

О ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ КАЛИБРОВКЕ СОРБЦИОННЫХ РЕЗОНАТОРНЫХ ГИГРОСЕНСОРОВ СВЧ ДИАПАЗОНА

Введение

Использование резонаторных сенсоров для измерения влажности и влагосодержания обусловлено рядом преимуществ, среди которых можно назвать близость частоты релаксации молекул воды к рабочим частотам измерителей [1]. Основной их недостаток – низкая чувствительность – в значительной мере устраняется помещением в рабочей области резонатора сорбирующих вставок, а современный уровень развития полупроводниковой электроники СВЧ диапазона делает создание таких измерителей экономически целесообразным [2, 3].

Неустранимым недостатком этого метода является то, что данные измерения являются косвенными, и при определении функции преобразования измерительной информации такого сенсора необходимо учитывать как электродинамическую составляющую общей задачи калибровки, так и зависимость диэлектрической проницаемости сорбционной вставки от влагосодержания и пространственного распределения влаги в ней [4]. Экспериментальное определение всех необходимых параметров является длительным, многоэтапным процессом и требует значительных материальных и временных затрат. Поэтому актуальной становится задача теоретической калибровки данного вида сенсоров или разработка теоретических методов решения для каждого из ее этапов.

Формулировка задачи

Решение данной задачи требует выбора такой конструкции резонаторного измерительного преобразователя (РИП), чтобы обеспечить возможность создания строгой математической модели пространственного распределения электромагнитного поля и процесса проникновения влаги в материал сорбирующей вставки. При этом обе задачи должны иметь строгое, однозначное решение как для установившегося режима, так и для периодов насыщения сорбента и освобождения его от влаги. А с учетом перспектив создания реальных конструкций необходимо обеспечить максимальную чувствительность, стабильность и быстродействие. Последнее требует особого внимания, поскольку процесс взаимодействия влаги с сорбирующим материалом весьма инерционный.

Очевидно, что в полной мере удовлетворить этим требованиям не может ни одна современная конструкция РИП. Поэтому целью данной работы является поиск компромиссного пути, который бы мог реально обеспечить решение задач на наиболее трудоемких этапах калибровки с помощью аналитических или численно-аналитических методов.

Выбор конструкции РИП и постановка задачи моделирования

Наиболее сложное описание имеет этап взаимодействия влаги, или в общем случае иной примеси, с веществом сорбирующей вставки. Возможность изменения химического или физико-химического состава сорбирующего вещества делает данный этап в общем случае крайне сложным для аналитического описания, и, что особенно снижает практическую ценность, процессы насыщения и освобождения материала вставки диагностируемой примесью становятся невязанными. В частном случае гигрометрии химическая инертность воды позволяет подобрать материал, исключаяющий или минимизирующий химическую составляющую взаимодействия. Такими материалами являются, например, пористые керамики. Тогда процесс взаимодействия влаги со вставкой определяется уравнением диффузии. В простейшем случае можно ограничиться уравнением с постоянными коэффициентами [5]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{D}{p} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f(x, t), \quad (1)$$

где D – коэффициент диффузии; p – коэффициент пористости; $f(x, t)$ – внешний источник вещества.

Коэффициент пористости это отношение объема пор, в которых скапливается диффундирующее вещество, к полному объему вставки. Далее будем считать $a^2 = D/p$.

Аналитическое решение уравнения (1) возможно только для простых областей, у которых границы совпадают с координатными поверхностями. Это требование определяет выбор конструкции резонатора и формы сорбирующей вставки.

Аналогичное требование предъявляется и к поверхностям, ограничивающим области, в которых существует электромагнитное поле. Такое совпадение позволяет выбрать конструкцию, удовлетворяющую обоим требованиям, а в случае использования четвертьволнового коаксиального открытого резонатора можно обеспечить односторонний доступ влаги к сорбирующей вставке и выполнить условие ее размещения в пучности электрического поля (рис. 1).

