THE EIGENMODES OF THE ANISOTROPIC SEMICONDUCTOR SLAB IN A WAVEGUIDE WITH A TRANSVERCE MAGNETIC FIELD

Shmat'ko A. A.[1], Mizernik V. N.[1,2], Odarenko E. N.[3]
[1]Kharkiv National University by V. N. Karazin, sq. Svobody, 4, Kharkiv-61077, Ukraine
Ph.: 8-057-70-75-133; e-mail: alexandr.a.shmatko@univer.kharkov.ua
[2]Scientific Physical-Technologic Center, sq. Svobody, 2, Kharkiv-61077, Ukraine
[3]Kharkiv National University of Radioelectronics, Lenina Ave., 14, Kharkiv, 61166, Ukraine

Abstract — The new method of an analytical solution of a problem on semiconductor resonator eigenmodes in a waveguide on the basis of an Cauchy integral and interpolation Lagrange formula for arbitrary sizes of the resonator and permittivity tensor parameters of medium is offered. The analysis of the dispersion equation is performed and relations between problem parameters are established for three types of solutions: the localized modes, surface modes, modes with complex frequencies.

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ПЛАСТИНЫ В ВОЛНОВОДЕ С ПОПЕРЕЧНЫМ МАГНИТЫМ ПОЛЕМ

Шматько А. А.[1], Мизерник В. Н.[1,2], Одаренко Е. Н.[3]
[1]Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина
пл. Свободы, 4, Харьков, 61077, Украина.
тел.: 8-0572-7075-133;e-mail: alexandr.a.shmatko@univer.kharkov.ua
[2]Научный физико-технологический центр, пл. Свободы, 2, Харьков, 61077, Украина
[3]Харьковский национальный университет радиоэлектроники,
пр. Ленина, 14, Харьков, 61166, Украина

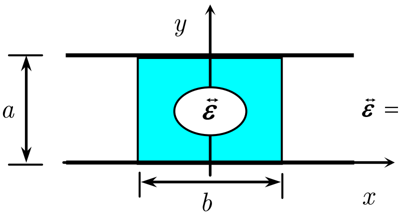
Аннотация — Предложен метод аналитического решения задачи на собственные колебания полупроводниковой плазменной пластины в волноводе на основе интеграла Коши и интерполяционной формулы Лагранжа для произвольных размеров резонатора и параметров тензора диэлектрической проницаемости среды. Проведен анализ дисперсионного уравнения и установлены существование трех видов решений: собственных колебаний на запертых модах, поверхностных колебаний на границах областей, колебаний с комплексными частотами.

I. Введение

При построении целого класса пассивных устройств микроволновой и субмиллиметровой техники важным представляется знание их дисперсионных свойств. Приоритетными являются аналитические методы исследования, которые обладают простотой вычислений и наглядной физической интерпретацией. В работе [1] аналитически решена задача о возбуждении волноводной волной гиромагнитного резонатора при произвольных соотношениях длины волны и геометрических размеров резонатора для различных параметров среды. В качестве гиромагнитной среды выбран феррит. При использовании полупроводниковой анизотропной плазмы задача существенно усложняется в силу того, что поперечные собственные функции в плазменном резонаторе (полупроводниковая пластина) не могут описываться лишь гармоническими функциями, как это имело место в ферритовом резонаторе. Более того поперечные собственные функции в плазменном волноводе для волны, распространяющейся в прямом и обратном направлениях оказываются разными. Все это приводит к очевидным математическим усложнениям при определении дисперсионных уравнений для отыскания собственных режимов таких устройств. Естественно, что в математическом плане такие задачи могут приводить к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд собственных волн. Как показано в работе [2] на примере гиромагнитной ограниченной ферритовой среды, такие задачи решались численными методами. Метод решения, предложенный в работах [1], [3], позволил систему линейных алгебраических уравнений решить аналитически в замкнутом виде для произвольных параметров задачи. Оказалось, что бесконечные функциональные ряды могут быть вычислены в аналитическом виде, если использовать интеграл Коши для специальной функции. В результате можно получить интерполяционную формулу Лагранжа в точности совпадающей с неизвестными рядами, что и позволяет, в конечном счете, вычислить их аналитически.

