

УДК 681.324

И.А. Романенко¹, И.В. Рубан², С.В. Алексеев², Ю.С. Долгий²¹Генеральный Штаб Вооруженных Сил Украины, Киев²Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ В РЕЖИМЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ОШИБОК ПОЛУЧАТЕЛЕМ С УЧЕТОМ ОТКАЗОВ НА УЗЛАХ КОММУТАЦИИ

При передаче информации в современных сетях применяют различные методы управления обменом данными, что обусловлено необходимостью обеспечения заданного времени доставки и допустимого значения эквивалентной вероятности ошибки. Анализ процесса передачи пакетов требует учета влияния промежуточных узлов коммутации. Разработана модель, позволяющая исследовать основные вероятностно-временные характеристики процесса передачи данных в режиме обнаружения ошибок получателем с учетом дополнительных потоков информации от других источников и возможных отказов на узлах коммутации.

Ключевые слова: передача данных, вероятностно-временные характеристики, узел коммутации.

Введение

Постановка задачи. Исходя из распределенной топологии существующих сетей обмена данными (СОД) пакеты в большинстве случаев передаются через промежуточные узлы коммутации (УК). Для протоколов гарантированной доставки осуществляется контроль достоверности передаваемых данных, реализуемый за счет применения помехоустойчивого кодирования в режимах обнаружения или исправления ошибок с проверкой на каждом из промежуточных УК или непосредственно получателем. Потерянные и искаженные пакеты восстанавливаются путем повторных передач.

Для исследования вероятностно-временных характеристик (ВВХ) методов управления обменом данными в СОД необходим анализ процесса передачи пакетов в указанных режимах с учетом влияния промежуточных узлов коммутации. При этом в общем случае следует учитывать как наличие нескольких потоков данных от других источников, так и возможность возникновения отказов в обслуживании на каждом из УК.

Анализ исследований и публикаций. В [1] приведена модель простейшей бит-ориентированной процедуры передачи данных с квитированием для одного звена передачи без учета дополнительных потоков информации на УК.

В [2] была показана возможность потери пакетов УК в условиях пиковых нагрузок, определены пути предотвращения подобных ситуаций, а также приведена формула ориентировочного расчета размера буферов для заданных параметров.

В [3] разработана математическая модель процесса коммутации в устройствах с полносвязной топологией.

В [4] приведена модель, позволяющая исследовать основные ВВХ процессов передачи данных в СОД для случая применения помехоустойчивого кода в режиме обнаружения ошибок с проверкой пакетов получателем при передаче данных через промежуточные УК. В модели были учтены дополнительные потоки информации на УК, но не была учтена возможность отказов в обслуживании.

Цель статьи – разработка модели, позволяющей исследовать основные ВВХ процессов передачи данных в режиме обнаружения ошибок получателем с учетом возможных отказов на УК.

Основной материал

Пусть источник выдает сообщение длиной M разрядов, которое разбивается на пакеты с информационной частью m разрядов. Тогда количество сформированных из сообщения пакетов равно M/m . К каждому пакету добавляется $k_{\text{сл}}$ служебных разрядов и r проверочных. Общая длина сформированного пакета равна $n = m + k_{\text{сл}} + r$.

При отсутствии повторений каждый пакет будет доставлен за время $T_{\text{п}} = n/V$.

Длительность тайм-аута пропорциональна времени доставки пакета: $T_{\text{га}} = \eta T_{\text{п}}$.

Используем следующие обозначения вероятностей: $P_{\text{пр}}$ – правильного приема пакета; $P_{\text{оо}}$ – обнаружения ошибки в пакете; $P_{\text{но}}$ – необнаружения ошибки в пакете; $P_{\text{во}}$ – возникновения ошибки в пакете ($P_{\text{во}} = P_{\text{оо}} + P_{\text{но}}$); $P_{\text{пот}}$ – потери пакета. Причем $P_{\text{пр}} + P_{\text{оо}} + P_{\text{но}} + P_{\text{пот}} = 1$.

