

РАССЕЯНИЕ ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА НА НЕЗАМКНУТОМ КОНУСЕ

ДОРОШЕНКО В.А., СЕМЕНОВА Е.К.,
РУСАКОВА А.Г.

Исследуется стационарная задача возбуждения магнитным радиальным диполем полубесконечного идеально проводящего тонкого кругового конуса с периодически прорезанными продольными щелями. Метод решения электродинамической граничной задачи базируется на применении интегрального преобразования Канторовича-Лебедева и метода задачи Римана-Гильберта. Показывается, что решение исходной задачи эквивалентно решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов Фурье компонент электромагнитного поля. На основе численного решения системы изучается зависимость коэффициентов от угловых размеров конуса. Приводятся диаграммы направленности.

1. Введение

Рассеяние электромагнитных волн сплошным идеально проводящим конусом относится к хорошо исследованным задачам. Однако для приложений в антенной технике, радиолокации, телеметрии большой интерес представляет исследование задач рассеяния электромагнитных волн незамкнутыми коническими структурами. Такие структуры имеют неоднородности, угловые точки, ребра, вблизи которых поле ведет себя по-разному. Знание поведения поля вблизи таких сингулярностей является, в частности, критерием правильности построения численного алгоритма решения граничной задачи.

В данной работе рассматривается задача рассеяния поля магнитного радиального диполя на идеально проводящем круговом конусе с продольными щелями. Такая структура является моделью конической щелевой антенны. Для решения задачи используется подход, основанный на применении интегрального преобразования Канторовича-Лебедева [1], в сочетании с методом задачи Римана-Гильберта [2]. Одним из преимуществ этого численно-аналитического метода является то, что с его помощью удастся получить аналитическое решение в некоторых частных случаях незамкнутой конической поверхности и проанализировать поле вблизи нерегулярностей границы (вершина конуса, ребра лент). Такой подход оказался весьма эффективным для построения аналитического решения данной задачи в предельных случаях узких щелей и лент [3]. Однако для произвольных щелей и лент результаты отсутствуют.

Целью настоящей работы является построение численного алгоритма и проведение численного эксперимента для данной задачи.

2. Постановка задачи. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Рассмотрим задачу рассеяния поля магнитного диполя на идеально проводящем бесконечно тонком круговом конусе с периодически прорезанными вдоль образующих N щелями (рис. 1). Момент диполя по величине равен единице. Поле диполя меняется во времени по закону $\exp(i\omega t)$.

Введем сферическую систему координат r, θ, φ с началом в вершине конуса и обозначим через 2γ

угол раствора конуса, $l = \frac{2\pi}{N}$ — период структуры, d — ширину щелей (l и d — величины соответствующих двугранных углов, которые образованы пересечением плоскостей, проведенных через ось конуса и ребра соседних лент); r_0, θ_0, φ_0 — координаты источника; k — волновое число ($\text{Im} k \leq 0$).

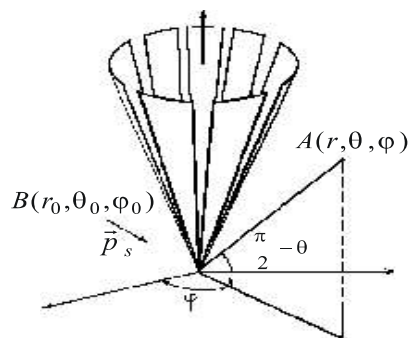


Рис. 1. Геометрия структуры

Компоненты поля магнитного диполя $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ в свободном пространстве определяются магнитным потенциалом Дебая ν_0 по формулам [4]

$$E_{r,0} = 0, \quad H_{r,0} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + k^2 \right) (r\nu_0);$$

$$E_{\theta,0} = -\frac{i k w}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \nu_0, \quad H_{\theta,0} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r\nu_0); \quad (1)$$

$$E_{\varphi,0} = i k w \frac{\partial}{\partial \theta} \nu_0, \quad H_{\varphi,0} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} (r\nu_0);$$

$$w = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad \nu_0 = \frac{1}{r_0} \frac{e^{-ikR}}{R}, \quad R = |\vec{r} - \vec{r}_0|;$$

ε, μ — диэлектрическая и магнитная проницаемость среды соответственно.

