

ПРОНИКНОВЕНИЕ НОРМАЛЬНОЙ К ПОВЕРХНОСТИ ВИХРЕВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В МЕТАЛЛЫ ПРИ СКИН-ЭФФЕКТЕ

На плоской границе металла со стороны внешнего пространства, которое будем считать вакуумом, при наличии электромагнитного поля присутствуют как тангенциальные к поверхности составляющие электрического и магнитного полей, так и нормальные. Затухание тангенциальных составляющих электромагнитного поля при условиях скин-эффекта для нормальных металлов в общем случае нелокальной связи поля и тока исследовано в работе [1]. У плоской поверхности металла со стороны вакуума нормальная составляющая электрического поля может значительно превосходить тангенциальную. Однако из-за экранирующего воздействия заряда вблизи поверхности она быстро спадает до малой, по конечной величины. Электрическое поле \vec{E} в приповерхностном слое не является чисто соленоидальным, а имеет и потенциальную часть, связанную с индуцированным поверхностным зарядом, которая затухает до нуля на рас стоянии порядка периода кристаллической решетки металла. Оставшаяся вихревая компонента затухает подобно тангенциальным компонентам электрического и магнитного полей. Задача определения закона спадания потенциальной части электрического поля является отдельной задачей и попытки расчета этой задачи приведены, например, в [2,3]. Однако, как будет следовать в дальнейшем из граничных условий, детальный закон спадания электрического поля в узком зарядовом слое для рассматриваемых задач не важен.

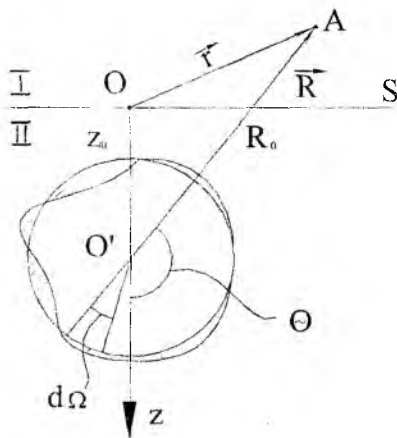


Рис. 1

Целью настоящей работы является исследование закона проникновения нормальной к поверхности вихревой компоненты электрического поля в несверхпроводящие (нормальные) металлы в общем случае нелокальной связи между плотностью тока \vec{j} и электрическим полем \vec{E} . Положим, что на плоской границе изотропного металла задано электромагнитное поле, удовлетворяющее условию, что расстояние, на которое электромагнитное поле проникает в металл, и длина свободного пробега электронов малы по сравнению с характерным расстоянием a изменения поля вдоль границы. Введем систему декартовых координат с осью z , направленной по нормали к плоскости раздела S и началом координат, лежащим в этой плоскости. найдем не-

обходимую связь между \vec{j} и \vec{E} применительно к рассматриваемой задаче об определении зависимости $E_z(z)$. Для этого определим вектор плотности тока \vec{j} в точке O' , отстоящей от границы металла на расстоянии z_0 (рис. 1).

Рассмотрение будем проводить на основе методики, предложенной Чамберсом [4]. Положим, что вне точки O' во всем пространстве задано произвольное распределение электрического поля $\vec{E}(\vec{r})$ и вычислим в точке O' искажение, первоначально сферической поверхности Ферми, в пространстве импульсов, что определит плотность тока \vec{j} в этой точке. Поскольку изменения скоростей электронов в поле e намного меньше скорости Ферми V_F , то при вычислении приращения импульса электронов в точке O' важны только электроны, находящиеся вблизи поверхности Ферми. Поэтому при расчете можно считать, что электрон движется к точке O' со скоростью V_F , не изменяя направления и электрическое поле \vec{E} , действующее на электрон в произвольной точке A , полагать равным $\vec{E}\left(R, t_0 - \frac{R}{V_F}\right)$, где t_0 - момент времени, когда электрон находится в точке O' . Для дрейфового импульса электрона \vec{P} тогда справедливо уравнение [4]

$$-\frac{d\bar{P}}{dR} + \frac{1}{l}\bar{P} = \frac{e\bar{E}}{V_F}. \quad (1)$$

Здесь e -заряд, $l = V_F \tau$ - длина свободного пробега, τ - время релаксации электронов проводимости. Общее решение уравнения (1) при движении электрона в заданном направлении к точке O' (рис.1).