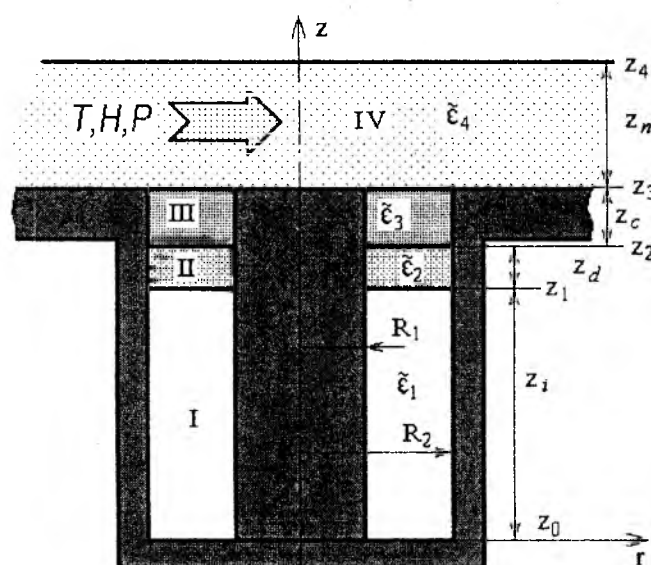


Рис. 1. Геометрическая схема четвертьволнового резонатора со вставкой

Весь объем резонатора разбит на 3 области. Индуктивная часть резонатора (область I) может иметь длину $0,25\lambda(2n+1)$, $n=0,1,2,\dots$. Увеличение числа полуволн позволяет регулировать чувствительность резонатора. Распределение компонент H_ϕ и E_r в ней с достаточной точностью подчиняются закону $1/r$ даже вблизи открытого конца. Осевого компонента электрического поля E_z во всей индуктивной части также практически равна 0. Отличие появляется только вблизи коаксиальной измерительной апертуры (КИА).

Участок II представляет собой защитную вставку из диэлектрического материала, которая предотвращает проникновение влаги во внутреннюю часть резонатора, что также позволяет упростить решение задачи диффузии.

Область IV заполнена исследуемой средой, ей может являться, например, поток влажного газа.

Этапы решения задачи

Решение диффузионной задачи в этом случае может быть получено в аналитической форме и методика его вывода известна [5]. Поэтому рассмотрим только те его этапы, которые обеспечивают адекватность физической задаче. В нашем случае $\frac{\partial u}{\partial z}(z_2) = 0$, а на откры-

том торце вставки значение $u(z_3, t) = \mu(t)$ определим как величину, заданную внешним источником. Она определяется концентрацией влаги в потоке – H , температурой – T , давлением – P , и иными физическим параметрами потока, и соответствующим им значением концентрации вещества в сорбенте. Это утверждение строгое, поскольку в поверхностном слое данная концентрация устанавливается за бесконечно малое время. Решение можно представить суммой $u(z, t) = u_1(z, t) + u_2(z, t)$. Функция $u_1(z, t)$ определяется только начальным условием, а функция $u_2(z, t)$ – только граничными. Необходимо отметить важное ограничение на функцию $u_1(z, t)$ – она также должна удовлетворять граничным условиям, поскольку она формировалась в той же физической системе.

Разложение $u_1(z, t)$ в ряд Фурье по косинусам даст первую часть решения:

$$u_1(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \exp \left[- \left(\frac{a\pi n}{z_c} \right)^2 t \right] \cos \left(\frac{\pi n}{z_c} z \right), \quad (2)$$

где $C_n = \frac{2}{z_c} \int_0^{z_c} \phi(\xi) \cos \left(\frac{\pi n}{h} \xi \right) d\xi$.

Эта часть определит значение концентрации в стержне как:

$$u_1(z, t) = \int_0^{z_c} \frac{2}{z_c} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \exp \left[- \left(\frac{a\pi n}{z_c} \right)^2 t \right] \cos \left(\frac{\pi n}{z_c} z \right) \cos \left(\frac{\pi n}{z_c} \xi \right) \right\} \phi(\xi) d\xi. \quad (3)$$

А на внешнем торце вставки концентрация

$$u_1(z_3, t) = \int_0^{z_c} \frac{2}{z_c} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \exp \left[- \left(\frac{a\pi n}{z_c} \right)^2 t \right] \cos \left(\frac{\pi n}{z_c} \xi \right) \right\} \phi(\xi) d\xi. \quad (4)$$

Тогда для функции $u_2(z, t)$ действующее значение концентрации на границе $\mu_2(t) = \mu(t) - u_1(z_3, t)$, соответственно $\mu_2(0) = 0$ и начальное условие $u_2(z, 0) = 0$. Эту часть решения можно представить, раскладывая $\mu_2(t)$ по спектру частот ω ($-\infty < \omega < \infty$). Для каждой гармоники на всей длине стержня будут происходить колебания концентрации с частотой ω : $u_\omega(x, t) = U_\omega(z) \exp(-i\omega t)$. Тогда для амплитуды $U_\omega(z)$ уравнение диффузии даст линейное уравнение второго порядка: $\frac{\partial^2 U_\omega}{\partial z^2} + \frac{i\omega}{a^2} U_\omega = 0$, которое имеет два корня

$U_\omega = U_\pm \exp(\pm i\sqrt{i\omega} a^{-1} z)$. На основании граничного условия $\frac{\partial U_\omega}{\partial z}(z_2) = 0$ имеем $i\sqrt{i\omega} a^{-1} [U_+ \exp(i\sqrt{i\omega} a^{-1} z_c) - U_- \exp(-i\sqrt{i\omega} a^{-1} z_c)] = 0$, откуда $U_+ = U(\omega) \exp(-i\sqrt{i\omega} a^{-1} z_c)$ и $U_- = U(\omega) \exp(i\sqrt{i\omega} a^{-1} z_c)$, где $U(\omega)$ – общий множитель, не зависящий от расстояния.

