

ДОДАТОК А

Код програми розрахунку ННРТГ по ДТ з використанням
модифікованого методу Ньютона

```

n = 20; (*число точек разбиения*)
(*рассматриваемая система уравнений:  $\frac{\partial \phi}{\partial t} + B \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi$ *)
(*матрицы как функции от параметров (W,P,T), вычисляемые в каждой точке разбиения*)
B[{W_, P_, T_}] :=  $\begin{pmatrix} 2 \alpha S T \frac{W}{P} & 1 - \alpha S T \frac{W^2}{P^2} & 0 \\ \alpha S T & 0 & 0 \\ \frac{(\gamma-1) \alpha S T^2}{P} & 0 & \frac{\gamma \alpha S W T}{P} \end{pmatrix};$ 

Phi[{W_, P_, T_}] :=  $\begin{pmatrix} -\beta S T \frac{W Abs[W]}{P} - \frac{E_0 P}{\alpha S T} D[h[x], x] \\ -\frac{4 K (\gamma-1)}{Diam} * \frac{T}{P} (T - Tgr) - g (\gamma-1) \frac{P W}{T} D[h[x], x] \end{pmatrix};$ 

phi[{W_, P_, T_}] :=  $\begin{pmatrix} W \\ P \\ T \end{pmatrix};$ 

m = Dimensions[phi[{W, P, T}]] [[1]]; (*размерность вектора phi*)
[размеры массива]

(*для теоретических выкладок сформируем вектора переменных,
соответствующих параметрам в каждой точке разбиения рассматриваемого отрезка*)
WPTmas = {}; (*массив параметров W,P и T во всех точках разбиения (в символьном виде)*)
For[i=0, i<= n, i++,
[цикл для]
{
(* AppendTo[имя списка, элемент] - добавить в конец заданного списка указанный элемент
[добавить в конец к]
StringJoin["строка 1", "строка 2", ..] -
[соединить строки]
создать новую строку как объединение заданных строк
ToString[выражение] - перевод выражения в строку (например, перевод цифр в символы).
[преобразовать в строку]
Здесь нужно, чтобы перевести индекс параметров в символьный вид
и соединить этот индекс с названием параметра при помощи
StringJoin["параметр", "индекс"]
[соединить строки]
ToExpression[строка] - переводит строку в выражение (для того чтобы можно было бы брать
[создать выражение]
производные по этим переменным - просто по строке, полученной
из ToString[], этого не выйдет)*)
[преобразовать в строку]
AppendTo[WPTmas, {
[добавить в конец к]
ToExpression[StringJoin["W", ToString[i]]],
[создать выраж... [соединить строки] [преобразовать в строку]
ToExpression[StringJoin["P", ToString[i]]],
[создать выраж... [соединить строки] [преобразовать в строку]
ToExpression[StringJoin["T", ToString[i]]]}}];
[создать выраж... [соединить строки] [преобразовать в строку]
}];
Print["Вектора параметров W,P и T во всех точках разбиения: ", WPTmas];
[печатать]

```

Вектора параметров W, P и T во всех точках разбиения:

```
{ {W0, P0, T0}, {W1, P1, T1}, {W2, P2, T2}, {W3, P3, T3}, {W4, P4, T4}, {W5, P5, T5},
  {W6, P6, T6}, {W7, P7, T7}, {W8, P8, T8}, {W9, P9, T9}, {W10, P10, T10},
  {W11, P11, T11}, {W12, P12, T12}, {W13, P13, T13}, {W14, P14, T14}, {W15, P15, T15},
  {W16, P16, T16}, {W17, P17, T17}, {W18, P18, T18}, {W19, P19, T19}, {W20, P20, T20} }
```

Вектора поправок к неизвестным:

```
{ {δW0, δP0, δT0}, {δW1, δP1, δT1}, {δW2, δP2, δT2}, {δW3, δP3, δT3},
  {δW4, δP4, δT4}, {δW5, δP5, δT5}, {δW6, δP6, δT6}, {δW7, δP7, δT7}, {δW8, δP8, δT8},
  {δW9, δP9, δT9}, {δW10, δP10, δT10}, {δW11, δP11, δT11}, {δW12, δP12, δT12},
  {δW13, δP13, δT13}, {δW14, δP14, δT14}, {δW15, δP15, δT15}, {δW16, δP16, δT16},
  {δW17, δP17, δT17}, {δW18, δP18, δT18}, {δW19, δP19, δT19}, {δW20, δP20, δT20} }
```

$\psi_{\text{mas}} = \{\};$ (*массив невязок (в символьном виде)*)

For $i = 0, i \leq n, i++$,

[цикл ДЛР]

{

Which $i == 0$,

[условный оператор с множественными ветвями]

{

(* WPTmas $[i+1]$ - вектор-строка параметров: $(W_i^k, P_i^k, T_i^k) *$)

(* $\phi[WPTmas[i]]$ - вектор-столбец параметров: $\begin{pmatrix} W_{i-1}^k \\ P_{i-1}^k \\ T_{i-1}^k \end{pmatrix} *$)

(* $\phi[WPTmas[i+1]]$ - вектор-столбец параметров: $\begin{pmatrix} W_i^k \\ P_i^k \\ T_i^k \end{pmatrix} *$)

(* $\phi[WPTmas[i+2]]$ - вектор-столбец параметров: $\begin{pmatrix} W_{i+1}^k \\ P_{i+1}^k \\ T_{i+1}^k \end{pmatrix} *$)

(* $\phi[\{W0k1, P0k1, T0k1\}]$ - вектор-

столбец параметров с предыдущего временного слоя: $\begin{pmatrix} W_i^{k-1} \\ P_i^{k-1} \\ T_i^{k-1} \end{pmatrix} *$)

(* $B[WPTmas[i+1]]$ - матрица B с подставленными в нее параметрами $(W_i^k, P_i^k, T_i^k) *$)

(* $B[WPTmas[i+1]].\phi[WPTmas[i+1]]$ - произведение матрицы B и вектора $\phi *$)

(* $\Phi[WPTmas[i+1]]$ - матрица Φ с подставленными в нее параметрами $(W_i^k, P_i^k, T_i^k) *$)

AppendTo $\psi_{\text{mas}}, \frac{1}{\tau} \phi[WPTmas[i+1]] - \frac{1}{\Delta} B[WPTmas[i+1]].\phi[WPTmas[i+1]] -$

[добавить в конец к

$\frac{1}{\tau} \phi[\{W0k1, P0k1, T0k1\}] + \frac{1}{\Delta} B[WPTmas[i+1]].\phi[WPTmas[i+2]] - \Phi[WPTmas[i+1]]];$

},

$0 < i < n$,

{

AppendTo $\psi_{\text{mas}}, \frac{1}{\tau} \phi[WPTmas[i+1]] - \frac{1}{\tau} \phi[\{W1k1, P1k1, T1k1\}] + \frac{1}{2\Delta} B[WPTmas[i+1]].$

[добавить в конец к

$\phi[WPTmas[i+2]] - \frac{1}{2\Delta} B[WPTmas[i+1]].\phi[WPTmas[i]] - \Phi[WPTmas[i+1]]];$

},

$i == n$,

{

AppendTo $\psi_{\text{mas}}, \frac{1}{\tau} \phi[WPTmas[i+1]] + \frac{1}{\Delta} B[WPTmas[i+1]].\phi[WPTmas[i+1]] -$

[добавить в конец к

$\frac{1}{\tau} \phi[\{Wnk1, Pnk1, Tnk1\}] - \frac{1}{\Delta} B[WPTmas[i+1]].\phi[WPTmas[i]] - \Phi[WPTmas[i+1]]];$

}

}

Print["Вектор невязок:"];

[печатаь

For $i = 1, i \leq n + 1, i++$, Print $\psi_{\text{mas}}[i]$ // MatrixForm]

[цикл ДЛР]