Присутствие в безграничном пространстве конуса приводит к появлению рассеянного поля E_p, H_p . Полное поле E, H , которое представляется в виде

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p, \quad \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_p,$$

удовлетворяет системе уравнений Максвелла, граничному условию обращения в нуль тангенциальной составляющей электрического поля на лентах конуса, условию ограниченности энергии на бесконечности.

Для решения граничной электродинамической задачи используем магнитный потенциал Дебая, через который компоненты электромагнитного поля выражаются по формулам (1). При этом потенциал Дебая, соответствующий полному полю ($v = v_0 + v_p$), удовлетворяет:

а) однородному уравнению Гельмгольца всюду вне конуса и источника:

$$\Delta v + k^2 v = 0;$$

б) граничному условию Неймана на лентах:

$$\left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{\Sigma} = 0; \quad (2)$$

в) условию вблизи нерегулярностей границы;

г) принципу предельного поглощения.

Требуется определить потенциал v_p для рассеянного поля. Поскольку в сферической системе координат конус является одной из координатных поверхностей ($\theta = \gamma$), разделение переменных удобно произвести с помощью интегрального преобразования Конторовича-Лебедева по радиальной координате:

$$\hat{g}(\tau) = \int_0^{+\infty} g(r) \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} dr \quad (3)$$

$$g(r) = -\frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau e^{\pi \tau} \hat{g}(\tau) \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} d\tau \quad (4)$$

где $H_{i\tau}^{(2)}(kr)$ - функция Ханкеля 2-го рода.

Учитывая, что [5]

$$\frac{e^{-ikR}}{R} = -\frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau e^{\pi \tau} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau} \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} e^{im\varphi} * F_{m\tau}(\theta, \theta_0) d\tau,$$

$$a_{m\tau} = (-1)^m \frac{\pi}{ch\pi\tau} e^{-im\varphi_0} \frac{\Gamma(1/2 - m + i\tau)}{\Gamma(1/2 + m + i\tau)} \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr_0)}{\sqrt{r_0}},$$

$$F_{m,\tau}(\theta, \theta_0) = \begin{cases} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \theta) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta_0), & 0 < \theta < \theta_0 \\ P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta) P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \theta_0), & \theta_0 < \theta < \pi \end{cases}$$

решение граничной задачи ищем в виде интеграла Конторовича-Лебедева (3), (4):

$$v_p = -\frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau e^{\pi \tau} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_{m\tau} U_{m\tau}(\theta, \varphi) \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (5)$$

где

$$b_{m\tau} = \frac{1}{r_0} a_{m\tau} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta_0) \frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \gamma), \quad \gamma < \theta_0,$$

$$U_{m\tau} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_{m,n}(\tau) \frac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\pm \cos \theta)}{\frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\pm \cos \gamma)} e^{i(m+nN)\varphi}, \quad (6)$$

$\Gamma(z)$ -гамма-функция; $P_{\mu}^m(\cos \theta)$ – присоединенная функция Лежандра 1-го рода; $x_{m,n}(\tau)$ – неизвестные коэффициенты. Знак «+» в представлении (6) соответствует области $0 < \theta < \gamma$, а «-» $\gamma < \theta < \pi$. Для получения функциональных уравнений, содержащих коэффициенты $x_{m,n}(\tau)$, используем граничное условие на лентах конуса L (2) и условие непрерывности потенциала v в щелях CL . В силу периодичности структуры эти условия рассматриваются на периоде:

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} = 0, \quad \theta = \gamma, \quad \varphi \in L: \quad \frac{\pi d}{l} < N\varphi \leq \pi, \quad (7)$$

$$v^+ = v^-, \quad \theta = \gamma, \quad \varphi \in CL: \quad |N\varphi| \leq \frac{\pi d}{l}, \quad (8)$$

здесь $v^{\pm} = v|_{\theta=\gamma \pm 0}$.

