УДК 621.391

Е. В. СТАРКОВА

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ БОРЬБЫ С ПЕРЕГРУЗКАМИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

Введение

Ввиду гетерогенного и мультисервисного характера современных телекоммуникационных сетей (ТКС), а также широкого применения конвергентных и мультипротокольных решений, все острее становится задача анализа и обеспечения наблюдаемости, управляемости и, прежде всего, устойчивости функционирования сети, особенно в условиях близких к перегрузкам. Однако эвристические схемы и комбинаторные алгоритмы, положенные в основу существующих средств борьбы с перегрузками – механизмов управления очередями, протоколов маршрутизации и др., нередко сами провоцируют потерю устойчивости функционирования ТКС. Примером тому может служить перегрузка «кратчайшего» пути при реализации преимущественно однопутевых стратегий маршрутизации (в протоколах RIP, IGRP/EIGRP, OSPF, PNNI); или не всегда обоснованное ограничение длины очереди (RED, WRED) и поступающей в ТКС нагрузки (Traffic Shaping, Committed Access Rate) ввиду неадекватной реакции на нестационарный характер интенсивности сетевого трафика [1].

В этой связи актуальной научной и практической задачей является разработка новых и/или усовершенствование существующих моделей и методов борьбы с перегрузками, которые бы позволили еще на этапе формализации задач управления сетевыми ресурсами определить области устойчивого функционирования ТКС в условиях стохастического изменения как характеристик абонентского трафика, так и отдельных структурных и функциональных параметров сети (например, скорости каналов связи или производительности сетевых узлов).

Кинетическая модель TCP-сеанса передачи данных при управлении длиной очереди с использованием механизма RED

Максимально точно оценить область устойчивого или неустойчивого функционирования ТКС можно, лишь располагая адекватным математическим описанием – моделью того или иного сетевого процесса информационного обмена или управления, учитывающей стохастическую природу и динамику изменения состояния сети. В этой связи заслуживает внимания модель, описывающая процесс изменения скорости передачи данных TCP-сеанса при управлении длиной очереди с использованием механизма RED (Random Early Detection) [2]. Модель основана на рассмотрении простейшего фрагмента IP-сети, состоящего из двух сетевых узлов, которые при установке и поддержке TCP-сеанса используют механизм RED. Основываясь на том, что сетевой узел формирует поток передаваемых данных в виде набора последовательностей сегментов данных, изменение плотности потока (скорости передачи данных) можно представить в виде стохастического дифференциального уравнения [2]:

$$\frac{d\lambda(t)}{dt}=\frac{1-P_L(\lambda,t)}{R^2}-\frac{P_L(\lambda,t)}{2}\lambda^2(t), \qquad (1)$$

где $\lambda(t)$ – плотность TCP-потока; $P_L(\lambda,t)$ – вероятность потери сегмента; R – интервал времени, в течение которого должна быть подтверждена неискаженная доставка каждой из переданных последовательностей (время отклика канала).

Усредненное значение плотности потока за время наблюдения Δt имеет вид

$$\lambda(t)=\frac{\overline{w}(t)}{R}, \qquad (2)$$

где $\overline{w}(t)=\dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N}w_i(t)$ – среднее значение окна передачи по всем реализациям, N – число реализаций TCP/RED систем [2].

Тогда, изменение плотности потока записывается в виде уравнения

$$\Delta\lambda(t) \equiv \lambda(t+\Delta t) - \lambda(t) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{R}\left[w_i(t+\Delta t) - w_i(t)\right]. \quad (3)$$

В свою очередь, поток $\lambda(t)$ связан с объемом переданных данных соотношением

$$\lambda(t) = \frac{dB(t)}{dt}, \quad (4)$$

где $B(t)$ – объем переданных сегментов данных.

Таким образом, математическая модель сеанса передачи данных при управлении длиной очереди с использованием механизма RED (1)-(4) носит четко выраженный нелинейный характер, основываясь на которой необходимо определить и проанализировать области устойчивого функционирования сети с целью своевременного выявления и предотвращения перегрузки ТКС и связанных с этим потерь пакетов (сегментов).

