УДК 621.371.34

В. А. ПЕТРОВ, канд. физ-мат. наук

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРА СИГНАЛА, РАССЕЯННОГО НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДОЙ

Анализ спектра колебаний, принимаемых при обратном рассеянии волн турбулентной атмосферой, широко используется для дистанционного измерения скорости ветра на различных высотах [2—6]. Экспериментально наблюдаемые сложная структура спектра и увеличение его эффективной ширины обычно связываются с различием радиальных составляющих скорости ветра в разных частях рассеивающей области, причем частотному сдвигу ставится в однозначное соответствие радиальная составляющая скорости ветра [5].

Исследуется влияние на эффективную ширину спектра производной фазы рассеянных волн, обусловленной мелкомасштабными изменениями структуры неоднородности в процессе ее эволюции. Анализ и физическая интерпретация спектра базируются на модели рассеивающей области в виде совокупности линейных решеток со случайными параметрами [7].

В работе [1] подробно рассматриваются задачи рассеяния волн в ограниченной области V неоднородной среды, размеры которой полностью определяются диаграммами направленности передающей и приемной антенн системы. В этих условиях вся область V соответствует дифракционному пределу пространственной разрешающей способности приемника и воспринимается как единое целое.

Другой предельный случай соответствует произвольно высокой разрешающей способности приемного устройства [7] и позволяет найти эквивалентную структуру рассеивающей области, обусловленную преимущественно свойствами неоднородной среды. Анализ и результаты моделирования приводят к физической модели в виде совокупности линейных решеток, оси которых ориентированы вдоль вектора рассеяния $\boldsymbol{B}$, а пространственный период при обратном рассеянии соответствует половине длины волны λ.

Для случая однократного рассеяния волн в слабо возмущенной среде структура эквивалентных рассеивающих образований описывается выражением [7]

$$\varepsilon_s(\boldsymbol{r}) = F(x)\,\mathrm{e}^{2\pi jbx} \cdot \varepsilon_v(y,\ z), \tag{1}$$

где ε_s — параметр среды, имеющий смысл диэлектрической проницаемости или коэффициента преломления; $\boldsymbol{r}$ — радиус-вектор точки с координатами x, y, z; $\varepsilon_v(y,\ z)$ — случайная комплексная функция, связанная с параметрами неоднородной среды; $b = |\boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{a}_0 - \boldsymbol{a}_s|$, $\boldsymbol{a}_0$ и $\boldsymbol{a}_s$ — волновые векторы падающей (основной) и рассеянной волн; $F(x)$ — относительно медленно изменяющаяся функция, характеризующая протяженность линейной решетки вдоль оси x и характер изменения величины осцилляций параметра ε_s в пределах одной решетки. Направления осей координат выбраны так, чтобы вектор $\boldsymbol{B}$ был направлен вдоль оси x, а оси k_x, k_y, k_z в пространстве волновых векторов были параллельны соответственно x, y, z.

Как видно из выражения (1), для каждой пары фиксированных значений y_k и z_k; комплексная функция $\varepsilon_v(y_k,\ z_k)$ определяет амплитуду и фазу волны, рассеянной элементарной (k-й) решеткой. Из условия статистической однородности и изотропности среды следует, что интервал корреляции функции $\varepsilon_v(y,\ z)$ в плоскости y, z должен быть порядка длины волны λ.

Модель рассеивающей области V в виде совокупности линейных решеток показывает, каким можно «увидеть» объем $V(\boldsymbol{r})$, облучаемый монохроматической плоской волной, если устранить дифракционные ограничения, свойственные приемнику с малой апертурой антенны. На рис. 1 показана полученная путем моделирования структура линейных решеток в области $V(\boldsymbol{r})$. Изображение эквивалентных рассеивающих структур соответствует сечению объема $V(\mathbf{r})$ плоскостью, параллельной вектору рассеяния $\boldsymbol{B}$. В плоскости перпендикулярной вектору $a_в$ волна неоднородна, а распределение ее интенсивности в этой плоскости по структуре и характеру аналогично полю, рассеянному «шероховатой поверхностью». Этот результат согласуется с известными выводами оптической теории спеклов [8] и позволяет распространить их на рассеяние волн в объемно-распределенных турбулентных средах.

