

Інститут математики НАН України
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова
Національний технічний університет України «КПІ»

ЧОТИРНАДЦЯТА
МІЖНАРОДНА
НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ
ІМЕНІ АКАДЕМІКА
М. КРАВЧУКА

19–21 квітня 2012 року, Київ

МАТЕРІАЛИ КОНФЕРЕНЦІЇ

I

Київ — 2012

О РЕШЕНИИ ТРЕТЬЕЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА ДЛЯ НЕЗАМКНУТОЙ НЕРЕГУЛЯРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Арсеньева Ю. Д., Дорошенко В. А., Зуев Н. Г.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники,

Харьков, Украина,

vlad_a_doroshenko@mail.ru

В работе предложен подход для решения третьей краевой задачи для уравнения Гельмгольца с границей в виде незамкнутой конической поверхности. К такой краевой задаче сводится модельная краевая задача электродинамики в случае возбуждения гармоническим электрическим диполем полупрозрачной конической структуры с периодически прорезанными вдоль образующих щелями, которая способна частично пропускать и частично отражать падающее поле. Сложность решения рассматриваемой задачи связана с наличием на поверхности сингулярностей в виде вершины и кромок щелей. Следует заметить, что в краевых условиях учитывается угол раскрытия конуса, чего нет в работах других авторов. Искомая скалярная функция (потенциал) удовлетворяет уравнению Гельмгольца всюду вне конической поверхности и источника, третьему краевому условию, условию на бесконечности в виде принципа предельного поглощения и условию ограниченности энергии. Эти условия обеспечивают единственность решения, которое ищется с привлечением аппарата интегральных преобразований и рядов Фурье. Вследствие использования краевого условия и условия сопряжения в щелях показано, что исходная краевая задача эквивалентна решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений. Матричный оператор системы является компактным, а в частных случаях узких щелей и узких лент также и сжимающим. Последнее обстоятельство позволяет найти аналитическое решение задачи и записать его как в интегральной в форме, так и в виде ряда.

В случае произвольного соотношения между периодом конической структуры и шириной щели решение может быть получено методом усечения бесконечной системы уравнений относительно искомым коэффициентов Фурье. Приведены графические зависимости числа обусловленности системы от параметров конической структуры. Проанализирована зависимость коэффициентов Фурье от угловых размеров структуры.

Рассмотрим задачи математического моделирования возбуждения нагруженной конической антенны, которая сводится к решению исследованной третьей краевой задачи для незамкнутого конуса. Приведены зависимости плотности поверхностного тока от соотношения длины волны к расстоянию от вершины до точки наблюдения на поверхности.