$$\bar{P}(R) = \bar{A}e^{\frac{R}{l}} + \frac{e}{V_F} e^{\frac{R}{l}} \int_R^{\infty} \bar{E}(R) e^{-\frac{R}{l}} dR, \quad (2)$$

где \bar{A} - произвольная векторная постоянная. Для дрейфового импульса \bar{P} поставим следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \bar{P}(\infty) &= 0, \quad \theta < \frac{\pi}{2}; \\ \bar{P}_1(\infty) &= 0, \quad \bar{P}_2(R_0) - \bar{P}_1(R_0) = \bar{P}_0, \quad \theta > \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где θ - угол между радиус-вектором \bar{R} и осью z (рис.1), R_0 - расстояние от точки O' до граничной плоскости металла для заданного направления $\theta > \frac{\pi}{2}$, \bar{P}_0 - импульс, сообщаемый электрону при прохождении зарядного слоя на границе металла, а индексы 1 и 2 относятся к областям вне (I) и внутри (II) металла при $\theta > \frac{\pi}{2}$.

Так как при $R \rightarrow \infty$ первое слагаемое в (2) стремится к ∞ , а второе при $E(\infty) = 0$ на основе правил Лопиталья стремится к $\frac{e}{V_F} E(R) \rightarrow 0$, то решение для области металла при $\theta < \frac{\pi}{2}$ будет

$$\bar{P}(R) = \frac{e}{V_F} e^{\frac{R}{l}} \int_R^{\infty} \bar{E}(R) e^{-\frac{R}{l}} dR. \quad (4)$$

Для области $\theta > \frac{\pi}{2}$ решение (2), удовлетворяющее граничным условиям (3), есть:

$$\bar{P}(R) = \begin{cases} \frac{e}{V_F} e^{\frac{R}{l}} \int_R^{\infty} \bar{E}(R) e^{-\frac{R}{l}} dR, & z < 0; \\ \bar{P}_0 e^{-\frac{(R_0-R)}{l}} + \frac{e}{V_F} e^{\frac{R}{l}} \int_R^{\infty} \bar{E}(R) e^{-\frac{R}{l}} dR, & z > 0. \end{cases} \quad (5)$$

Из соотношений (4) и (5) приращение импульса электрона в точке O' ($R = 0$) при заданном угле θ представится в виде:

$$\Delta \bar{P} = \bar{P}(0) = \frac{e}{V_F} \int_0^{\infty} \bar{E}(R) e^{-\frac{R}{l}} dR + \begin{cases} \bar{P}_0 e^{-\frac{R_0}{l}}, & \theta > \frac{\pi}{2}; \\ 0, & \theta < \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (6)$$

Найдем плотность тока в точке O' в рассматриваемый момент времени. Вклад в плотность тока электронов в телесном угле $d\Omega$ можно учесть, суммируя приращения импульсов электронов, занимающих заштрихованную область (рис.1). Вклад в направлении $-\frac{\bar{R}}{R}$:

$$d\vec{j} = -\frac{\Delta n e V_F}{R} \vec{R}, \quad (7)$$

где $\Delta n = \frac{3n}{4\pi m V_F} d\Omega \Delta P_{-R}$ – количество электронов, приходящихся на искаженный участок поверхности Ферми в телесном угле $d\Omega$, m – масса электрона, n – их объемная плотность, $\Delta P_{-R} = -\Delta \vec{P} \frac{\vec{R}}{R}$ – приращение импульса электрона в точке O' по направлению $-\frac{\vec{R}}{R}$. После интегрирования по всем углам получим $\vec{j} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$, где первый член:

$$\vec{j}_1 = \frac{3\sigma}{4\pi l} \int_V \frac{\vec{R}(\vec{R}\vec{E})}{R^4} e^{-\frac{R}{l}} dV \quad (8)$$