Применяя условия (7), (8) и принимая во внимание соотношение [6]

$$P_{\mu}^{-q}(\cos \theta) \frac{d}{d\theta} P_{\mu}^{-q}(-\cos \theta) - P_{\mu}^{-q}(-\cos \theta) \frac{d}{d\theta} P_{\mu}^{-q}(\cos \theta) = \frac{2}{\pi} \frac{\sin(\mu - q)\pi \Gamma(\mu - q + 1)}{\sin \theta \Gamma(\mu + q + 1)},$$

приходим к функциональным уравнениям (опускаем индекс m)

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n e^{inN\varphi} = e^{im_0 N\varphi}, \quad \varphi \in L, \quad (9)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_n) x_n e^{inN\varphi} = 0, \quad \varphi \in CL, \quad (10)$$

$$\frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_n) = \frac{(-1)^{(n+\nu)N+1} ch\pi\tau}{\pi(\sin \gamma)^2} *$$

$$* \frac{\Gamma(1/2+i\tau+(n+\nu)N)}{\Gamma(1/2+i\tau+(n+\nu)N)} \frac{1}{\frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma) \frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma)}, \quad (11)$$

$\nu = m/N - m_0$, m_0 – ближайшее к m/N целое число, $-1/2 \leq \nu < 1/2$. Используя асимптотическое разложение функции $P_\mu^m(\cos \theta)$ при $|m| \gg 1$ [7]

$$P_\mu^m(\cos \theta) = -\frac{2^m \Gamma(\frac{1+\mu+m}{2}) \Gamma(\frac{1-\mu+m}{2})}{\pi \sqrt{2m\pi}} \sin \mu\pi \cdot t g^m \frac{\theta}{2} * \\ * \left[1 + \frac{\mu+1/2+\mu(\mu+1)\cos \theta}{2m} + O(\frac{1}{m^2}) \right],$$

можно показать, что для ε_n имеет место оценка

$$\varepsilon_n = O\left(\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right), \quad nN \gg 1. \quad (12)$$

Функциональные уравнения (9), (10) в дальнейшем рассматриваются как уравнения для определения неизвестных коэффициентов x_n , которые находятся в гильбертовом пространстве последовательностей $\{\ell_p\}$:

$$\sum_{p=-\infty}^{+\infty} |\ell_p|^2 (1+|p|)^{-1} < +\infty. \quad (13)$$

Это условие получается в результате применения к функции ν_p (5) условия конечности энергии.

Умножая обе части (10) на $e^{iN\nu\varphi}$ и дифференцируя по $\psi = N\varphi$, получаем

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{in\psi} = e^{im_0\psi}, & \psi \in L \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_n) x_n e^{in\psi} = 0, & \psi \in CL \end{cases} \quad (14) \quad (15)$$

с дополнительным условием

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_n) x_n = 0, \quad (\psi = \pi). \quad (16)$$

Преобразуем (14)-(16) к виду

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n^{m_0} e^{in\psi} = 0, & \psi \in L \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} y_n^{m_0} e^{in\psi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n^{m_0} e^{in\psi}, & \psi \in CL \end{cases} \quad (17) \quad (18)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{n+\nu} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_n) y_n^{m_0} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} \frac{1}{n+\nu} f_n^{m_0}, \quad (19)$$

$$\text{где } y_n^{m_0} = x_n - \delta_n^{m_0}, \quad \delta_n^{m_0} = \begin{cases} 0, & n \neq m_0, \\ 1, & n = m_0, \end{cases} \quad (20)$$

$f_n^{m_0} = \varepsilon_n y_n^{m_0} - (1-\varepsilon_n) \delta_n^{m_0}$. Используя метод задачи Римана-Гильберта [2], сведем функциональные уравнения (17)-(19) к СЛАУ второго рода фредгольмовского типа относительно $y_n^{m_0}$:

$$y_n^{m_0} = -\frac{|m_0|}{m_0} (1-\varepsilon_{m_0}) V_{n-1}^{m_0-1}(u) + \sum_{p \neq 0} y_p^{m_0} \frac{|p|}{p} \varepsilon_p V_{n-1}^{p-1}(u) + \\ + y_0^{m_0} [P_n(u) + \varepsilon_0 V_{n-1}^{-1}(u)], \quad n \neq 0, \quad (21)$$

$$\frac{2P_{\nu-1}(-u)}{P_\nu(-u) + P_{\nu-1}(-u)} y_0^{m_0} = -\nu \frac{|m_0|}{m_0} (1-\varepsilon_{m_0}) V^{m_0}(u) + \\ + \nu \sum_{p=-\infty}^{\infty} y_p^{m_0} \frac{|p|}{p} \varepsilon_p V^p(u), \quad (22)$$

