \quad (1)$$

где β — отношение стоимости обмоточного провода к стоимости стали магнитопровода;

G_c — вес стали магнитопровода;

G_m — вес обмоток.

Однако расчет магнитного усилителя или трансформатора, исходя из условия (1), может привести к значительному увеличению общего веса активных материалов. В связи с этим целесообразно дополнительно исследовать геометрию магнитопровода на основе обобщающего критерия, учитывающего как вес, так и стоимость активных материалов. Наиболее подходящим критерием такого рода может быть следующий:

$$(G_c + \beta G_m) - \psi_{10} + (G'_c + G_m) - \psi_{20} = \min, \quad (2)$$

где ψ_{10} — минимальное значение функции стоимости;

ψ_{20} — минимальное значение функции веса.

Другими словами, сумма отклонений функции веса и функции стоимости от своих минимальных значений должна быть минимальна. Условие (2) эквивалентно следующему:

$$G'_c + \frac{1-\beta}{2} G'_m = 0. \quad (3)$$

Условия (1) и (3) отличаются лишь постоянными множителями при G'_m .

Сравнение результатов, полученных при расчетах с учетом критериев (1) и (3), будет приведено в дальнейшем.

Рассмотрим однофазный магнитный усилитель (рис. 1) с магнитопроводом, набранным из П-образных пластин. Такой тип магнитопровода магнитных усилителей получил наибольшее распространение.

Вес активных материалов усилителя, выраженный через геометрические размеры (см. рис. 1), равен:

$$G_y = G_c + G_m = 2x^3 \{ 2\gamma_c k_{cc} [b + d(2 + a)] + \gamma_m k_{mm} ab(1 + \nu + 2c + 2a) \}, \quad (4)$$

где γ_c , γ_m — удельный вес стали и меди;

k_c , k_m — коэффициенты заполнения пакета сталью и окна магнитопровода медью.

Стоимость активных материалов усилителя на основании формулы (1) пропорциональна.

$$Q_y = 2x^3 \{ 2\gamma_c k_{cc} [b + d(2 + a)] + \beta \gamma_m k_{mm} ab(1 + \nu + 2c + 2a) \}, \quad (5)$$

где $\beta = \frac{\alpha_m k_0}{\alpha_c k_p k_{отх}}$;

α_m , α_c — стоимость обмоточного провода и стали магнитопровода на единицу веса;

k_0 , k_p — коэффициенты, учитывающие стоимость изготовления обмоток и магнитопровода. Обычно $k_0 = 1,6$; $k_p = 1,35$;

$k_{отх}$ — коэффициент, учитывающий отходы стали при раскрое;

$$k_{отх} = 1,15 \div 1,2.$$

Таким образом, вес и стоимость активных материалов являются функциями основных геометрических размеров магнитопровода a , b , c , x .

Геометрические размеры магнитопровода не являются независимыми переменными, а связаны следующими ограничениями:

$$p_r = \text{const} \quad (6)$$

$$\frac{P_n}{S_n} = \frac{R_0}{S_n} = \text{const}, \quad (7)$$

где P_r — габаритная мощность усилителя;

P_n — мощность потерь в силовой обмотке;

S_n — поверхность силовой обмотки;

R_0 — сопротивление силовой обмотки.

Равенство $\frac{P_n}{S_n} = \frac{R_0}{S_n}$ справедливо при постоянстве тока в силовых обмотках.

При этом принимаем, что потери в стали магнитопровода и обмотках управления на нагрев усилителя сказываются несущественно.