дает известное соотношение Чамберса, $\sigma = \frac{ne^2 l}{m V_F}$ – проводимость металла на постоянном токе, $\vec{R}(x, y, z - z_0)$ – вектор, проведенный из точки O' в произвольную точку пространства, и интеграл берется по всему пространству. Второй член приводится к виду:

$$\vec{j}_2 = \frac{3ne}{4\pi m} \int_{\Delta\Omega} \vec{n}_R (\vec{n}_R \vec{P}_0) e^{-\frac{R_0}{l}} d\Omega,$$

где $\vec{n}_R = \frac{\vec{R}}{R}$ – единичный вектор в направлении \vec{R} , а интегрировать по $d\Omega$ необходимо для значений углов $\theta > \frac{\pi}{2}$. Так как плотность тока на границе металла из-за сообщения электронам импульса

\vec{P}_0 есть $\vec{j}_0 = \frac{ne\vec{P}_0}{2m}$, то соотношение для \vec{j}_2 можно записать в виде:

$$\vec{j}_2 = \frac{3}{2\pi} \int_{\Delta\Omega} \vec{n}_R (\vec{n}_R \vec{j}_0) e^{-\frac{R_0}{l}} d\Omega. \quad (9)$$

В дальнейшем будем полагать, что электроны отражаются зеркально от поверхности металла [5]. При зеркальном отражении электронов от границы электрическое поле при $z < 0$ надо брать зеркально-симметричным относительно поля внутри металла $E_{1zg}(z) = E_{2zg}(-z)$ [4], при этом электрон при прохождении зарядового слоя $\sim A^\circ$ приобретает импульс \vec{P}_0 , обуславливающий нормальную компоненту поверхностной плотности тока $\vec{j}_n = \vec{j}_0$. Учитывая, что \vec{j}_0 тогда $j_z(0)\vec{e}_z$, где \vec{e}_z – орт по оси z , и проводя интегрирование в (9) по $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$, окончательно для плотности тока получим соотношение:

$$\vec{j} = 3\vec{j}_0 E_4\left(\frac{z_0}{l}\right) + \frac{3\sigma}{4\pi l} \int_V \frac{\vec{R}(\vec{R}\vec{E})}{R^4} e^{-\frac{R}{l}} dV. \quad (10)$$

Здесь $E_4(z)$ – обозначена интегральная показательная функция $E_n(z) = \int_1^\infty U^{-n} \exp(-zU) dU$ [4]

при $n = 4$.

Если электромагнитное поле изменяется по гармоническому закону $\sim e^{i\omega t}$, то значение электр

ческого поля и импульса надо брать, как указывалось ранее, в моменты времени $t' = t - \frac{R}{V_F}$ и $t - \frac{R_0}{V_F}$.

Тогда, если в (10) выделить комплексную амплитуду, то, например, для второго члена вследствие $e^{i\omega\left(t - \frac{R}{V_F}\right)} \frac{-R}{l} = e^{\frac{-R(1+i\omega\tau)}{l}} e^{i\omega t}$ вместо длины свободного пробега l необходимо брать комплексную величину $\frac{l}{(1+i\omega\tau)}$. То же справедливо и для первого члена в (10). В пренебрежении влиянием запаздывания $\omega\tau = 0$.