здесь

$$V_{n-1}^{p-1}(u) = \frac{n}{2(n-p)} [P_{n-1}(u) P_p(u) - P_n(u) P_{p-1}(u)], \quad n \neq p,$$

$$V_{n-1}^{-1}(u) = \frac{1}{2} [P_{n-1}(u) - P_n(u)], \quad u = \cos \frac{\pi d}{l},$$

$$V^p(u) = \frac{1}{p+\nu} *$$

$$* \left\{ P_p(u) - \frac{P_{\nu-1}(-u)}{P_\nu(-u) + P_{\nu-1}(-u)} [P_p(u) - P_{p-1}(u)] \right\}, \quad \nu \neq 0.$$

Матричный оператор системы (21), (22) вполне непрерывный в гильбертовом пространстве последовательностей $\{\ell_p\}$ (13). Поэтому решение СЛАУ при любых соотношениях между шириной лент

и периодом для произвольных конечных значений параметров N , m , τ можно получить методом редукции. Неизвестные коэффициенты $y_n^{m_0}$ (а следовательно, и x_n) не зависят от волнового числа, что удобно для построения диаграммы направленности и изучения поля вблизи острия конуса ($kr \ll 1$).

Рассмотрим частный случай конуса с одной щелью ($N=1$), когда источник находится на оси конуса ($\theta_0 = \pi$). Тогда $\nu = 0$, $m = m_0 = 0$ и система (21), (22) для x_n принимает вид ($\varepsilon_{-n} = \varepsilon_n$, $x_{-n} = x_n$):

$$(\ln \frac{1-u}{2} - D_\tau) x_0 + \sum_{p=1}^{+\infty} x_p \frac{1}{p} \varepsilon_p [P_p(u) + P_{p-1}(u)] = \ln \frac{1-u}{2}, \quad (23)$$

$$[P_n(u) + P_{n-1}(u)] x_0 - 2x_n + 2 \sum_{p=1}^{+\infty} x_p \varepsilon_p [V_{n-1}^{p-1}(u) - V_{n-1}^{-p-1}(u)] = \\ = P_n(u) + P_{n-1}(u), \quad (24)$$

$$\text{где } D_\tau = \frac{ch\pi\tau}{\pi \sin^2 \gamma} \frac{1}{P_{-1/2+i\tau}^{1/2+i\tau}(\cos \gamma) P_{-1/2+i\tau}^{1/2+i\tau}(-\cos \gamma)}.$$

В этом случае $U_{m\tau}$ (6) записывается в виде

$$U_{0\tau} = \sum_{n=0}^{+\infty} \phi_n x_n(\tau) \frac{P_{-1/2+i\tau}^n(\pm \cos \theta)}{\frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^n(\pm \cos \gamma)} \cos n\varphi, \\ \phi_n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 2, & n \neq 0. \end{cases}$$

3. Анализ численного решения СЛАУ

Система (23), (24) имеет единственное решение, которое находим методом редукции. Поскольку x_n являются коэффициентами Фурье компонент рассеянного поля, а их модули определяют энергию поля, исследуем зависимость этих коэффициентов от параметров задачи. Приведем табл. 1 и 2 значений x_n в зависимости от ширины щели d ($N = 1$, $\tau = 1$, $\gamma = \frac{\pi}{8}$). Из таблиц видно, что мнимые части x_n пренебрежительно малы и все коэффициенты фактически являются действительными. В случае узкой щели $|x_0| > |x_n|$, $n = 1, 2, \dots, 19$. С уменьшением щели x_0 приближается к единице, а x_n — к нулю. Это хорошо согласуется с асимптотическим решением системы в случае узкой щели $d \ll 1$ (25), (26) [3]:

$$x_0 - 1 \approx \frac{-1}{2 \ln(4/d)} \frac{D_\tau}{1 - \frac{1}{2 \ln(4/d)} (D_\tau - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p} \varepsilon_p)}, \quad (25)$$

