

## САМОПОДОБИЕ В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

А. В. КАРПУХИН, Л. О. КИРИЧЕНКО, Т. А. РАДИВИЛОВА

Вопросы хаотического поведения информационных систем с высокими скоростями передачи данных еще недостаточно изучены, несмотря на то, что наблюдаемые в них эффекты существенно влияют на характеристики таких систем (например, возникают значительные потери пакетов в TCP-соединениях). Данная статья представляет собой попытку авторов провести анализ состояния исследований в данной области. Приведены основные результаты, полученные исследователями (в основном зарубежными), активно работающими в области исследования характеристик высокоскоростных компьютерных сетей.

Problems of random behaviour of intelligence systems with high-rate of data transfer are still insufficiently investigated, in spite of the fact that effects observed in them essentially influence performances of such systems (for example, there are considerable losses of packets in TCP-junctions). The given article represents the writers' attempt to conduct the research state analysis in the given field. The basic results obtained by contributors (basically foreign), actively working in the field of investigating the performances of high-speed computer networks are adduced.

## ВВЕДЕНИЕ

Впервые о самоподобном трафике заговорили с момента его открытия в 1993 году группой ученых W.Leland, M.Taqqu, W.Willinger и D.Wilson, которые исследовали Ethernet-трафик в сети корпорации Bellcore и обнаружили, что на больших масштабах он обладает свойством самоподобия, то есть выглядит качественно одинаково при любых (достаточно больших) масштабах временной оси [1]. При этом оказалось, что в условиях самоподобного трафика, методы расчета компьютерной сети (пропускной способности каналов, емкости буферов и пр.) основанные на марковских моделях и формулах Эрланга, которые с успехом используются при проектировании телефонных сетей, дают неоправданно оптимистические решения и приводят к недооценке нагрузки. Различие между компьютерной и телефонной сетями здесь следует понимать в следующем смысле: так уж исторически сложилось, что телефонные сети изначально строились по принципу коммутации каналов. Характеристики трафика в данных сетях хорошо изучены, а также разработаны строгие методики расчетов. В основу компьютерных сетей, как правило, был положен принцип коммутации пакетов, а методики расчетов, возможно, вследствие некоторого отставания науки от бурно развивающихся технологий, остались практически теми же, что и привело к возникновению «проблемы самоподобия». Тем не менее, в настоящее время все большее распространение получают способы передачи речевой информации по сетям с коммутацией пакетов, трафик которых, естественно, также является самоподобным. Следует заметить, что теория самоподобного трафика проходит относительно раннюю стадию своего развития.

## 1. ПРОБЛЕМА САМОПОДОБИЯ ТРАФИКА

Современные сети построены на основе принципа «усреднения». Согласно статистике, множество потоков данных со случайными вариациями плотностей дадут в результате некий ус-

редненный трафик. К сожалению, этот идеалистический подход не работает в сетях, склонных к проявлению мощных пиковых выбросов. Такие своеобразные, локализованные во времени «столпотворения» (congestions) вызывают значительные потери пакетов, даже когда суммарная потребность всех потоков далека от максимально допустимых значений. Это губительно сказывается на эффективности использования пропускной способности сетей [1-4].

Классическая пуассоновская модель трафика, которая использовалась при проектировании сетевых протоколов, не отражает реальной действительности: данные реального сетевого трафика обладают свойством самоподобия.

## 2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ САМОПОДОБИЕ [5-7]

Введем следующие обозначения: пусть  $X = (X_1, X_2, \dots)$  — полубесконечный отрезок стационарного в широком смысле случайного процесса дискретного аргумента (времени)  $t \in N = \{1, 2, \dots\}$ . Обозначим через  $\mu < \infty$  и  $\sigma^2 < \infty$  среднее и дисперсию процесса  $X$  соответственно, а через

$$r(k) = \frac{(X_{t+k} - \mu)(X_t - \mu)}{\sigma^2},$$

$$b(k) = \sigma^2 r(k), k \in Z = \{0, 1, 2, \dots\}$$

— автокорреляционную функцию и автоковариацию процесса. Так как процесс  $X$  — стационарный в широком смысле, среднее  $M[X] = \mu$ , дисперсия  $D[X] = \sigma^2 \equiv b(0)$ , коэффициент корреляции  $r(k)$  и автоковариация  $b(k)$  не зависят от времени  $t$  и  $r(k) = r(-k)$ ,  $b(k) = b(-k)$ .

Допустим, процесс  $X$  имеет автокорреляционную функцию следующего вида:

$$r(k) \sim k^{-\beta} L_1(k), k \rightarrow \infty, \quad (1)$$

где  $0 < \beta < 1$  и  $L_1$  — медленно меняющаяся на бесконечности функция, то есть  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{L_1(tx)}{L_1(t)} = 1$  для всех

$x > 0$  (примерами медленно меняющейся функции могут служить  $L_1(t) = const, L_1(t) = \log(t)$ ).

Обозначим через  $X^{(m)} = \{X_1^{(m)}, X_2^{(m)}, \dots\}$  — усредненный по блокам длины  $m$  процесс  $X$ , компоненты которого определяются равенством

$$X_t^{(m)} = \frac{1}{m}(X_{t-m+1} + \dots + X_t), m, t \in N. \quad (2)$$

В дальнейшем изложении будем называть такой ряд агрегированным. Обозначим через  $r_m(k), b_m(k)$  и  $V_m = b_m(0)$  коэффициент корреляции, автоковариацию и дисперсию процесса  $X^{(m)}$  соответственно.

Дадим определения строго и асимптотически самоподобных в широком смысле случайных процессов дискретного аргумента и укажем их связь с процессами, самоподобными в узком смысле, и с процессами с медленно убывающей зависимостью.

**Определение [1].** Процесс  $X$  называется строго самоподобным в широком смысле (ССШС) с параметром  $H = 1 - (\beta/2), 0 < \beta < 1$ , если

$$r_m(k) = r(k), k \in Z_+, m \in \{1, 2, 3, \dots\} \quad (3)$$

то есть, что ССШС процесс не меняет свой коэффициент корреляции после усреднения по блокам длины  $m$ .

Другими словами,  $X$  — ССШС, если агрегированный процесс  $X^{(m)}$  неотличим от исходного процесса  $X$ , как минимум в отношении статистических характеристик второго порядка.

**Определение [1].** Процесс  $X$  называется асимптотически самоподобным в широком смысле (АСШС) с параметром  $H = 1 - (\beta/2), 0 < \beta < 1$ , если

$$\lim_{m \rightarrow \infty} r_m(k) = g(k), k \in N. \quad (4)$$

Смысл этого определения состоит в том, что  $X$  является АСШС процессом, если после усреднения по блокам длины  $m$  и при  $m \rightarrow \infty$  он сходится к ССШС процессу.

Вместе с понятием ССШС существует понятие просто самоподобного процесса, которое для большего терминологического различия мы будем называть самоподобным в узком смысле процессом (СУС).

**Определение.** Процесс  $X$  называется самоподобным в узком смысле (СУС) с параметром  $H = 1 - (\beta/2), 0 < \beta < 1$ , если справедливо выражение

$$m^{1-H} X^{(m)} \stackrel{\cdot}{=} X, m \in N, \quad (5)$$

которое понимается в смысле равенства распределений. Связь между процессами ССШС и СУС аналогична связи между процессами, стационарными в широком и узком смыслах.

Возвращаясь к теме сетевого трафика, исследователи отметили одинаковость распределений исходного и агрегированного процессов (при больших  $N$ ), измерили параметр  $H$  (параметр Херста), названный так в честь британского

климатолога Херста, и обнаружили, что последний для сетевого трафика находится в интервале  $(0.5, 1)$ . На качественном уровне такой самоподобный трафик имеет постоянный взрывной характер на многих масштабах временной оси.