Рис. 1

Рис. 2

Часто угловая разрешающая способность приемной антенны не позволяет различить детали рассеивающей области, но сложная структура решеток проявляется в спектре принимаемых колебаний, если турбулентная среда нестационарна. Разное пространственное положение и конечное число ярко выраженных линейных решеток в области $V(\boldsymbol{r})$ дает основание предположить, что парциальные волны, рассеянные этими структурами, создают в аппаратурном спектре анализируемого суммарного колебания собственные экстремумы на разных частотах, связанных с различными доплеровскими смещениями частоты. Однако, такая интерпретация формы и ширины амплитудного спектра рассеянных сигналов требует известной осмотрительности.

Исследования показывают, что причиной расширения спектра, наряду с доплеровскими смещениями частоты, могут быть конечные значения производной фазы рассеянных волн, связанные со структурной перестройкой турбулентной среды в процессе ее эволюции. Для оценки влияния этого фактора в условиях, близких к реальному эксперименту, нужно рассмотреть особенности эквивалентной структуры рассеивающей области, в пределах которой скалярное поле флуктуаций параметра $\varepsilon(x, y, z)$ локально однородно и изотропно [1].

Узкополосная селекция и огибающая группы пространственных гармоник. Пусть функция объема $V(\boldsymbol{r})$ ограничивает область стационарной неоднородной среды, облучаемую плоской волной с волновым вектором $\boldsymbol{a}_0$.

В пределах этой области мы допускаем существование зон V_i с масштабами L_i, в каждой из которых справедливо описание флуктуаций параметра ε характерным значением среднеквадратического отклонения δ_i, а поле флуктуаций можно считать статистически однородным и изотропным. Тогда к каждой из зон V_i применимы результаты анализа, полученные в работе [7]. В этих зонах эквивалентная структура рассеивающих образований описывается выражением (1), где функция $F(x)$ определяет длину решетки и ее «огибающую», т. е. связана с размером зоны L_{xi} в направлении оси x.

При рассеянии электромагнитных волн в реальной атмосфере без гидрометеоров вполне справедливо приближение однократного рассеяния. В этом случае интенсивность рассеянной парциальной волны пропорциональна квадрату эффективной длины решетки, совпадающей с характерным масштабом L_{xi} области локальной однородности, причем $L_{xi} \gg \lambda$. В свою очередь, масштаб L_{xi} определяет ширину полосы $2\rho \approx 2/L_{xi}$ пространственных Фурье — компонент турбулентности, участвующих в рассеянии волн с волновым вектором $\mathbf{a}_s$. Например, если в пределах полосы частот $k_x = b \pm \rho$ с эффективной шириной 2ρ спектральная плотность пространственного спектра турбулентности постоянна, т. е. $|G(k_x)|^2 \approx \mathrm{const}$, то $F_i(x) = (1/\pi x)\sin 2\pi\rho x$. Таким образом, наибольший вклад в интенсивность рассеянных волн вносят (при прочих равных условиях) «длинные» решетки, которым соответствуют наиболее узкие полосы пространственных частот. Это дает основание для каждой пары фиксированных значений y_0 и z_0 рассматривать линейные решетки как результат узкополосной фильтрации (селекции) по волновому числу k_x случайного процесса $\varepsilon(x, y_0, z_0)$. При этом «огибающие» линейных решеток обладают всеми особенностями огибающей узкополосного случайного процесса.

С другой стороны, каждая из линейных решеток есть сумма группы пространственных гармоник, заключенных в полосе $b - \rho < k_x < b + \rho$, $-\infty < k_y < \infty$, $-\infty < k_z < \infty$, причем составляющие $\boldsymbol{\kappa}$ трехмерного спектра турбулентности в этой полосе (за исключением сферы малого радиуса ρ) статистически независимы [1]. В условиях медленной эволюции турбулентности, когда справедливы результаты анализа рассеяния на «замороженной» выборке случайного процесса $\varepsilon(x, y, z)$, следует, очевидно, ожидать переноса экстремума огибающей узкополосного процесса $\varepsilon(x, y_0, z_0)$ по оси x с групповой скоростью v, существенно превышающей скорость гидродинамического переноса вещества. Модельные эксперименты подтверждают такой характер изменения структуры решеток, причем перемещение экстремумов с одновременным изменением их величины может служить наиболее «чувствительным» признаком нестационарности рассеивающего объекта. На рис. 2 показана фазовая структура линейных решеток, полученная при моделировании рассеяния на когерентно-оптическом процессоре с использованием опорного пучка. Характер линий равных фаз указывает на возможные фазовые изменения в линейных решетках при изменении их геометрического положения.