Обзор методов анализа устойчивости динамических систем

С точки зрения математики, под устойчивостью понимается характер реакции динамической системы, каковой является ТКС, на малое возмущение ее состояния. Условимся, что если незначительные вариации структурных и функциональных параметров сети не вызывают существенного изменения состояния ТКС, то она называется устойчивой, а в противном случае – неустойчивой. При этом различают различные типы устойчивости – устойчивость в малом и большом; эквиасимптотическая, асимптотическая и равномерная асимптотическая устойчивость в целом и т.д. Для анализа различных типов устойчивости в настоящее время предложено достаточно большое количество методов, свой вклад в создание, развитие и усовершенствование которых внесли Ньютон (уравнение движения маятника), Леонард Эйлер (вариационное исчисление для определения равновесных конфигураций сжатой упругой колонны), Жозеф-Луи Лагранж (аналитическая механика, энергетическое условие устойчивости), Гамильтон (система обыкновенных дифференциальных уравнений механики первого порядка), Анри Пуанкаре (теория бифуркаций, качественная теория динамических систем), А. А. Ляпунов (метод функций Ляпунова), А. А. Андронов (структурная устойчивость) и др.

В общем случае для исследования устойчивости динамических систем может применяться метод функций Ляпунова [3]. Однако в ряде важных случаев с помощью функций Ляпунова можно получить лишь качественные результаты, поэтому широкое распространение получили теория бифуркаций динамических систем и теория катастроф [4], с помощью которых можно проанализировать причины и последствия внезапных скачкообразных изменений в поведении динамической системы при незначительном изменении ее внутренних параметров или внешних условий. В целом, в отличие от классических методов математического анализа, позволяющих исследовать плавные непрерывные процессы, теория бифуркаций и теория катастроф представляют собой универсальный инструментарий исследования скачкообразных переходов, разрывов, внезапных качественных изменений. Использование данных теорий при математическом описании ТКС открывает широкие возможности по обеспечению ее структурной и функциональной устойчивости по отношению к резким непредвиденным изменениям ее структуры (например, при выходе из строя сетевого элемента или целого участка сети), а также условий функционирования (например, при скачкообразном увеличении интенсивности поступающего в сеть трафика или изменении пропускной способности каналов связи).

Общая методика анализа устойчивости и бифуркаций стационарных состояний динамических систем

Принято, что типичной моделью динамической системы является обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x} = F(x,\mu), \quad (5)$$

где $x(t)$ – переменная состояния, F – некоторая функция состояния, характеризующая закон эволюции, μ – параметр системы [5]. Если задано начальное состояние $x(t_0)$, то существует единственное решение уравнения (5), которое предсказывает будущее состояние $x(t)$ для любых $t > t_0$.

Если число переменных состояния равно двум (или более), то моделью будет система двух (или более) уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1(x_1, x_2, \mu), \\ \dot{x}_2 = F_2(x_1, x_2, \mu). \end{cases} \tag{6}$$

В связи с тем, что проблема устойчивости связана с анализом реакции системы на малое возмущение ее состояния, на первом этапе она может быть исследована в рамках линейного приближения. Пусть $x^0(t)$ есть некоторое частное решение уравнения (5). Устойчивость этого решения (состояния) мы хотим исследовать. Введем в рассмотрение переменную $y(t)$, которая задает малое отклонение от частного решения:

$$y(t) = x(t) - x^0(t), \tag{7}$$

где $x(t)$ – возмущенное решение.

Таким образом, задача анализа устойчивости состоит в исследовании изменения во времени малого возмущения, в данном случае $y(t)$, которая подчиняется уравнению (5). Эволюцию возмущения $y(t)$ можно представить в виде линейного уравнения

$$\dot{y} = A(t)y\text{, где } A(t) = \left.\frac{dF}{dx}\right|_{x=x^0(t)}, \tag{8}$$

которое получено с учетом разложения функции F в степенной ряд в окрестности частного решения $x^0(t)$ [5]:

$$F(y) = \left.\frac{dF}{dx}\right|_{x=x^0(t)} \cdot y(t) + \left.\frac{d^2F}{dx^2}\right|_{x=x^0(t)} \cdot y^2(t) + \ldots, \tag{9}$$

где производные функции F должны вычисляться в точках, соответствующих частному решению $x^0(t)$.

Результат (8) можно обобщить на случай двух и более переменных состояния. Например, в случае двух переменных состояния уравнение (8) примет вид

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a_{11}y_1 + a_{12}y_2; \\ \dot{y}_2 = a_{21}y_1 + a_{22}y_2 \end{cases}, \tag{10}$$

где

$$a_{ij} = \left.\frac{dF_i}{dx_j}\right|_{x_i = x_i^0}; \; i, j = 1, 2.$$

Если одномерное уравнение (5) описывает эволюцию исключительно в окрестности стационарных состояний, то уравнение (6) может иметь в качестве решения не только стационарные, но и периодические решения.