### 3. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА САМОПОДОБНЫХ ПРОЦЕССОВ [1, 3, 7, 8, 9]

Наиболее интересная черта самоподобных процессов — медленное убывание автокорреляционной функции агрегированного процесса  $X^{(m)}$  при  $m \rightarrow \infty$ , в отличие от распространенных стохастических моделей (для которых выполняется (1))

$$r_m(k) \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, k \in N. \quad (6)$$

В 1984 году Сох показал, что задание АКФ в виде (1), или задание спектральной плотности в виде (15) (см. ниже) равносильно определению процесса со следующей дисперсией:

$$\sigma^2 \sim am^\beta, m \rightarrow \infty, \quad (7)$$

где  $a$  — конечная положительная константа, не зависящая от  $m$  и  $0 < \beta < 1$ .

С другой стороны, для процессов, удовлетворяющих (6), можно показать выполнение

$$\sigma^2 \sim bm^{-1}, m \rightarrow \infty, \quad (8)$$

где  $b$  — конечная положительная константа, не зависящая от  $m$ .

На качественном уровне в соответствии со свойствами (7) и (8) можно предположить, что самоподобный процесс при достаточно больших  $m$  выглядит менее сглаженным, более неравномерным, (т. е. обладает большей дисперсией) чем процесс, удовлетворяющий (8).

Следует заметить, что процесс  $X$  не может быть самоподобным в узком смысле, если его среднее значение не равно нулю. Действительно, в силу (5)

$$M[X] = m^{1-H} M[X^{(m)}]. \quad (9)$$

Можно показать, что в силу (2)  $M[X^{(m)}] = M[X]$ , тогда (10) выполняется только в случае  $M[X] = 0$ .

Поведение процесса  $X$  при агрегировании (2) имеет принципиальное значение, поскольку некоторые процессы в теории сетей, например буферизация, выделение полосы, можно рассматривать как оперирование именно с агрегированным процессом. Чтобы представлять особенности, которые могут проявляться у агрегированных процессов, рассмотрим простой пример.

Пусть приращения  $\varepsilon$  (т. е. первые разности) временного ряда  $X$  являются случайными. Тогда первые  $m$  членов ряда можно записать:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_1, \\ X_2 &= X_1 + \varepsilon_1, \\ X_3 &= X_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \\ &\dots \\ X_m &= X_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{m-1} \end{aligned}$$

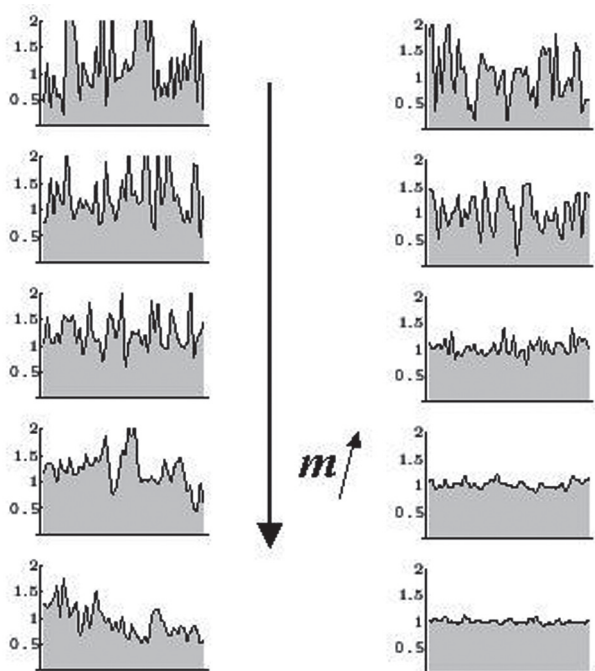


Рис. 1. Временные реализации реального сетевого (самоподобного) трафика (слева) и традиционной несамоподобной (Пуассоновской) модели трафика (справа) при различных масштабах временной оси. Сверху вниз масштаб временной оси укрупняется

а второй набор из  $m$  членов — как

$$\left. \begin{aligned} X_{m+1} &= X_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{m-1} + \varepsilon_m \\ X_{m+2} &= X_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{m-1} + \varepsilon_m + \varepsilon_{m+1} \\ X_{m+3} &= X_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{m-1} + \varepsilon_m + \varepsilon_{m+1} + \varepsilon_{m+2} \\ &\dots \\ X_{2m} &= X_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{2m-1} \end{aligned} \right\} (10)$$

Если вычислить разность между средним второго и первого наборов, то получим

$$d = (1/m)(\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + 3\varepsilon_3 + \dots + (m-1)\varepsilon_{m-1} + m\varepsilon_m + (m-1)\varepsilon_{m+1} + \dots + \varepsilon_{2m-1}). \quad (11)$$

Заметим, что  $d$  представляет собой первую разность агрегированного ряда, определенного в соответствии с (2). Найдем дисперсию  $d$ :

$$\begin{aligned} D[d] &= D[\varepsilon] \cdot \frac{1}{m^2} (1 + 2^2 + 3^2 + \dots + (m-1)^2 + \\ &+ m^2 + (m-1)^2 + \dots + 3^2 + 2^2 + 1) = \\ &= D[\varepsilon] \cdot \frac{1}{m^2} (2 \cdot \sum_{j=1}^{m-1} j^2 + m^2). \end{aligned} \quad (12)$$

Найдем ковариацию двух последовательных разностей агрегированного ряда. Для этого умножим выражение (12) на аналогичное выражение, сдвинутое во времени на  $m$  и возьмем среднее:

$$\begin{aligned} b_m &= D[\varepsilon] \cdot \frac{1}{m^2} (\sum_{j=1}^{m-1} j(j-1) + m(m-1)) = \\ &= \frac{m^2 - 1}{6m} \cdot D[\varepsilon], \end{aligned} \quad (13)$$

тогда корреляция  $R(m)$  между последовательными разностями агрегированного ряда равна

$$R(m) = \frac{m^2 - 1}{2(2m^2 + 1)}. \quad (14)$$

Изобразим зависимость (14) от  $m$  графически:

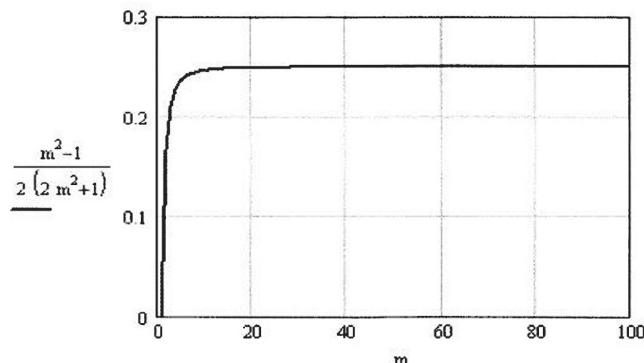


Рис. 2. Зависимость корреляции между соседними первыми разностями агрегированного ряда от значения  $m$

Таким образом, несмотря на то, что первые разности исходного ряда независимы, первые разности агрегированного ряда не являются таковыми.

#### 4. МЕДЛЕННО, БЫСТРО УБЫВАЮЩИЕ ЗАВИСИМОСТИ. ПРОДОЛЖИТЕЛЬНАЯ ПАМЯТЬ [1, 3, 5, 9]

Понятие медленно убывающей зависимости имеет ключевое значение в теории самоподобных процессов и фактически описывает интересное в отношении прогнозирования свойство — продолжительную память. К сожалению, несмотря на долгие поиски, авторам не встретилось строгого определения объекта с продолжительной памятью, однако на интуитивном уровне данное свойство можно объяснить следующим образом: будущее процесса определяется его прошлым, причем с убывающей степенью влияния по мере того, как прошлое удалено от настоящего. Таким образом, процесс с продолжительной памятью как бы «забывает» свое относительно давнее прошлое по мере продвижения времени в будущее.