Распределение огибающей и производной фазы. Эквивалентную структуру линейных решеток (1) в i-той зоне локальной однородности при фиксированных y_0 и z_0 можно представить в виде

$$\xi_i(x) = \operatorname{Re}\varepsilon_{si}(x,\ y_0,\ z_0) = F_i(x)\cdot|\varepsilon_{vi}|\cdot\cos[2\pi bx + \theta_i(x)] = A_i(x)\cos[2\pi bx + \theta_i(x)],$$

где $\theta_i(x) = \arg\varepsilon_{vi}(x,\ y_0,\ z_0)$.

Будем считать, что $L_{xi} = L_{x(i+1)}$, т. е. условия селекции пространственных Фурье-компонент одинаковы для всей группы частот в полосе $(b-\rho,\ b+\rho)$ при любых x. Тогда выражение (2) описывает узкополосный случайный процесс ξ (x), причем $A(x)$ — огибающая, а $\theta(x)$ — случайная составляющая фазы. Поскольку $L_{xi} \gg \lambda$ и $2\rho \ll b$, в результате узкополосной фильтрации (селекции) процесс $\xi(x)$ нормализуется [9].

Свойства огибающей и фазы нормального узкополосного процесса, а также их производных, подробно рассматривались Б. Р. Левиным. Совместная функция распределения вероятностей огибающей A, ее производной A' и производной случайной составляющей фазы θ' для совпадающих значений x описывается выражением [9]

$$w(A,\ A',\ \theta') = \frac{A^2}{4\pi^2\sigma^4\omega_1^2}\exp\left\{-\frac{A'^2 + A^2(\theta'^2 + \omega_1^2)}{2\sigma^2 w_1^2}\right\}, \tag{3}$$

где σ^2 — дисперсия флуктуаций параметра среды; $\omega_1^2 = -R''(0)$; $R''(0)$ — вторая производная от функции корреляции процесса $\xi(x)$, причем $R''(0) < 0$. Для рассмотренного выше примера, когда спектральная плотность в полосе пространственных частот 2ρ постоянна и равна нулю всей этой полосы, ω_1 можно выразить через ширину полосы [9]:

$$\omega_1 = 2\pi\cdot 2\rho/\sqrt{12} = 2\pi\rho/\sqrt{3}.$$

Из выражения (3) интегрированием по A и A' получается функция распределения производной фазы θ':

$$\omega(\theta') = \frac{1}{\omega_1}\left(1 + \frac{\theta'^2}{\omega_1^2}\right)^{-3/2}. \tag{4}$$

Среднее значение производной θ' равно нулю в силу симметрии функции $w(\theta')$. Дисперсия производной фазы может быть сколь угодно велика, поскольку интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \theta'^2\cdot w(\theta')\,d\theta' \tag{5}$$

расходится. Для численных оценок можно воспользоваться средним значением модуля производной фазы $\overline{|\theta'|}$. В этом случае

$$\overline{|\theta'|} = \int_{-\infty}^{\infty} |\theta'| \, w(\theta') \, d\theta' = \omega_1. \tag{6}$$

Огибающая A процесса $\xi(x)$ описывает элементарную линейную решетку и определяет интенсивность парциальной рассеянной волны, причем эффективная длина решетки составляет некоторый интервал значений (x_1, x_2) вблизи экстремума огибающей A. Полагая в этом интервале $A' \approx 0$, из соотношения (3) получим совместную функцию распределения огибающей A и производной фазы θ' решеток:

$$\omega_p(A, \theta') = \frac{A^2}{4\pi^2\sigma^4\omega_1^2} \exp\left\{-\frac{A^2(\theta'^2 + \omega_1^2)}{2\sigma^2\omega_1^2}\right\}. \tag{7}$$

Выражение (7), очевидно, характеризует распределение амплитуд и фаз рассеянных парциальных волн. Когда основная волна взаимодействует с «замороженной» выборкой турбулентной среды, производная фазы θ' определяет пространственную структуру поля рассеянных волн. *При эволюции турбулентности производные* θ' по координате x порождают отличные от нуля значения производной фазы по времени $d\theta/dt$. Для этого достаточно, чтобы эволюция структуры неоднородной среды описывалась непрерывными функциями времени и первая производная координаты экстремума dx_1/dt была не равна нулю в пределах «времени жизни» решетки.