[печатаь

[матричная форма

```

Abs'[W_] := Abs[W] / W
абсолютное ... абсолютное значение

(*чтобы получилась производная - Mathematica не умеет брать производную от модуля*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
цикл для
  For[j = 0, j ≤ n, j++,
цикл для
    {
      (* WPTmas[[i+1]] - вектор-строка параметров: (wik, pik, tik)*
      (* ψmas[[i+1]] - невязка ψik в точке (wik, pik, tik)*
      (* D[ψmas[[i+1]], WPTmas[[j+1,1]]] - производная невязки ψik по параметру wjk -
дифференцировать
        возвращает вектор-столбец mx1 (3x1)  $\left( \frac{\partial \psi_{i,1}^k}{\partial w_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,2}^k}{\partial w_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,3}^k}{\partial w_j^k} \right)^T$  *)
      (* D[ψmas[[i+1]], WPTmas[[j+1,2]]] - производная невязки ψik по параметру pjk -
дифференцировать
        возвращает вектор-столбец mx1 (3x1)  $\left( \frac{\partial \psi_{i,1}^k}{\partial p_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,2}^k}{\partial p_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,3}^k}{\partial p_j^k} \right)^T$  *)
      (* D[ψmas[[i+1]], WPTmas[[j+1,3]]] - производная невязки ψik по параметру tjk -
дифференцировать
        возвращает вектор-столбец mx1 (3x1)  $\left( \frac{\partial \psi_{i,1}^k}{\partial t_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,2}^k}{\partial t_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,3}^k}{\partial t_j^k} \right)^T$  *)
      (* ArrayFlatten[{{m11, m12, m13}, {m21, m22, m23}}] - mij -
уплостить массив
        матрицы. Функция составляет из переданных ей матриц новую следующим образом:

$$\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \end{pmatrix} *$$

      (* Составляем матрицу производных невязки в точке как  $\left( \frac{\partial \psi_i^k}{\partial w_j^k}, \frac{\partial \psi_i^k}{\partial p_j^k}, \frac{\partial \psi_i^k}{\partial t_j^k} \right) *$ 
      mas[i, j] = ArrayFlatten[{{D[ψmas[[i+1]], WPTmas[[j+1, 1]]],
уплостить массив дифференцировать
        D[ψmas[[i+1]], WPTmas[[j+1, 2]]],
дифференцировать
        D[ψmas[[i+1]], WPTmas[[j+1, 3]]]}}];
дифференцировать
    }
  }
];

Print["Матрица производных невязок:"];
печатать

Simplify[mas] // MatrixForm
упростить матричная форма

матрица - результат
For[j = 0, j ≤ n, j++,
цикл для
  {
    (*dFF[i,j]=A[i,j];*)
    A[i, j] = ConstantArray[0, {m, m}];
постоянный массив
  }
]
(*Print["Скорректированные в соответствии с
печатать
  граничными условиями\пданные о предыдущем временном слое:"];
Print[NumberForm[fixStat//MatrixForm,9]];*)
печать числовая форма матричная форма

},
{
  (*производные*)

```

```

If [ s == 1, (* s < 6 *)
_условный оператор
{
  For [ i = 0, i ≤ n, i ++,
_цикл ДЛЯ
  For [ j = 0, j ≤ n, j ++,
_цикл ДЛЯ
  {
    Which [ i == 0,
_условный оператор с множественными ветвями
    {
      A [ i, j ] = mas [ i, j ] /. {
        (* точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации *)
        (* нулевая точка *)
        WPTmas [ [ 1, 1 ] ] → fixStat [ [ 1, 1 ] ], (* w0,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ 1, 2 ] ] → fixStat [ [ 1, 2 ] ], (* p0,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ 1, 3 ] ] → fixStat [ [ 1, 3 ] ], (* T0,1k,s-1 *)
        (* первая точка *)
        WPTmas [ [ 2, 1 ] ] → fixStat [ [ 2, 1 ] ], (* w1,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ 2, 2 ] ] → fixStat [ [ 2, 2 ] ], (* p1,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ 2, 3 ] ] → fixStat [ [ 2, 3 ] ], (* T1,1k,s-1 *)
      };
    },
    i == n,
    {
      A [ i, j ] = mas [ i, j ] /. {
        (* точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации *)
        (* предпоследняя точка *)
        WPTmas [ [ n, 1 ] ] → fixStat [ [ n, 1 ] ], (* wn-1,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ n, 2 ] ] → fixStat [ [ n, 2 ] ], (* pn-1,1k,s-1 *)

        WPTmas [ [ n, 3 ] ] → fixStat [ [ n, 3 ] ], (* Tn-1,1k,s-1 *)
        (* последняя точка *)
        WPTmas [ [ n + 1, 1 ] ] → fixStat [ [ n + 1, 1 ] ], (* wnk,s-1 *)
        WPTmas [ [ n + 1, 2 ] ] → fixStat [ [ n + 1, 2 ] ], (* pnk,s-1 *)
        WPTmas [ [ n + 1, 3 ] ] → fixStat [ [ n + 1, 3 ] ], (* Tnk,s-1 *)
      };
    },
    0 < i < n,
    {
      A [ i, j ] = mas [ i, j ] /. {
        (* точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации *)
        (* (i-1) точка *)
        WPTmas [ [ i, 1 ] ] → fixStat [ [ i, 1 ] ], (* wi-1,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ i, 2 ] ] → fixStat [ [ i, 2 ] ], (* pi-1,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ i, 3 ] ] → fixStat [ [ i, 3 ] ], (* Ti-1,1k,s-1 *)
        (* i точка *)
        WPTmas [ [ i + 1, 1 ] ] → fixStat [ [ i + 1, 1 ] ], (* wi,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ i + 1, 2 ] ] → fixStat [ [ i + 1, 2 ] ], (* pi,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ i + 1, 3 ] ] → fixStat [ [ i + 1, 3 ] ], (* Ti,1k,s-1 *)
        (* (i+1) точка *)
        WPTmas [ [ i + 2, 1 ] ] → fixStat [ [ i + 2, 1 ] ], (* wi+1,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ i + 2, 2 ] ] → fixStat [ [ i + 2, 2 ] ], (* pi+1,1k,s-1 *)
        WPTmas [ [ i + 2, 3 ] ] → fixStat [ [ i + 2, 3 ] ], (* Ti+1,1k,s-1 *)
      };
    }
  } (* Which *)
_условный оператор с множественными ветвями
} (* For [ j ] *)
_цикл ДЛЯ
]; (* For [ i ] *)
_цикл ДЛЯ

```

```

For[i = 1, i ≤ n, i++, {
  Цикл для
  M =  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  M[[1]] = A[0, i][[1]];
  Aall[[1, i + 1]] = M;
}];
For[i = 0, i ≤ n - 1, i++, {
  Цикл для
  M =  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;
  M[[2]] = A[n, i][[2]];
  M[[3]] = A[n, i][[3]];
  Aall[[n + 1, i + 1]] = M;
}];
}
]; (* if *)
(*Print["Матрица производных до решения уравнения _____"];
  Печата
Print[NumberForm[Chop[Aall]//MatrixForm,9]];*)
  Числовая ф... Отсечь малые... Матричная форма
(*корректируем полученные матрицы, чтобы получить уравнения
   $\delta p_0^k = 0,$ 
   $\delta T_0^k = 0,$ 
   $\delta W_n^k = 0$ 
*)
(*Print["Матрица производных невязок:"];
  Печата
Print[NumberForm[Chop[dFdx]//MatrixForm,9]];
  Числовая ф... Отсечь малые... Матричная форма
Print["Вектор невязок до решения уравнения:"];
  Печата
Print[NumberForm[psi//MatrixForm,9]];*)
  Числовая форма Матричная форма
(*Print[MatrixForm@dFdx];*)
  Печ... Матричная форма
(*Print["Уравнения для нахождения новых значений параметров:"];*)
  Печата
equations = {};
For[i = 1, i ≤ n + 1, ++i, {
  Цикл для
  For[j = 1, j ≤ 3, j++, {
    Цикл для
    AppendTo[equations,
      Добавить в конец к
      Thread[Sum[Aall[[i, 1]].δNPTmas[[1]], {1, 1, n + 1}][[j]] == psi[[i]][[j]]]]
      Сумма
    }];
  }];
}];

```

```

(*For[i=1,i<Length[equations],i++,Print[i," ",equations[[i,1]]];*)
  |цикл для |длина |печатать

(*for Solve - формируем систему уравнений в нужном виде*)
  |решить уравнения
equa = equations[[1, 1]];
Do[equa = And[equa, equations[[i, 1]]], {i, 2, Length[equations]}];
  |логическое И |длина

list = {};
For[i = 1, i <= Length[WPTmas], i++,
  |цикл для
  For[j = 1, j <= 3, j++, {
    |цикл для
    AppendTo[list, WPTmas[[i, j]]];
    |добавить в конец k
  }]];
solution = Solve[equa, list];
  |решить уравнения
index = 1;

For[i = 1, i <= n + 1, i++,
  |цикл для
  For[j = 1, j <= m, j++,
    |цикл для
    {
      result[[i, j]] = solution[[1, index, 2]];
      index++;
    }
  ]];
(*Print["Поправки к параметрам в точках разбиения:"];
  |печатать
Print[NumberForm[result//MatrixForm,9]];*)
  |числовая форма |матричная форма

prevfixStat = fixStat;
(*Рассчитываем новые значения параметров*)
For[i = 1, i <= n + 1, i++,
  |цикл для
  For[j = 1, j <= m, j++,
    |цикл для
    {
      fixStat[[i, j]] -= result[[i, j]];
      index++;
    }
  ]];
(*Print["Полученные значения параметров на данной итерации"];
  |печатать
Print[fixStat//MatrixForm];*)
  |матричная форма
)(*else (if(s!=0)*)*)
]; (*if (s==0)*)

(*берем данные с предыдущей итерации
текущего временного слоя и с предыдущего временного слоя*)
(*невязухи*)