Дадим несколько определений.

Определение. Говорят, что процесс  $X$  обладает медленно убывающей зависимостью (МУЗ), если выполняется (1). Таким образом, процессы с МУЗ характеризуются автокорреляционной функцией, которая убывает гиперболически (по степенному закону) при увеличении временной задержки (лага) (см. рис. 3).

Более того, можно показать, что из (1) следует несуммируемость АКФ, то есть  $\sum_k r(k) = \infty$ . В отличие от процессов с МУЗ, процессы с быстро убывающей зависимостью (БУЗ) обладают экспоненциально спадающей АКФ вида

$$r(k) \sim \rho^k, k \rightarrow \infty, 0 < \rho < 1, \quad (15)$$

и, как следствие, суммируемостью АКФ:  
 $0 < \sum_k r(k) < \infty$ .

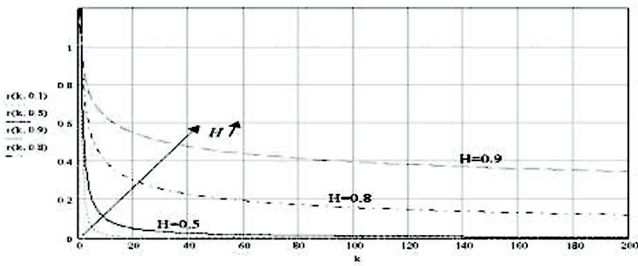


Рис. 3. Степенной закон убывания АКФ согласно (1) при различных значениях параметра  $H = 1 - \beta/2$

В частотной области МУЗ отражается на характерном степенном законе поведения спектральной плотности рассматриваемого процесса. Действительно, эквивалентно (15) можно констатировать, что процесс  $X$  обладает МУЗ, если

$$f(\lambda) \sim \lambda^{\beta-1} L_2(\lambda), \lambda \rightarrow 0, 0 < \beta < 1, \quad (16)$$

здесь  $L_2$  — медленно изменяющаяся в нуле функция,  $f(\lambda) = \sum_k r(k)e^{k\lambda}$  означает спектральную плотность. Таким образом, с точки зрения спектрального анализа процесс с МУЗ (кроме того, что имеет несуммируемую АКФ) обладает спектральной плотностью с особенностью в нуле (т.е. спектральная плотность  $f(\lambda)$  такого процесса стремится к бесконечности, по мере того как частота  $\lambda$  стремится к нулю). Такой процесс часто называют « $1/f$ -шум» или «фликкер-шум».

### 5. ПАРАМЕТР ХЕРСТА [3, 8-10]

На протяжении всех вышеприведенных рассуждений использовался параметр Херста, как удобная единица измерения самоподобия стохастического процесса. Этот параметр был назван по имени Х.Е. Херста, посвятившего свою жизнь изучению Нила и других рек, а также проблем хранения воды. Среди прочих вопросов Херст обнаружил, что уровень воды в Ниле за 800-летний период проявляет признаки самоподобия. Параметр Херста  $H$ , называемый параметром самоподобия, находится в диапазоне  $0 < H < 1$  и представляет собой ключевую меру самоподобия, а точнее меру длительности долгосрочной зависимости стохастического процесса.

Следует заметить, что в случае  $0,5 < H < 1$  говорят о персистентном (поддерживающемся) поведении процесса, либо о том, что процесс обладает длительной памятью. Другими словами, если в течение некоторого времени в прошлом наблюдались положительные приращения процесса, то есть происходило увеличение, то и впредь в среднем будет происходить увеличение. Иначе говоря, вероятность того, что процесс на  $i + 1$  шаге отклонится от среднего в том же направлении, что и на  $i$  шаге настолько велика, насколько параметр  $H$

близок к 1. Таким образом, персистентные стохастические процессы обнаруживают четко выраженные тенденции изменения при относительно малом «шуме».

В случае  $0 < H < 0,5$  говорят об антиперсистентном процессе. Здесь высокие значения процесса следуют за низкими и наоборот. Другими словами, вероятность того, что на  $i + 1$  шаге процесс отклоняется от среднего в противоположном направлении (по отношению к отклонению на  $i$  шаге) настолько велика, насколько параметр  $H$  близок к 0.

При  $H = 0,5$  отклонения процесса от среднего являются действительно случайными и не зависят от предыдущих значений, что соответствует случаю броуновского движения, которое подробнее будет рассмотрено ниже.

Прежде чем переходить непосредственно к исследованию реального сетевого трафика, имеет смысл рассмотреть классический образец стохастического фрактального объекта — броуновское движение и его производные: фрактальное броуновское движение и фрактальный гауссовский шум, с успехом использующиеся в качестве формальных моделей сетевого трафика, а также других процессов, обладающих статистическим самоподобием и продолжительной памятью.

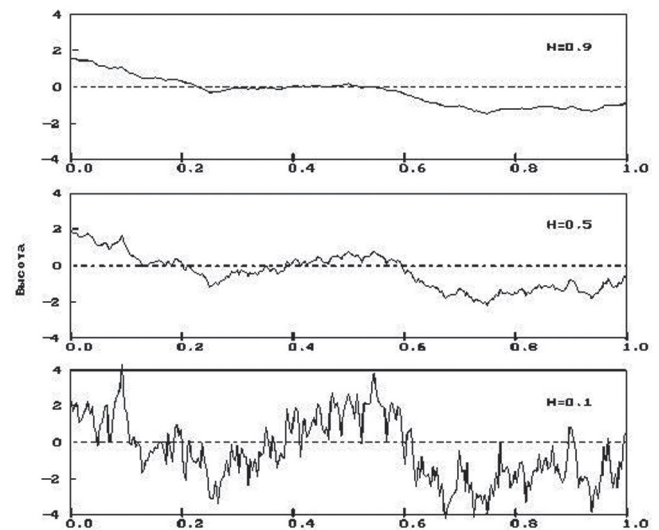


Рис. 4. Фрактальные броуновские кривые, полученные с помощью алгоритма последовательных случайных сложений Фосса при различных показателях  $H$

### 6. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С «ТЯЖЕЛЫМИ ХВОСТАМИ» [6, 8, 11]

Многочисленные измерения сетевого трафика показали, что он лучше всего описывается так называемыми распределениями с тяжелыми хвостами (РТХ). Для начала дадим несколько определений и рассмотрим наиболее характерные случаи.

*Определение.* Считается, что случайная переменная  $Z$  имеет распределение с тяжелым хвостом, если

$$P[Z > x] \sim c \cdot x^{-a}, x \rightarrow \infty, \quad (17)$$

где  $0 < \alpha < 2$  и называется параметром формы,  $c$  – некоторая положительная константа. В отличие от распределений с легкими хвостами (РЛХ), такими как экспоненциальное или гауссовское, которые имеют экспоненциальное убывание хвоста, РТХ обладают хвостами, спадающими по степенному (гиперболическому) закону. При  $0 < a < 2$  РТХ имеют бесконечную дисперсию, а при  $0 < a \leq 1$  еще и обладают бесконечным средним. В случае сети особо интересным является случай  $1 < a < 2$ .

