

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ОСЕВОГО ДИПОЛЬНОГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА

В практике измерения магнитных моментов источников внешнего магнитного поля (ВМП) широкое распространение получили индукционные методы, которые делятся на интегральные и точечные [1].

Применение интегральных методов связано с использованием в качестве первичных преобразователей магнитного поля в электрический сигнал контурных измерительных обмоток, охватывающих измеряемый источник ВМП [2]. Применение измерительных систем с контурными обмотками ограничено в виде стационарных магнитометрических стендов из-за их значительного рабочего объема. Кроме того при фиксированных размерах контурных обмоток точность измерения магнитных моментов падает с увеличением габаритных размеров испытуемых источников ВМП. Поэтому для обеспечения требуемой точности измерений магнитных параметров источников поля необходимо иметь набор контурных обмоток. Применение точечных магнитометрических методов, использующих в качестве первичных преобразователей катушки с ферромагнитными сердечниками или без них, позволяет существенно упростить конструкцию измерительной системы. При расположении точечных индукционных датчиков вблизи измеряемого источника усложняется выделение из его сложной структуры магнитного поля дипольной составляющей, пропорциональной дипольному магнитному моменту источника поля. Вследствие этого имеет место большая методическая погрешность измерения дипольного момента, которая зависит от используемого магнитометрического метода и характеристик измеряемого источника ВМП.

В соответствии с мультипольной концепцией источника магнитного поля [3], основанной на теории геомагнетизма Гаусса, математическая модель магнитного поля любого источника для области внешнего пространства представляется полем эквивалентного эксцентричного точечного источника в виде потенциального ряда, постоянные коэффициенты которого равны мультипольным магнитным моментам – диполью, квадруполью, октуполью и т.д., расположенным в центре принятой системы координат, связанной с источником поля. Эта концепция источника магнитного поля позволяет применить метод гармонического спектрального анализа ВМП с его высокой информативностью. Развитие мультипольной концепции источника поля привело к необходимости создания точечных магнитометрических методов и измерительных устройств для пространственного гармонического анализа магнитного поля источника.

Принципы построения магнитоизмерительных устройств для сферического гармонического анализа ВМП технического объекта основаны на анализе магнитного поля математической модели мультипольного источника. Скалярный магнитный потенциал  $n$ -го мультиполя этой модели в сферической системе координат  $R, \varphi, \theta$  аналитически описывается уравнением вида

$$U_n = \frac{1}{4\pi R^{n+1}} \sum_{m=0}^n (g_{nm} \cos m\varphi + h_{nm} \sin \varphi) P_n^m(\cos \theta), \quad (1)$$

где  $g_{nm}, h_{nm}$  – постоянные коэффициенты;  $m$  – порядковый номер элементарного мультиполя  $n$ -го порядка;  $P_n^m(\cos \theta)$  – присоединенные функции Лежандра первого рода.

Коэффициенты дипольной составляющей магнитного поля (1)  $g_{10}$  и  $g_{11}, h_{11}$  равны соответственно осевому дипольному моменту зональной гармоник ( $n=1, m=0$ ), магнитное поле которой не зависит от угловой координаты  $\varphi$ , и компонентам радиального дипольного мо-

мента секториальной гармоники ( $n=1, m=1$ ), поле которой изменяется по закону  $\sin \varphi$  и  $\cos \varphi$ . Влияние магнитных характеристик источника поля на методическую погрешность измерения дипольных моментов обусловлено наличием недипольных составляющих ( $n \geq 2$ ) в измеряемом поле, которые создаются за счет эксцентricности эквивалентного дипольного магнитного момента относительно принятой системы координат.

Проведем сравнительный анализ методической погрешности одноточечного и двухточечного магнитометрических методов измерения осевого дипольного магнитного момента, которые реализуются соответственно одним и двумя датчиками, расположенными относительно измеряемого источника поля на окружности радиуса  $R$  в экваториальной плоскости ( $\theta = 90^0$ ).

Магнитные оси датчиков чувствительны к осевой компоненте напряженности магнитного поля, которая находится путем дифференцирования потенциала  $U_n(1)$  по координате  $\theta$  и описывается гармоническим рядом в виде суммы мультиполей :

$$H_\theta = -\frac{1}{4\pi R^{n+2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial U_n}{\partial \theta}. \quad (2)$$