Так как характерное расстояние a изменения электромагнитного поля вдоль поверхности намного больше скин-глубины проникновения $\delta_{\text{ск}}$ [4] и длины свободного пробега l электронов проводимости, то в данной точке на поверхности задачу можно рассматривать как одномерную по координате z , считая комплексные амплитуды электрических и магнитных полей на границе слабо меняющимися функциями x и y . В этом случае решение для тангенциальной составляющей магнитного поля представляется в виде $\vec{H}_{\text{tg}}(x, y, z) = \vec{H}_{\text{tg}}(x, y, 0)g(z)$, где функция $g(z)$ находится из решения задачи для тангенциальной составляющей электрического поля по преобразованию Фурье [1]. Из уравнения Максвелла $\vec{j} = \text{rot}\vec{H}$ для z -составляющей плотности электрического тока тогда следует:

$$j_z = j_z(0)g(z), \quad (11)$$

где $j_z(0)$ -плотность тока на поверхности S в рассматриваемой точке (после зарядового слоя) и, следовательно, $j_z(z)$ зависит от координаты z аналогично тангенциальной составляющей магнитного поля. Подставляя (10) в левую часть (11) и вводя цилиндрическую систему координат (ρ, φ, z) с началом в точке O (рис.1) $\vec{R}(x, y, z - z_0)$, после интегрирования по координатам ρ и φ с учетом пред-

ставления $E_{x,y}(x, y, z) = E_{x,y}(0, 0, z) + \frac{\partial E_{x,y}}{\partial x} \Big|_{x=0} \times x + \frac{\partial E_{x,y}}{\partial y} \Big|_{x=0} \times y$, справедливого на расстоя-

ниях $x, z \ll a$ при выполнении условий $\delta_{\text{ск}} \ll a$, $l \ll a$, получим соотношение:

$$j_z(z_0) = 3j_z(0)E_4\left(\frac{z_0}{l}\right) + 2\pi C \int_{-\infty}^{+\infty} E_3\left(\frac{|z-z_0|}{l}\right) E_z(z) dz + \text{div}_S \vec{E} \int_{-\infty}^{+\infty} f(z)(z-z_0)\Omega(z-z_0) dz. \quad (12)$$

Здесь $C = \frac{3\sigma}{4\pi l}$; $\Omega(z)$ -интегральное ядро для тангенциальной составляющей электрического поля [4]:

$$\Omega(z) = \pi C [E_1(|z|/l) - E_3(|z|/l)]. \quad (13)$$

Поверхностная дивергенция $\text{div}_S \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} \Big|_S + \frac{\partial E_y}{\partial y} \Big|_S$ взята на граничной плоскости S , функция $f(z)$, определяется равенством $\vec{E}_{\text{tg}}(z) = \vec{E}_{\text{tg}}(0)f(z)$ и, как следует из решения для тангенциальной составляющей электрического поля, равна [4]

$$f(z) = \frac{1}{\pi\delta_k} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos kz dk}{k^2 + i\omega\mu_0\tilde{\Omega}(k)}, \quad (14)$$

где $\tilde{\Omega}(k)$ -преобразование Фурье от (13); $\delta_k = \frac{-E_{\text{tg}}(0)}{E'_{\text{tg}}(0)}$ -комплексная глубина проникновения.

Функция $g(z)$ (11) связана с функцией $f(z)$ посредством равенства $g(z) = \frac{f'(z)}{f'(0)} = -\delta_k f'(z)$.

Соотношение (12) определено для значений координат $z_0 \geq 0$, и при подстановки его в (11) мы получим интегральное уравнение относительно $E_z(z_0)$ на промежутке $0 \leq z_0 < \infty$ с условием $E_z(-z_0) = -E_z(z_0)$. Для решения этого уравнения по методу преобразования Фурье доопределим первый член (12) для $z_0 < 0$, представив его в виде $j_z(0)E_4\left(\frac{|z_0|}{l}\right) \times \text{sign}z_0$, а второй и третий члены доопределим на ту же область по тем же соотношениям. В результате для $E_z(z_0)$ на промежутке $-\infty < z_0 < +\infty$ получим уравнение:

$$j_z(0)g(z_0) = 3j_z(0)E_4\left(\frac{|z_0|}{l}\right)\text{sign}z_0 + 2\pi C \int_{-\infty}^{+\infty} E_3\left(\frac{|z-z_0|}{l}\right)E_z(z)dz + \text{div}_S \bar{E} \int_{-\infty}^{+\infty} f(z)(z-z_0)\Omega(z-z_0)dz. \quad (15)$$