Среди РТХ наиболее часто используется распределение Парето с функцией распределения:

$$P[Z \leq x] = 1 - \left(\frac{b}{x}\right)^a, b \leq x. \quad (18)$$

Основное свойство случайной величины, распределенной в соответствии с РТХ, состоит в том, что она проявляет высокую изменчивость. Иными словами, выборка из РТХ представляет собой большей частью относительно небольшие значения, однако также содержит и достаточное количество очень больших значений. Не удивительно, что при  $a \rightarrow 1$  влияние тяжелого хвоста отражается на выборке спадом сходимости выборочного среднего к математическому ожиданию. Например, при размере выборки  $m$  выборочное среднее  $\bar{Z}_m$  Парето распределенной случайной величины может значительно отклоняться от математического ожидания, часто недооценивая его. Фактически модуль ошибки  $|\bar{Z}_m - M[Z]|$  ведет себя, как  $m^{\frac{1}{a}-1}$ , и поэтому для значений  $\alpha$ , близких к 1, следует заботиться о том, что выводы о сетевой производительности, связанные с ошибкой выборки, будут неверными.

Можно показать, что тяжелые хвосты распределения тесно связаны с понятием длительной памяти и МУЗ процесса. Рассмотрим предсказуемость некоторой случайной величины, обладающей РТХ. Пусть  $Z$  – случайная величина, обладающая РТХ и интерпретируемая как время жизни (продолжительность) сетевого соединения (ТСР-сессии, например). Предположим, что соединение было активно в течение некоторого времени  $\tau > 0$ . Для упрощения выкладок будем полагать время дискретным  $t \in Z_+$ , и введем индикаторную функцию  $A: Z_+ \rightarrow \{0,1\}$  такую, что  $A(t) = 1$  только в том случае, когда  $Z(t) \geq t$ . Тогда условная вероятность  $P$  того, что соединение, поддерживающее активность в течение времени  $1 \leq t \leq \tau$ , будет существовать в будущем, оценивается как

$$L(\tau) = P\{A(\tau+1) = 1 | A(t) = 1\}, \quad (99)$$

которая также может быть представлена в виде

$$L(t) = 1 - \frac{P\{Z = \tau\}}{P\{Z \geq \tau\}}. \quad (20)$$

Вычислим для начала  $L(t)$  для случая легких хвостов, в частности для распределения с экспоненциальными хвостами  $P\{Z > x\} \sim c_1 \cdot e^{-c_2 x}$ , где

$c_1, c_2 > 0$  – константы. Второй член в (20) вычисляется как

$$\frac{P\{Z = \tau\}}{P\{Z \geq \tau\}} \sim \frac{c_1 e^{-c_2 \tau} - c_1 e^{-c_2(\tau+1)}}{c_1 e^{-c_2 \tau}} = 1 - e^{-c_2}. \quad (21)$$

Для больших  $\tau$  получаем  $L(\tau) \sim e^{-c_2}$ . Поэтому в случае экспоненциально легких хвостов продолжительность активности соединения не оказывает влияния на прогноз. Для тяжелых хвостов аналогичные вычисления приводят к

$$\frac{P\{Z = \tau\}}{P\{Z \geq \tau\}} \sim \frac{c\tau^{-a} - c(\tau+1)^{-a}}{c\tau^{-a}} = 1 - \left(\frac{\tau}{\tau+1}\right)^a, \quad (22)$$

что означает  $L(\tau) \rightarrow 1$  при  $\tau \rightarrow \infty$ .

Таким образом, чем больше период наблюдаемой активности соединения, тем выше вероятность, что соединение продолжит существовать в будущем, т.е. процесс обладает персистентностью. Можно обобщить данный результат на случай предсказания активности на  $\delta > 1$  шагов в будущее, т.е.

$$L(\tau) = P\{A(\tau+s) = 1 | A(t) = 1\}, \quad (23)$$

где  $1 \leq s \leq \delta$  и  $1 \leq t \leq \tau$ . Для легких хвостов получаем  $L(\tau) \sim e^{-c_2 \delta}$ , что качественно не меняет выводы для данного случая. Для тяжелых хвостов  $L(\tau)$

ведет себя как  $\left(1 + \frac{\delta}{\tau}\right)^{-a}$ , и, следовательно, при достаточно больших  $\tau$  ошибка предсказания может быть сколь угодно малой.

## 7. ПРОЦЕДУРА АГРЕГАЦИИ ТРАФИКА [3,8]

Процедура агрегирования необходима для приведения исходных реализаций к эквидистантной (с постоянным шагом  $\Delta T$ ) шкале по оси времени. При этом величину  $\Delta T$  будем называть уровнем агрегирования. Для этого ось времени разбивается на интервалы  $\Delta T$ , каждому из которых ставится в соответствие отношение количества прошедшей за данный интервал времени информации (в байтах) к длительности интервала (в секундах).

Допустим  $\xi = \{\xi(t_1), \xi(t_2), \dots, \xi(t_n)\}$  – исходная (неэквидистантная) реализация трафика, длительностью  $n$  отсчетов. При этом  $|t_{i+1} - t_i| \neq const$ , где  $i = \overline{1, n}$ . На рис. 5 схематично показана процедура агрегирования. В связи с тем, что отсчеты  $\Delta T, 2\Delta T, \dots, N\Delta T$ , чаще всего не совпадают с отсчетами  $t_i$  исходной реализации, примем за правило (при усреднении) в качестве последнего элемента, принадлежащего некоторому интервалу  $\Delta T$ , брать ближайший отсчет  $\xi$ . Иначе говоря, к интервалу  $\Delta T - 2\Delta T$  отнесем  $\xi(t_{h+1}), \xi(t_{h+2}), \dots, \xi(t_{f+1})$ . Очевидно, чем меньше значения ошибок  $|q(\Delta T)|, |q(2\Delta T)|, |q(3\Delta T)|, \dots, |q(N\Delta T)|$ , тем меньше вносится искажений на данном этапе.

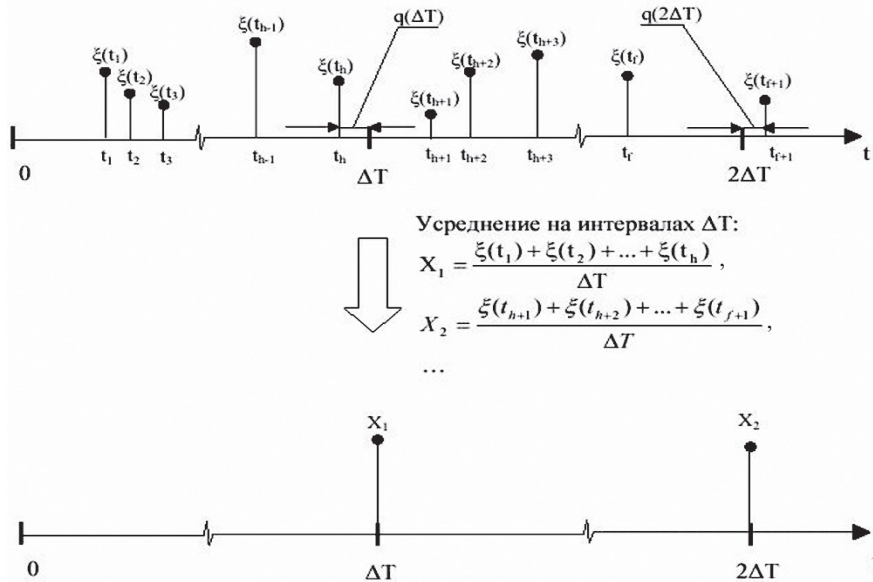


Рис. 5. К пояснению процедуры агрегирования реализации

Таким образом, получается агрегированная эквидистантная реализация трафика  $X = \{X(\Delta T), X(2\Delta T), \dots, X(N\Delta T)\}$ , содержащая  $N$  элементов. Физический смысл каждого ее элемента — средняя скорость (байт/сек) на соответствующем интервале  $\Delta T$ .

### 8. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРА ХЕРСТА [3]

Для оценки параметра Херста временного ряда существует множество методов. Рассмотрим некоторые из наиболее распространенных.