$$x_n \approx \frac{1}{2} (x_0 - 1) [P_n(u) + P_{n-1}(u)]. \quad (26)$$

Таблица 1

$X_n \backslash d$	$d=0.001$	$d=1$
X_0	0.800558 -i*1.86177e-21	0.635763 -i*6.1824e-21
X_1	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.36423 -i*6.18221e-21
X_2	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.364209 -i*6.18193e-21
X_3	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.364175 -i*6.18087e-21
X_4	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.364126 -i*6.17896e-21
X_5	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.364064 -i*6.17775e-21
X_6	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.363987 -i*6.17669e-21
X_7	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.363897 -i*6.17511e-21
X_8	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.363793 -i*6.17004e-21
X_9	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.363676 -i*6.16878e-21
X_{10}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.363544 -i*6.1641e-21
X_{11}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.363399 -i*6.15876e-21
X_{12}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.363239 -i*6.1548e-21
X_{13}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.363066 -i*6.15073e-21
X_{14}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.362879 -i*6.15228e-21
X_{15}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.362679 -i*6.14981e-21
X_{16}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.362464 -i*6.1462e-21
X_{17}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.362236 -i*6.13775e-21
X_{18}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.361994 -i*6.13306e-21
X_{19}	-0.199442 -i*1.86177e-21	-0.361738 -i*6.12724e-21

На рис.2 приведены зависимости $|x_0|$ от ширины щели d для $N = 1$, $\tau = 1$ при фиксированном γ . Значения $|x_0|$ существенно зависят от ширины щели d и угла раствора конуса. Как видно из рис.2, все они монотонно убывают от 1 до 0 с увеличением ширины щели. Радиальная составляющая магнитного поля рассеяния на оси конуса ($\theta = 0$) определяется через x_0 по формуле

$$H_{rp} = \frac{\pi}{2rr_0} \int_0^{+\infty} \tau \left(\frac{1}{4} - \tau^2 \right) t h \pi \tau e^{\pi \tau} \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} * \frac{x_0(\tau)}{P_{-1/2+i\tau}(\cos \gamma)} d\tau.$$

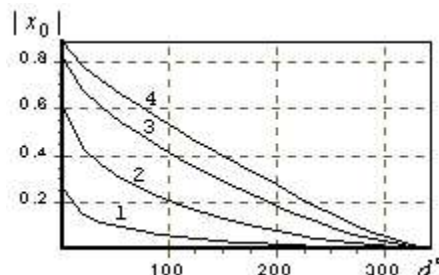


Рис.2. Зависимость $|x_0|$ от d для различных значений: 1 — $\gamma = 10^\circ$; 2 — $\gamma = 22,5^\circ$; 3 — $\gamma = 45^\circ$; 4 — $\gamma = 90^\circ$

Таблица 2

$X_n \backslash d$	$d=10$	$d=35$
X_0	0.497434 -i*7.89945e-21	0.368187 -i*3.7938e-21
X_1	-0.501515 -i*7.89303e-21	-0.615836 -i*3.4733e-21
X_2	-0.4987 -i*7.90875e-21	-0.573942 -i*2.99614e-21
X_3	-0.493967 -i*7.85705e-21	-0.506428 -i*1.30566e-21
X_4	-0.487362 -i*7.72956e-21	-0.41827 +i*1.09116e-21
X_5	-0.478929 -i*7.73463e-21	-0.315573 +i*2.15609e-21
X_6	-0.468717 -i*7.79351e-21	-0.205282 +i*3.15147e-21
X_7	-0.456786 -i*7.81998e-21	-0.0946946 +i*4.51119e-21
X_8	-0.443204 -i*7.47593e-21	0.00907489 +i*5.88938e-21
X_9	-0.428047 -i*7.61466e-21	0.0996179 +i*6.9785e-21
X_{10}	-0.411403 -i*7.41935e-21	0.171696 +i*7.52825e-21
X_{11}	-0.393364 -i*7.21546e-21	0.221606 +i*7.70867e-21
X_{12}	-0.374033 -i*7.19781e-21	0.247419 +i*8.23806e-21
X_{13}	-0.353518 -i*7.20843e-21	0.249075 +i*8.73568e-21
X_{14}	-0.331935 -i*7.68282e-21	0.228329 +i*1.04635e-20
X_{15}	-0.309404 -i*7.82626e-21	0.188555 +i*1.08229e-20
X_{16}	-0.28605 -i*7.89714e-21	0.134426 +i*1.06577e-20
X_{17}	-0.262003 -i*7.70495e-21	0.0714999 +i*9.8928e-21
X_{18}	-0.237395 -i*7.76465e-21	0.00574255 +i*9.34488e-21
X_{19}	-0.212362 -i*7.78495e-21	-0.0569646 +i*8.58135e-21