```

```

ψi = {};
fk = {};
For [i = 0, i ≤ n, i++,
|цикл для
{
  Which [i = 0,
|условный оператор с множественными ветвями
  {
    AppendTo [ψi, ψmas[[i + 1]] /. {
|добавить в конец к
      (*точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации*)
      (*нулевая точка*)
      WPTmas[[1, 1]] → fixStat[[1, 1]], (*W0k,s-1*)
      WPTmas[[1, 2]] → fixStat[[1, 2]], (*P0k,s-1*)
      WPTmas[[1, 3]] → fixStat[[1, 3]], (*T0k,s-1*)
      (*первая точка*)
      WPTmas[[2, 1]] → fixStat[[2, 1]], (*W1k,s-1*)
      WPTmas[[2, 2]] → fixStat[[2, 2]], (*P1k,s-1*)
      WPTmas[[2, 3]] → fixStat[[2, 3]], (*T1k,s-1*)
      (*нулевая точка с предыдущего временного слоя*)
      φ[{W0k1, P0k1, T0k1}][[1, 1]] → prevLayerResult[[1, 1]], (*W0k-1,s-1*)
      φ[{W0k1, P0k1, T0k1}][[2, 1]] → prevLayerResult[[1, 2]], (*P0k-1,s-1*)
      φ[{W0k1, P0k1, T0k1}][[3, 1]] → prevLayerResult[[1, 3]] (*T0k-1,s-1*)
    }];
  },
  0 < i < n,
  {
    AppendTo [ψi, ψmas[[i + 1]] /. {
|добавить в конец к
      (*точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации*)
      (* (i-1) точка*)
      WPTmas[[i, 1]] → fixStat[[i, 1]], (*Wi-1k,s-1*)
      WPTmas[[i, 2]] → fixStat[[i, 2]], (*Pi-1k,s-1*)
      WPTmas[[i, 3]] → fixStat[[i, 3]], (*Ti-1k,s-1*)
      (*i точка*)
      WPTmas[[i + 1, 1]] → fixStat[[i + 1, 1]], (*Wik,s-1*)
      WPTmas[[i + 1, 2]] → fixStat[[i + 1, 2]], (*Pik,s-1*)
      WPTmas[[i + 1, 3]] → fixStat[[i + 1, 3]], (*Tik,s-1*)
      (* (i+1) точка*)
      WPTmas[[i + 2, 1]] → fixStat[[i + 2, 1]], (*Wi+1k,s-1*)
      WPTmas[[i + 2, 2]] → fixStat[[i + 2, 2]], (*Pi+1k,s-1*)
      WPTmas[[i + 2, 3]] → fixStat[[i + 2, 3]], (*Ti+1k,s-1*)
      (*i-я точка с предыдущего временного слоя*)
      φ[{Wik1, Pik1, Tik1}][[1, 1]] → prevLayerResult[[i + 1, 1]], (*Wik-1,s-1*)
      φ[{Wik1, Pik1, Tik1}][[2, 1]] → prevLayerResult[[i + 1, 2]], (*Pik-1,s-1*)
      φ[{Wik1, Pik1, Tik1}][[3, 1]] → prevLayerResult[[i + 1, 3]] (*Tik-1,s-1*)
    }];
  }
}

```

```

    },
    i = n,
    {
        AppendTo[ψi, ψmas[[i + 1]] /. {
            (*добавить в конец к
            (*точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации*)
            (*предпоследняя точка*)
            WPTmas[[n, 1]] → fixStat[[n, 1]], (*Wn-1k,s-1*)
            WPTmas[[n, 2]] → fixStat[[n, 2]], (*Pn-1k,s-1*)
            WPTmas[[n, 3]] → fixStat[[n, 3]], (*Tn-1k,s-1*)
            (*последняя точка*)
            WPTmas[[n + 1, 1]] → fixStat[[n + 1, 1]], (*Wnk,s-1*)
            WPTmas[[n + 1, 2]] → fixStat[[n + 1, 2]], (*Pnk,s-1*)
            WPTmas[[n + 1, 3]] → fixStat[[n + 1, 3]], (*Tnk,s-1*)
            (*последняя точка с предыдущего временного слоя*)
            φ[{Wnk1, Pnk1, Tnk1}][[1, 1]] → prevLayerResult[[n + 1, 1]], (*Wnk-1,s-1*)
            φ[{Wnk1, Pnk1, Tnk1}][[2, 1]] → prevLayerResult[[n + 1, 2]], (*Pnk-1,s-1*)
            φ[{Wnk1, Pnk1, Tnk1}][[3, 1]] → prevLayerResult[[n + 1, 3]] (*Tnk-1,s-1*)
        }];
    }
}]; (*конец цикла по i*)

(*Print["Вектор невязок:"];*)
(*печатаТЬ
ψi[[1, 2]] = {0};
ψi[[1, 3]] = {0};
ψi[[n + 1, 1]] = {0};
(*Print[NumberForm[ψi//MatrixForm,9]];*)
(*печатаТЬ...числовая форма...матричная форма
(*Print["Первая компонента вектора невязок:"];
(*печатаТЬ
Print[ψi[[1]];*)
(*печатаТЬ
(*Print[NumberForm[ψi[[1]]//MatrixForm,9]];*)
(*печатаТЬ...числовая форма...матричная форма
(*If[Max[Abs[ψi]] > ε, Print["Максимальная невязка: ", Max[Abs[ψi]], " > ", N[ε],
(*ма...ма...абсолютное з...печатаТЬ...ма...абсолютное значение...численное приближение
    ", переходим на следующую итерацию." ], Print["Максимальная невязка: ", Max[Abs[ψi]],
(*печатаТЬ...ма...абсолютное значение
    " < ", N[ε], ", заканчиваем итерационный процесс для данного временного слоя."]];*)
(*численное приближение

(*Print["Вектор невязок ψi:"];
(*печатаТЬ
Print[NumberForm[ψi//MatrixForm,9]];*)
(*числовая форма...матричная форма

s++;
}];

```

ДОДАТОК Б

Код програми розрахунку ННРТГ по ДТ з використанням методу Ньютона

```

n = 20; (*число точек разбиения*)
(*рассматриваемая система уравнений:  $\frac{\partial \phi}{\partial t} + B \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi$ *)
(*матрицы как функции от параметров (W,P,T), вычисляемые в каждой точке разбиения*)

B[{W_, P_, T_}] :=  $\begin{pmatrix} 2 \alpha S T \frac{W}{P} & 1 - \alpha S T \frac{W^2}{P^2} & 0 \\ \alpha S T & 0 & 0 \\ \frac{(\gamma-1) \alpha S T^2}{P} & 0 & \frac{\gamma \alpha S W T}{P} \end{pmatrix}$ ;

Phi[{W_, P_, T_}] :=  $\begin{pmatrix} -\beta S T \frac{W Abs[W]}{P} - \frac{E}{\alpha S T} D[h[x], x] \\ -\frac{4 K (\gamma-1)}{Diam} * \frac{T}{P} (T - Tgr) - g (\gamma - 1) \frac{P W}{T} D[h[x], x] \end{pmatrix}$ ;

phi[{W_, P_, T_}] :=  $\begin{pmatrix} W \\ P \\ T \end{pmatrix}$ ;

m = Dimensions[phi[{W, P, T}]][[1]]; (*размерность вектора  $\phi$ *)
(*размеры массива*)

(*для теоретических выкладок сформируем вектора переменных,
соответствующих параметрам в каждой точке разбиения рассматриваемого отрезка*)
WPTmas = {}; (*массив параметров W,P и T во всех точках разбиения (в символьном виде)*)
For[i = 0, i <= n, i++,
  (*цикл ДЛЯ*)
  {
    (* AppendTo[имя списка, элемент] - добавить в конец заданного списка указанный элемент
    [добавить в конец k]
    StringJoin["строка 1", "строка 2", ..] -
    [соединить строки]
    создать новую строку как объединение заданных строк
    ToString[выражение] - перевод выражения в строку (например, перевод цифр в символы).
    [преобразовать в строку]
    Здесь нужно, чтобы перевести индекс параметров в символьный вид
    и соединить этот индекс с названием параметра при помощи
    StringJoin["параметр", "индекс"]
    [соединить строки]
    ToExpression[строка] - переводит строку в выражение (для того чтобы можно было бы брать
    [создать выражение]
    производные по этим переменным - просто по строке, полученной
    из ToString[], этого не выйдет)*)
    [преобразовать в строку]
    AppendTo[WPTmas, {
      [добавить в конец k]
      ToExpression[StringJoin["W", ToString[i]]],
      [создать выраж... [соединить строки] [преобразовать в строку]
      ToExpression[StringJoin["P", ToString[i]]],
      [создать выраж... [соединить строки] [преобразовать в строку]
      ToExpression[StringJoin["T", ToString[i]]]}];
      [создать выраж... [соединить строки] [преобразовать в строку]
    }];
  }];
Print["Вектора параметров W,P и T во всех точках разбиения: ", WPTmas];
(*печатать*)

```

(*рассматриваемая система уравнений: $\frac{\partial \phi}{\partial t} + B \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Phi$ *)

(*матрицы как функции от параметров (W,P,T),
вычисляемые в каждой точке разбиения*)

$$B[\{W_, P_, T_ \}] := \begin{pmatrix} 2 \alpha S T \frac{W}{P} & 1 - \alpha S T \frac{W^2}{P^2} & 0 \\ \alpha S T & 0 & 0 \\ \frac{(\gamma-1) \alpha S T^2}{P} & 0 & \frac{\gamma \alpha S W T}{P} \end{pmatrix};$$