#### 8.1. График зависимости дисперсии от времени

Для агрегированных временных серий  $x^{(m)}$  самоподобного процесса дисперсия при больших значениях  $m$  подчиняется следующей формуле:

$$\text{Var}(x^{(m)}) \sim \frac{\text{Var}(x)}{m^\beta}. \quad (24)$$

Здесь параметр самоподобия  $H = 1 - \frac{\beta}{2}$ . Если прологарифмировать эту формулу, то получим:

$$\log[\text{Var}(x^{(m)})] \sim \log[\text{Var}(x)] - \beta \cdot \log(m). \quad (25)$$

Поскольку  $\log(\text{Var}(x))$  является константой, не зависящей от  $m$ , то график зависимости  $\log(\text{Var}(x^{(m)}))$  от  $\log(m)$  в логарифмическом масштабе будет представлять собой прямую линию с наклоном, равным  $-\beta$ . График легко построить по набору данных  $x(t)$ , если сгенерировать агрегированный процесс на разных уровнях агрегации  $m$ , а затем вычислить дисперсию.

Многие исследователи выполнили это и обнаружили, что экспериментальные результаты действительно ложатся на прямую с отрицательным наклоном. После этого уже несложно определить значение параметра  $H$ . Тангенс угла наклона от  $-1$  до  $0$  предполагает наличие самоподобия.

#### 8.2. R/S-анализ

Для стохастического процесса  $x(t)$ , определенного в дискретные моменты времени

$\{x_t, t = 0, 1, 2, \dots\}$ , диапазон  $x(t)$  в измененном масштабе шкалы за интервал времени  $N$  определяется как отношение  $R/S$ :

$$\frac{R}{S} = \frac{\max_k x_k^{cum} - \min_k x_k^{cum}}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k^{cum} - \bar{x}^{cum})^2}}, \quad (26)$$

где  $x_k^{cum}$  — кумулятивный ряд:  $x_k^{cum} = \sum_{i=1}^k x_i^{(m)} - k \cdot \bar{x}^{(m)}$ ,  $k = \overline{1, n}$ ;  $\bar{x}^{cum}$  и  $\bar{x}^{(m)}$  — выборочные средние для кумулятивного и исходного рядов соответственно.

В числителе этой дроби находится величина размаха процесса, а в знаменателе — выборочное среднеквадратическое отклонение. Для самоподобного процесса это отношение при больших значениях  $N$  обладает следующей характеристикой:

$$M\left[\frac{R}{S}\right] = (c \cdot n)^H, \quad (27)$$

где  $c$  — некоторая постоянная величина.

Если прологарифмировать обе части этого выражения, мы получим:

$$\log\left(M\left[\frac{R}{S}\right]\right) = H \cdot \log(c) + H \cdot \log(n). \quad (28)$$

Если построить график зависимости  $\log\left(M\left[\frac{R}{S}\right]\right)$  от  $\log(n)$  в логарифмическом масштабе, должна получиться прямая линия с наклоном, равным  $H$ . Этот результат был подтвержден рядом экспериментов.

### 9. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ПОЛУЧЕНИЯ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРА ХЕРСТА И РАСЧЕТ ПОПРАВочНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ ЭТИХ МЕТОДОВ [12]

В работе представлены результаты численного эксперимента, в ходе которого моделировался фрактальный гауссовский шум с заданным пока-

зателем  $H$ . Значения  $H$  для модельного ряда изменялись от 0,5 до 0,95, так как параметр Херста в реальных трафиках лежит в этом диапазоне.

Для полученного временного ряда рассчитывалась оценка  $H$  методами  $R/S$  ( $\hat{H}_{R/S}$ ) и дисперсии ( $\hat{H}_d$ ). Оценки  $\hat{H}_{R/S}$  и  $\hat{H}_d$  вычислялись как тангенс угла наклона прямой, аппроксимирующей зависимости  $\log \frac{R(\tau)}{S(\tau)}$  от  $\log(\tau)$  и  $\log D(x^{(m)})$  от  $\log(m)$  соответственно. Для каждого значения  $H$  рассчитывались средние значения оценок  $\bar{H}_{R/S}$  и  $\bar{H}_d$ , полученные по множеству различных реализаций фрактального шума.

На рис. 6 показана типичная зависимость средних оценок от значений показателя Херста. Сплошная прямая соответствует истинным значениям  $H$ . Средние квадратичные отклонения оценок практически не зависят от значения параметра  $H$  и равны  $S_{R/S} \approx 0.08$  и  $S_d \approx 0.05$ .

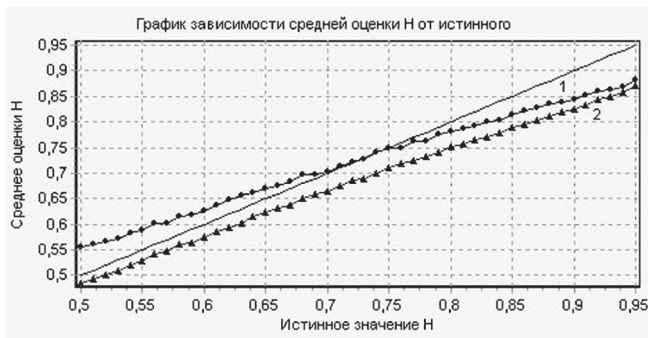


Рис. 6. Значения  $\bar{H}_{R/S}$  (линия 1) и  $\bar{H}_d$  (линия 2) для заданных  $H$

Результаты исследований показали, что, начиная со значений  $H \approx 0,7 - 0,75$ , оба метода дают заниженные значения, причем с увеличением  $H$  эта разница возрастает. На рис. 7 показаны отклонения  $H - \hat{H}$  оценок для обоих методов.

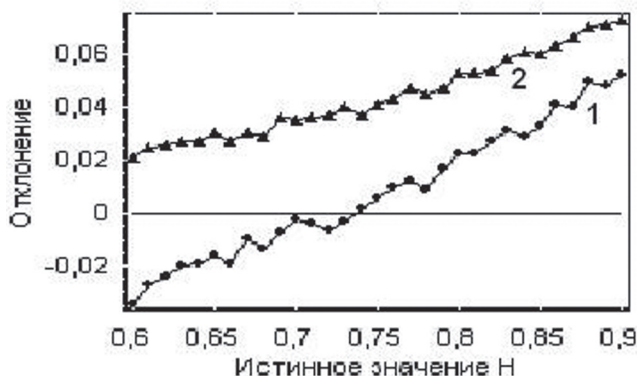


Рис. 7. Отклонения  $H - \bar{H}_{R/S}$  (линия 1) и  $H - \bar{H}_d$  (линия 2) для заданных  $H$

Таким образом, исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что оценки показателя Херста, полученные методами  $R/S$  анализа

и изменения дисперсии агрегированного ряда, имеют распределение, среднее значение которого значительно смещено относительно оцениваемого параметра. В связи с этим для каждого из методов были рассчитаны соответствующие поправочные коэффициенты. Исходя из рис. 6, можно сделать вывод, что средние значения оценок, полученные каждым из методов, можно аппроксимировать прямой. С помощью метода наименьших квадратов были получены значения коэффициентов аппроксимирующей прямой для каждого из методов. Зная эти коэффициенты, можно осуществить преобразование, в результате которого средние значения оценок смещаются и «укладываются» на прямую истинных значений, что показано на рис. 8. После преобразования оценки полученные с помощью данных методов являются несмещенными.