Изменение параметра μ в уравнении (5) может вызвать потерю устойчивости одного состояния (или режима функционирования) системы и переход ее в другое, отличное от первого состояния [5, 6, 7]. Это явление называется *бифуркацией* (от слова раздвоение), а значение параметра, при котором оно происходит, – *точкой бифуркации*. В математике и физике существует понятие грубости или структурной устойчивости. Суть этого понятия в том, что при малом изменении параметра грубая система хоть и изменяет в деталях режим функционирования, но не существенно. С этой точки зрения для грубых систем переход через точку бифуркации означает смену одного структурно устойчивого режима на другой, при этом в точке бифуркации система не является грубой: малое изменение параметра в ту или иную сторону приводит к резким изменениям состояния.

Анализ устойчивости и точек бифуркации TCP-сеанса передачи данных

Используем приведенную методику для анализа устойчивости состояний динамической системы, заданной уравнением (1) для случая независимости вероятности потери сегмента данных P_L от времени и плотности потока $\lambda(t)$, т.е. $P_L(t,\lambda) = const$.

Шаг 1. Согласно методике на первом шаге осуществляем поиск стационарных состояний системы (1), для которых характерно $\frac{d\lambda(t)}{dt} = 0$. В результате решения уравнения получаем два корня $\lambda_1^0 = \sqrt{\frac{2(1-P_L)}{P_L R^2}}$ и $\lambda_2^0 = -\sqrt{\frac{2(1-P_L)}{P_L R^2}}$.

Шаг 2. На втором шаге производим анализ устойчивости системы в окрестности полученных стационарных точек. Рассмотрим уравнение для возмущений (8) применительно к первому стационарному состоянию λ_1^0:

$$\dot{y} = -(P_L\lambda_1^0)y = (-\frac{\sqrt{2P_L(1-P_L)}}{R})y = Ay, \qquad (11)$$

где $A = \left.\frac{dF}{d\lambda}\right|_{\lambda_1^0} = -\frac{\sqrt{2P_L(1-P_L)}}{R}$.

Решением уравнения (11) будет $y = \exp(At)$. Возмущение y экспоненциально затухает во времени (A есть отрицательное число). Это означает, что состояние λ_1^0 устойчиво. Так как второе состояние λ_2^0 отличается от первого только знаком, то решение уравнения (11) в этом случае будет экспоненциально нарастающим во времени (рис. 1), т.е. стационарное состояние λ_2^0 неустойчиво.

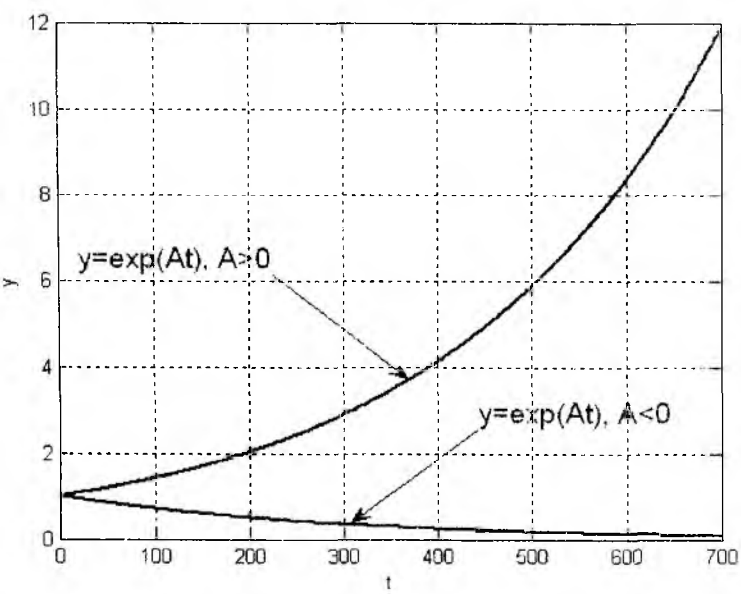


Рис. 1

Учитывая, что $\lambda(t)$ определяет плотность потока сегментов данных, т.е. $\lambda(t) > 0$, то решением уравнения (1) может быть только положительный корень. Следовательно, стационарное состояние λ_1^0 устойчиво, что говорит об устойчивости модели (1) в рамках предложенной методики.

Шаг 3. Следующим шагом является математический анализ бифуркаций, в широком смысле обозначающих всевозможные качественные перестройки или метаморфозы в поведении системы при изменении параметров, от которых ее работа зависит [6]. В данном случае устойчивость определяется знаком производной в правой части уравнения (1) в стационарной точке, то есть знаком величины A (8).

При уменьшении значения первого слагаемого $a = \dfrac{1 - P_L(t)}{R^2}$ в уравнении (1) величина A приближается к нулевому значению и, в конечном счете, при $a = 0$ параметр A обращается в нуль. Более того, при $a = 0$ оба стационарных состояния сливаются в одно ($A = 0$).