Зависимость $|x_0|$ от угла γ при различных d приведена на рис.3.

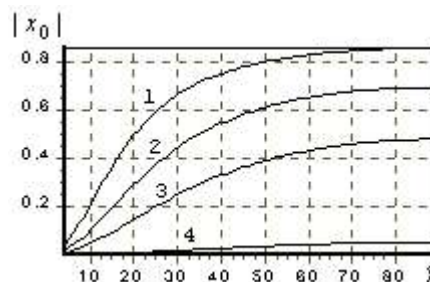


Рис.3. Зависимость $|x_0|$ от угла раствора конуса при различных значениях ширины щели d : 1 — $d = 5^\circ$; 2 — $d = 45^\circ$; 3 — $d = 120^\circ$; 4 — $d = 300^\circ$

Каждая кривая на рис.3 имеет одну точку перегиба и характеризует $|x_0(\gamma)|$ как монотонно возрастающую функцию. С уменьшением ширины щели кривая становится более крутой.

Кривые на рис.4. определяют зависимость $|x_1|$ от d при различных γ :

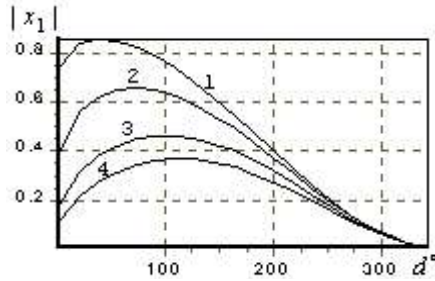


Рис.4. Зависимость $|x_1|$ от d для различных γ :
1 – $\gamma=10^\circ$; 2 – $\gamma=22,5^\circ$; 3 – $\gamma=45^\circ$; 4 – $\gamma=90^\circ$

С уменьшением γ у $|x_1(d)|$ наблюдается явно выраженный максимум, который с увеличением γ сдвигается и расплывается.

4. Поле в дальней зоне

Используя поведение функции $H_{i\tau}^{(2)}(kr)$ при $kr \gg 1$ [8], получаем из (5), (1) асимптотические представления для поля в дальней зоне. Приведем выражение для $\hat{H}_\theta$ составляющей магнитного поля рассеяния ($N=1$, $\theta_0=\pi$) в дальней зоне:

$$\hat{H}_\theta = g(\theta, \varphi) \frac{e^{-ikr}}{r}, \quad (27)$$

$$\text{где } g(\theta, \varphi) = \frac{B}{r_0} \int_0^{+\infty} \pi h \pi \tau e^{\pi \tau} \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr_0)}{\sqrt{r_0}} P_{-1/2+i\tau}^1(\cos \gamma) \cdot \times \\ \times \left\{ x_0(\tau) \frac{P_{-1/2+i\tau}^1(-\cos \theta)}{P_{-1/2+i\tau}^1(-\cos \gamma)} + \right. \\ \left. + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} x_n(\tau) \frac{\frac{d}{d\theta} P_{-1/2+i\tau}^n(-\cos \theta)}{\frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^n(-\cos \gamma)} \cos n\varphi \right\} d\tau, \quad \gamma < \theta < \pi,$$

B – известный коэффициент.

На рис.5 представлены нормированные диаграммы направленности (H_θ) в азимутальной плоскости

для модели конической щелевой антенны ($\gamma = \frac{\pi}{8}$,

$\theta_0 = \pi$, $\theta = \frac{4\pi}{15}$, $kr_0 = 1$, $N = 1$). При построении диаграммы использовано выражение для поля в дальней зоне (27).