$\Phi[\{W_, P_, T_ \}] :=$

$$\begin{pmatrix} -\beta S T \frac{W \text{Abs}[W]}{P} - \frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} D[h[x], x] \\ 0 \\ -\frac{4 K (\gamma-1)}{\text{Diam}} * \frac{T}{P} (T - Tgr) - g (\gamma - 1) \frac{P W}{T} D[h[x], x] \end{pmatrix};$$

$$\phi[\{W_, P_, T_ \}] := \begin{pmatrix} W \\ P \\ T \end{pmatrix};$$

$m = \text{Dimensions}[\phi[\{W, P, T\}]] [[1]]$; (*размерность вектора ϕ *)

(*для теоретических выкладок сформируем вектора переменных,
соответствующих параметрам в каждой точке разбиения
рассматриваемого отрезка*)

$WPTmas = \{\}$; (*массив параметров W,
P и T во всех точках разбиения (в символьном виде)*)

For[$i = 0, i \leq n, i++$,

```
{
  AppendTo[WPTmas, {
    ToExpression[StringJoin["W", ToString[i]]],
    ToExpression[StringJoin["P", ToString[i]]],
    ToExpression[StringJoin["T", ToString[i]]]
  }];
}
```

```
Print[
  "Вектора параметров W,P и T во всех точках разбиения: ",
  WPTmas];
```

$\delta WPTmas = \{\}$; (*массив искоемых поправок к неизвестным
(символьный вид)*)

```

For[i = 0, i ≤ n, i++,
{
  AppendTo[δWPTmas, {

    ToExpression[StringJoin["δW", ToString[i]]],

    ToExpression[StringJoin["δP", ToString[i]]],

    ToExpression[StringJoin["δT", ToString[i]]]}];

}];
Print["Вектора поправок к неизвестным:"];
δWPTmas
Вектора параметров W,P и T во всех точках разбиения:
{{W0, P0, T0}, {W1, P1, T1}, {W2, P2, T2},
 {W3, P3, T3}, {W4, P4, T4}, {W5, P5, T5}}
Вектора поправок к неизвестным:
{{δW0, δP0, δT0}, {δW1, δP1, δT1}, {δW2, δP2, δT2},
 {δW3, δP3, δT3}, {δW4, δP4, δT4}, {δW5, δP5, δT5}}

```

```

ψmas = {}; (*массив невязок (в символьном виде)*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
{
  Which[i == 0,
  {
    (* WPTmas[[i+1]] - вектор-
      строка параметров:  $(W_i^k, P_i^k, T_i^k)$  *)
    (* φ[WPTmas[[i]]] - вектор-
      столбец параметров:  $\begin{pmatrix} W_{i-1}^k \\ P_{i-1}^k \\ T_{i-1}^k \end{pmatrix}$  *)

    (* φ[WPTmas[[i+1]]] - вектор-столбец параметров:  $\begin{pmatrix} W_i^k \\ P_i^k \\ T_i^k \end{pmatrix}$  *)

    (* φ[WPTmas[[i+2]]] - вектор-
      столбец параметров:  $\begin{pmatrix} W_{i+1}^k \\ P_{i+1}^k \\ T_{i+1}^k \end{pmatrix}$  *)

    (* φ[{W0k1,P0k1,T0k1}] - вектор-
      столбец параметров с предыдущего временного
      слоя:  $\begin{pmatrix} W_i^{k-1} \\ P_i^{k-1} \\ T_i^{k-1} \end{pmatrix}$  *)

    (* B[WPTmas[[i+1]]] -
      матрица B с подставленными в нее параметрами
       $(W_i^k, P_i^k, T_i^k)$  *)
    (* B[WPTmas[[i+1]]].φ[WPTmas[[i+1]]] -
      произведение матрицы B и вектора φ*)
    (* B[WPTmas[[i+1]]] -
      матрица B с подставленными в нее параметрами
       $(W_i^k, P_i^k, T_i^k)$  *)
  }
}

```

```

AppendTo[ψmas,  $\frac{1}{\tau} \phi[\text{WPTmas}[[i+1]]] -$ 
 $\frac{1}{\Delta} B[\text{WPTmas}[[i+1]]] \cdot \phi[\text{WPTmas}[[i+1]]] -$ 
 $\frac{1}{\tau} \phi[\{\text{W0k1}, \text{P0k1}, \text{T0k1}\}] +$ 
 $\frac{1}{\Delta} B[\text{WPTmas}[[i+1]]] \cdot \phi[\text{WPTmas}[[i+2]]] -$ 
 $\Phi[\text{WPTmas}[[i+1]]]$ ];
},
0 < i < n,
{
AppendTo[ψmas,  $\frac{1}{\tau} \phi[\text{WPTmas}[[i+1]]] -$ 
 $\frac{1}{\tau} \phi[\{\text{Wik1}, \text{Pik1}, \text{Tik1}\}] +$ 
 $\frac{1}{2\Delta} B[\text{WPTmas}[[i+1]]] \cdot \phi[\text{WPTmas}[[i+2]]] -$ 
 $\frac{1}{2\Delta} B[\text{WPTmas}[[i+1]]] \cdot \phi[\text{WPTmas}[[i]]] -$ 
 $\Phi[\text{WPTmas}[[i+1]]]$ ];
},
i == n,
{
AppendTo[ψmas,  $\frac{1}{\tau} \phi[\text{WPTmas}[[i+1]]] +$ 
 $\frac{1}{\Delta} B[\text{WPTmas}[[i+1]]] \cdot \phi[\text{WPTmas}[[i+1]]] -$ 
 $\frac{1}{\tau} \phi[\{\text{Wnk1}, \text{Pnk1}, \text{Tnk1}\}] -$ 
 $\frac{1}{\Delta} B[\text{WPTmas}[[i+1]]] \cdot \phi[\text{WPTmas}[[i]]] -$ 
 $\Phi[\text{WPTmas}[[i+1]]]$ ];
}
]
}];

```

```
Print["Вектор невязок:"];
```

```
For[i = 1, i ≤ n + 1, i++, Print[ψmas[[i]] // MatrixForm]]
```

Вектор невязок:

$$\begin{pmatrix} -\frac{2 S T_0 W_0^2 \alpha}{P_0} + \frac{2 S T_0 W_0 W_1 \alpha}{P_0} \left(1 - \frac{S T_0 W_0^2 \alpha}{P_0^2}\right) + \frac{W_0}{\tau} - \frac{W_{0k1}}{\tau} + \frac{S T_0 W_0 \beta \text{Abs}[W_0]}{P_0} + \frac{g P_0 h' [x]}{S T_0 \alpha} \\ - \frac{S T_0 W_0 \alpha}{\Delta} + \frac{S T_0 W_1 \alpha}{\Delta} + \frac{P_0}{\tau} - \frac{P_{0k1}}{\tau} \\ \frac{4 K T_0 (T_0 - T_{gr}) (-1 + \gamma)}{\text{Diam } P_0} - \frac{S T_0^2 W_0 \alpha (-1 + \gamma)}{P_0} + \frac{S T_0^2 W_0 \alpha \gamma}{P_0} + \frac{S T_0^2 W_1 \alpha (-1 + \gamma)}{P_0} - \frac{S T_0 T_1 W_0 \alpha \gamma}{P_0} + \frac{T_0}{\tau} - \frac{T_{0k1}}{\tau} + \frac{g P_0 W_0 (-1 + \gamma) h' [x]}{T_0} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{2 S T_1 W_0 W_1 \alpha}{P_1} \left(1 - \frac{S T_1 W_1^2 \alpha}{P_1^2}\right) + \frac{2 S T_1 W_1 W_2 \alpha}{P_1} \left(1 - \frac{S T_1 W_1^2 \alpha}{P_1^2}\right) + \frac{W_1}{\tau} - \frac{W_{1k1}}{\tau} + \frac{S T_1 W_1 \beta \text{Abs}[W_1]}{P_1} + \frac{g P_1 h' [x]}{S T_1 \alpha} \\ - \frac{S T_1 W_0 \alpha}{2 \Delta} + \frac{S T_1 W_2 \alpha}{2 \Delta} + \frac{P_1}{\tau} - \frac{P_{1k1}}{\tau} \\ \frac{4 K T_1 (T_1 - T_{gr}) (-1 + \gamma)}{\text{Diam } P_1} - \frac{S T_1^2 W_0 \alpha (-1 + \gamma)}{P_1} + \frac{S T_0 T_1 W_1 \alpha \gamma}{P_1} + \frac{S T_1^2 W_2 \alpha (-1 + \gamma)}{P_1} - \frac{S T_1 T_2 W_1 \alpha \gamma}{P_1} + \frac{T_1}{\tau} - \frac{T_{1k1}}{\tau} + \frac{g P_1 W_1 (-1 + \gamma) h' [x]}{T_1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{2 S T_2 W_1 W_2 \alpha}{P_2} \left(1 - \frac{S T_2 W_2^2 \alpha}{P_2^2}\right) + \frac{2 S T_2 W_2 W_3 \alpha}{P_2} \left(1 - \frac{S T_2 W_2^2 \alpha}{P_2^2}\right) + \frac{W_2}{\tau} - \frac{W_{2k1}}{\tau} + \frac{S T_2 W_2 \beta \text{Abs}[W_2]}{P_2} + \frac{g P_2 h' [x]}{S T_2 \alpha} \\ - \frac{S T_2 W_1 \alpha}{2 \Delta} + \frac{S T_2 W_3 \alpha}{2 \Delta} + \frac{P_2}{\tau} - \frac{P_{2k1}}{\tau} \\ \frac{4 K T_2 (T_2 - T_{gr}) (-1 + \gamma)}{\text{Diam } P_2} - \frac{S T_2^2 W_1 \alpha (-1 + \gamma)}{P_2} + \frac{S T_1 T_2 W_2 \alpha \gamma}{P_2} + \frac{S T_2^2 W_3 \alpha (-1 + \gamma)}{P_2} - \frac{S T_2 T_3 W_2 \alpha \gamma}{P_2} + \frac{T_2}{\tau} - \frac{T_{2k1}}{\tau} + \frac{g P_2 W_2 (-1 + \gamma) h' [x]}{T_2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{2 S T_3 W_2 W_3 \alpha}{P_3} \left(1 - \frac{S T_3 W_3^2 \alpha}{P_3^2}\right) + \frac{2 S T_3 W_3 W_4 \alpha}{P_3} \left(1 - \frac{S T_3 W_3^2 \alpha}{P_3^2}\right) + \frac{W_3}{\tau} - \frac{W_{3k1}}{\tau} + \frac{S T_3 W_3 \beta \text{Abs}[W_3]}{P_3} + \frac{g P_3 h' [x]}{S T_3 \alpha} \\ - \frac{S T_3 W_2 \alpha}{2 \Delta} + \frac{S T_3 W_4 \alpha}{2 \Delta} + \frac{P_3}{\tau} - \frac{P_{3k1}}{\tau} \\ \frac{4 K T_3 (T_3 - T_{gr}) (-1 + \gamma)}{\text{Diam } P_3} - \frac{S T_3^2 W_2 \alpha (-1 + \gamma)}{P_3} + \frac{S T_2 T_3 W_3 \alpha \gamma}{P_3} + \frac{S T_3^2 W_4 \alpha (-1 + \gamma)}{P_3} - \frac{S T_3 T_4 W_3 \alpha \gamma}{P_3} + \frac{T_3}{\tau} - \frac{T_{3k1}}{\tau} + \frac{g P_3 W_3 (-1 + \gamma) h' [x]}{T_3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{2 S T_4 W_3 W_4 \alpha}{P_4} \left(1 - \frac{S T_4 W_4^2 \alpha}{P_4^2}\right) + \frac{2 S T_4 W_4 W_5 \alpha}{P_4} \left(1 - \frac{S T_4 W_4^2 \alpha}{P_4^2}\right) + \frac{W_4}{\tau} - \frac{W_{4k1}}{\tau} + \frac{S T_4 W_4 \beta \text{Abs}[W_4]}{P_4} + \frac{g P_4 h' [x]}{S T_4 \alpha} \\ - \frac{S T_4 W_3 \alpha}{2 \Delta} + \frac{S T_4 W_5 \alpha}{2 \Delta} + \frac{P_4}{\tau} - \frac{P_{4k1}}{\tau} \\ \frac{4 K T_4 (T_4 - T_{gr}) (-1 + \gamma)}{\text{Diam } P_4} - \frac{S T_4^2 W_3 \alpha (-1 + \gamma)}{P_4} + \frac{S T_3 T_4 W_4 \alpha \gamma}{P_4} + \frac{S T_4^2 W_5 \alpha (-1 + \gamma)}{P_4} - \frac{S T_4 T_5 W_4 \alpha \gamma}{P_4} + \frac{T_4}{\tau} - \frac{T_{4k1}}{\tau} + \frac{g P_4 W_4 (-1 + \gamma) h' [x]}{T_4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{2 S T_5 W_4 W_5 \alpha}{P_5} \left(1 - \frac{S T_5 W_5^2 \alpha}{P_5^2}\right) + \frac{2 S T_5 W_5^2 \alpha}{P_5} \left(1 - \frac{S T_5 W_5^2 \alpha}{P_5^2}\right) + \frac{W_5}{\tau} - \frac{W_{5k1}}{\tau} + \frac{S T_5 W_5 \beta \text{Abs}[W_5]}{P_5} + \frac{g P_5 h' [x]}{S T_5 \alpha} \\ - \frac{S T_5 W_4 \alpha}{\Delta} + \frac{S T_5 W_5 \alpha}{\Delta} + \frac{P_5}{\tau} - \frac{P_{5k1}}{\tau} \\ \frac{4 K T_5 (T_5 - T_{gr}) (-1 + \gamma)}{\text{Diam } P_5} - \frac{S T_5^2 W_4 \alpha (-1 + \gamma)}{P_5} + \frac{S T_4 T_5 W_5 \alpha \gamma}{P_5} + \frac{S T_5^2 W_5 \alpha (-1 + \gamma)}{P_5} - \frac{S T_5^2 W_5 \alpha \gamma}{P_5} + \frac{T_5}{\tau} - \frac{T_{5k1}}{\tau} + \frac{g P_5 W_5 (-1 + \gamma) h' [x]}{T_5} \end{pmatrix}$$

```

(*создаем матрицу (n+1)x(n+1) (если n=5 => размер 6x6)*)
mass = Array[mas, {n + 1, n + 1}, {0, 0}]; (*массив производных невязок*)
For[i = 0, i ≤ n, i++,
  For[j = 0, j ≤ n, j++,
    {
      (*каждый элемент созданной матрицы производных mass расширим
        матрицей mxm (3x3 - по числу параметров (W,P,T)), и заполним все матрицы нулями*)
      mas[i, j] = ConstantArray[0, {m, m}]; (*обнулим все*)
    }
  ]
]
Abs'[W_] := Abs[W] / W

```

```

For[i = 0, i ≤ n, i++,
  For[j = 0, j ≤ n, j++,
    {
      (* WPTmas[[i+1]] - вектор-строка параметров: (Wik, Pik, Tik)*
      (* ψmas[[i+1]] - невязка ψik в точке (Wik, Pik, Tik)*
      (* D[ψmas[[i+1]], WPTmas[[j+1, 1]]] - производная невязки ψik по параметру Wjk - возвращает вектор-
        столбец mx1 (3x1)  $\left( \frac{\partial \psi_{i,1}^k}{\partial W_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,2}^k}{\partial W_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,3}^k}{\partial W_j^k} \right)^T$  *)
      (* D[ψmas[[i+1]], WPTmas[[j+1, 2]]] - производная невязки ψik по параметру Pjk - возвращает вектор-
        столбец mx1 (3x1)  $\left( \frac{\partial \psi_{i,1}^k}{\partial P_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,2}^k}{\partial P_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,3}^k}{\partial P_j^k} \right)^T$  *)
      (* D[ψmas[[i+1]], WPTmas[[j+1, 3]]] - производная невязки ψik по параметру Tjk - возвращает вектор-
        столбец mx1 (3x1)  $\left( \frac{\partial \psi_{i,1}^k}{\partial T_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,2}^k}{\partial T_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,3}^k}{\partial T_j^k} \right)^T$  *)
      (* ArrayFlatten[{{m11, m12, m13}, {m21, m22, m23}}] - mij -
        матрицы. Функция составляет из переданных ей матриц новую следующим образом:
           $\begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \end{pmatrix}$  *)
      (* Составляем матрицу производных невязки в точке как  $\left( \frac{\partial \psi_{i,1}^k}{\partial W_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,2}^k}{\partial P_j^k}, \frac{\partial \psi_{i,3}^k}{\partial T_j^k} \right)^T$  *)
      mas[i, j] = ArrayFlatten[{{D[ψmas[[i + 1]], WPTmas[[j + 1, 1]]],
        D[ψmas[[i + 1]], WPTmas[[j + 1, 2]]],
        D[ψmas[[i + 1]], WPTmas[[j + 1, 3]]]}}];
    }
  ]
];

```

```

startWorkTime = SessionTime[];