Физически dx_1/dt соответствует групповой скорости v переноса экстремума огибающей процесса $\xi(x, t)$, который теперь становится функцией как координаты, так и времени. Поскольку v — случайная величина, обусловленная изменением амплитудно-фазовых соотношений между статистически независимыми пространственными гармониками, усредненное по всей рассеивающей области значение $\bar{v}=0$, однако $\overline{|v|} \neq 0$ в общем случае.

Смещение частоты парциальной волны Ω_i, вызванное эволюцией турбулентности, равно

$$\Omega_i = \frac{\partial\theta_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial t} = \theta_i' v_i. \tag{8}$$

Здесь величина v_i определяется характером и скоростью структурных изменений в неоднородной среде. Если рассеивающий объем среды в конкретных условиях наблюдения можно характеризовать некоторым средним значением $\overline{|v|} \neq 0$, то эффективная (энергетическая) ширина спектра регистрируемых колебаний может служить мерой скорости структурных изменений.

Когда $|v| = 0$, т. е. среда «заморожена», сдвиг частоты $\Omega_i = 0$, хотя $\theta_i \neq 0$. *Если скорость переноса всей области рассеяния как целого равна нулю, но* $\overline{|v|} \neq 0$, смещение частоты $\Omega_i = 0$, а эффективная ширина спектра совокупности рассеянных волн определяется распределением (7) и величиной $|\bar{v}|$.

При аппаратурном анализе спектра на ограниченных временных интервалах, как правило, учитываются лишь те составляющие спектра, которые порождаются парциальными волнами достаточной интенсивности, превышающей некоторый наперед заданный порог. Число источников таких волн (решеток) в любой ограниченной выборке «замороженной» турбулентной среды, конечно, и есть все основания считать, что именно они и определяют тонкую структуру спектра, если время анализа не превышает времени существования решетки.

Относительный вклад доплеровского сдвига и производной фазы $d\theta/dt$ в ширину и форму амплитудного спектра может существенно отличаться при различных условиях наблюдения, но для интерпретации результатов измерений во всех случаях требуется учет обоих факторов.

Поскольку распределение вероятностей (7) симметрично относительно оси $\theta'=0$, оценка средней частоты рассеянных сигналов по центру тяжести или максимуму усредненного спектра не смещена.

Входящая в выражение (7) величина ω_1, определяющая полосу селектируемых пространственных гармоник, в случае локально однородной среды оказывается функцией масштаба L_{xi} зоны локальной однородности. Поэтому для подробного анализа спектра, полученного на ограниченном интервале времени, и более полного использования информации, содержащейся в параметрах рассеянных сигналов, нужно знать структуру рассеивающей области, т. е. пространственное положение и геометрию зон V_i. Эта задача может быть решена хорошо известными методами Фурье-голографии [10; 11], и тогда частично устраняется неопределенность в численной оценке моментов распределения $w_0(A_i\theta')$.

Список литературы: 1. *Распространение* волн в турбулентной атмосфере. М., 1967. 548 с. 2. *Исследования* атмосферных динамических процессов в нижней термосфере и тропо-стратосфере / Б. Л. Кащеев, В. В. Жуков, В. Н. Олейников и др. // Метеор. исследования. М., 1988. № 4. С. 19—38. 3. *Измерения* скорости ветра непрерывным доплеровским акустическим локатором в условиях аэропорта // Радиометрология: Тр. VI Всесоюз. совещ. Таллин, 1982. Л., 1984. С. 322—324. 4. *Красненко Н. П., Федоров В. А., Фурсов М. Г.* Измерения профиля скорости ветра моностатическим акустическим локатором // VI Всесоюз. совещ. по радиометрологии· Тез. докл. (Таллин). 1982. С. 164. 5. *Watkins B. I.* Capabilities and limitations of the Sonderstrom radar for ST observations // Middl Atm. Program. 1938 Vol. 9. P. 375—380. 6. *James P. K.* A review of radar observations of the troposphere in clear air conditions. 1980. Vol. 15, № 2. P. 151—175. 7. *Петров В. А., Цветкова В. С.* Физические модели обратного рассеяния волн в турбулентной атмосфере // Радиотехника. 1991. Вып. 97. С. 8. *Франсон. М.* Оптика спеклов. М., 1980. 171 с. 9. *Левин Б. Р.* Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. М., 1957. 496 с. 10. *Оптическая* обработка информации / Под ред. Д. Кейсесента. М., 1980, 349 с. 11. *Юу Ф. Т. С.* Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию. М., 1979, 304 с.

Поступила в редколлегию 03.09.90