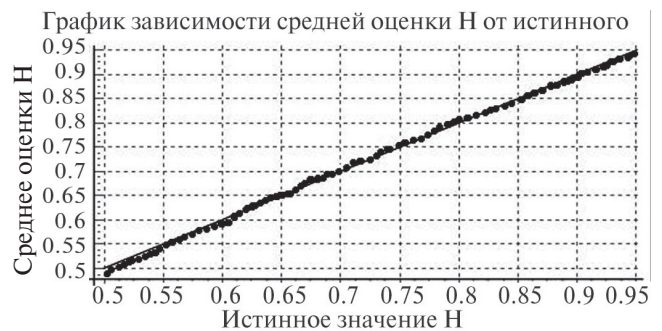


Рис. 8. Значения  $\bar{H}_d$  и  $\bar{H}_{R/S}$  для заданных  $H$  после преобразования

Таким образом, преобразование для получения несмещенной оценки параметра  $H$  имеет вид:

$$\hat{H}_{\text{несмещ}} = \frac{\hat{H} - b}{k}, \quad (29)$$

где  $\hat{H}_{R/S}$  — оценка, полученная с помощью одного из методов;  $k, b$  — параметры аппроксимирующей прямой:  $y = kx + b$ .

Расчетные значения коэффициентов для каждого из методов:

- для метода  $R/S$ :  $k_{R/S} = 0,72$ ,  $b_{R/S} = 0,195$ ;
- для метода дисперсий:  $k_D = 0,85$ ,  $b_D = 0,06$ .

Также был рассмотрен вопрос о законе распределения оценок  $H$ . Была выдвинута гипотеза о нормальном распределении выборочных значений  $\hat{H}_{R/S}$  и  $\hat{H}_d$  с соответствующими параметрами  $N(\bar{H}_{R/S}, S_{R/S})$  и  $N(\bar{H}_d, S_d)$ . По критерию Пирсона гипотеза была принята с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$  практически для всех выборочных данных.

С помощью преобразованного  $R/S$  метода получены следующие оценки: для первого ряда (рис. 5.2) —  $H = 0,846$ ; для второго ряда (рис. 5.3) —  $H = 0,615$ . С помощью преобразованного  $D$  метода получены оценки: для первого ряда —  $H = 0,825$ ; для второго ряда —  $H = 0,587$ .

## 10. ВЛИЯНИЕ САМОПОДОБИЯ СЕТЕВОГО ТРАФИКА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕТИ

Проблема самоподобия в различных областях науки и техники (гидрология, геофизика, биофизика, биология, финансовая экономика) интересовала исследователей давно (достаточно обширная библиография содержится в [13]). Появление и широкое распространение компьютерных сетей (глобальных — в 70-х годах 20 столетия, локальных — в начале 80-х годов), а также увеличение количества разнообразных сетевых услуг (WWW, iPhone и т.д.) привело к тому, что сетевой трафик стал более сложным и непредсказуемым. Особенно сильно эти свойства стали проявляться с появлением технологий высокоскоростной передачи данных. Это связано с тем, что одним из основных показателей качества (QoS) работы сетей с пакетной передачей является количество потерянных пакетов. Потеря пакетов приводит к дополнительной нагрузке на сеть и, в конечном счете, к «заторам» (congestions). При больших скоростях передачи данных потери пакетов, выражающиеся в долях процента, приводят к значительным потерям информации. Причем увеличение пропускной способности сети слабо влияет на улучшение ее работы.

Применение концепции самоподобия к телекоммуникационным системам впервые предложил Б.Мандельброт [14].

В последующих многочисленных работах, посвященных исследованию сетевого трафика, было показано, что указанные выше явления связаны со свойствами самоподобия трафика.

В последние 10-15 лет проблеме самоподобия сетевого трафика было посвящено большое число работ. Их можно условно разделить на две группы. Первая (и самая обширная) включает в себя работы, в которых авторы анализируют сетевой трафик и определяют его статистические характеристики. Источником анализируемых данных является либо натурный эксперимент (например, [1]), либо моделирование с помощью программных средств (например, ns [16], OPNET [17]).

Ко второй группе относятся работы (к сожалению, немногочисленные), в которых авторы рассматривают информационную систему как динамическую систему, в которой самоподобие является внутренним свойством самой системы [18].

Необходимо отметить, что, как следует из работы [4], время появления TELNET-соединений и FTP-сессий статистически соответствует распределению Пуассона, в то время как появление NNTP, SMTP, FTPDATA и WWW соединений этому распределению не соответствует. Авторы установили, что время появления (arrival) TCP сессий, инициированных пользователем (таких как remote-login, file-transfer) хорошо моделируются с помощью распределения Пуассона, в то время, как моделирование появления TELNET-пакетов этим методом приводит к недооценке уровня пиковых выбросов (burstness) TELNET — трафика. В частности, FTP-соединение для передачи дан-

ных (FTP data connection) в рамках одной сессии проявляет ярко выраженный «взрывной» (burst) характер.

В работах многих исследователей отмечается, что агрегированный сетевой трафик является самоподобным (или фрактальным) [1, 4, 19, 20]. Показано, что РТХ размеров файлов, появления пакетов и длительности передачи вносят основной вклад в самоподобную природу агрегированного сетевого трафика. Очевиден и тот факт, что сам TCP является первичной причиной самоподобия и такое его поведение может иметь «ужасные» последствия в компьютерных сетях при увеличении пропускной способности глобальных вычислительных сетей (WAN) до значений, выражающихся в нескольких гигабайтах в секунду. В частности, даже если трафик, генерируемый приложениями, имеет параметр Херста  $H = 0,5$  (т. е. является несамоподобным) TCP модулирует этот трафик и делает его самоподобным (имеющим параметр Херста  $H > 0,6$ ). Причем все существующие реализации протокола TCP (Reno, Vegas, Tahoe) обладают этим «нежелательным» свойством.

Для анализа сетевого трафика используются различные методики. Основным параметром для определения степени самоподобия, как известно, является параметр Херста. Кроме того, могут быть использованы следующие подходы: вычисление с.о.в (coefficient of covariation) [20], либо вычисление т.н. cwnd (congestion window) [18,21].

Есть три главных компонента контроля заторов в быстродействующих сетях: предупреждение, предотвращение и восстановление. Предотвращение заторов состоит в проектировании и построении сети, которая минимизирует вероятность того, что затор произойдет, и это включает в себя правильно проектируемые компоненты (с учетом ожидаемого изменения трафика на временных интервалах часов, дней или месяцев), хорошо разработанные алгоритмы маршрутизации и, наконец, правильно выбранную сетевую политику для того, чтобы гарантировать, что скорость линии доступа пользователя не превышает максимальную скорость, указанную в абонентском пакете пользователя. Предотвращение заторов — в основном проблема предсказания и включает в себя обнаружение того факта, когда затор неизбежен, и выполнение действий, которые его предотвращают. Восстановление — это действие, предпринятое сетью после того, как ухудшение работы обнаружено для того, чтобы как можно более уменьшить влияние затора. Чтобы знать, какие действия необходимо предпринять для восстановления, важно знать среднее время существования затора и какие виды потерь пакетов (или задержки) возникают во время заторов.

Моделирование трафика TCP с использованием модели Пуассона или других моделей, которые не отражают LRD-зависимость в реальном трафике, приводит к результатам, которые значительно недооценивают измеряемые критерии качества

работы, такие как средняя задержка пакета или максимальный размер очереди.

В работе [22] исследуются пиковые выбросы в широком диапазоне масштабов временной оси и обсуждается их воздействие на заторы в сети. Авторы установили, что периоды заторов могут быть весьма длинными, с потерями пакетов, которые в большей степени сконцентрированы; в отличие от транспортных моделей Пуассона, линейные увеличения размера буфера не приводят к большим уменьшениям количества отброшенных пакетов; небольшое увеличение числа активных соединений может привести к большому увеличению уровня потерь пакетов. Авторы приходят к заключению, что значение уровня трафика в ОН — период непредсказуемо, затруднительно эффективно масштабировать сеть, чтобы уменьшить заторы. В работе отмечается, что, в отличие от моделей Пуассона, в действительности трафик имеет свойство LRD (что вызывает фактические потери пакетов). Авторы предлагают использовать «фильтрованную» переменную, чтобы обнаружить низкочастотную компоненту частоты заторов, и, таким образом, давать предупреждение прежде, чем потери пакетов становятся существенными.