Тогда $u_\omega(z, t) = U(\omega) \left[\exp(i\sqrt{i\omega} a^{-1} (z - z_c)) + \exp(i\sqrt{i\omega} a^{-1} (z_c - z)) \right] \exp(-i\omega t)$, а на внешнем торце вставки – $u_\omega(z_3, t) = U(\omega) \left[\exp(-i\sqrt{i\omega} a^{-1} z_c) + \exp(i\sqrt{i\omega} a^{-1} z_c) \right] \exp(-i\omega t)$.

Разложение источника по спектру даст

$$\mu_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (5)$$

где $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mu_2(t) \exp(i\omega t) dt$

Тогда для общего множителя получим

$$U(\omega) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_2(t) \exp(i\omega t) dt}{\sqrt{2\pi} \left[\exp(-i\sqrt{i\omega} a^{-1} z_c) + \exp(i\sqrt{i\omega} a^{-1} z_c) \right]}. \quad (6)$$

Окончательно имеем:

$$u_2(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \mu_2(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau}{\exp(-i\sqrt{i\omega}a^{-1}z_c) + \exp(i\sqrt{i\omega}a^{-1}z_c)} \times \\ \times \left[\exp(i\sqrt{i\omega}a^{-1}(z - z_c)) + \exp(i\sqrt{i\omega}a^{-1}(z_c - z)) \right] \exp(-i\omega t) d\omega. \quad (7)$$

Пример результатов расчета пространственного распределения примеси вдоль оси сорбирующей вставки при нулевом начальном условии и единичном скачке концентрации на границе приведен на рис. 2.

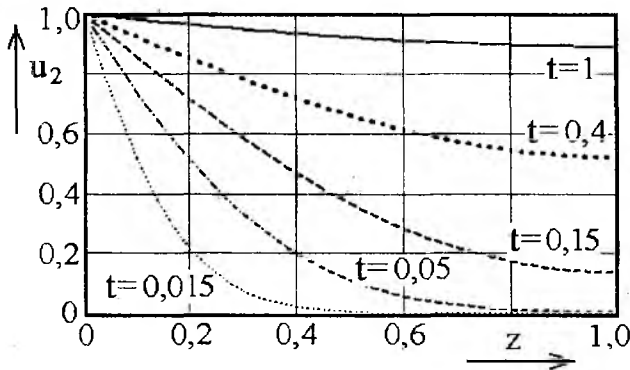


Рис. 2. Нормированное распределение примеси

На рисунке показаны нормированные распределения примеси, при вычислении которых принято, что $a=1$ и $h=1$. При дальнейших расчетах эти данные можно использовать в качестве входных с учетом того, что форма распределений будет повторяться при пропорциональном изменении $a \approx h \cdot t^{-2}$.

Аналитический подход к решению электродинамической задачи не позволяет получить распределение поля при произвольных формах границ. В данном случае можно использовать приближение заданного поля [6], и незначительно теряя в точности вычислений, для практически

важного случая $R_2 \ll \lambda$ распространить его на ЭМП внутри вставки [7]. Однако при плавно изменяющемся значении диэлектрической проницаемости вдоль оси данное утверждение требует более строгого, специального обоснования и развития аналитической модели, поэтому здесь для расчета электрических характеристик воспользуемся численными методами. Для получения последующих результатов использовался комплекс программ FemLab-3 COMSOL, и MathLab-6.5, в котором для решения мультифизических задач можно сочетать численные и аналитические методы.