```

```

(*индекс временных слоев*)
k = 0;
(*----- k=0 -----*)
(*-----*)
(*----- Стационарный режим -----*)
(*-----*)
(*СТАЦИОНАРНЫЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ РЕЖИМ ТРАНСПОРТА ГАЗА ПО ЛИНЕЙНОМУ УЧАСТКУ ГАЗОТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ*)
(*Считается, что участок [0,L] разбит на n частей. Найти давление PrI и температуру ti в каждой
точке участка с координатой li, находящейся от начала участка на расстоянии  $li = \frac{l}{n} \cdot i$ ,
 $i = \overline{1, n}$  и построить графики давления PrI и температуры ti от li,  $i = \overline{0, n}$ , где  $l_0 = 0$ ,  $PR_0 = PH$ ,  $t_0 = tH$ ,  $n = 5$ .)
(*Алгоритм расчета стационарного режима транспорта газа*)
(*Расчет параметров газового потока Pl, tl при стационарном режиме транспорта газа в
точке участка с координатой l, находящейся на расстоянии l от начала участка, производится следующим образом.*)
(* 1. Вводим значения используемых величин и начальные данные*)
(*длина участка [км]*)
L = 112;
 $\Delta = \frac{L}{n}$ ;
(*внутренний диаметр участка газопровода [мм]*)
Diam = 1400;
(*толщина стенок трубы [мм]*)
 $\delta = 10$ ;
(*начало отрезка*)
l0 = 0;
(*давление и температура газа в начале участка [атм.], [°C]*)
PH = 84.6364456;
tH = 40;
(*коэффициент сжимаемости газа*)
zH = 0.9;
(*коммерческий расход [млн. куб. м в сутки]*)
q = 102.266;
(*температура грунта [°C]*)
trp = 10;
(*коэффициент теплопередачи от трубы к грунту [ккал/м. куб. ч. К]*)
K = 1.4;
(*коэффициент эффективности участка*)
Ef = 0.95;
(*поправочный коэффициент, учитывающий отклонение режима течения газа от квадратичного*)
 $\alpha_{coef} = 1$ ;
(*коэффициент, учитывающий влияние подкладных колец*)
 $\phi_{coef} = 1$ ;
(*удельная теплоемкость газа [ккал/кг*К]*)
Cp = 0.655952;
(*относительная плотность газа по воздуху*)
 $\Delta var = 0.604707$ ;
(*точность расчета*)
 $\epsilon = 10^{-6}$ ;
(*2. Находим наружный диаметр участка газопровода [мм]*)
DH = Diam + 2  $\delta$ ;

```

```

(*3. Значения давления и температуры в 1-ой точке участка вычисляются по следующему алгоритму:*)
(*3.1*)

$$\theta = \frac{62.6 * K * DH}{Cp * \Delta var * q * 10^6};$$

(*3.2 Переводим в систему единиц СИ:*)
(*(температура из градусов Цельсия в Кельвины)*)
Tgr = trp + 273.15;
TH = tH + 273.15;
(*массовый расход [кг/сек]*)
GSi = q * 13.94676 *  $\Delta var$ ;
(*площадь сечения [м2]*)

$$S = \frac{\pi \left( \frac{Diam}{1000} \right)^2}{4};$$

(*удельный массовый расход*)

$$WSi = \frac{GSi}{S};$$

(*массивы для вывода результатов (стационарный режим, система СИ, усеченная таблица в системе СИ)*)
masEndRez = {};
masEndRezSi = {};
masEndRezNS = {};
stat = {}; (*массив для передачи в нестационарный режим*)
For[i = 1, i ≤ n, i++,
{
(*расстояние от начала участка до точки этого участка с координатой l[км]*)
li = N[ $\Delta * i$ ];
zcp = zH;
rez = {}; (*массив для вывода промежуточных результатов*)
AppendTo[rez, {"Tl [K]", "tl [°C]", "Tcp [K]", "C", "P1 [атм.]", "Pcp[атм.]", "zcp", "P1Prev",
"C", "P1 [атм.]", "Abs[P1Prev-P1]"}];
(*3.3 Температура газа в данной точке участка газопровода находится по формуле:*)
(*температура газа Tl в точке участка с координатой l,
находящейся на расстоянии l от начала участка газопровода[K]*)
(*температура газа tl в точке участка с координатой l,
находящейся на расстоянии l от начала участка [°C]*)

$$Tl = Tgr + (TH - Tgr) E^{-\theta li};$$


$$tl = Tl - 273.15;$$

(*3.4 Далее определяем среднюю температуру газа на участке[0,l]:*)
(*средняя температура транспортируемого газа по длине участка[K]*)

$$Tcp = Tgr + (TH - Tgr) * \frac{1 - e^{-\theta li}}{\theta li};$$

(*3.5*)

$$c = \frac{\Delta var * li * Tcp * zcp}{\alpha coef^2 * \phi coef^2 * (1.64 * 10^{-6})^2 * Diam^{5.2} * Ef^2};$$


```

```

(*3.6 Значение давления находится из формулы*)
(*давление P1 в точке участка с координатой l, находящейся на расстоянии l от начала участка [атм.]*)
P1 =  $\sqrt{PH^2 - c * Abs[q] * q}$ ;
P1Prev = P1 + 100; (*для входа в цикл*)
kf = 0; (*для заполнения первой строки таблицы*)
While[Abs[P1Prev - P1] ≥ ε,
  (*3.7 Находим среднее значение давления газа на участке[0,l]:*)
  Pcp =  $\frac{2}{3} \left( PH + \frac{P1^2}{PH + P1} \right)$ ;
  (*3.8 Средний коэффициент сжимаемости газа по длине участка[0,l]:*)
  zcp = 1 - ((Pcp - 6) (0.345 * 10-2 * Δvar - 0.446 * 10-3) + 0.015) (1.3 - 0.0144 (Tcp - 282.8));

  (*3.9*)
  P1Prev = P1;
(*3.10*)
  c =  $\frac{\Delta var * li * Tcp * zcp}{acoef^2 * \phi coef^2 * (1.64 * 10^{-6})^2 * Diam^{5.2} * Ef^2}$ ;
(*3.11*)
  P1 =  $\sqrt{PH^2 - c * Abs[q] * q}$ ;
  If[kf == 0, AppendTo[rez, {NumberForm[Tl, {6, 3}], NumberForm[t1, {6, 4}], NumberForm[Tcp, {6, 3}],
    NumberForm[c, {7, 6}], NumberForm[P1, {6, 4}], NumberForm[Pcp, {6, 4}], NumberForm[zcp, {7, 6}],
    NumberForm[P1Prev, {6, 4}], NumberForm[c, {7, 6}], NumberForm[P1, {6, 4}], Abs[P1Prev - P1]}],
    AppendTo[rez, {"", "", "", "", "", NumberForm[Pcp, {6, 4}], NumberForm[zcp, {7, 6}],
      NumberForm[P1Prev, {6, 4}], NumberForm[c, {7, 6}], NumberForm[P1, {6, 4}], Abs[P1Prev - P1]}]];
  kf++;
  (*3.12 Если Abs[P1Prev-P1]<ε,то P1 найдено,в противном случае переходим к пункту 3.7*)
  (*3.13 Вывод t1, P1, Tcp, zcp*)
]; (*While*)
(*печать результатов итерационного процесса*)
(*Print["Результаты в точке №",i," на расстоянии " ,li," км от начала участка:"];*)

AppendTo[masEndRez, {li, GSi, P1, t1}];
AppendTo[masEndRezSi, {1000 * li, GSi, WSi, NumberForm[98066.5 * (P1), 9], Tl}];
AppendTo[masEndRezNS, {1000 * li, WSi, NumberForm[98066.5 * (P1), 9], Tl}];
AppendTo[stat, {WSi, 98066.5 * (P1), Tl}];

(*Print[Grid[rez,Frame→ All,Background→ {None,{1→ LightGray}},Spacings→ {1,1}]]];*)
}]; (*For*)

```

```

Print[Style["Стационарный режим:", 18, FontWeight → Bold]];
Grid[masEndRez, Frame -> All, Dividers -> {True, 2 -> False}, Background -> {None, {LightGray, LightGray}},
  Spacings -> {1, 1}]
Print[Style["Перевод в систему СИ:", 18, FontWeight → Bold]];
Grid[masEndRezSi, Frame -> All, Dividers -> {True, 2 -> False}, Background -> {None, {LightGray, LightGray}},
  Spacings -> {1, 1}]
Print[Style["Входные данные для моделирования нестационарного режима:", 18, FontWeight → Bold]];
Grid[masEndRezNS, Frame -> All, Dividers -> {True, 2 -> False}, Background -> {None, {LightGray, LightGray}},
  Spacings -> {1, 1}]

tempoMasStat = stat;
Do[{tempoMasStat[[i, 1]] = tempoMasStat[[i, 1]] *  $\frac{S}{13.94676 * \Delta var}$ ,
  tempoMasStat[[i, 2]] = tempoMasStat[[i, 2]] / 98066.5,
  tempoMasStat[[i, 3]] = tempoMasStat[[i, 3]] - 273.15}, {i, 1, n + 1}];
qPlotMas = {};
PplotMas = {};
TplotMas = {};
Do[{AppendTo[qPlotMas, tempoMasStat[[i, 1]]], AppendTo[PplotMas, tempoMasStat[[i, 2]]],
  AppendTo[TplotMas, tempoMasStat[[i, 3]]]}, {i, 1, n + 1}];
Print[
  ListLinePlot[qPlotMas, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"x", "q [млн.куб.м в сутки]"}];
Print[
  ListLinePlot[PplotMas, PlotRange -> All, AxesLabel -> {"x", "P [атм]"}];
Print[
  ListLinePlot[TplotMas, PlotRange -> {30, 40} (*PlotRange->All*), AxesLabel -> {"x", "t [°C]"}];

(*clear all unnecessary lists*)
Clear[masEndRez, masEndRezSi, masEndRezNS, rez, qPlotMas, PplotMas, TplotMas];

(*-----*)
(*-----*)
(*-----*)

(*длина участка [м]*)
L = L * 1000; (*длина участка*)
l0 = 0; (*начало отрезка*)
 $\Delta = \frac{L - l_0}{n}$ ; (*step= $\frac{L}{n}$  - шаг по иксу*)

(*внутренний диаметр участка газопровода [м]*)
Diam = 1400 / 1000;
(*площадь поперечного сечения трубы [м²]*)
 $S = \frac{\text{Pi (Diam)}^2}{4}$ ;

(*удельная теплоемкость газа [ккал/кг*К]*)
Cp = 0.655952 * 4186.8;
(*Ускорение свободного падения*)
g = 9.80665;
(*относительная плотность газа по воздуху*)
 $\Delta var = 0.604707$ ;
(*универсальная газовая постоянная*)
 $R = \frac{287}{\Delta var * g}$ ;
(*коэффициент эффективности участка*)
Ef = 0.95;