## 11. ПРИЧИНЫ САМОПОДОБИЯ СЕТЕВОГО ТРАФИКА

Большинство исследователей считают, что основной причиной самоподобия трафика является TCP (основной транспортный протокол Internet).

Чтобы понять механизм воздействия протокола TCP на самоподобие сетевого трафика, необходимо описать в общих чертах алгоритм работы TCP [19,20,23].

TCP-сервис, ориентированный на соединение, гарантирует надежную (и в правильной последовательности) доставку потока байтов, освобождая приложения от необходимости «волноваться» о безвестии пропавших или повторно заказанных данных. Он включает механизм контроля потока, который гарантирует, что отправитель не переполняет буфер приемника и механизм контроля заторов, который пробует препятствовать попаданию слишком большого объема данных в сеть (что приводит к потерям пакетов). В то время как размер окна управления потоком данных является статическим, размер окна затора изменяется в течение долгого времени в соответствии с состоянием сети.

Существует несколько модификаций реализации протокола TCP (Reno, Vegas, Tahoe). Самым распространенным является, очевидно, TCP Reno [24].

Его механизм управления заторами состоит из двух фаз: (1) медленный старт (low start) и (2) предотвращение заторов (congestion avoidance). В фазе медленного старта, размер окна затора увеличивается по экспоненте (то есть, удваивается каждый раз, когда отправитель успешно передает в сеть количество байтов, равное текущему раз-

меру окна затора), пока не возникает timeout, что означает потерю пакета. В этот момент значение *Threshold* устанавливается в размере половины окна. TCP Reno перезагружает размер окна затора (congestion-window) к одному и возвращается в фазу медленного старта, увеличивая окно затора экспоненциально до значения *Threshold*. Когда порог достигнут, TCP Reno входит в фазу предотвращения затора, в которой окно затора увеличивается на один пакет каждый раз, когда отправитель успешно передает содержимое окна затора в сеть. Когда пакет потерян в течение фазы предотвращения затора, TCP Reno предпринимает те же самые действия как тогда, когда пакет потерян в течение медленного старта (low start).

TCP Reno в настоящее время также осуществляет быструю повторную передачу, а также реализует механизм быстрого восстановления для обеих фаз предотвращения затора и медленного старта. Вместо того, чтобы реализовывать ситуацию с timeout при ожидании подтверждения (ACK) потерянного пакета, если отправитель получает три двойных ACKs (указание, что некоторый пакет был потерян, но более поздние пакеты были получены), отправитель немедленно повторно передает потерянный пакет (fast retransmit). Поскольку более поздние пакеты были получены, затор в сети, как предполагают, является менее серьезным, чем если бы все пакеты были потеряны, и отправитель только уменьшает наполовину его окно затора (congestion window) и повторно возвращается в фазу предотвращения затора (fast recovery), не проходя фазу медленного старта (low start) снова.

TCP Vegas[25] вводит новый механизм управления заторами, который пробует их предотвратить, а не реагировать на возникшие заторы. Когда окно затора увеличивается в размере, ожидаемая скорость передачи (*ER*) также увеличивается. Но если фактическая скорость передачи (*AR*) остается примерно такой же, это будет означать, что доступная полоса пропускания недостаточна, чтобы обеспечить скорость передачи *ER*, и, таким образом, любое увеличение размера окна затора приведет переполнению буфера маршрутизатора в узком месте (bottleneck gateway). TCP Vegas пытается обнаружить это явление и избежать затора на маршрутизаторе в узком месте, регулируя размер окна затора, и, следовательно, *ER*, приспосабливаясь к доступной полосе пропускания. Для того, чтобы регулировать окно затора соответствующим образом, TCP Vegas определяет две пороговые величины,  $\alpha$  и  $\beta$ , для фазы предотвращения затора, и третью пороговую величину  $\gamma$ , для перехода между фазами предотвращения затора и медленного старта. Концептуально,  $\alpha = 1$  подразумевает, что TCP Vegas пробует держать, по крайней мере, один пакет из каждого потока, находящегося в очереди на маршрутизаторе, в то время как  $\beta = 3$  держит самое большее три пакета. Если  $Diff = ER - AR$ , то, когда  $Diff < \alpha$ , Vegas увеличивает окно затора ли-

нейно в течение следующего RTT; когда  $Diff > \beta$ , Vegas уменьшает окно линейно в течение следующего RTT; иначе, окно скопления остается неизменным. Параметр  $\gamma$  может рассматриваться как «начальное» значение, когда TCP Vegas входит в его фазу предотвращения затора. Чтобы еще более улучшить характеристики TCP, Флойд и др. предложили использование маршрутизаторов RED (random early detection) [26], чтобы обнаружить начинающийся затор. Маршрутизаторы RED поддерживают взвешенное среднее длины очереди. Пока средняя длина очереди остается ниже минимального порога ( $\min_{th}$ ), все пакеты находятся в очереди. Когда средняя длина очереди превышает ( $\min_{th}$ ), пакеты пропускаются (теряются) с вероятностью  $P$ , а когда средняя длина очереди превышает максимальный порог ( $\max_{th}$ ), все прибывающие пакеты теряются.

Другой многообещающий подход к моделированию сетевого трафика был предложен Egamiilli, Singh, Pruthi [27]. Он основан на детерминированных хаотических картах (deterministic chaotic maps). Хаос — это поведение динамической системы, в котором простые нелинейные детерминированные уравнения невысокого порядка, описывающие систему, могут привести к поведению, которое подражает вероятностным процессам. Чтобы проиллюстрировать основную идею, рассмотрим нелинейную карту  $f(\cdot)$ , которая описывает изменение переменной  $xn \hat{I}(0,1)$  в дискретные моменты времени как  $xn+1 = f(xn)$ . Процесс генерирования трафика отдельного источника может теперь быть смоделирован, предусматривая, что источник либо производит, либо не производит пакет во время  $n$  в зависимости от того, является ли  $xn$  выше или ниже соответственно выбранного порога.

Если  $f$  — хаотическая карта, то получающийся в результате ее применения трафик может подражать сложным явлениям. В частности, Egamiilli и Singh (1992) [28] показали, что простая двухпараметрическая нелинейная хаотическая карта, называемая скачкообразной картой, может обладать многими из вышеупомянутых фрактальных свойств при измерениях реального трафика.

Очевидно, что получение трафика с помощью нелинейных хаотических карт делает привлекательным такой подход к моделированию динамических систем. Как только соответствующая хаотическая карта будет получена из ряда измерений трафика, генерирование потока пакетов для индивидуального источника становится быстрым и легким. С другой стороны, получение соответствующей нелинейной хаотической карты, основанной на ряде измерений реального трафика, в настоящее время требует значительных экспериментальных затрат; развитие более строгих статистических методов оценки для динамических систем недавно привлекло значительное внимание в литературе. Необходимо отметить, что побуждением для обоих подходов, самоподобного стохастического мо-

делирования и детерминированного нелинейного моделирования, является желание получить относительно простое описание сложного сетевого трафика. Кроме того, оба подхода к моделированию приводят к единственному параметру, который описывает фрактальную природу трафика (параметр Hurst для самоподобных моделей, и фрактальных размерностей для моделей хаотических карт) и охватывает интуитивное понятие «взрыва» (burst), где обычные способы измерений не применимы. Однако связь на математическом уровне между параметром Херста и соответствующей ему фрактальной размерностью не всегда ясна. Наконец, в целях анализа технических характеристик оба подхода предъявляют новые и сложные проблемы. В то время как традиционное моделирование в основном использует стохастические модели входящего трафика, изучение очередей в потоках прибытия пакетов, которые сгенерированы с помощью нелинейных хаотических карт, может вполне обеспечить новое понимание работы систем организации очередей, где процессы прибытия пакетов обнаруживают фрактальные свойства.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вопросы хаотического поведения информационных систем с высокими скоростями передачи данных еще недостаточно изучены, несмотря на то, что наблюдаемые в них эффекты существенно влияют на характеристики таких систем (например, возникают значительные потери пакетов в TCP-соединениях). Однако, до сих пор не существуют математические модели, позволяющие не только провести анализ поведения информационных систем с большой нелинейностью, но также дать рекомендации по проектированию таких систем, обладающих минимумом отрицательных свойств в плане производительности.