Возьмем преобразование Фурье от правой и левой частей уравнения (15). В результате получим:

$$j_z(0)\tilde{g}(k) = 3ilj_z(0)\tilde{E}_4^{(s)}(kl) + 2\pi Cl\tilde{E}_3(kl)\tilde{E}_z(k) + il\pi C \text{div}_S \bar{E} \frac{\tilde{f}(k)}{k} [3\tilde{E}_3(kl) - \tilde{E}_1(kl)], \quad (16)$$

где $\tilde{f}(k)$ и $\tilde{g}(k)$ - преобразования Фурье от функций $f(z)$ и $g(z)$, определяемые равенством

$\tilde{F}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(z)e^{ikz} dz$; $\tilde{E}_4^{(s)} = 2 \int_0^{\infty} E_4(z)\sin kz dz$ - синус-преобразование Фурье от интегральной по-

казательной функции $E_4(z)$ и $\tilde{f}(k) = \frac{2}{\delta_k(k^2 + i\omega\mu_0\tilde{\Omega}(k))}$; $\tilde{g}(k) = ik\delta_k\tilde{f}(k) = \frac{2ik}{k^2 + i\omega\mu_0\tilde{\Omega}(k)}$;

$$\tilde{\Omega}(k) = \pi Cl [E_1(kl) - \tilde{E}_3(kl)] = \frac{2\pi Cl}{S^3} [(1+S^2)\text{arctg}S - S] \Big|_{S=kl} \quad (17)$$

При взятии преобразования Фурье от (15) использовались равенства:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} z\Omega(z)\exp(ikz)dz = -i\frac{d}{dk}\tilde{\Omega}(k), \quad \frac{d\tilde{E}_n(k)}{dk} = k^{-1} [2(1+k^2)^{-1} - n\tilde{E}_n(k)]$$
 и теорема о преобразовании Фурье от свертки функций [7].

Отметим следующее. Из уравнения Максвелла $\text{rot}\vec{H} = i\omega\varepsilon_0\vec{E}$ вне металла, уравнения $\text{rot}\vec{H} = \vec{j}$ внутри, на основе непрерывности тангенциальной составляющей магнитного поля \vec{H}_{tg} на границе S и импедансного граничного условия $E_x = ZH_y \Big|_S$, $E_y = -ZH_x \Big|_S$ следует, что на плоскости S со стороны металла справедливы равенства

$$j_z(0) = i\omega\varepsilon_0 E_z^{(e)}(0) = \frac{1}{Z} \text{div}_S \bar{E}, \quad (18)$$

где $E_z^{(e)}(0)$ - нормальная составляющая электрического поля в вакууме на границе металла; $Z = i\omega\mu_0\delta_k$ - поверхностный импеданс металла. Используя соотношения (17), (18), из (16) с учетом равенства

$$\tilde{E}_n^{(s)}(k) = 2/k(n-1) - \tilde{E}_{n-1}(k)/k$$

при $n \neq 1$, после проведения выкладок, находим $\tilde{E}_z(k)$

$$\tilde{E}_z(k) = -\frac{2i \operatorname{div}_s \tilde{E}}{\delta_k k [k^2 + i\omega\mu_0 \tilde{\Omega}(k)]} + \frac{3j_z(0)}{2\pi Ckl} \quad (19)$$

Рассмотрим другой подход. Из сохранения числа электронов при деформации поверхности Ферми следует, что $\int \Delta n d\Omega = 0$, где Δn дается соотношением (7). Подстановка в Δn величины ΔP_{-R} (6) и интегрирование по $d\Omega$ приводит к уравнению

$$C \int_V \frac{(\tilde{R}\tilde{E})}{R^3} e^{-\frac{R}{l}} dv + \frac{3}{2\pi} j_z(0) \int_{\Delta\Omega} (\tilde{e}_z \tilde{n}_R) e^{-\frac{R_0}{l}} d\Omega = 0 \quad (20)$$

Интегрирование по $d\Omega$ во втором интеграле проводится по той же области, что и в (9).