Как видно из рис.5, диаграммы направленности зависят от ширины щели. С увеличением ширины щели наблюдается и увеличение лепестка при

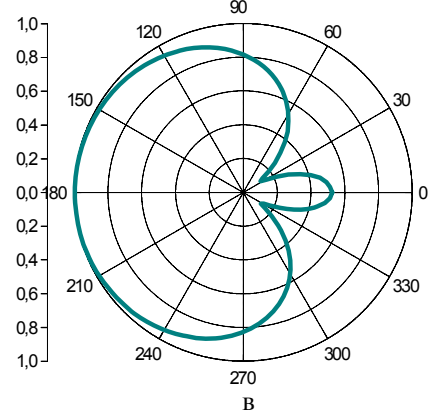
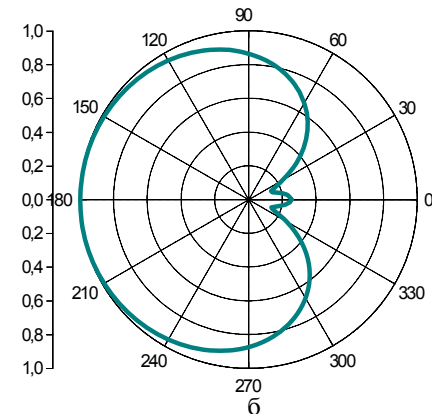
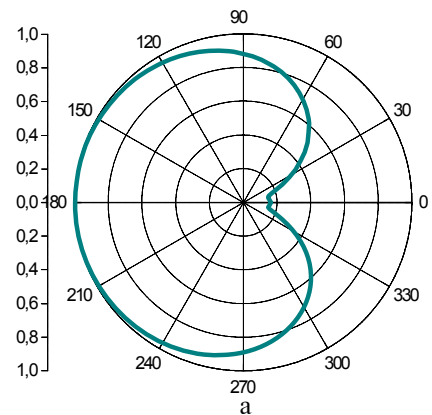


Рис. 5. Диаграммы направленности

излучении из щели в результате проникновения поля в щель и взаимодействие его с внутренней криволинейной поверхностью конуса. Максимум излучения направлен вдоль плоскости, проведенной через середину щели ($\varphi = 0$). Изучения диаграмм направленности показали, что степень излучения из щели и формой лепестка можно управлять изменением ширины щели d , угла раствора конуса 2γ и соотношения между длиной волны и расстоянием от источника до вершины конуса (kr_0).

5. Заключение

На основе использования интегрального преобразования Конторовича-Лебедева и метода задачи Римана-Гильберта задача рассеяния поля магнитного радиального диполя на неограниченном иде-

ально проводящем бесконечно тонком круговом конусе с периодически прорезанными вдоль образующих щелями свелась к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода фредгольмовского типа относительно коэффициентов Фурье компонент рассеянного поля. В работе впервые построен численный алгоритм решения этой системы и проведен численный эксперимент. Анализ полученных численных результатов выявил характер зависимости коэффициентов Фурье от ширины щели и угла раствора конуса в случае конуса с одной щелью. Показано, что интенсивность и форма лепестка излучения из щели зависят от ширины щели, угла раствора конуса и соотношения между длиной и расстоянием от источника до вершины конуса. Так, с увеличением ширины щели наблюдается и увеличение интенсивности излучения из щели.

Литература: 1. *Которович М.И., Лебедев Н.Н.* ЖЭТФ, Т.9. Вып.6. 1939. С.729-741. 2. *Шестопалов В.П.* Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. Киев: Наук. думка, 1983, 252с. 3. *Дорошенко В.А.* Радио-

техника. 1992. Вып.97. С.54-61. 4. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440с. 5. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. В 3-х т. Т.1 М.: Наука, 1973. 295с. 6. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. В 2-х т. Т.1. М.: Мир, 1978. 547с. 7. *Кратцер А. Франц В.* Трансцендентные функции. М.: Изд-во иностр. лит., 1963. 446с. 8. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. В 3-х т. Т.2. М.: Наука, 1974. 295с.

Поступила в редколлегию 29.11.2000

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Нерух А.Г.

Дорошенко Владимир Алексеевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры ВМ ХТУРЭ. Научные интересы: электродинамика, математическая физика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр.Ленина, 14, тел.40-93-72.