Выражаем (6) через геометрические размеры.

$$P_r = U_n I_n = 4k_f B_f S_c A w_n,$$

или

$$P_r = 4k_f B_f k_c k_m \nu abcx^4,$$

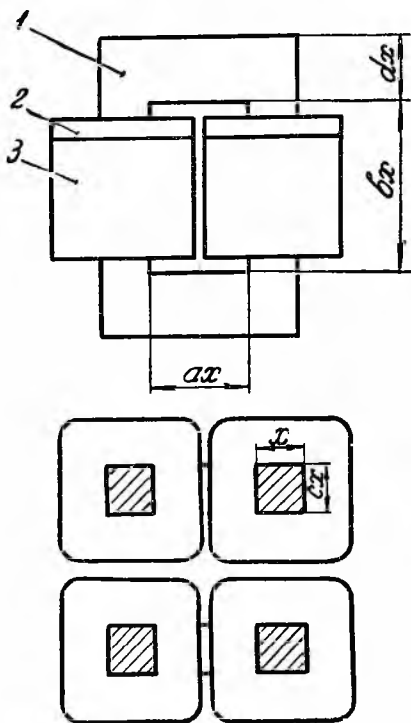


Рис. 1. Однофазный магнитный усилитель:

1 — магнитопровод, 2 — обмотка управления, 3 — силовая обмотка.

где B — магнитная индукция в магнитопроводе;

k_f — коэффициент формы;

f — частота сети;

S_c — площадь сечения пакета магнитопровода;

$Aw_{н\sim}$ — номинальные ампервитки силовых обмоток;

ν — часть площади окна, занятая силовыми обмотками;

δ — плотность тока в силовой обмотке.

Окончательно ограничение (6) записывается в следующем виде

$$\delta abcx^4 - A = 0, \quad (8)$$

где $A = \frac{P_r}{4k_f B f k_c k_m \nu}$ — постоянный коэффициент.

Сопротивление силовой обмотки усилителя, выраженное через его параметры, равно

$$R_0 = \rho \frac{l_{cp} w}{g} = \rho \frac{k_m l_{cp} S_0 \delta^2}{\nu l^2},$$

где l_{cp} — средняя длина витка силовой обмотки;

w — число витков силовой обмотки;

S_0 — площадь окна магнитопровода;

g — сечение провода обмотки.

Выражаем сопротивление обмотки через геометрические размеры магнитопровода

$$R_0 = \rho \frac{k_m}{\nu l^2} 2\delta^2 abx^3 (1 + c + a). \quad (8')$$

Влиянием торцовых поверхностей обмотки на тепловой обмен пренебрегаем. В этом случае поверхность обмотки, принимающая участие в тепловом обмене равна

$$S_n = 4bx^2 (1 + c + a).$$

Выражаем ограничение (7) через геометрические размеры магнитопровода

$$\delta^2 ax - B = 0, \quad (9)$$

где $B = \frac{2R_0 \nu l^2}{S_n \rho k_m}$ — постоянный коэффициент.

Функция стоимости активных материалов с учетом ограничений (8), (9) записывается в следующем виде:

$$\psi(a, b, c, x, \delta, \lambda, \mu) = 4\gamma_c k_c c x^3 [b + d(2 + a)] + 2\gamma_m k_m \beta abx^3 (1 + \nu + 2c + 2a) + \lambda (\delta abcx^4 - A) + \mu (\delta^2 ax - B) = 0, \quad (10)$$

где λ, μ — неопределенные множители.

Условному минимуму (метод Лагранжа) функции (10) соответствует следующая система уравнений:

$$\frac{\partial \psi}{\partial a} = 4\gamma_c k_c d c x^3 + 2\gamma_m k_m \beta b x^3 (1 + \nu + 2c + 4a) + \lambda b c x^4 \delta + \mu x \delta^2 = 0; \quad (11)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial b} = 4\gamma_c k_c c x^3 + 2\gamma_m k_m \beta a x^3 (1 + \nu + 2c + 2a) + \lambda \delta a c x^4 = 0; \quad (12)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial c} = 4\gamma_c k_c x^3 [b + d(2 + a)] + 4\gamma_m k_m \beta abx^3 + \lambda \delta abx^4 = 0; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} = & 12\gamma_c k_c c x^2 [b + d(2 + a)] + 6\gamma_m k_m \beta abx^2 (1 + \nu + 2c + 2a) + \\ & + 4\lambda \delta abcx^3 + \mu \delta^2 a = 0; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \delta} = \lambda abcx^4 + 2\mu \delta ax = 0; \quad (15)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \delta abcx^4 - A = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \mu} = \delta^2 ax - B = 0. \quad (17)$$