Расписывая почленно уравнение (20), аналогично проделанному выше, после взятия от него преобразования Фурье получим:

$$\tilde{E}_z(k) = -\frac{2i \operatorname{div}_s \tilde{E}}{\delta_k k [k^2 + i\omega\mu_0 \tilde{\Omega}(k)]} + \frac{3j_z(0)}{2\pi C} \frac{\tilde{E}_3(kl)}{\tilde{E}_2^{(S)}(kl)} \quad (21)$$

Так как $\tilde{E}_3(k) = \tilde{E}_3^{(C)}(k) = E_2^{(S)}(k)/k$, где $E_3^{(C)}(k)$ - косинус-преобразование Фурье, то, очевидно, соотношение (21) совпадает с соотношением (19), полученным из соотношения для плотности тока.

Отметим, что (19) получено на основе соотношения для \vec{j} (10) без использования равенства $\operatorname{div} \vec{E} = 0$. Если использовать это условие, то, как нетрудно показать, получится тоже соотношение (19) без привлечения соотношения (10). Таким образом, обобщенное материальное уравнение (10) согласуется с условием $\operatorname{div} \vec{E} = 0$ как в локальном, так и в нелокальном случаях.

По обратному преобразованию Фурье из соотношения (19) с использованием (18) для распределения нормальной составляющей $E_z(z)$ получим

$$E_z(z) = \frac{j_z(0)}{\sigma} \left[1 - \frac{2}{\pi \delta_{K,l}^2} \int_0^\infty \frac{\sin kz dk}{k [k^2 + i\omega\mu_0 \tilde{\Omega}(k)]} \right], \quad (22)$$

где $\delta_{K,l} = (i\omega\mu_0 \sigma)^{\frac{1}{2}}$ - комплексная глубина проникновения при условии, что связь между \vec{j} и \vec{E} локальная. Из (22) находим

$$E_z(0) = \frac{j_z(0)}{\sigma} = \left(\frac{Z_\Lambda}{Z_0} \right)^2 E_z^{(e)}(0). \quad (23)$$

Здесь $Z_0 = (\mu_0 / \varepsilon_0)^{1/2}$ - импеданс свободного пространства, а $Z_\Lambda = (i\omega\mu_0 / \sigma)^{1/2}$ - импеданс металла в предположении локальной связи $\vec{j} = \sigma \vec{E}$. Положим, что поле вне металла у границы по порядку величины такое же, как и в плоской волне в пространстве $E_z^{(e)}(0) \sim Z_0 H_{tg}(0)$. Поскольку $E_{tg}(0) = Z H_{tg}(0)$, то из (23): $E_z(0) \sim E_{tg}(0) Z_\Lambda^2 / Z_0 Z$. В случаях, близких к локальному, $Z_\Lambda \sim Z$, нормальная компонента $E_z(0) \sim \frac{Z}{Z_0} E_{tg}(0)$, но при $l \rightarrow \infty (\sigma \rightarrow \infty)$ величина $E_z(0)$ стремится к нулю, так как поверхностный импеданс Z в аномальном пределе стремится к конечной величине Z_∞ [4].