```

```


$$\lambda = \frac{0.03817}{(\text{Diam} * 1000)^{0.2} * E_f^2};$$

h[x_] := 1.; (*глубина залегания трубы*)
(*коэффициент сжимаемости газа*)
z = zcp;

$$\alpha = \frac{z \, g \, R}{S};$$


$$\beta = \frac{\lambda \, \alpha}{2 \, \text{Diam}};$$


$$\gamma = 1. / \left( 1. - \frac{z \, g \, R}{C_p} \right);$$

Tgr = 10. + 273.15; (*температура грунта[K]*)
K = 1.4 * 1.163; (*коэффициент теплопередачи от трубы к грунту[ккал/м.куб.ч.К]*)
 $\tau = 5 * 60;$  (*шаг по времени - 5 мин*)
time = 12. * 60. * 60.; (*общее время моделирования - 12 часов*)
timelayersNumber =  $\frac{\text{time}}{\tau};$ 
 $\epsilon = 10^{-6};$  (*точность расчета*)

(* берем стационарное распределение и корректируем согласно граничным условиям *)
(*граничные условия*)
(*лучше задавать на одной границе давление и температуру, на другой - массовый расход*)
Pfirst = 84.6364456; (*[ати.]*)
PSiFirst = 98066.5 * (Pfirst); (*ати → Па*)
Tfirst = 40.; (*[°C]*)
TSiFirst = Tfirst + 273.15; (*(температура из градусов Цельсия в Кельвины)*)
Glast = 112.266; (*[млн.куб.м в сутки]*)
WSiLast =  $\frac{\text{Glast} * 13.94676 * \Delta \text{var}}{S};$  (*удельный массовый расход*)

result = Array[res, {n + 1, m}]; (*Матрица поправок к неизвестным (n+1)хm (6х3)*)
grafSiList = {};
(* общее число итераций *)
iterationCount = 0;
AppendTo[grafSiList, Table[{{stat[[i, 1]] *  $\frac{S}{13.94676 * \Delta \text{var}}$ ,
stat[[i, 2]] / 98066.5,
stat[[i, 3]] - 273.15}, {i, 1, n + 1}}];
fixStat = stat;
k = 1;

```

```

While [k ≤ timeLayersNumber,
{

    prevLayerResult = fixStat;

    s = 0; (*Индекс итераций внутри временного слоя*)
    ψi = {ε * 10 000};
    While [Max[Abs[ψi]] > ε,
    {
        zψCoef = {};
        If [s = 0,
        {
            (* заменяем нужные значения соответствующими установленными
            граничными *)
            fixStat[[1, 2]] = PSiFirst;
            fixStat[[1, 3]] = TSifirst;

            If [k < 40,
            {
                fixStat[[n + 1, 1]] =  $\frac{102.266 * 13.94676 * \Delta var}{S}$ ;
            },
            {
                fixStat[[n + 1, 1]] =  $\frac{112.266 * 13.94676 * \Delta var}{S}$ ;
                (*92.266*)
            }
        ]
    }
    ],

},
{
    (*производные*)
    dFdx = Array[dF, {n + 1, n + 1}, {0, 0}];
    For[i = 0, i ≤ n, i++,
    For[j = 0, j ≤ n, j++,
    {
        dF[i, j] = ConstantArray[0, {m, m}];
    }
    ]
    ];
    For[i = 0, i ≤ n, i++,
    For[j = 0, j ≤ n, j++,
    {
        Which[i = 0,
        {

```

```

dF[i, j] = mas[i, j] /. {
  (*точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации*)
  (*нулевая точка*)
  WPTmas[[1, 1]] → fixStat[[1, 1]], (*W0k, s-1*)
  WPTmas[[1, 2]] → fixStat[[1, 2]], (*P0k, s-1*)
  WPTmas[[1, 3]] → fixStat[[1, 3]], (*T0k, s-1*)
  (*первая точка*)
  WPTmas[[2, 1]] → fixStat[[2, 1]], (*W1k, s-1*)
  WPTmas[[2, 2]] → fixStat[[2, 2]], (*P1k, s-1*)
  WPTmas[[2, 3]] → fixStat[[2, 3]] (*T1k, s-1*)
};
},
i = n,
{
  dF[i, j] = mas[i, j] /. {
    (*точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации*)
    (*предпоследняя точка*)
    WPTmas[[n, 1]] → fixStat[[n, 1]], (*Wn-1k, s-1*)
    WPTmas[[n, 2]] → fixStat[[n, 2]], (*Pn-1k, s-1*)
    WPTmas[[n, 3]] → fixStat[[n, 3]], (*Tn-1k, s-1*)
    (*последняя точка*)
    WPTmas[[n + 1, 1]] → fixStat[[n + 1, 1]], (*Wnk, s-1*)
    WPTmas[[n + 1, 2]] → fixStat[[n + 1, 2]], (*Pnk, s-1*)
    WPTmas[[n + 1, 3]] → fixStat[[n + 1, 3]] (*Tnk, s-1*)
  };
},
0 < i < n,
{
  dF[i, j] = mas[i, j] /. {
    (*точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации*)
    (*i-1 точка*)
    WPTmas[[i, 1]] → fixStat[[i, 1]], (*Wi-1k, s-1*)
    WPTmas[[i, 2]] → fixStat[[i, 2]], (*Pi-1k, s-1*)
    WPTmas[[i, 3]] → fixStat[[i, 3]], (*Ti-1k, s-1*)
    (*i точка*)
    WPTmas[[i + 1, 1]] → fixStat[[i + 1, 1]], (*Wik, s-1*)
    WPTmas[[i + 1, 2]] → fixStat[[i + 1, 2]], (*Pik, s-1*)
    WPTmas[[i + 1, 3]] → fixStat[[i + 1, 3]], (*Tik, s-1*)
    (*i+1 точка*)
    WPTmas[[i + 2, 1]] → fixStat[[i + 2, 1]], (*Wi+1k, s-1*)
    WPTmas[[i + 2, 2]] → fixStat[[i + 2, 2]], (*Pi+1k, s-1*)
    WPTmas[[i + 2, 3]] → fixStat[[i + 2, 3]] (*Ti+1k, s-1*)
  };
}
}

```

```

]] (*Which*)
]] (*For[j]*)
]; (*For[i]*)
(*Print["Матрица производных"];
Print[dFdx//MatrixForm];*)
(*корректируем полученные матрицы, чтобы получить уравнения
 $\delta P_0^{k,s} = 0,$ 
 $\delta T_0^{k,s} = 0,$ 
 $\delta W_n^{k,s} = 0$ 
*)
(*Print["Корректируем полученные матрицы с учетом граничных условий"];*)
M =  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$ 
M[[1]] = dF[0, 0][[1]];
dFdx[[1, 1]] = M;
M =  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$ 
M[[2]] = dF[n, n][[2]];
M[[3]] = dF[n, n][[3]];
dFdx[[n + 1, n + 1]] = M;

For[i = 1, i ≤ n, i++, {
  M =  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ 
  M[[1]] = dF[0, i][[1]];
  dFdx[[1, i + 1]] = M;
}] ×
For[i = 0, i ≤ n - 1, i++, {
  M =  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$ 
  M[[2]] = dF[n, i][[2]];
  M[[3]] = dF[n, i][[3]];
  dFdx[[n + 1, i + 1]] = M;
}];

(*Print["Уравнения для нахождения новых значений параметров:"];*)
equations = {};
For[i = 1, i ≤ n + 1, ++i, {
  For[j = 1, j ≤ 3, j++, {
    AppendTo[equations, Thread[Sum[dFdx[[i, 1]].δWPTmas[[1]], {1, 1, n + 1}][[j]] ==
      ψi[[i]][[j]]]];
  }];
}];

```

```

(*for Solve - формируем систему уравнений в нужном виде*)
equa = equations[[1, 1]];
Do[equa = And[equa, equations[[i, 1]]], {i, 2, Length[equations]}];
list = {};
For[i = 1, i <= Length[WPTmas], i++,
  For[j = 1, j <= 3, j++, {
    AppendTo[list,  $\delta$ WPTmas[[i, j]]];
  }]];
solution = Solve[equa, list];
index = 1;

For[i = 1, i <= n + 1, i++,
  For[j = 1, j <= m, j++,
    {
      result[[i, j]] = solution[[1, index, 2]];
      index++;
    }
  ]];

(*Рассчитываем новые значения параметров*)
For[i = 1, i <= n + 1, i++,
  For[j = 1, j <= m, j++,
    {
      fixStat[[i, j]] -= result[[i, j]];
      index++;
    }
  ]];
(*Print["Полученные значения параметров на данной итерации"];
Print[fixStat//MatrixForm];*)
}(*else (if(s!=0))*)
]; (*if (s=0)*)

(*берем данные с предыдущей итерации текущего временного слоя и с предыдущего
временного слоя*)
(*невязухи*)
 $\psi$ i = {};