Из уравнений (13, 15) находим значения λ и μ

$$\lambda = - \frac{4 \{ \gamma_c k_c [b + d(2 + a)] + \gamma_m k_m \beta ab \}}{\delta abx}; \quad (18)$$

$$\mu = \frac{2 \{ \gamma_c k_c [b + d(2 + a)] \gamma_m k_m \beta ab}{\delta^2 a}. \quad (19)$$

После подстановки значений λ и μ в уравнения (11, 12, 14) и преобразований получаем исходную систему уравнений.

$$\epsilon dac + ab(1 + \nu + 4a + c) - \epsilon c(b + 2d) = 0; \quad (20)$$

$$3ab(1 + \nu + 2a) - \epsilon c[b + d(2 + a)] - abc = 0; \quad (21)$$

$$ab(1 + \nu + 2a) - 2\epsilon dc(2 + a) = 0, \quad (22)$$

где $\epsilon = \frac{\gamma_c k_c}{\gamma_m k_m \beta}$ — постоянный коэффициент.

Из уравнений (20—22) получаем формулы для расчета коэффициентов a , b , c

$$c = \frac{5a(1 + \nu + 2a)}{2(\epsilon + a)}, \quad (23)$$

$$b = \frac{5\beta d(2 + a)}{\epsilon + a}, \quad (24)$$

$$a^3 + \frac{2(5 + \nu)}{5} a^2 + \frac{6(1 + \nu) - \epsilon(5 + \nu)}{10} a - \frac{2\epsilon(1 + \nu)}{5} = 0. \quad (25)$$

Для расчета размеров магнитопровода на основании критерия (3) в формулы (23—25) достаточно подставить вместо ϵ коэффициент ϵ_1 , который, исходя из уравнения (3), равен

$$\epsilon_1 = \frac{2\gamma_c k_c}{\gamma_m k_m (1 + \beta)}.$$

Параметры δ и x определяются из уравнений (15—17).

$$\delta = \sqrt{\frac{B}{ax}}; \quad (26)$$

$$x = \sqrt{\frac{A^2}{Bab^2c^2}}. \quad (27)$$

Оптимальные геометрические размеры магнитопровода трансформаторов из П-образных пластин получаются из формул (23—25) при $\nu = 1$.

С большой степенью точности формулы (23—25) пригодны также для расчета размеров магнитопровода из П-образных пластин трехфазных магнитных усилителей.

Приведенная методика может использоваться для нахождения оптимальных размеров магнитопровода усилителей и трансформаторов на пластинах другого типа.

В качестве примера сравним вес и стоимость серийного усилителя с весом и стоимостью однофазного усилителя на ту же мощность, но с оптимальной геометрией магнитопровода.

Данные серийного усилителя

тип УМ 1П408021

$$x = 40 \text{ мм}, \quad \delta = 1,63 \text{ а/мм}^2,$$

$$a = 1,15, \quad k_m = 0,415,$$

$$b = 5, \quad k_a = 0,95,$$

$$c = 2,57, \quad \beta = 3,8,$$

$$d = 1,3, \quad G_m = 27,2 \text{ кг},$$

$$G_a = 42,6 \text{ кг}.$$

Суммарный вес активных материалов усилителя:

$$G_{y_1} = G_{c_1} + G_{m_1} = 42,6 + 27,2 = 69,8 \text{ кг}.$$

Величина, пропорциональная стоимости усилителя:

$$Q_{y_1} = G_{c_1} + \beta G_{m_1} = 69,8 + 3,8 \cdot 27,2 = 146.$$

На основании уравнений (8, 9) постоянные усилителя A и B соответственно равны:

$$A = \delta abcx^4 = 1,63 \cdot 1,15 \cdot 5 \cdot 2,57 \cdot 0,4^4 = 0,62,$$

$$B = \delta^2 ax = 1,63^2 \cdot 1,15 \cdot 0,4 = 1,22.$$

Коэффициенты ϵ и ϵ_1 соответственно равны:

$$\epsilon = \frac{\gamma_c k_c}{\gamma_m k_m^3} = \frac{7,8 \cdot 0,95}{8,9 \cdot 0,415^3 \cdot 3,8} = 0,526;$$

$$\epsilon_1 = \frac{2\gamma_c k_c}{\gamma_m k_m (1 + \beta)} = \frac{2 \cdot 7,8 \cdot 0,95}{8,9 \cdot 0,415 (1 + 3,8)} = 0,83.$$