Рассмотрим локальный предел. Из соотношения (17) при $l \rightarrow 0 (l \ll |\delta_{K,l}|)$ следует $\tilde{\Omega}(K) \rightarrow \sigma$. Подставляя в (22) вместо $\tilde{\Omega}(K)$ проводимость σ с учетом $\delta_{K,l}^2 = (i\omega\mu_0 \sigma)^{-1}$, после взятия интеграла

ла, найдем экспоненциальное спадание $E_z(z)$:

$$E_z(z) = E_z(0)e^{-z/\delta_{к.л.}}. \quad (24)$$

Рассмотрим теперь аномальный предел- $l \rightarrow \infty$. Как следует из соотношения (17), ядро $\tilde{\Omega}(k)$ представимо в виде $\tilde{\Omega}(k) = l\Psi(kl)$. Тогда соотношение (22) можно переписать:

$$E_z(z) = \frac{j_z(0)}{\sigma} \left[1 - \frac{2}{\pi\delta_{к.л.}^2} \int_0^\infty \frac{\sin kz dk}{k^3 + i\omega\mu_0 k l \Psi(kl)} \right].$$

Переходя к предельному переходу при $l \rightarrow \infty$ в подынтегральном выражении с учетом $l\delta_{к.л.}^2 = const$, найдем предельное распределение $E_z(z)$:

$$E_z(z) = -A \int_0^\infty \frac{\sin kz}{k^3 + b} dk, \quad (25)$$

$$b = i\omega\mu_0\pi^2 C = \frac{3\pi}{4l\delta_{к.л.}^2}; \quad A = \frac{2j_z(0)}{\pi\sigma\delta_{к.л.}^2}. \quad (26)$$

Разлагая $(k^3 + b)^{-1} = \frac{1}{3} \sum_{s=1}^3 k_s^{d-2} (k + k_s)^{-1}$ на простые множители, где k_s - корни уравнения $k_s^3 = b$, и проделав выкладки, аналогичные проделанным в [8], выразим предельно-нелокальное распределение $E_z(z)$ через специальные функции:

$$E_z(z) = -\frac{Ai}{6} \sum_{s=1}^3 \frac{1}{k_s^2} \left[e^{-izk_s} E_1(-izk_s) - e^{izk_s} E_1(izk_s) \right], \quad (27)$$

где $E_1(z) = \int_z^\infty e^{-t} / t dt$ - интегральная показательная функция [6], расширенная на всю комплексную плоскость с аналитическим продолжением через разрез по отрицательной оси. Используя (27), можно получить соотношение для $E_z(z)$ в других видах, аналогичных, приведенным в [8].

Найдем асимптотику соотношения (27) при $z \rightarrow \infty$. Подстановкой в (27) асимптотического разложения функции $E_1(z) \sim z^{-1} \exp(-z) \sum_{n=0}^\infty (-1)^n \frac{n!}{z^n}$ [6] и суммированием по индексу S найдем асимптотическое разложение для распределения нормальной составляющей электрического поля в аномальном пределе:

$$E_z(z) \sim B \sum_{m=0}^\infty \frac{(-1)^m (6m)!}{W^{6m+1}}, \quad W = zb^{1/3}, \quad (28)$$

где $B = 8j_z(0)lb^{1/3} / (3\pi^2\sigma)$. (29)

Так как величина $b^{1/3}$ связана с комплексной глубиной проникновения в аномальном пределе δ_x соотношением $b^{1/3} = 4/3\sqrt{3}\delta_\infty$ и, следовательно, $W = 4z/3\sqrt{3}\delta_\infty$, то соотношение (28) по сути дает асимптотическую зависимость E_z в относительных единицах z/δ_∞ . Основным членом асимптотики получается из (28) при $m=0$:

$$E_z(z) \sim \frac{8j_z(0)l}{3\pi^2\sigma z}$$

и соответствует обратно пропорциональной зависимости от расстояния точки до границы металла.

Если рассматривать большие, но конечные значения длин свободных пробегов l , то до значения $z \sim l$ будет выполняться приближенно зависимость $\sim 1/z$. При больших значениях z/l , как мож

показать аналогично рассмотрению асимптотики в работе [1], зависимость $E_z(z)$ будет описываться функцией, пропорциональной $e^{-z/l} / (z/l)^2$, как и в случае тангенциальной компоненты.