```

```

For [i = 0, i ≤ n, i++,
{
  Which [i = 0,
  {
    AppendTo [ψi, ψmas[[i + 1]] /. {
      (*точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации*)
      (*нулевая точка*)
      WPTmas[[1, 1]] → fixStat[[1, 1]], (*W0k, s-1*)
      WPTmas[[1, 2]] → fixStat[[1, 2]], (*P0k, s-1*)
      WPTmas[[1, 3]] → fixStat[[1, 3]], (*T0k, s-1*)
      (*первая точка*)
      WPTmas[[2, 1]] → fixStat[[2, 1]], (*W1k, s-1*)
      WPTmas[[2, 2]] → fixStat[[2, 2]], (*P1k, s-1*)
      WPTmas[[2, 3]] → fixStat[[2, 3]], (*T1k, s-1*)

      (*нулевая точка с предыдущего временного слоя*)
      φ[{W0k1, P0k1, T0k1}][[1, 1]] → prevLayerResult[[1, 1]], (*W0k-1, s-1*)
      φ[{W0k1, P0k1, T0k1}][[2, 1]] → prevLayerResult[[1, 2]], (*P0k-1, s-1*)
      φ[{W0k1, P0k1, T0k1}][[3, 1]] → prevLayerResult[[1, 3]] (*T0k-1, s-1*)
    ]];
  },
  0 < i < n,
  {
    AppendTo [ψi, ψmas[[i + 1]] /. {
      (*точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации*)
      (* (i-1) точка*)
      WPTmas[[i, 1]] → fixStat[[i, 1]], (*Wi-1k, s-1*)
      WPTmas[[i, 2]] → fixStat[[i, 2]], (*Pi-1k, s-1*)
      WPTmas[[i, 3]] → fixStat[[i, 3]], (*Ti-1k, s-1*)
      (*i точка*)
      WPTmas[[i + 1, 1]] → fixStat[[i + 1, 1]], (*Wik, s-1*)
      WPTmas[[i + 1, 2]] → fixStat[[i + 1, 2]], (*Pik, s-1*)
      WPTmas[[i + 1, 3]] → fixStat[[i + 1, 3]], (*Tik, s-1*)
      (* (i+1) точка*)
      WPTmas[[i + 2, 1]] → fixStat[[i + 2, 1]], (*Wi+1k, s-1*)
      WPTmas[[i + 2, 2]] → fixStat[[i + 2, 2]], (*Pi+1k, s-1*)
      WPTmas[[i + 2, 3]] → fixStat[[i + 2, 3]], (*Ti+1k, s-1*)
      (*i-я точка с предыдущего временного слоя*)
      φ[{Wik1, Pik1, Tik1}][[1, 1]] → prevLayerResult[[i + 1, 1]], (*Wik-1, s-1*)
      φ[{Wik1, Pik1, Tik1}][[2, 1]] → prevLayerResult[[i + 1, 2]], (*Pik-1, s-1*)
      φ[{Wik1, Pik1, Tik1}][[3, 1]] → prevLayerResult[[i + 1, 3]] (*Tik-1, s-1*)
    ]];
  },

```

```

i = n,
{
  AppendTo[psi, ptmas[[i + 1]] /. {
    (*точки с текущего временного слоя с предыдущей итерации*)
    (*предпоследняя точка*)
    WPTmas[[n, 1]] -> fixStat[[n, 1]], (*Wn-1k, s-1*)
    WPTmas[[n, 2]] -> fixStat[[n, 2]], (*Pn-1k, s-1*)
    WPTmas[[n, 3]] -> fixStat[[n, 3]], (*Tn-1k, s-1*)
    (*последняя точка*)
    WPTmas[[n + 1, 1]] -> fixStat[[n + 1, 1]], (*Wnk, s-1*)
    WPTmas[[n + 1, 2]] -> fixStat[[n + 1, 2]], (*Pnk, s-1*)
    WPTmas[[n + 1, 3]] -> fixStat[[n + 1, 3]], (*Tnk, s-1*)
    (*последняя точка с предыдущего временного слоя*)
    phi[{Wnk1, Pnk1, Tnk1}][[1, 1]] -> prevLayerResult[[n + 1, 1]], (*Wnk-1, s-1*)
    phi[{Wnk1, Pnk1, Tnk1}][[2, 1]] -> prevLayerResult[[n + 1, 2]], (*Pnk-1, s-1*)
    phi[{Wnk1, Pnk1, Tnk1}][[3, 1]] -> prevLayerResult[[n + 1, 3]] (*Tnk-1, s-1*)
  }];
}
];

}];

(*Print["Вектор невязок:"];*)
psi[[1, 2]] = {0};
psi[[1, 3]] = {0};
psi[[n + 1, 1]] = {0};

s++;
}];

--
iterationCount += s - 1;
Print["На данном временном слое (k = ", k, ") получим:"];
Print["Количество итераций s=: ", s - 1];
tempoMas = fixStat;
Do[{tempoMas[[i, 1]] = tempoMas[[i, 1]] *  $\frac{s}{13.94676 * \Delta var}$ ,
  tempoMas[[i, 2]] = tempoMas[[i, 2]] / 98066.5,
  tempoMas[[i, 3]] = tempoMas[[i, 3]] - 273.15}, {i, 1, n + 1}];
Print["В системе единиц стационарного режима"];
Print[NumberForm[tempoMas // MatrixForm, 9]];
AppendTo[grafSiList, tempoMas];
Print[fixStat // MatrixForm];
k++;
}]; While[k]
totalWorkTime = SessionTime[] - startWorkTime;

```

```

Print["Время, затраченное на все расчеты и вывод результатов: без графиков ",
      totalWorkTime, " сек = ", N[totalWorkTime/60], " мин."];

Print["(*----- Графики -----*)"];
For[j = 1, j ≤ n + 1, j++,
  {
    qPlotMas = {};
    pPlotMas = {};
    tPlotMas = {};
    Do[{AppendTo[qPlotMas, grafSiList[[i, j, 1]]],
        AppendTo[pPlotMas, grafSiList[[i, j, 2]]], AppendTo[tPlotMas, grafSiList[[i, j, 3]]],
        {i, 1, timeLayersNumber}}];
    Print["(*----- Результаты в ", j - 1,
          " точке разбиения -----*)"];
    Print[
      ListLinePlot[qPlotMas, PlotRange → {All, All},
        AxesLabel → {"k", "q [млн.куб.м в сутки]", PlotStyle → Thick}];
    Print[
      ListLinePlot[pPlotMas, PlotRange → All, AxesLabel → {"k", "p [атм]"},
        PlotStyle → Thick];
    Print[
      ListLinePlot[tPlotMas, PlotRange → All, AxesLabel → {"k", "t [°C]"},
        PlotStyle → Thick];
  }];

Plot3D[grafSiList[[Round[t], Round[x], 1]], {x, 1, n}, {t, 1, timeLayersNumber},
  AxesLabel → {"x, точка разбития", "t, часовий шар", "q [млн.куб.м на добу]"},
  PlotStyle → {Transparent}]
Plot3D[grafSiList[[Round[t], Round[x], 2]], {x, 1, n}, {t, 1, timeLayersNumber},
  AxesLabel → {"x, точка разбития", "t, часовий шар", "p [атм]"},
  PlotStyle → {Transparent}]
Plot3D[grafSiList[[Round[t], Round[x], 3]], {x, 1, n}, {t, 1, timeLayersNumber},
  AxesLabel → {"x, точка разбития", "t, часовий шар", "T [°C]"},
  PlotStyle → {Transparent}]

totalWorkTime = SessionTime[] - startWorkTime;

Print["Общее время, затраченное на все расчеты и вывод результатов: ",
      totalWorkTime, " сек = ", N[totalWorkTime/60], " мин."];

```

ВІДОМІСТЬ АТЕСТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Позначення	Найменування	Дод. відомості
	Текстові документи	
1	Пояснювальна записка	88 с.
2	Презентаційний матеріал	25 с.
	Інші документи	
3	Роздруківки програм	15 с.
4	Рецензія	1 с.
5	Відгук керівника	1 с.

					Застосування модифікованого методу Ньютона при комп'ютерному моделюванні нестационарних режимів по ділянці трубопроводу			
Змін	Арк.	Номер докум.	Підп.	Дата				
Розроб.		Глуценко Б.С			(Тема роботи) Відомість атестаційної роботи		Аркуш	Аркушів
Перевір.		Гусарова І.Г.						
Н. контр.		Сидоров М.В.				ХНУРЕ Кафедра ПМ		
Затв.		Гевяшев А.Д.						