По формулам (23, 24, 25, 27) определяем оптимальные размеры магнитопровода, исходя из условия минимума стоимости

$$a^3 - \frac{2(5 - 0,85)}{5} a^2 + \frac{6(1 + 0,85) - 0,526(5 + 0,85)}{10} a - \frac{2 \cdot 0,526(1 + 0,85)}{5} = 0.$$

Корни уравнения $a_1 = 0,265$; $a_2 = -0,285$; $a_3 = -2,63$.Отрицательные корни a_2 и a_3 физического смысла в данной задаче не имеют. Принимаем $a = 0,265$,

тогда

$$b = \frac{5 \cdot 0,526 \cdot 1,3(2 + 0,265)}{0,526 + 0,265} = 9,7;$$

$$c = \frac{5 \cdot 0,265(1 + 0,85 + 2 \cdot 0,2657)}{2(0,526 + 0,265)} = 1,98;$$

$$x = \sqrt[7]{\frac{0,62^2}{1,22 \cdot 0,265 \cdot 9,7^2 \cdot 1,98^2}} = 0,44.$$

Вес стали магнитопровода с учетом оптимальных размеров a , b , c и x :

$$G_{c_2} = 4 \cdot 7,8 \cdot 0,95 \cdot 1,98 \cdot 0,44^3 \cdot [9,7 + 1,3(2 + 0,265)] = 64 \text{ кг}.$$

Вес меди обмоток:

$$G_{m_2} = 8,9 \cdot 0,415 \cdot 0,265 \cdot 9,7 \cdot 0,44^3 (1 + 0,85 + 2 \cdot 1,98 + 2 \cdot 0,265) = 10,4 \text{ кг}.$$

Суммарный вес активных материалов:

$$G_{y_2} = G_{c_2} + G_{m_2} = 64 + 10,4 = 74,4 \text{ кг.}$$

Величина, пропорциональная стоимости активных материалов усилителя:

$$Q_{y_2} = G_{c_1} + \beta G_{m_1} = 64 + 3,8 \cdot 10,4 = 103,5.$$

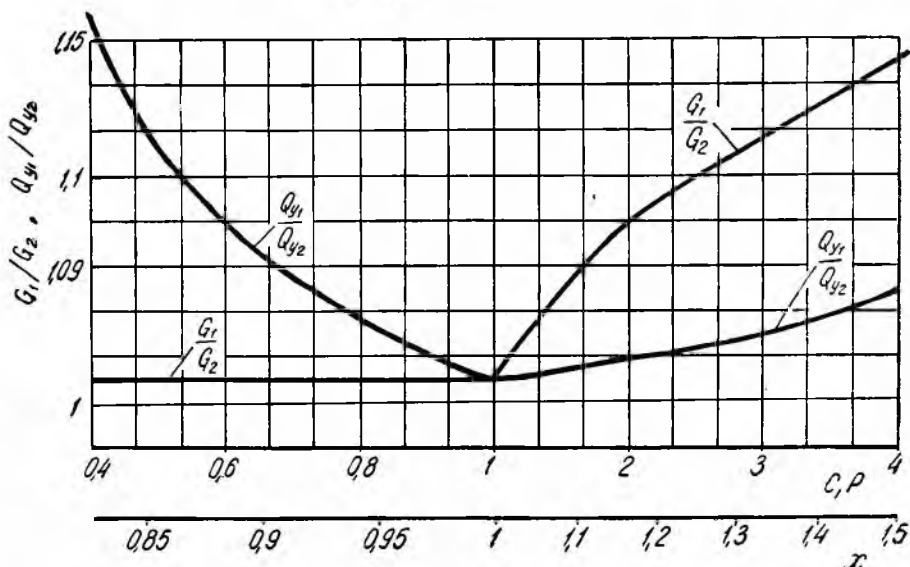


Рис. 2. Отношение веса и стоимости магнитного усилителя с оптимальным магнитопроводом к весу и стоимости усилителя с изменяющейся толщиной пакета, в зависимости от мощности P и основного размера X .