Единственно правильный путь, на наш взгляд, состоит в том, чтобы описывать информационные системы с высокими скоростями передачи данных, использующие протоколы TCP/IP, как нелинейные динамические системы. В этом случае есть возможность применить весь арсенал классических методов анализа поведения таких систем, разработанный Пуанкаре, Ляпуновым, Биркгофом и т.д. Речь идет о качественном анализе поведения динамических систем в фазовом пространстве, что дает возможность определить все возможные режимы движения (работы) системы, а также определить значения параметров, при которых в системе наблюдаются нежелательные хаотические явления (потери пакетов, снижение производительности). Эти вопросы являются актуальными в первую очередь для ISP (провайдеров Internet), которые, к сожалению, до сих пор не обращают на них должного внимания.

Работа выполнена в рамках договора по заказу МОН Украины № Ф25/713 от 03.09.2007 г. «Анализ и поведения систем с большой нелинейностью: синергетический подход».

**Литература.**

- [1] *Leland W.E., Taqqu M.S., Willinger W., and Wilson D.V.* On the self-similarity of ethernet traffic // *IEEE/ACM Transactions of Networking*, 2(1), 1994. — P.1-15.
- [2] *Митилино С.* Фрактальная катастрофа TCP/IP // *Компьютерное обозрение*, 2001, № 9.
- [3] *Столлинс В.* Современные компьютерные сети. 2-е изд. // *Питер. СПб.* 2003. 784 с.
- [4] *Vern Paxson and Sally Floyd, Wide-Area Traffic: The Failure of Poisson Modeling* *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 3 No. 3, pp. 226-244, June 1995.
- [5] *Цыбаков Б.С.* Модель телетрафика на основе самоподобного случайного процесса. // «*Радиотехника*», 1999, № 5, с. 24–31.
- [6] *Городецкий А.Я., Заборовский В.С.* Информатика. Фрактальные процессы в компьютерных сетях. Учебное пособие // *Изд-во СПбГТУ. СПб.* 2000. — 102 с.
- [7] *Шелухин О.И., Тенякшев А.М., Осин А.В.* Фрактальные процессы в телекоммуникациях. Монография // *Под ред. О.И.Шелухина* — М.: *Радиотехника*, 2003.— 480 с.
- [8] *Петров В.В.* Статистический анализ сетевого трафика. МЭИ, ИРЭ, Москва, 2003.
- [9] *Федер Е.* Фракталы. — М.: *Мир*, 1991. — 254 с.
- [10] *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. — М.: *Мир*, 2000. — 333 с.
- [11] *Karasaridis.* Broadband Network Traffic Modeling, Management and Fast Simulation Based on  $\alpha$ -stable Self-Similar Process. PhD thesis. — Toronto: University of Toronto, 1999. — 108 p.
- [12] *Кириченко Л.О., Радивилова Т.А., Синельникова М.И.* Сравнительный анализ методов оценки параметра Херста самоподобных процессов. Системы обработки информации. — 2005. — Вып. 8(48). — С. 36-40.
- [13] *W. Willinger, M. S. Taqqu, and A. Erramilli.* A bibliographical guide to self-similar traffic and performance modeling for modern high-speed networks, *Stochastic Networks: Theory and Applications* (Oxford) (F. P. Kelly, S. Zachary, and I. Ziedins, eds.), Royal Statistical Society Lecture Notes Series, Vol. 4, pp. 339–366, Oxford University Press, 1996.
- [14] *B. B. Mandelbrot.* Self-similar error clusters in communications systems and the concept of conditional systems and the concept of conditional stationarity. *IEEE Transactions on Communications Technology*, COM-13:71-90, 1965.
- [15] *V. Paxson, S. Floyd. Wide-Area Traffic.* The Failure of Poisson Modeling. *IEEE/ASM Transaction on Networking*, vol.3, no.3, June 1995, pp. 226-244.
- [16] *S. Floyds.* Simulator tests. Available in ftp://ftp.ee.lbl.gov/papers/simtests.ps. Z ns is available at http://www-nrg.ee.lbl.gov/, 1995.
- [17] *C. Zhu, O. W. W. Yang, J. Aweya, M. Oullete, D. Y. Montuno.* A comparison of active queue management algorithms using the OPNET Modeler. *IEEE Communication Magazine*, 40(6):158-167, 2002.
- [18] *A. Veres, V. Boda.* The chaotic nature of TCP congestion control. In Proc. *IEEE INFOCOM*, 2000.
- [19] *W. Feng, P. Tinnakornsrisuphap.* The failure of TCP in High-Performance Computational Grids. In *Proceedings of International Conference on Parallel Processing (ICPP'00)*, 2000.
- [20] *W. Feng, P. Tinnakornsrisuphap.* The Adverse Impact of the TCP Congestion-Control Mechanism in Distributed Systems. In *Proceedings of International Conference on Parallel Processing (ICPP'00)*, 2000.
- [21] *A. Veres, Zs. Kenesi, S. Molnar, G. Vattay.* On the propagation of long-range dependence in the internet. In *Proceedings of SIGCOMM 2000*, 2000.
- [22] *H. Fowler and W. Leland,* «Local Area Network Traffic Characteristics, with Implications for Broadband Network Congestion Management,» *IEEE JSAC*, 9(7), pp. 1139– 1149, September, 1991.
- [23] *J. Nagle.* RFC 896 — Congestion control in IP/TCP internetworks. 1984.
- [24] *V. Jacobson.* Congestion Avoidance and Control. In *Proceedings of the SIGCOMM'88 Symposium*, pp.314-332, 1988.
- [25] *L. Brakmo, L. Peterson.* TCP Vegas: End to End Congestion Avoidance on a Global Internet. *IEEE Journal of Selected Areas in Communications*, 13(8):1465-1480, 1995).
- [26] *S. Floyd and V. Jacobson.* Random Early Detection Gateways for Congestion Avoidance. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1(4): 397–413, August 1993.
- [27] *A. Erramilli, R. P. Singh, P. Pruthi.* Modeling Packet Traffic with Chaotic Maps. Proc. 7<sup>th</sup> ITC Specialist Seminar, Morristown, NJ, 8.1.1-8.1.3, 1993.
- [28] *A. Erramilli, R. P. Singh,* «An Application of Deterministic Chaotic Maps to Characterize Packet Traffic», preprint, 1992.

Поступила в редколлегию 15.02.2008



**Карпухин Александр Владимирович**, кандидат технических наук, доцент кафедры информатики Харьковского национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов: стохастические и самоподобные процессы.



**Кириченко Людмила Олеговна**, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики Харьковского национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов: динамический хаос и самоподобные процессы.



**Радивилова Тамара Анатольевна**, методист высшей категории отдела организации учебного процесса Харьковского национального университета радиоэлектроники. Область научных интересов: компьютерные сети и самоподобные процессы.