Рассмотрим передачу сообщений через промежуточные УК с проверкой пакетов получателем и восстановлением потерянных и искаженных (с обнаруженной ошибкой) пакетов посредством повторных передач.

Допустим, что на каждом из УК в случае переполнения входных буферов возможен отказ в обслуживании, т.е. потеря пакета. Обозначим эту вероятность как $P_{\text{пот}}^{\text{УК}}$. В общем случае она будет зависеть от архитектуры применяемого коммутатора, используемого метода коммутации, длины входных и выходных буферов, а также параметров трафика.

Пакеты, проходящие через промежуточные УК, количество которых обозначим через β , задерживаются на каждом из них на время Δt либо могут быть потеряны из-за отказа в обслуживании. Суммарная

задержка сообщения не зависит от числа пакетов в нем и равна $\beta \Delta t$.

Время ожидания пакета в очереди на обслуживание на промежуточных УК определяется как [5] $\Delta t = 1/(\mu - \lambda)$, где μ – интенсивность обслуживания, $\mu = 1/T_{\text{п}}$; λ – интенсивность потока пакетов.

Построим вероятностно-временной граф (ВВГ), характеризующий процесс передачи пакетов с учетом повторных передач (рис. 1). После эквивалентных преобразований получим граф (рис. 2), дуги которого описываются выражениями:

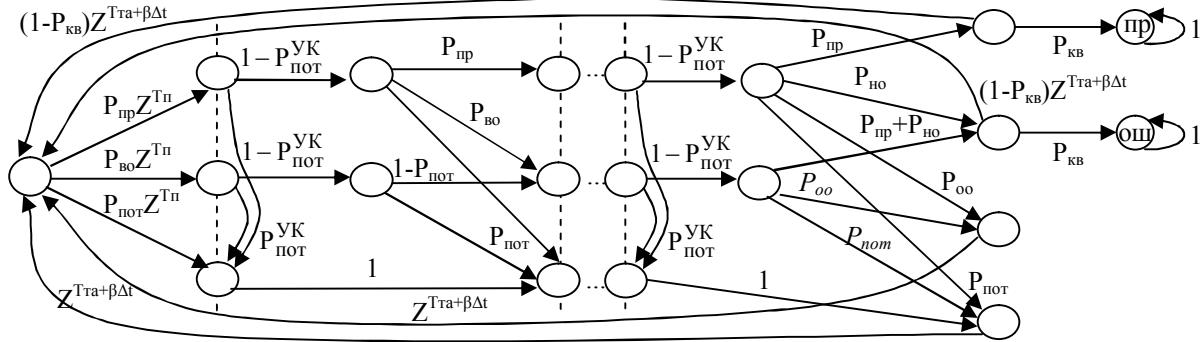


Рис. 1. Исходный вероятностно-временной граф процесса передачи пакетов

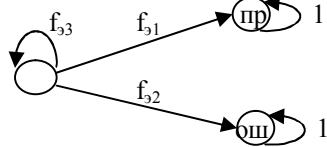


Рис. 2. Эквивалентный ВВГ

$$f_{31} = P_{\text{пр}}^{\beta+1} (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta} P_{\text{кв}} Z^{T_{\text{п}}};$$

$$f_{32} = (P_{\text{во}} + P_{\text{пр}})^{\beta} (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta} P_{\text{но}} P_{\text{кв}} Z^{T_{\text{п}}};$$

$$f_{33} = \left[1 - (P_{\text{во}} + P_{\text{пр}})^{\beta} (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta} (P_{\text{пр}} + P_{\text{но}}) \right] \times Z^{T_{\text{п}}+\beta\Delta t+T_{\text{та}}}.$$

Вероятность ошибки:

$$P_{(\text{ош})} = \frac{f_{32}}{1 - f_{33}} \Big|_{Z=1} =$$

$$= (P_{\text{во}} + P_{\text{пр}})^{\beta} (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta} P_{\text{но}} P_{\text{кв}} /$$

$$\left[1 - \left[1 - (P_{\text{во}} + P_{\text{пр}})^{\beta} (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta} (P_{\text{пр}} + P_{\text{но}}) \right] P_{\text{кв}} \right] =$$

$$= P_{\text{но}} / (P_{\text{пр}} + P_{\text{но}}) = P_{\text{но}} / (1 - P_{\text{оо}} - P_{\text{пот}}).$$