Отношение весов и стоимостей серийного усилителя и рассчитанного равны:

$$\frac{G_{y_1}}{G_{y_2}} = \frac{69,8}{74,4} = 0,94; \quad \frac{Q_{y_1}}{Q_{y_2}} = \frac{146}{103,5} = 1,41,$$

т. е. вес рассчитанного усилителя примерно на 6% больше, а стоимость на 41% меньше, чем у стандартного.

Рассчитаем вес и стоимость усилителя, исходя из критерия (3). Для сокращения выкладок приведем найденные по аналогии с предыдущим значения a , b , c , x .

Эти величины получаются при подстановке в исходные формулы вместо ϵ значения ϵ_1

$$\begin{aligned} a &= 0,375, & G_{c_2} &= 55,5 \text{ кг,} \\ b &= 10,6, & G_{m_2} &= 13,1 \text{ кг,} \\ c &= 2,01, & G_{y_2} &= 68,6 \text{ кг,} \\ x &= 0,407, & Q_{y_2} &= 105,5. \end{aligned}$$

Отношения веса и стоимости стандартного и рассчитанного усилителя соответственно равны:

$$\frac{G_{y_1}}{G_{y_2}} = \frac{69,8}{68,6} = 1,02;$$

$$\frac{Q_{y_1}}{Q_{y_2}} = \frac{146}{105,5} = 1,39,$$

т. е. вес рассчитанного усилителя на 2% и стоимость на 39% меньше, чем у серийного. Производя расчет по критерию (3) существенно уменьшается вес усилителя при незначительном увеличении стоимости.

Для проектирования серии усилителей или трансформаторов на непрерывный ряд мощностей необходимо установить допустимый шаг основного размера x . Между двумя значениями x шага промежуточные типоразмеры усилителей или трансформаторов получаются за счет вариации размеров a , b , c . Наиболее удобно промежуточные значения мощностей получать за счет изменения толщины пакета магнитопровода (c) при неизменном типоразмере пластины, т. е. a , b , $x = \text{const}$. С этой целью по данным примера рассчитаны отношения веса и стоимости усилителя, при неизменном типоразмере пластины и меняющейся толщине пакета, к весу и стоимости усилителя, рассчитанного по оптимальным соотношениям.

Данные расчетов приведены на рис. 2. Как видно из рисунка, более выгодно увеличивать толщину пакета. При этом практически приемлемый шаг основного размера может быть принят равным 1,35. При уменьшении толщины пакета даже небольшое изменение x порядка 1,15 приводит к существенному увеличению стоимости (на 7%).

ВЫВОДЫ

1. Наиболее оптимальная геометрия магнитопровода обеспечивается при расчете размеров на основе обобщенного критерия, учитывающего как вес, так и стоимость активных материалов.

2. Полученные формулы справедливы при расчете как по минимуму стоимости, так и на основе обобщенного критерия.

3. Практически приемлемый шаг нарастания основного размера x равен 1,35.

4. Перекрытие шага основного размера наиболее целесообразно осуществлять за счет увеличения толщины пакета магнитопровода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Х. Бальян. Трансформаторы малой мощности. Судпромгиз, 1961.
2. В. А. Трапезников. О приведенных весах и стоимостях в электромашиностроении, «Электричество», 1935, № 14.
3. И. М. Постников. Экономические потери и размер машин и трансформаторов, «Электричество», 1961, № 9.
4. Н. П. Васильева, О. С. Седых, М. А. Боярченко. Проектирование магнитных усилителей. Госэнергоиздат, 1959.