Результаты анализа и обсуждение

Для иллюстрации возможностей данного типа РИП и метода оценки его параметров представим случаи длинного и короткого четвертьволнового резонатора. В обоих случаях приняты следующие размеры (рис. 1): $R_2 = 2 \text{ мм}$, $z_c = 0,5 \text{ мм}$, $z_d = 0,25 \text{ мм}$, $z_n = 2 \text{ мм}$, и значения параметров: диэлектрическая проницаемость сухой вставки $\tilde{\epsilon}_3 = 3(1 - i0,01)$, увлажненной $\tilde{\epsilon}_3 = 5(1 - i0,1)$, $\tilde{\epsilon}_2 = 2,5(1 - i0,001)$, $\tilde{\epsilon}_1 = \tilde{\epsilon}_4 = 1$. Длинный резонатор имел общий осевой размер коаксиальной части $18,5 \text{ мм}$, короткий – $3,5 \text{ мм}$. Расчеты проводились для трех значений радиуса центрального проводника: $0,25 \text{ мм}$, 1 мм и $1,75 \text{ мм}$.

На рис.3 представлены временные характеристики изменения резонансной частоты длинного РИП. Тонкими линиями показаны асимптоты при $t \rightarrow \infty$.

Минимальное значения частоты при $R_1/R_2 \approx 0,5$ объясняется тем, что поле в этом случае наиболее сильно сконцентрировано во вставке. При малых R_1 сильна осевая компонента, при больших R_1 – уменьшается индуктивность резонатора и вклад в общую емкость осевой компоненты.

На рис. 4 представлено изменение добротности длинного РИП.

Полученные зависимости можно объяснить перераспределением поля между свободной частью резонатора и вставкой. Сравнительно небольшое изменение добротности, зависящее

в основном от ширины апертуры, возможно, потребует дальнейшего уточнения, так как последующие расчеты показали, что при иных соотношениях размеров резонатора поведение этих зависимостей иное.

Зависимости резонансной частоты для короткого РИП (рис. 5) имеют только количественное отличие от представленных на рис. 3.

Наиболее информативными можно считать зависимости добротности короткого РИП (рис. 6). Более высокая средняя частота соответствует оптимальному диапазону по критерию учета электрофизических свойств воды.