Производящая функция будет иметь вид:

$$F(Z) = \frac{f_{31} + f_{32}}{1 - f_{33}} =$$

$$= \left[\left(P_{\text{пр}}^{\beta+1} + (P_{\text{во}} + P_{\text{пр}})^{\beta} P_{\text{но}} \right) (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta} P_{\text{кв}} Z^{T_{\text{п}}} \right] /$$

$$\left[1 - \left[1 - (P_{\text{во}} + P_{\text{пр}})^{\beta} (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta} (P_{\text{пр}} + P_{\text{но}}) P_{\text{кв}} \right] \times Z^{T_{\text{п}}+\beta\Delta t+T_{\text{та}}} \right].$$

Введем обозначения:

$$C = \left(P_{\text{пр}}^{\beta+1} + (P_{\text{во}} + P_{\text{пр}})^{\beta} P_{\text{но}} \right) (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta} P_{\text{кв}};$$

$$D = 1 - (P_{\text{во}} + P_{\text{пр}})^{\beta} (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta} (P_{\text{пр}} + P_{\text{но}}) P_{\text{кв}}.$$

Тогда среднее время доставки одного пакета

$$T_{\text{ср1}} = \frac{d}{dZ} \left(\frac{C \cdot Z^{T_{\text{п}}}}{1 - D \cdot Z^{T_{\text{п}}+\beta\Delta t+T_{\text{та}}}} \right) \Big|_{Z=1} =$$

$$= \frac{C}{(D-1)^2} [T_{\text{п}} + D \cdot (T_{\text{та}} + \beta \Delta t)].$$

Приняв $P_{\text{кв}} = 1$ (так как квитанция передается одним или несколькими разрядами) и $P_{\text{пот}} = 0$ (поскольку $P_{\text{пот}} < P_{\text{пр}}$), получим

$$C = (P_{\text{пр}}^{\beta+1} + P_{\text{но}}) \cdot (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta};$$

$$D = 1 - (1 - P_{\text{оо}}) (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta};$$

$$T_{\text{ср1}} = \frac{P_{\text{пр}}^{\beta+1} + P_{\text{но}}}{(1 - P_{\text{оо}})^2 (1 - P_{\text{пот}}^{\text{УК}})^{\beta}} \times$$

$$\times \left[T_n + \left(1 - (1 - P_{oo}) (1 - P_{пот}^{УК})^\beta \right) (T_{ма} + \beta \Delta t) \right].$$

Следовательно, справедливо выражение

$$T_{ср1} = \frac{P_{пр}^{\beta+1} + P_{но}}{(1 - P_{oo})^2 (1 - P_{пот}^{УК})^\beta} \times \left[\frac{n}{B} + \left(1 - (1 - P_{oo}) (1 - P_{пот}^{УК})^\beta \right) \left(\eta \frac{n}{B} + \beta \left[\frac{B}{n} - \lambda \right]^{-1} \right) \right].$$

Поскольку всего пакетов M/m , среднее время доставки сообщения с учетом времени ожидания на промежуточных УК будет равно

$$T_{д.ср} = \frac{M}{m} \left[\frac{P_{пр}^{\beta+1} + P_{но}}{(1 - P_{oo})^2 (1 - P_{пот}^{УК})^\beta} \times \left[\frac{n}{B} + \left(1 - (1 - P_{oo}) (1 - P_{пот}^{УК})^\beta \right) \left(\eta \frac{n}{B} + \beta \left[\frac{B}{n} - \lambda \right]^{-1} \right) \right] + \beta \left[\frac{B}{n} - \lambda \right]^{-1} \right].$$