Из (2) следует, что напряженность магнитного поля источника уменьшается с увеличением  $R$  тем быстрее, чем больше номер сферической гармоники  $n$ -го порядка. С практической точки зрения интерес представляют первые три гармоники ряда (2), напряженность магнитного поля которых уменьшается с расстоянием наиболее медленно. Поэтому реальное ВМП источника представим дипольно-квадрупольно-октупольной моделью ( $n=1, 2, 3$ ) и запишем для точек экваториальной плоскости гармонический ряд (2) в развернутом виде, ограничив его гармоникой  $n=3$ :

$$H_\theta(\theta = 90^0) = \frac{1}{4\pi R^3} g_{10} + \frac{3}{4\pi R^4} (g_{21} \cos \varphi + h_{21} \sin \varphi) + \frac{3}{4\pi R^5} \left[ -\frac{1}{2} g_{30} + 5(g_{32} \cos 2\varphi + h_{32} \sin 2\varphi) \right]. \quad (3)$$

Эта составляющая напряженности магнитного поля воздействует на датчик и наводит в его катушке электрический сигнал

$$E_z^{(1)} = \frac{1}{k_f} H_\theta(\theta = 90^0, \varphi = 0^0) = E_{z1}^{(1)} + E_{z2}^{(1)} + E_{z3}^{(1)}, \quad (4)$$

где  $k_f$ , мЭ/мВ-постоянная датчика;  $E_{z1}^{(1)}$  – полезный сигнал, создаваемый дипольной постоянной составляющей магнитного поля:  $E_{z1}^{(1)} = \frac{1}{k_f R^3} g_{10}$ ;  $E_{z2}^{(1)}, E_{z3}^{(1)}$  – сигналы помех, создаваемые соответственно квадрупольной и октупольной составляющими магнитного поля:

сигнал помехи гармоники,  $n=2$ :

$$E_{z2}^{(1)} = \frac{3}{k_f R^4} g_{21};$$

сигнал помехи гармоники,  $n=3$ :

$$E_{z3}^{(1)} = \frac{3}{k_f R^5} \left( -\frac{1}{2} g_{30} + 5g_{32} \right).$$

По результатам измерения датчиком электрического сигнала  $E_z^{(1)}$  (4) определяем осевой дипольный магнитный момент

$$g_{10} = M_z = E_z^{(1)} k_f R^3$$

с погрешностью, вносимой помехонесущими гармониками высшего порядка ( $n \geq 2$ ).

Оценим методическую погрешность одноточечного магнитометрического метода измерения осевого дипольного момента, смещенного по координате  $x_0$  относительно центра измерительной системы координат. Точное значение напряженности магнитного поля такого источника, которое воздействует на чувствительную ось датчика, равно:

$$H'_\theta(\theta = 90^\circ, \varphi = 0^\circ) = \frac{M_z}{4\pi(R - x_0)^3}. \quad (5)$$

Тогда результирующий сигнал помехи, равный абсолютной погрешности, определяется выражением

$$\begin{aligned} \Delta E_z &= \frac{1}{k_f} H'_\theta(\theta = 90^\circ, \varphi = 0^\circ) - E_{z1}^{(1)} = \\ &= \frac{M_z}{k_f R^3} \left[ \frac{1}{(1 - x_0/R)^3} - 1 \right], \end{aligned}$$

а методическая погрешность одноточечного метода вычисляется соответственно по формуле:

$$\delta_z^{(1)} = \frac{\Delta E_z}{E_{z1}^{(1)}} 100\% = \left[ \left( 1 - \frac{k_x}{R/L} \right)^{-3} - 1 \right] 100\%, \quad (6)$$

где  $k_x = \frac{x_0}{L} \leq 1/2$  – коэффициент эксцентricности осевого диполя;  $L$  – габаритный размер источника поля по координатному направлению  $X$ .

Расчеты по формуле (6) показывают, что методическая погрешность одноточечного метода измерения осевого дипольного момента изменяется с расстоянием, связанным с габаритным размером измеряемого источника магнитного поля, по зависимости  $\delta_z^{(1)} = f(R/L)$  и на расстоянии ста габаритных размеров источника поля при  $k_x = 1/2$  составляет 1,5%. Реально осуществить измерения на таких расстояниях весьма проблематично, поскольку внешняя электромагнитная помеха может значительно превышать полезный сигнал. По этой причине одноточечный метод не нашел применения в практике измерения дипольных моментов источников поля.

Основной вклад в методическую погрешность одноточечного метода вносит, как показали исследования, квадрупольная составляющая магнитного поля. Вес ее вычисляется с учетом значения коэффициента  $g_{21} = M_z x_0$  по формуле:

$$\varepsilon = \frac{E_{z2}^{(1)}}{\Delta E_7} = \frac{3k_x}{R/L} \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{k_x}{R/L}\right)^3} - 1 \right]^{-1}$$

и на расстоянии  $R=100L$  при  $k_x=1/2$  составляет 99%. Из этого следует, что повышение точности измерения осевого дипольного момента может быть достигнуто путем отстройки от помехи прежде всего квадрупольной составляющей магнитного поля.