Семенова Елена Константиновна, выпускница ХНУ им.В.Н.Каразина 2000г. Научные интересы: электродинамика, математическая физика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр.Ленина, 14, тел. 11-65-09.

Русакова Анна Геннадиевна, выпускница ХНУ им.В.Н.Каразина 2000г. Научные интересы: электродинамика, математическая физика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр.Ленина, 14, тел. 68-07-01.

УДК 621.391

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ РАДИОСИГНАЛОВ ПРИ ДВУХПОЗИЦИОННОМ ПРИЕМЕ

ЛИТВИН С.А., МАРЕХА А.С., ПЕТРИЩЕВ А.В.

Рассматривается задача разнесенного приема фазоманипулированных сигналов в декаметровом канале радиосвязи. Предлагается способ оценки относительной задержки распространения радиосигнала до антенных элементов. Получен алгоритм совместной оценки дискретного информационного и аналоговых сопутствующих параметров.

Рассмотрим задачу двухпозиционного приема сигналов с фазовой манипуляцией (ФМ), подвергающихся райсовским замираниям.

Представим принимаемый ФМ сигнал $S(t)$ в следующем виде:

$$S(t, \theta(k), x(t)) = B(t) \cdot \cos[\omega_0 t + \varphi(t) + \theta(k) \cdot \pi], \quad (1)$$

$$(k-1)T \leq t \leq kT,$$

где $B(t) = \{[A + x_C(t)]^2 + x_S^2(t)\}^{1/2}$,

$$\varphi(t) = \arctg[x_S(t)/(A + x_C(t))].$$

Здесь $\theta(k)$ — дискретный информационный параметр, значения которого на разных тактовых интервалах представляют собой однородную цепь Маркова с двумя равновероятными значениями 0 или 1 ($p_0 = p_1 = 1/2$) и вероятностями перехода $\pi_{ij} = 1/2$, $i, j = 0, 1$. Огибающая $B(t)$ имеет распре-

деление Райса, а фаза $\varphi(t)$ равномерно распределена в интервале $(-\pi, \pi)$. Такое задание сигнала позволяет учесть его амплитудные и фазовые замирания [1]. Сигнал (1) можно представить также в виде

$$S(t, \theta(k), x(t)) = (-1)^{\theta(k)} \cdot [A \cdot \cos \omega_0 t + \bar{H}(t) \cdot \bar{x}(t)] =$$

$$= \begin{cases} S_0(t, x(t), \theta = 0, \\ S_1(t, x(t) = -S_0(t, x(t), \theta = 1, \end{cases} \quad (2)$$

где $\bar{H}(t) = [\cos \omega_0 t \quad \sin \omega_0 t]$, $\bar{x}(t) = [\bar{x}_C(t) \quad \bar{x}_S(t)]^T$ — транспонированный вектор независимых сопутствующих параметров, описываемый уравнением

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{A} \cdot \bar{x}(t) + n_x(t),$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 \\ 0 & -\alpha \end{bmatrix}, \quad \bar{n}_x(t) = \begin{bmatrix} \bar{n}_{xC}(t) \\ \bar{n}_{xS}(t) \end{bmatrix},$$

$$M\{\bar{n}_x(t) \cdot \bar{n}_x^T(\tau)\} = \bar{N}_x \delta(\tau), \quad \bar{N}_x = \begin{bmatrix} N_x/2 & 0 \\ 0 & N_x/2 \end{bmatrix}.$$

С учетом (2) уравнения наблюдения при двухпозиционном приеме имеют вид:

$$\xi_1(t) = (-1)^{\theta(k)} [A \cdot \cos \omega_0 t + \bar{H}(t) \cdot \bar{x}(t)] + n_1(t),$$

$$\xi_2(t) = (-1)^{\theta(k\tau)} [A \cdot \cos \omega_0(t - \tau) + \bar{H}(t - \tau) \cdot \bar{x}(t - \tau)] + n_2(t), \quad (3)$$

здесь $\tau(t)$ — задержка распространения сигнала между разнесенными антеннами; $n_1(t), n_2(t)$ — независимые шумы наблюдения, полагаемые белыми гауссовскими шумами.