Если время оценивать по числу передаваемых посылок (при скорости модуляции $B = 1$ бит/с) и не учитывать влияния других потоков информации, получим относительное среднее время доставки

$$T_d = \frac{M}{m} \left[\frac{P_{пр}^{\beta+1} + P_{но}}{(1 - P_{oo})^2 (1 - P_{пот}^{УК})^\beta} \times \left[n + \left(1 - (1 - P_{oo}) (1 - P_{пот}^{УК})^\beta \right) \left(\eta \frac{n}{B} + \beta n \right) \right] + \beta n \right].$$

Вероятность ошибки с принятыми допущениями:

$$P_{(ош)} = P_{но} / [1 - P_{oo}].$$

Выводы

Разработанная математическая модель позволяет анализировать основные вероятностно-временные характеристики процессов передачи данных в режиме обнаружения ошибок получателем с учетом дополнительных потоков информации от других источников и возможных отказов на узлах коммутации.

Список литературы

1. Алексеев С.В. Фрагментация пакетов в бит-ориентированной процедуре передачи данных с квитированием / С.В. Алексеев, А.М. Прозоров, Д.А. Коваленко // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2005. – № 2 (10). – С. 11-18.
2. Дослідження принципів комутації в засобах з повнозв'язною топологією / І.В. Рубан, І.О. Романенко, С.В. Алексеев, Ю.С. Долгий // *Системи обробки інформації: зб. наук. пр. – Х.: ХУПС, 2010. – Вип. 2 (83). – С. 138-140.*
3. Математична модель процесу комутації в засобах з повнозв'язною топологією / І.В. Рубан, І.О. Романенко, С.В. Алексеев, Ю.С. Долгий // *Зб. наук. пр. ЦНДІ ЗС України*. – К.: ЦНДІ ЗС України, 2010. – Вип. 2 (52). – С. 74-80.
4. Алексеев С.В. Математическая модель процесса передачи данных через промежуточные центры коммутации сообщений для случая применения помехоустойчивого кода в режиме обнаружения ошибок с проверкой пакетов получателем / С.В. Алексеев // *Зб. наук. пр. ХУПС. – Х.: ХУПС, 2010. – Вип. 3 (25). – С. 123-125.*
5. Бертсекас Д. Сети передачи данных: пер. с англ. / Д. Бертсекас, Р. Галлагер. – М.: Мир, 1989. – 544 с.

Поступила в редколлегию 11.08.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.И. Лосев, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ У РЕЖИМІ ВИЯВЛЕННЯ ПОМИЛОК ОДЕРЖУВАЧЕМ ІЗ УРАХУВАННЯМ ВІДМОВ НА ВУЗЛАХ КОМУТАЦІЇ

І.О. Романенко, І.В. Рубан, С.В. Алексеев, Ю.С. Долгий

При передачі інформації в сучасних мережах застосовують різні методи управління обміном даними, що зумовлено необхідністю забезпечення заданого часу доставки та допустимого значення еквівалентної імовірності помилки. Аналіз процесу передачі пакетів вимагає врахування впливу проміжних вузлів комутації. Розроблена модель, що дозволяє досліджувати основні ймовірнісно-часові характеристики процесу передачі даних у режимі виявлення помилок одержувачем із урахуванням додаткових потоків інформації від інших джерел і можливих відмов на вузлах комутації.

Ключові слова: передача даних, ймовірнісно-часові характеристики, вузол комутації.

MATHEMATICAL MODEL OF PROCESS OF DATA COMMUNICATION IN MODE OF ERRORS DETECTION BY RECIPIENT TAKING INTO ACCOUNT REFUSALS ON KNOTS OF COMMUTATION

I.O. Romanenko, I.V. Ruban, S.V. Alekseev, Yu.S. Dolgiy

At the information transfer in modern networks apply the different methods of management by an exchange by information, that conditioned by the necessity of providing of the set time of delivery and legitimate value of equivalent probability of error. The analysis of process of transmission of packages requires the account of influencing of intermediate knots of commutation. A model allowing to explore basic probabilistic-temporal descriptions of process of data communication in the mode of errors detection by a recipient taking into account the additional streams of information from other sources and possible refusals on the knots of commutation is developed.

Keywords: communication of data, probabilistic-temporal descriptions, knot of commutation.