Далее, если $a < 0$, то стационарных состояний нет вовсе. В этом случае $\lambda_{1,2}^0 = \pm j\sqrt{\dfrac{2(1-P_L)}{P_L R^2}}$ (j – мнимая единица), т.е. при $a < 0$ становятся чисто мнимыми.

Согласно определению, точкой бифуркации будет значение $A = 0$. Касательно исследуемой модели такой случай возникает при $P_L = 1$, то есть в предельном случае, когда все пакеты отбрасываются. Таким образом, до того, как буфер на сетевом узле полностью загрузится, с некоторого момента времени с увеличением объема поступающего трафика возрастает вероятность потери сегментов. При этом уравнение (1) имеет одно стационарное решение, которое является устойчивым. Однако в случае, когда буфер переполняется, все приходящие на узел пакеты отбрасываются с вероятностью $P_L = 1$, что с точки зрения устойчивости приводит к возникновению явления бифуркации. Все сказанное говорит об адекватности исследуемой модели реальному процессу передачи данных.

Пример решения задачи на анализ устойчивости TCP-сеанса

Результаты проведенного анализа можно продемонстрировать на примере фрагмента сети транспортного уровня, приняв время отклика канала $R = 0.2\,мс$, вероятность потерь сегментов $P_L = 0.025$. Графически решения уравнения (1) при различных начальных состояниях ($\lambda_1(0) = 0.06$ *Мбит/с*, $\lambda_2(0) = 0.6$ *Мбит/с*, $\lambda_3(0) = 1.8$ *Мбит/с*, $\lambda_4(0) = 3$ *Мбит/с* для размера окна передачи 1, 10, 30 и 50 сегментов соответственно) изображено на рис. 2.

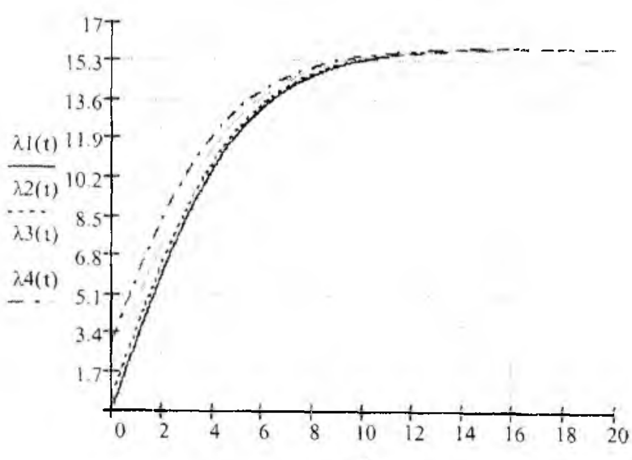
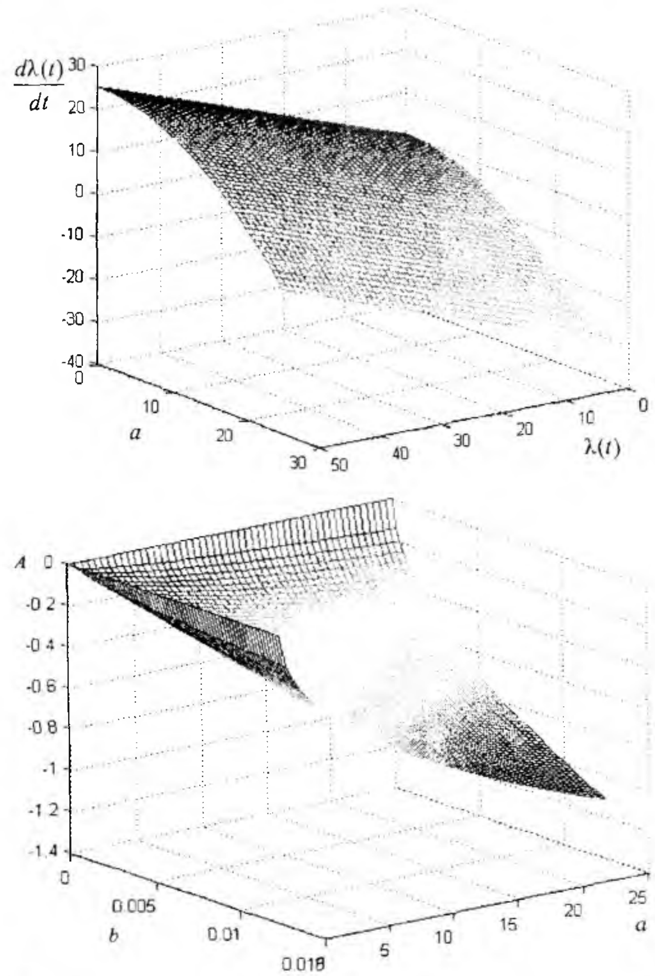