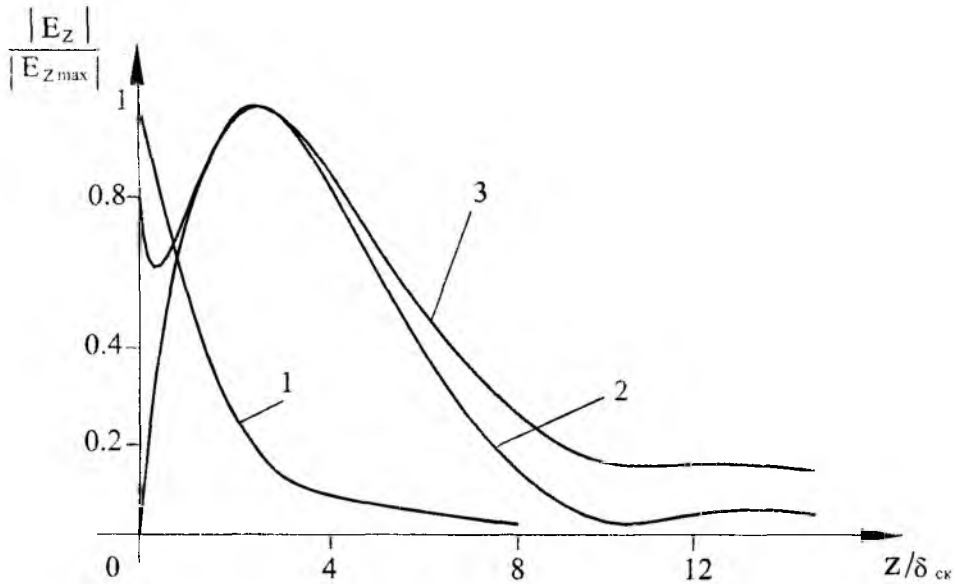


Рис. 2

На рис. 2 приведены зависимости модуля $|E_z|$, отнесенного к его максимальному значению, от z / δ_{ck} ($\delta_{ck} = \text{Re } \delta_k$) для локального предела (1), значения $\frac{l}{\delta_{ck}} = 10$ (2) и предельно-нелокального распределения (3). Из зависимостей следует, что при больших длинах свободного пробега максимум $|E_z(z)|$ достигается внутри металла, и в нелокальном пределе нормальная составляющая электрического поля обращается в нуль на границе. Это согласуется с равенством $\int_0^{\infty} E_{tg}(z) dz = 0$ [4], выполняющимся в этом пределе.

Заметим, что нормальная составляющая магнитного поля $H_z(z)$, как следует из уравнения $\text{rot } \vec{E} = -i\omega\mu_0 \vec{H}$, изменяется под поверхностью металла по тому же закону, что и тангенциальная составляющая электрического поля $H_z(z) = (i\omega\mu_0)^{-1} \cdot \text{div}_s \vec{H}_f(z)$.

Список литературы: 1. Reuter G.E.H., Sondheimer E.H. The theory of anomalous skin effect in metals// *Proc. Roy. Soc.A.*, 1948. V.195, №1042. P.336-364. 2. Halbritter J. On electric surface impedance// *Z. Phys.* 1978. V.31, №1. P.19-37. 3. Зенгуил Э. Физика поверхности. М.: Мир, 1990. 536с. 4. Менде Ф.Ф., Стицын А.И. Поверхностный импеданс сверхпроводников. Киев: Наук.думка, 1985. 240с. 5. Лившиц Е.М. Пятаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 527с. 6. Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовича .И. М. Стигана: Наука, 1979. 831с. 7. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. М.: Наука, 1978. 295с. 8. Стицын А.И. Проникновение магнитного поля и тока в сверхпроводники в аномальном пределе// *ЖТФ*. 1994. Т.64, №4. С.68-78.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 19.10.2001