В данной работе предложен метод аналитического решения электродинамической задачи на собственные колебания полупроводниковой плазменной пластины с поперечным магнитным полем в прямоугольном волноводе. В результате найдено простое дисперсионное уравнение в замкнутом аналитическом виде. Установлено существование трех режимом волн, одним из которых является поверхностный режим на запертых колебаниях.

II. Основная часть



$$\vec{\varepsilon} = \begin{Vmatrix} \varepsilon & -i\varepsilon_a & 0 \\ i\varepsilon_a & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

Рис. 1. Полупроводниковая пластина в волноводе.
Fig. 1. Semiconductor slab in waveguide

2015 25th Int. Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2015). 6—12 September, Sevastopol, Crimea
© 2015: CriMiCo'2015 Org. Com. ISBNs: 978-1-4673-9413-0, 978-1-4673-9414-7, 978-1-4673-9415-4. IEEE Cat. Nr. CFP 15788

Рассмотрим анизотропную полупроводниковую пластину в волноводе (рис. 1), диэлектрическая проницаемость которой описывается тензором стандартного типа $\ddot{\varepsilon}$. Собственные колебания полупроводниковой пластины могут быть двух типов E_{znm} - и H_{znm} - колебания. В случае E_{znm} - колебаний они совпадают с аналогичными колебаниями магнитодиэлектрического резонатора. Наиболее сильно гиротропные свойства полупроводниковой среды пластины проявляются в случае H_{znm} - колебаний.

В этом случае однородное уравнение Гельмгольца для H_z компоненты поля имеет вид

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + k^2 \mu \varepsilon_\perp H_z = 0. \quad (1)$$

Здесь $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$, μ - магнитная проницаемость полупроводниковой плазмы (чаще всего $\mu = 1$), $\varepsilon_\perp = \varepsilon\left(1 - \varepsilon_a^2 / \varepsilon^2\right)$ - эффективная диэлектрическая проницаемость полупроводниковой плазмы.

Для трех областей (1- $x < -\frac{b}{2}$, 2- $|x| < \frac{b}{2}$, 3- $x > \frac{b}{2}$) решение однородного уравнения Гельмгольца (1) представим в виде:

$$H_z^1 = \cos\frac{\pi p}{a}\left(y-a\right)e^{+i\gamma_{pa}x} + \sum_n R_n \cos\frac{\pi n}{a}\left(y-a\right)e^{-i\gamma_{na}x},$$

$$H_z^2 = \left(i\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\right)\sum_n\left[\left(C_n^+ e^{+i\zeta_{na}x} + C_n^- e^{-i\zeta_{na}x}\right)\sin\frac{\pi n}{a}\left(y-a\right)\right],$$

$$H_z^3 = \sum_n T_n \cos\frac{\pi n}{a}\left(y-a\right)e^{+i\gamma_{na}x},$$

где $\gamma_{na} = \sqrt{k^2 - \left(\pi n / a\right)^2}$, $\zeta_{na} = \sqrt{k^2\mu\varepsilon_\perp - \left(\pi n / a\right)^2}$.

Тангенциальные компоненты электрического поля E_y находятся из равнений Максвелла:

$$E_y = \left(\frac{1}{ik\varepsilon_\perp}\right)\left(\frac{\partial H_z}{\partial x} + i\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon}\frac{\partial H_z}{\partial y}\right).$$

Использование граничных условий и метода Фурье приводит к следующим однородным СЛАУ относительно неизвестных коэффициентов полей $Z_s^\pm$:

$$\begin{aligned} &Z_s^+\left(\frac{\pi s}{a}\right)V_s + \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon}\right)\sum_{n=0} Z_n^- M_n L_{ns} = 0, \\ &Z_s^-\left(\frac{\pi s}{a}\right)W_s + \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon}\right)\sum_{n=0} Z_n^+ N_n L_{ns} = 0. \end{aligned} \qquad 2Z_n^\pm = C_n^+ \pm C_n^-,$$

$$L_{ns} = \left(2/a\right)\int_0^a \sin\frac{\pi n}{a}\left(y-a\right)\cos\frac{\pi s}{a}\left(y-a\right)dy,$$

$$V_s = \gamma_{sa}\cos\zeta_{sa}b/2 - i\left(\zeta_{sa}/\varepsilon\right)\sin\zeta_{sa}b/2,,$$

$$W_s = i\gamma_{sa}\sin\zeta_{sa}b/2 - \left(\zeta_{sa}/\varepsilon\right)\cos\zeta_{sa}b/2,$$

$$M_n = -\zeta_{na}\gamma_{na}\cos\zeta_{na}\frac{b}{2} + ik^2\mu\sin\zeta\gamma_{na}\frac{b}{2},$$

$$N_n = -i\gamma_{na}\zeta_{na}\sin\zeta_{na}\frac{b}{2} + k^2\mu\cos\zeta_{na}\frac{b}{2}$$