Рис. 2

Из рис. 2 видно, что согласно модели (1) для фиксированного значения времени отклика канала R и вероятности потерь сегментов $P_L \le 1$ со временем скорость изменения плотности потока $\frac{d\lambda(t)}{dt}$ устанавливается на некотором значении. Правильность полученных выводов относительно устойчивости TCP-сеанса можно проверить, построив графики, представленные на рис. 3. По графику, где показана зависимость величины $\frac{d\lambda(t)}{dt}$ от значения потока $\lambda(t)$ и параметра $a = \frac{1-P_L}{R^2}$ при фиксированной вероятности P_L (рис. 3, *а*), можно наблюдать, что полученная поверхность пересекает ось a в точке $\lambda_1^0 = \sqrt{\frac{2(1-P_L)}{P_L R^2}}$, которая является стационарным решением уравнения (1).



а *б*

Рис. 3

На рис. 3, *б* показана зависимость величины возмущения $A = -\frac{\sqrt{2P_L(1-P_L)}}{R}$ от параметров a и $b = \frac{P_L}{2}$, из которой видно, что параметр A везде отрицателен, т.е. возмущение $y = \exp(At)$ экспоненциально убывает во времени, что свидетельствует об устойчивости стационарного состояния λ_1^0. Значение $A = 0$ является точкой бифуркации.

Выводы

Таким образом, немаловажную роль в функционировании ТКС играют задачи обеспечения структурной и функциональной устойчивости. На сегодняшний день их решение осуществляется, преимущественно, с использованием разнообразных технологических приемов, что в условиях ограниченности сетевых ресурсов и нестационарности трафика нередко приводит к возникновению разрывов сеанса связи, перегрузке маршрутизаторов и каналов связи. В этой связи решение задачи обеспечения устойчивости ТКС должно достигаться, прежде всего, на уровне ее математического описания. Сами же условия устойчивости могут быть сформулированы либо как дополнительные ограничения в рамках существующих моделей и методов сетевого управления: распределения канальных и буферных ресурсов, маршрутизации, управления трафиком и др., либо как некоторая целевая функция, особенно в условиях резкого ухудшения условий функционирования системы, например, перегрузки сетевых элементов или ТКС в целом.

В работе предложен подход к анализу устойчивости функционирования ТКС на основе использования теории бифуркаций, нацеленной на выявление резких качественных изменений в поведении динамических систем. Особенности применения предложенного подхода продемонстрированы на примере исследования TCP-сеанса передачи данных при управлении длиной очереди с использованием механизма RED, представленного нелинейной дифференциальной моделью. Результаты анализа свидетельствуют о том, что в целом процесс борьбы с перегрузками обладает устойчивостью при условии независимости вероятности потери сегментов данных P_L от времени и плотности потока данных $\lambda(t)$, т.е. при $P_L(t,\lambda) = const$. Точке бифуркации соответствует случай, когда отбрасываются все приходящие сегменты, т.е. с вероятностью блокировки сегментов равной единице ($P_L = 1$).

Дальнейшее развитие предложенного подхода видится в исследовании более сложных моделей потерь сегментов, когда $P_L(t,\lambda) \neq const$, с целью выявления и возможного сужения области устойчивости решений используемой модели.

Список литературы: 1. *Вегешна Ш.* Качество обслуживания в сетях IP: Пер. с англ. М.: Изд. дом «Вильямс», 2003. 368 с. 2. *Синелобов А.В.* Кинетическая модель TCP-сеансов передачи данных // Электросвязь. 2005. № 2. С. 26-30. 3. *Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р.* Математическая теория конструирования систем управления: Учеб. пособие для втузов: М.: Высш. шк., 1989. 447 с. 4. *Томпсон Дж. М. Т.* Неустойчивости и катастрофы в науке и технике: Пер. с англ.: М.: Мир, 1985. 254 с. 5. *Анищенко В.С.* Устойчивость, бифуркации, катастрофы // Соросовский образовательный журнал. 2000, № 6. С. 105-109. 6. *Арнольд В.И.* Теория катастроф. 3-е изд., доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 128 с. 7. *Арнольд В. И., Афраймович В. С., Ильяшенко Ю. С., Шильников Л. П.* Теория бифуркаций М: ВИНИТИ, 1986. Т.5. 218 с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 12.09.2007