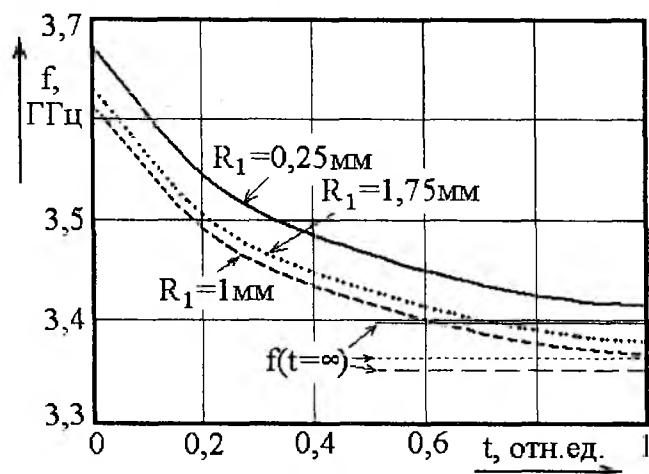


Рис. 3. Изменение резонансной частоты длинного РИП

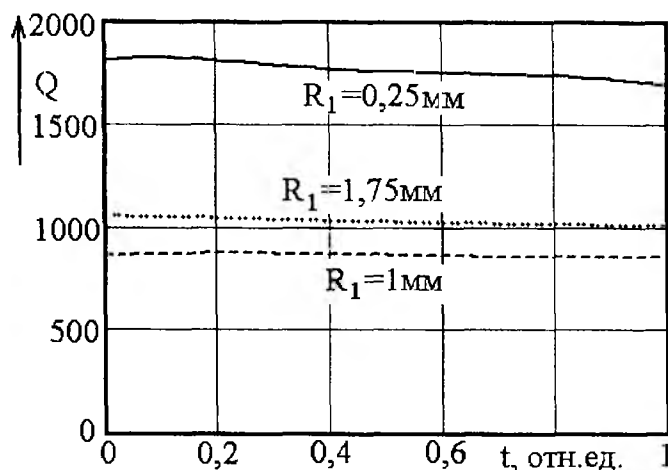


Рис. 4. Изменение добротности длинного РИП

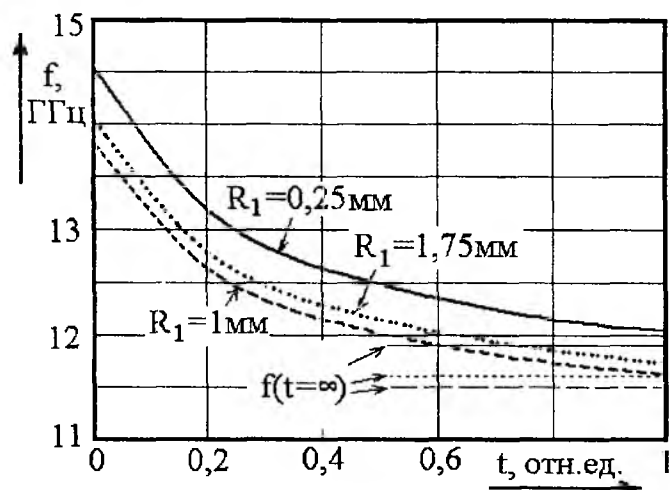


Рис. 5. Изменение резонансной частоты короткого РИП

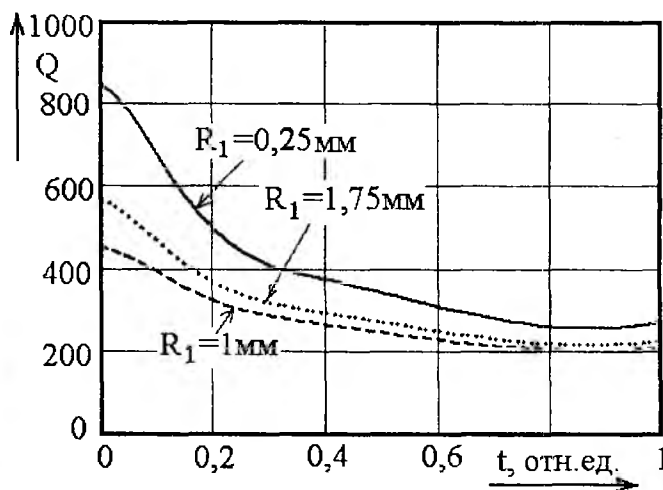


Рис. 6. Изменение добротности короткого РИП

Эти зависимости имеют физически очевидное толкование. При насыщении вставки влажной добротность резонатора уменьшается. Зависимость от размеров апертуры имеет минимум, поскольку электрическое поле в этом случае в меньшей степени выходит за пределы вставки. При насыщении вставки значения добротностей при разных R_1 сближаются, так как во всех случаях влажная часть занимает большую часть объема, в котором сосредоточено электрическое поле.

Предварительный анализ распределений компонент электромагнитного поля в РИП и результатов вычисления его интегральных параметров показал, что, несмотря на неточное представление пространственного распределения поля, точность вычисления интегральных, выходных параметров, к которым относятся действительная и мнимая часть комплексного значения резонансной частоты достаточно высока. Это обусловлено случайным характером

погрешностей вычисления значений в узлах сетки, что позволяет существенно уменьшить затраты машинного времени при получении конечных результатов. Тогда при проектировании реальных конструкций можно использовать численные методы и на первом этапе, что позволит задать произвольные формы областей РИП и оптимизировать устройство по скорости, по точности измерений и другим эксплуатационным параметрам.

Выводы

Представленная задача соответствует реальным резонаторным преобразователям и имеет практическую ценность. Численный анализ показал, что выбранная конструкция преобразователя может иметь высокую чувствительность и достаточно высокое для сорбционных преобразователей быстродействие. Аналитическое решение одномерной задачи диффузии позволит провести точную теоретическую градуировку по диффузионному процессу. Среди практических результатов можно отметить следующие. Наиболее информативным параметром является добротность, а в качестве рабочей частоты измерений наиболее рационально выбрать частоту 10 – 15 ГГц, которая близкая к частоте релаксации молекул воды. Эти факторы обеспечат наибольшую чувствительность реальных конструкций.

Список литературы: 1. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. Кн.1 / Под ред. В.В.Клюева. М.: Машиностроение, 1986. 488 с. 2. Лазутин В.Н., Вернеке Р. Сравнительные характеристики датчиков влажности воздуха // Измерительная техника. 1991. №8. С. 55-56. 3. Ивченко Ю.А., Федоров А.А. Импедансные гигрометры компании Michell Instruments // Контрольно-измерительные приборы и системы. 2003. №2. С. 35-36. 4. Пинхусович Р.Л., Кузнецов Б.Ф. Параметрическая оптимизация сорбционного датчика влажности газов // Приборы и системы. 2000. №7. С. 62-63. 5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с. 6. Гордиенко Ю.Е., Панченко А.Ю., Фар Р.С. Приближение заданного поля в задачах определения характеристик резонаторных СВЧ- датчиков апертурного типа // Радиотехника. 1998. Вып. 107 С. 93-103. 7. Панченко А.Ю. Моделирование СВЧ-измерителя параметров веществ резонаторного типа с малой апертурой // Радиотехника. 1998. Вып. 108. С.118-121.

*Харьковский национальный
университет радиоэлектроники*

Поступила в редколлегию 19.11.2009