Равенство нулю определителя связанной системы уравнений относительно неизвестных коэффициентов $Z_s^\pm$ и определяет дисперсионные уравнения для исследуемого полупроводникового резонатора. Как показано в работе [1], такую систему можно аналитически решить, воспользовавшись интерполяционной формулой Лагранжа для специально введенной функциию. Из интеграла Коши для целой функции $f(z)$ и введеной функции $\sin\alpha\zeta$ следует интерполяционная формула Лагранжа, которая при использовании процедуры свертки принимает вид:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{C_n}\frac{f(\zeta)}{\sin\alpha\zeta}\frac{d\zeta}{\left(\zeta - z\right)} = \sum_{\rho_n \in C_n} Res + \underset{\gamma}{Res} \equiv 0, \qquad (2)$$

$$f_s = \frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\left(2 - \delta_m^0\right)f_m\frac{s}{m+s}\frac{\sin\pi\left(m-s\right)/2}{\pi\left(m-s\right)/2},. \quad (3)$$

Использование формулы Лагранжа (3) позволяет найти в замкнутом аналитическом виде дисперсионное уравнение для рассматриваемой структуры.

$$\left(\pi\frac{s}{a}\right)^2 V_s^- W_s^+ - \left(\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon}\right)^2 M_s N_s = 0. \qquad (4)$$

Анализ полученного дисперсионного уравнения показывает, что наличие плазмеенной гиротропии $\left(\varepsilon_a \neq 0\right)$ приводит к взаимодействию симметричных и несимметричных по координате Ox колебаний, хотя все виды колебаний с различными поперечными индексами s независимы между собой. При $\varepsilon_a = 0$ дисперсионное уравнение (4) распадается на два независимых уравнения, характерных для полупроводникового резонатора, состоящего из магнитодиэлектрика. В случае $\varepsilon_a \neq 0$ существует три вида решений: два с вещественными значениями волнового числа k и один с комплексными значениями $k = k' + ik''$. Поверхностные колебания на границе областей могут возникать как для положительных значений величины $\varepsilon_\perp$, так и отрицательных, для которых выполняются условия: $\gamma_{sa}^2 < 0$ и $\zeta_{sa}^2 < 0$. В случае, когда $\gamma_{sa}^2 < 0$ и $\zeta_{sa}^2 > 0$ в резонаторе возбуждаются колебания на запертых модах. Случай $\gamma_{sa}^2 > 0$ соответствует вытекающим волнам с комплексными значениями величины $k = k' + ik''$.

III. Заключение

Предложен новый аналитический метод для определения собственных колебаний полупроводникового резонатора в волноводе на основе интеграла Коши и интерполяционной формулы Лагранжа для произвольных размеров резонатора и параметров тензора диэлектрической проницаемости среды. Определены параметры задачи для трех типов резонансов: на запертых модах, на поверхностных модах и вытекающих волнах.

IV. References

[1] Mizernik V. N., Shmat'ko A. A. Excitation the waveguide wave of the ferrite resonator (the analytical solution). *2012 22nd Int. Crimean Conf. "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2012).* Sevastopol, 2012, pp. *575-576.*

[2] Epstein P. S. Theory of Wave Propagation in a Giromagnetic Medium. *Rev. Mod. Phys.* Vol. 28, N 3, 1956, pp. 3-17 (*УФН. 1958. Т. LXV.* Вып. 2. С. 283-311).

[3] Mizernik V. N., Shmat'ko A. A., Odarenko E.N. New method for the solution of electrodynamic problem excitation of the ferrite resonator // *Radiotechnika.* – 2013. – N. 175. – P. 73–77.

2015 25th Int. Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2015). 6—12 September, Sevastopol, Crimea

ISBNs: 978-1-4673-9413-0, 978-1-4673-9414-7, 978-1-4673-9415-4. IEEE Cat. Nr. CFP 15788