Рассмотрим двухточечный метод, исключаящий эту помеху. В датчиках магнитоизмерительного устройства, которое реализует этот метод, наводится осевой составляющей напряженности магнитного поля гармонического ряда (3) электрический сигнал, равный

$$\begin{aligned} E_z^{(2)} &= \frac{1}{k_f} \left[ H_\theta(\theta = 90^\circ, \varphi = 0^\circ) + H_\theta(\theta = 90^\circ, \varphi = 180^\circ) \right] = \\ &= \frac{2g_{10}}{k_f R^3} + \frac{6}{k_f R^5} \left( -\frac{1}{2} g_{30} + 5g_{32} \right) = E_{z1}^{(2)} + E_{z3}^{(2)}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $E_{z1}^{(2)}$  – полезный сигнал, пропорциональный коэффициенту  $g_{10}$ ;  $E_{z3}^{(2)}$  – сигнал помехи, вносимый октупольной составляющей магнитного поля измеряемого источника поля.

Таким образом, в измеряемом электрическом сигнале  $E_z^{(2)}$ , как следует из (7), отсутствует помеха от квадрупольной составляющей поля. Это достигается за счет того, что в катушках датчиков, соединенных последовательно согласно, наводятся помехонесущими мультиполями четного порядка противофазные и равные по величине сигналы помех, компенсирующие друг друга. Поэтому согласно (7) осевой дипольный магнитный момент

$$g_{10} = M_z = 1/2 E_z^{(2)} k_f R^3$$

измеряется с погрешностью, вносимой в основном октупольной составляющей, поскольку ее напряженность поля убывает с расстоянием более медленно по сравнению с другими помехонесущими составляющими поля гармоник высшего порядка.

Выразим результирующий электрический сигнал  $E_z^{(2)}$  (7) через параметры полного значения осевой составляющей напряженности магнитного поля (5) эксцентричного диполя  $M_z$ :

$$\begin{aligned} E_z^{(2)} &= \frac{1}{k_f} \left[ H'_\theta(\theta = 90^\circ, \varphi = 0^\circ) + H'_\theta(\theta = 90^\circ, \varphi = 180^\circ) \right] = \\ &= \frac{2M_z R (R^2 + 3x_0^2)}{k_f (R^2 - x_0^2)^3}. \end{aligned}$$

Тогда для двухточечного магнитометрического метода погрешность измерения осевого дипольного магнитного момента, вносимая помехонесущими гармониками нечетного порядка, описывается уравнением:

$$\delta_z^{(2)} = \frac{E_z^{(2)} - E_{z1}^{(2)}}{E_{z1}^{(2)}} 100\% = \left[ \frac{1 + 3 \left( \frac{k_x}{R/L} \right)^2}{\left[ 1 - \left( \frac{k_x}{R/L} \right)^2 \right]^3} - 1 \right] 100\%. \quad (8)$$

Из результатов расчета мультипольной составляющей методической погрешности по формуле (8) следует, что на расстоянии не менее десяти габаритных размеров источника поля погрешность измерения при  $k_x = 1/2$  не превышает 1,5%.

Таким образом, методическая погрешность двухточечного магнитометрического метода меньше, как показали исследования, по сравнению с одноточечным методом на порядок.

### Выводы:

1. Одноточечный магнитометрический метод не может быть использован для измерения осевого дипольного момента источника магнитного поля из-за большой методической погрешности, вносимой в основном квадрупольной составляющей магнитного поля.

2. Погрешность двухточечного метода по меньшей мере на порядок меньше по сравнению с одноточечным методом, если измерения осевого дипольного магнитного момента производить двумя индукционными датчиками на расстоянии не менее десяти габаритных размеров испытуемого источника поля.

3. Двухточечный метод не позволяет приблизить датчики к измеряемому источнику поля на расстояние ближе шести его максимальных габаритных размеров из-за значительной погрешности ( $\delta_z^{(2)} \geq 4,2\%$ ), создаваемой октупольной составляющей магнитного поля источника.

**Список литературы:** 1. *Сергеев В.Г., Шихин А.Я.* Магнитоизмерительные приборы и устройства. М.: Энергоиздат. 1982. 152 с. 2. *Боев В.М.* Экспериментальное определение распределения полей рассеяния электрооборудования в окружающем пространстве // Энергетика. 1981. № 6. С. 32 – 37. Изд. высш. уч. заведений. 3. *Яновский Б.М.* Земной магнетизм. Л.: Изд-во ЛГУ. 1978. 592 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 12.11.2002